

Efeito Maturidade nos Mercados Futuros de Bitcoin: Um Teste Utilizando Dados de Alta Frequência

João Pedro Malim Franco *

Área 8: Econometria

Classificação JEL: G13, C01, C58

Resumo

Este artigo tem como objetivo examinar o efeito maturidade, que argumenta que a volatilidade dos preços futuros aumenta à medida que o contrato futuro se aproxima de sua maturidade (vencimento), nos mercados futuros de Bitcoin. Para isso, utiliza-se contratos futuros trimestrais negociados na Binance, que é a maior bolsa de criptomoedas do mundo em termos de volume de negociação. O efeito maturidade é testado utilizando um modelo GARCH (1,1) com a variável tempo até a maturidade (TTM) incluída na equação da variância condicional do modelo, porém nenhuma evidência foi encontrada a respeito da existência de tal efeito nos mercados futuros de Bitcoin. A hipótese de covariância negativa e o efeito do fluxo de informações também foram testados, no sentido de dar algum suporte ao efeito maturidade, mas ambos não se mostraram estatisticamente significativos.

Palavras-chaves: Bitcoin; Volatilidade realizada; Modelo GARCH; Hipótese de Samuelson; Efeito maturidade

Abstract

This article aims to examine the maturity effect, which argues that the volatility of futures prices increases as the futures contract approaches its maturity (expiration), in Bitcoin futures markets. For this quarterly futures contracts traded on Binance, which is the largest cryptocurrency exchange in the world in terms of trading volume, are used. The maturity effect is tested using a GARCH (1,1) model with the time to maturity (TTM) variable included in the model's conditional variance

*Mestrando em Economia Aplicada pela Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC). E - mail:<joaopfranco15@hotmail.com>

equation but no evidence was found regarding the existence of such an effect in Bitcoin futures markets. The negative covariance hypothesis and the information flow effect were also tested in order to give some support to the maturity effect but both were not statistically significant.

Key-words: Bitcoin; Realized volatility; GARCH model; Samuelson hypothesis; Maturity effect

1 Introdução

Em 2008, Satoshi Nakamoto introduz ao mundo o que seria a primeira moeda digital descentralizada, o chamado Bitcoin e, já em 2017, as primeiras negociações de contratos futuros de criptomoedas ocorrem por parte das instituições financeiras Chicago Mercantile Exchange (CME) e Chicago Board Options Exchange (CBOE). De acordo com dados do site [coinmarketcap.com](https://www.coinmarketcap.com), até o ano de 2021, existem mais de 6.000 criptomoedas registradas, sendo que grande parte possui contratos negociados nos mercados futuros. Logo, devido ao rápido crescimento do mercado de criptomoedas e o desenvolvimento de novos e complexos instrumentos para sua negociação, faz – se necessário o estudo de novas formas teóricas e práticas de se analisar seus movimentos de mercado.

De acordo com Hou et al. (2019), ao contrário dos mercados financeiros tradicionais, as criptomoedas trazem novos desafios e também novas formas de pensar para economistas e especialistas financeiros dado que esse novo mercado possui uma microestrutura única, não regulamentada, descentralizada e altamente direcionada para a especulação. Segundo McAleer e Medeiros (2008), os retornos diários de ativos financeiros são difíceis, senão impossíveis, de prever. Entretanto, a previsão da volatilidade dos retornos é relativamente mais fácil, logo, a modelagem da volatilidade financeira tem ganhado cada vez mais importância nas teorias modernas de precificação e gestão de risco.

Muitos trabalhos foram feitos nos últimos anos buscando investigar o comportamento da volatilidade dos preços futuros, conforme Duong e Kalem (2008), grande parte desse interesse tem origem devido à importância da relação entre o tempo até a maturidade e a volatilidade dos preços futuros. Andersen et al. (2003) foca em uma medida empírica da variabilidade do retorno diário chamada de volatilidade realizada, calculada como a soma dos retornos intradiários ao quadrado. Segundo a teoria da variação quadrática, sob certas condições, a volatilidade realizada é um estimador imparcial e altamente eficiente da volatilidade do retorno.

Samuelson (1965) propôs o que ficou conhecido como hipótese de Samuelson ou efeito maturidade que diz que a volatilidade dos preços futuros aumenta à medida que o contrato futuro se aproxima da sua maturidade (vencimento). Existem vários trabalhos empíricos que procuram examinar o efeito maturidade em futuros de commodities, energia, metais e mercados financeiros, porém este efeito é encontrado de maneira mais proeminente em futuros de commodities, em contraste a futuros de ativos financeiros.

Já quando se trata de efeito maturidade e criptomoedas, a literatura é limitada, logo, este artigo tem como finalidade preencher tal lacuna, de modo que busca verificar a existência do efeito maturidade nos contratos futuros de Bitcoin com vencimento trimestral que são negociados na Binance que, atualmente, é considerada a maior exchange de criptomoedas do mundo em termos de volume de negociação.

O efeito maturidade é testado utilizando um modelo GARCH (1,1) com a variável tempo até a maturidade (TTM) incluída como uma variável exógena na equação da variância condicional. Também será examinado o efeito do fluxo de informação, de modo que a volatilidade realizada dos contratos futuros diários é primeiramente regredida contra o tempo até a maturidade (TTM) e depois regredida contra o tempo até a maturidade (TTM) e volatilidade condicional do preço à vista, que é fornecida

pelo modelo GARCH (1,1). Por último, a hipótese de covariância negativa é testada regredindo as variações nos custos líquidos de carregamento contra as variações nos preços à vista.

Além da introdução, este trabalho contará com mais quatro capítulos. O segundo capítulo compreenderá o referencial teórico e empírico, onde será feita uma discussão sobre contratos futuros, efeito maturidade e, também, serão apresentados alguns trabalhos sobre a temática. Em seguida, no terceiro capítulo, aborda-se os dados e a metodologia que será utilizada no estudo. No quarto capítulo, os resultados serão apresentados e, também, será feita uma discussão a respeito dos mesmos. No último capítulo, tem-se a conclusão do trabalho.

2 Revisão de Literatura

De acordo com Hull (2003), contratos futuros são um tipo de acordo entre duas partes, as quais não precisam se conhecer, para comprar ou vender um ativo em um determinado momento no futuro por um preço que foi determinado no presente. Esses contratos são firmados nas Bolsas de Valores que, além de colocar padrões nos contratos que são negociados, proporciona um mecanismo que garante que o contrato seja honrado por ambos os lados.

As commodities incluem café, milho, gado, açúcar, lã, madeira serrada, cobre, alumínio, ouro e estanho. Os ativos financeiros incluem índices de ações, moedas e títulos do Tesouro. Segundo Hull (2003), a maioria dos contratos futuros não são entregues, isso ocorre pelo fato de que os traders entram com a posição contrária à do contrato inicial, ou seja, encerram sua posição antes do período especificado no contrato. O resultado da operação é determinado pela diferença nos preços futuros entre a data em que o contrato é aberto e a data em que o contrato é fechado.

2.1 Especificação dos Contratos Futuros

Conforme Hull (2003), existem dois tipos de contratos futuros que formam esse tipo de mercado. O primeiro são os contratos futuros de commodities, onde é importante especificar a qualidade e o tipo do ativo que está sendo negociado (milho, por exemplo). Já o segundo tipo de contrato futuro são os de ativos financeiros que, de modo geral, são bem definidos. Podemos citar como exemplo de ativos financeiros que possuem contratos futuros os títulos do tesouro, mercados de moedas e índice de ações.

Um ponto de grande importância a ser especificado pela Bolsa de Valores é o tamanho dos contratos dos ativos, ou seja, a quantidade de ativo que será entregue em cada contrato. Segundo Hull (2003), se o tamanho do contrato for grande, muitos traders que desejam fazer hedge de exposições relativamente pequenas ou que desejam assumir posições especulativas relativamente pequenas serão incapazes de usar os contratos. Já se o tamanho do contrato for pequeno, a negociação pode ser cara, pois há um custo associado a cada contrato negociado.

Um contrato futuro é referido pelo seu mês de entrega, onde a troca específica o período preciso durante o mês em que a entrega pode ser feita. A entrega do ativo é realizada no lugar especificado no contrato futuro que, por sua vez, é determinado pela Bolsa de Valores.

Ainda de acordo com Hull (2003), as Bolsas de Valores ainda devem estabelecer de que forma os preços serão cotados e, precisam limitar os movimentos diários do ativo que está no contrato futuro, com o objetivo de evitar que grandes movimentos de preços ocorram devido a excessos especulativos. Também devem determinar o número máximo de contratos que o especulador pode manter, de forma a evitar que os especuladores exerçam influência indevida no mercado.

2.2 Determinação de Preços Futuros

Segundo Hull (2003), os contratos futuros podem ser divididos em tipos: ativos de investimento e ativos de consumo. Os ativos de investimento são mantidos apenas para fins de investimento (ações e títulos, por exemplo), já os ativos de consumo são mantidos por motivos de consumo (milho e soja, por exemplo).

A relação entre preços futuros (F_0) e preços presentes (S_0) é determinada pela equação abaixo usando T como tempo de maturidade do contrato futuro e r como a taxa de juros livre de risco.

$$F_0 = S_0 e^{rT}. \quad (1)$$

Segundo os autores, a oportunidade de arbitragem surge quando a relação de igualdade não é satisfeita. Se $F_0 < S_0 e^{rT}$, ou seja, o preço presente é maior do que o preço futuro, a arbitragem seria feita da seguinte maneira: os traders venderiam o ativo no mercado presente e entrariam em um contrato futuro de compra do mesmo ativo. Por outro lado, se o preço futuro é maior do que o preço presente, de modo que $F_0 > S_0 e^{rT}$, a arbitragem é feita de maneira contrária, ou seja, o trader irá realizar a compra do ativo no mercado presente e irá comprar um contrato futuro de venda do ativo.

2.3 Contratos Futuros de Commodities

De acordo com Hull (2003), com a introdução dos custos de estocagem (aqui representado por U), podemos indicar duas diferentes situações e suas equações. A primeira seria se U é o valor presente de todos os custos de armazenamento, líquidos de receita, durante a vida de um contrato futuro. A equação para essa situação é dada por:

$$F_0 = (S_0 + U) e^{rT}. \quad (2)$$

Já se os custos de armazenamento incorridos a qualquer momento são proporcionais ao preço da mercadoria, eles podem ser tratados como rendimento negativo. A equação para essa situação, onde u significa os custos de armazenamento por ano como uma proporção do preço à vista líquido de qualquer rendimento obtido no ativo, se dá por:

$$F_0 = S_0 e^{(r+U)T}. \quad (3)$$

Para o caso com custos de estocagem, de acordo com Hull (2003), as oportunidades e as estratégias de arbitragem continuam as mesmas. Se $F_0 > (S_0 + U) e^{rT}$, o trader pede emprestado um montante $(S_0 + U)$ à uma taxa livre de risco r e compra uma unidade do ativo e paga os custos de estocagem e , entra em um contrato futuro de venda para o ativo. Já, por outro lado, $F_0 < (S_0 + U) e^{rT}$, os traders vendem o ativo e entram em contratos futuros de compra dos ativos.

2.4 Contratos Futuros de Criptomoedas

A negociação de contratos futuros sobre criptomoedas se deu inicialmente para Bitcoins e começaram a ser feitas na Chicago Mercantile Exchange (CME) e na Chicago Board Options Exchange (CBOE) em dezembro de 2017. Hoje, em 2021, existem contratos futuros para a grande maioria das criptomoedas e, suas especificações são praticamente as mesmas dos demais ativos que possuem contratos futuros.

Os contratos futuros de criptomoedas são divididos em contratos com vencimento trimestral e contratos com vencimento perpétuo, contratos estes que possuem pagamentos periódicos ocorrendo a cada oito horas. Estes pagamentos são chamados de *Funding Rate* e são baseados na diferença entre os preços dos contratos futuros perpétuos e os preços presentes do ativo e são feitos tanto por traders que estão comprados como por traders que estão vendidos.

Um ponto que deve ser destacado na negociação dos contratos trimestrais é o chamado *Mark Price*, que é descrito como o valor justo estimado de um contrato e difere do último preço negociado. O *Mark Price* possui como função prevenir liquidações injustas e desnecessárias que podem acontecer quando o mercado está altamente volátil e, também, ajuda a prevenir a manipulação de preços. O *Mark Price* de um contrato futuro trimestral pode ser calculado de diferentes formas à medida que atinge sua maturidade (vencimento).

2.5 Efeito Maturidade

Samuelson (1965), em seu artigo seminal, desenvolveu uma base teórica na qual foi possível analisar a relação entre volatilidade de preços futuros e o tempo de maturidade (vencimento) dos contratos futuros. Essa relação ficaria conhecida como efeito maturidade ou hipótese de Samuelson e, postula que a volatilidade dos preços futuros dos contratos deve aumentar à medida que o contrato futuro se aproxima da sua maturidade.

De acordo com os autores Daal, Farhat e Wei (2003), as principais implicações da relação entre a volatilidade dos preços futuros e o tempo de maturidade do contrato são as definições de margens de negociação e estratégias de hedge. O tamanho de margem desejado é uma função positiva da volatilidade dos preços futuros, logo, caso a volatilidade aumenta conforme a entrega se aproxima, as margens, também devem aumentar perto do vencimento. Segundo os autores, o aumento da volatilidade perto do fim do contrato sugere que a correlação entre os preços à vista e futuros está enfraquecida. Consequentemente, as estratégias de hedge devem ser ajustadas conforme as abordagens de vencimento.

De acordo com Milonas (1986), a hipótese do efeito maturidade é apenas informativa, dado que o impacto de vários fatores (qualidade da entrega e liquidez do mercado, por exemplo) se torna cada vez mais importante com a chegada da maturidade do contrato. Logo, dizer que o tempo até o vencimento afeta a volatilidade dos preços futuros significa apenas que o impacto de um vetor de variáveis conhecidas ou desconhecidas aumenta progressivamente à medida que o vencimento do contrato se aproxima.

2.6 Trabalhos Empíricos

Em seu artigo, Duong e Kalev (2008) buscam verificar a validade do efeito maturidade usando dados intradiários para contratos futuros agrícolas, de energia, de metais e para ativos financeiros. Em relação a metodologia, primeiramente foi realizado o teste não paramétrico de Jonckheere-Terpstra para obter séries contínuas de preços futuros, depois os autores utilizaram regressões de volatilidade realizada e também um modelo GARCH (1,1).

Os autores Duong e Kalev (2008) encontram evidências do efeito maturidade apenas para os contratos futuros agrícolas, não sendo possível comprovar a existência de tal efeito nos mercados futuros de metais, energia ou de ativos financeiros.

Se tratando de contratos futuros de criptomoedas, podemos citar o trabalho de Guo (2021) que analisou a volatilidade da estrutura a termo dos preços futuros de Bitcoin usando dados diários

da Chicago Mercantile Exchange (CME). Guo (2021) observou que, ao contrário do que o efeito maturidade sugere, a volatilidade dos preços dos contratos futuros de Bitcoin caem conforme o vencimento do contrato se aproxima.

Além disso, o autor utilizou um modelo estocástico multifatorial modificado, de modo que o parâmetro de reversão à média seja irrestrito. O modelo modificado teve uma boa performance em explicar as flutuações dos preços futuros do Bitcoin e, também gerou uma estrutura a termo de volatilidade ascendente de preços para contratos futuros de Bitcoin com diferentes prazos de vencimento.

Guo (2021) ainda sugere que o mercado futuro de Bitcoin pode ser diferente dos mercados futuros de commodities devido a diferenças que são não negligenciáveis nas estimativas dos parâmetros em comparação com a literatura existente a respeito dos mercados futuros de commodities.

Em seu trabalho, Serletis (1992) analisa o efeito maturidade usando dados de preços (preço máximo e preço mínimo) e de volume de negociação de 129 contratos futuros de energia que foram negociados entre janeiro de 1987 a julho de 1990 na New York Mercantile Exchange (NYMEX). O autor detectou uma relação negativa entre os preços futuros dos contratos e suas respectivas maturidades, também foi notado que o efeito maturidade é enfraquecido quando a volatilidade é controlada pelo volume de negociação. Logo, significa que provavelmente um ou mais fatores simultaneamente afetam o volume de negociação e a volatilidade.

Milonas (1986) estuda o efeito maturidade para 11 contratos futuros nos mercados agrícolas, financeiro e de metais. O autor utiliza as variações das mudanças diárias nos preços e o número de meses restantes para o vencimento do contrato para calcular a variabilidade de preços. Um modelo MQO foi estimado para testar a hipótese de que a volatilidade dos preços aumenta conforme a maturidade do contrato se aproxima. O autor conclui o estudo dizendo que é possível verificar a relação inversa entre o tempo até o vencimento e a volatilidade dos preços futuros em todos os mercados que foram analisados.

3 Referencial Metodológico

3.1 Dados

A base de dados é composta por dados intradiários dos preços de abertura, preços de fechamento, preços máximos e mínimos, volume de transações e números de negociações dos contratos futuros trimestrais de Bitcoin negociados na Binance. A base de dados possui frequência registrada em horas, começando às duas da manhã do dia 11/06/2020 e indo até às oito da manhã do dia 31/12/2021.

A variável *Price Index* será utilizada como base de dados para os preços no mercado à vista de Bitcoin, já que a mesma é um conjunto de preços à vista das principais bolsas de negociação do mercado. A Tabela 1 resume as estatísticas dos retornos para cada contrato futuro de Bitcoin com diferentes vencimentos e, também, para seu preço à vista durante o período.

Devido ao fato de que vários contratos futuros com diferentes vencimentos são negociados ao mesmo momento, torna-se necessária a construção de uma série temporal contínua dos contratos futuros de Bitcoin para testar o efeito maturidade. Os autores Kalev e Duong (2008) sugerem o método de rolagem de contratos futuros.

Este método funciona de maneira que são construídas k séries temporais de contratos futuros diferentes. A primeira série, chamada de série temporal $k = 1$, é a série construída com base nos preços dos contratos mais próximos do vencimento sendo que todos os dados dos contratos são incluídos. A "rolagem" do contrato acontece quando faltam dez dias para o vencimento do contrato, de modo que o

Tabela 1 – Estatísticas Descritivas dos Contratos Futuros e do *Price Index* do Bitcoin (USD)

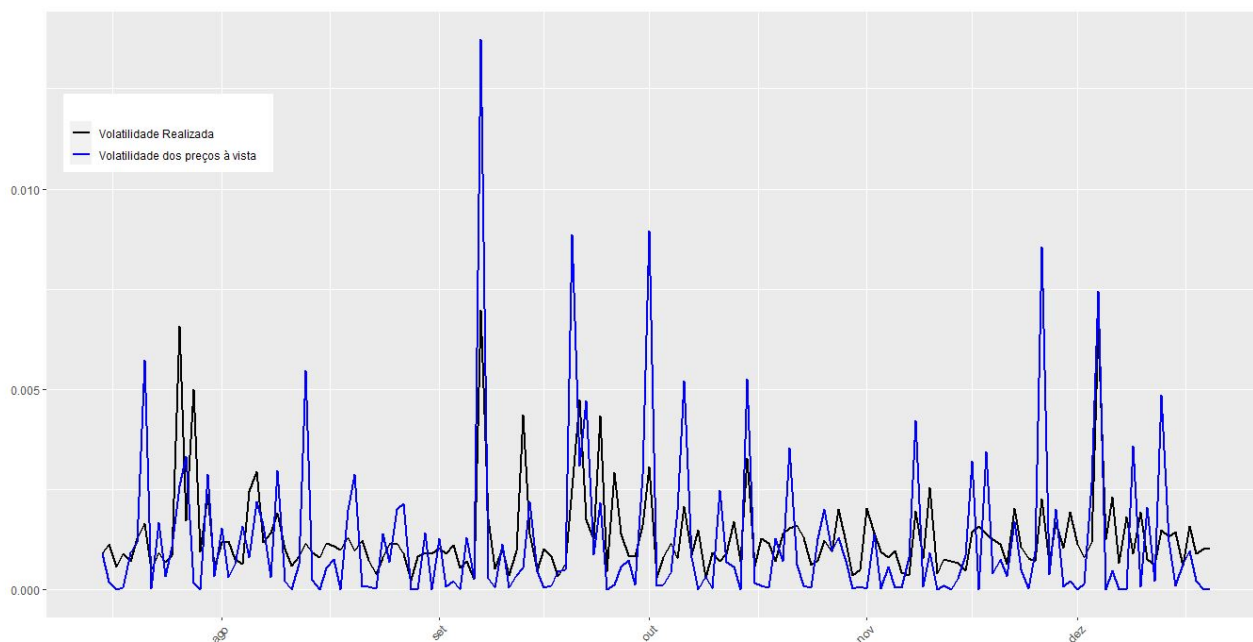
Dados	Obs.	Mín.	Média	Mediana	Máx.	D.P.	Assim.	Curt.
BTCUSD 25/09/2020	5164	-8,281	0,001	0,000	4,052	0,362	-3,129	79,262
BTCUSD 25/12/2020	4677	-7,998	0,020	0,000	4,113	0,579	-1,203	18,874
BTCUSD 26/03/2021	4368	-7,156	0,036	0,043	12,510	0,982	0,309	13,188
BTCUSD 25/06/2021	4371	-13,435	0,007	0,020	12,764	1,201	-0,433	13,526
BTCUSD 24/09/2021	4368	-23,208	-0,007	0,014	13,728	1,106	-3,403	84,530
BTCUSD 31/12/2021	4536	-7,043	0,006	0,003	4,767	0,749	-0,149	7,123
<i>Price Index</i>	13694	-12,963	0,011	0,013	11,613	0,819	-0,443	16,466

Fonte: Binance.

preço para o próximo contrato mais próximo do vencimento é escolhido.

A série de volatilidade realizada diária utilizada no trabalho é calculada utilizando a soma do quadrado dos retornos com intervalo de uma hora. Na figura 1, é possível observar a série de volatilidade realizada dos contratos futuros durante o período de julho até dezembro de 2021 em comparação com a série de volatilidade dos preços à vista no mesmo período.

Figura 1 – Volatilidade realizada dos contratos futuros em comparação a volatilidade dos preços à vista



Fonte: Elaboração Própria.

3.2 Análise de Estacionariedade

Os testes Dickey-Fuller aumentado (ADF) e Kwiatkowski–Phillips–Schmidt–Shin (KPSS) foram realizados com o intuito de verificar a estacionariedade da série dos retornos e da série de volatilidade dos contratos futuros de Bitcoin. A Tabela 2 apresenta os resultados dos testes.

Conforme Charemza, Hristova e Burridge (2005), o teste ADF coloca a hipótese nula de que a série possui raiz unitária contra a hipótese alternativa de estacionariedade. Já o teste KPSS, segundo Hobijn, Franses e Ooms (2004), assume como hipótese nula a estacionariedade da série. De acordo com a Tabela 2, ambos os testes feitos na série dos retornos concluem que a mesma é estacionária, ou

Tabela 2 – Resultados dos testes de raiz unitária

	Estatística	P-Valor
Retornos		
ADF	-7,42	0,01
KPSS	0,28	0,10
Volatilidade		
ADF	-5,54	0,01
KPSS	0,85	0,01

Nota: Elaboração própria.

seja, não possui raiz unitária. Já os resultados dos testes para a série de volatilidade são contraditórios, uma vez que o teste ADF indica estacionariedade e o teste KPSS não.

Para Perron e Qu (2010), essa contradição pode indicar a presença de mudanças estruturais na série, dado que a presença da mesma é facilmente confundida com raiz unitária no sentido que, com um processo estacionário contaminado por mudanças estruturais, a estimativa da soma das coeficientes é viesado para um e que os testes de hipótese nula de uma raiz unitária são tendenciosos para não rejeição. Outra possível causa seria a presença de memória longa na série temporal, de modo que a estimativa da soma das coeficientes também é viesado para um e a função de autocovariância exibe uma taxa lenta de decaimento. Essas questões deverão ser examinadas em extensões do artigo como, por exemplo, pela incorporação de memória longa nos modelos de heterocedasticidade condicional.

3.3 Modelagem da Volatilidade

Os modelos mais indicados para se trabalhar com séries financeiras que apresentam a variância condicional evoluindo no tempo são os modelos de volatilidade. Esses modelos são não-lineares no que se refere a variância, porém a volatilidade condicional é um processo latente, ou seja, não observável, o que torna a estimação mais complicada para os métodos tradicionais de inferência como, por exemplo, os estimadores de máxima verossimilhança.

O objetivo do modelo é modelar a volatilidade dos retornos dos ativos e, para isso, iremos considerar a seguinte série de retornos:

$$X_t = \ln \left(\frac{P_t}{P_{t-1}} \right) \quad (4)$$

Onde denotaremos $\mu_t = E(X_t|F_{t-1})$ e $h_t = Var(X_t|F_{t-1})$ como, respectivamente, a média e a variância condicional de X_t e com F_t denotando a informação passada até o período t, ou seja, $(X_t, X_{t-1}, \dots, X_1)$. A seguir será feita uma breve discussão a respeito modelos de volatilidade mais utilizados na literatura.

3.3.1 Modelo ARCH

Em seu artigo, Engle (1982) introduz os modelos auto-regressivos com heteroscedasticidade (ARCH) buscando estimar a variância da inflação para o Reino Unido. Segundo Morettin (2017), o retorno X_t é não autocorrelacionado porém a sua volatilidade (variância condicional) depende dos retornos passados por meio de uma função quadrática. Morettin (2017) define o modelo ARCH (r) da seguinte forma:

$$X_t = \sqrt{h_t} \varepsilon_t, \quad (5)$$

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 X_{t-1}^2 + \dots + \alpha_r X_{t-r}^2, \quad (6)$$

onde ε_t segue uma distribuição i.i.d (0,1), $\alpha_i \geq 0$ e $i > 0$.

De acordo com Morettin (2017), o modelo ARCH (r) trata os retornos positivos e negativos da mesma forma, dado que o quadrado dos retornos entram na equação da volatilidade. Entretanto, na prática a volatilidade reage de modo diferente a retornos positivos e negativos.

3.3.2 Modelo GARCH

Bollerslev (1986) propôs o modelo GARCH (p, q) como uma generalização do modelo ARCH (r), dado que o modelo muitas vezes requer muitos parâmetros para descrever de forma adequada o processo de volatilidade. O modelo GARCH (p, q) é definido por

$$X_t = \sqrt{h_t} \varepsilon_t, \quad (7)$$

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i X_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j h_{t-j}, \quad (8)$$

onde $\varepsilon_t \sim$ i.i.d (0,1), $\alpha_i \geq 0$, $\alpha_0 > 0$, $\beta_j \geq 0$, $j = 1, 2, \dots$ e $\sum_{i=1}^p (\alpha_i + \beta_i) < 1$.

Segundo Brockwell e Davis (2016), uma das principais características do modelo GARCH é que ele reflete a persistência da volatilidade, ou seja, grandes (pequenas) flutuações nos dados tendem a ser seguidas por flutuações de magnitude comparável. Isso acontece pois o modelo GARCH incorpora a correlação na sequência (h_t) de variâncias condicionais.

Conforme Brockwell e Davis (2016), a estimação dos coeficientes do modelo GARCH se dá pela maximização numérica da verossimilhança de $\tilde{X}_{p+1}, \dots, \tilde{X}_n$ condicionada aos valores conhecidos de $\tilde{X}_1, \dots, \tilde{X}_p$ e, assumindo zero para cada \tilde{Z}_t , $t \leq 0$ e $\hat{\sigma}^2$ para cada h_t , $t \leq 0$ onde $\hat{\sigma}^2$ é variância de $(\tilde{X}_1, \dots, \tilde{X}_n)$. A função de verossimilhança condicional a ser maximizada é dada por

$$L(\alpha_0, \dots, \alpha_p, \beta_1, \dots, \beta_q) = \prod_{t=p+1}^n \frac{1}{\sigma_t} \phi \left(\frac{\tilde{Z}_t}{\sigma_t} \right), \quad (9)$$

de modo que $\alpha_0, \dots, \alpha_p$ e β_1, \dots, β_q são os coeficientes e ϕ denota a densidade normal padrão.

3.3.3 Modelo de Volatilidade Estocástica

Conforme Morettin (2017), o modelo de volatilidade estocástica tem como premissa o fato que a volatilidade presente depende da volatilidade passada, entretanto é independente dos retornos passados. Os modelos de volatilidade estocástica se assemelham ao modelo GARCH (0,1), porém, a grande diferença se dá pela presença das inovações η_t na equação da variância (h_t). De acordo com Brockwell e Davis (2016), o modelo de volatilidade estocástica é dado por:

$$X_t = \sqrt{h_t} \varepsilon_t, \quad (10)$$

onde $\varepsilon_t \sim IIDN(0, 1)$ e $h_t = e^{l_t}$, no qual, o termo l_t é dado pelo seguinte processo AR (1) Gaussiano

$$l_t = \alpha_0 + \alpha_1 l_{t-1} + \eta_t, \quad (11)$$

no qual $|\alpha_1| < 1$, $\eta_t \sim IIDN(0, \sigma^2)$ e é independente de ε_t .

Com a adição das inovações η_t , segundo Tsay (2005), há um aumento na flexibilidade do modelo em descrever a evolução de σ_t^2 porém a desvantagem é que a estimação do modelo se torna mais complicada devido o fato da variância ser uma variável latente. De acordo com Brockwell e Davis (2016), os parâmetros a serem estimados são σ^2 , α_0 e α_1 . Esses parâmetros podem ser estimados pela maximização da função de máxima verossimilhança Gaussiana, que pode ser calculada utilizando o processo $Y_t = \ln X_t^2 - E[\ln X_t^2]$, de modo que satisfaça um modelo ARMA (1,1) para alguns coeficientes ϕ e θ no intervalo de (-1,1) tal que

$$Y_t - \phi Y_{t-1} = X_t + \theta X_{t-1}, X_t \sim RB(0, \sigma_X^2). \quad (12)$$

3.3.4 Modelo de Volatilidade Realizada

Conforme Andersen et al. (2003), os modelos de volatilidade tradicionais falham em acomodar prontamente as informações nos dados intradiários, e os modelos especificados para os dados intradiários geralmente falham em capturar os movimentos de volatilidade interdiários mais longos suficientemente bem.

Seguindo a apresentação de McAleer e Medeiros (2008), consideramos inicialmente um modelo no qual os retornos diários são dados pela equação (10), podemos supor que, em um dado t, o logaritmo dos preços do ativo são observados a cada momento (*tick-by-tick*). Logo,

$$X_{t,i} = \sqrt{h_{t,i}} \varepsilon_{t,i}, \quad (13)$$

onde temos que $p_{t,i}$, $i = 1, \dots, n_t$ para a i -ésima observação de preço durante o dia t e, n_t é o total de observações no dia t.

O i -ésimo retorno intraperíodo do dia t é dado por $X_{t,i} = \ln(P_{t,i}) - \ln(P_{t,i-1})$, de modo que

$$X_t = \sum_{i=0}^{n_t} X_{t,i}, \quad (14)$$

e

$$h_t = \frac{1}{n_t} \sum_{i=1}^{n_t} h_{t,i}. \quad (15)$$

McAleer e Medeiros (2008) define volatilidade realizada como o somatório do quadrado de todos os dados intradiários de alta frequência disponíveis. Logo,

$$RV_t^{(all)} = \sum_{i=0}^{n_t} X_{t,i}^2. \quad (16)$$

De acordo com Merton (1980), se os dados utilizados possuírem uma frequência suficientemente alta, é possível estimar a variância arbitrariamente em um intervalo fixo como a soma das realizações ao quadrado.

4 Resultados e Discussões

4.1 Efeito Maturidade

Para examinar o efeito maturidade, a variável tempo até a maturidade (TTM) foi incluída como uma variável exógena na equação de variância condicional de um modelo GARCH (1,1), de modo que sua especificação foi escolhida comparando os critérios de informação Bayesiano (BIC) para outras especificações. O modelo pode ser escrito da seguinte maneira

$$r_t = \mu + X_t, \quad X_t | \Omega_{t-1} \sim \text{i.i.d.}(0, h_t), \quad (17)$$

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 X_{t-1}^2 + \beta_1 h_{t-1} + \delta \text{TTM}_t, \quad (18)$$

onde r_t é o retorno dos contratos futuros para o dia t , TTM_t é o tempo até a maturidade, μ é a constante e X_t é o processo do termo de erro com média zero e variância condicional h_t . Os resultados da investigação do efeito maturidade baseada no modelo GARCH(1,1) se encontram na Tabela 3.

Tabela 3 – Resultados do modelo GARCH(1,1) utilizado para verificar o efeito maturidade

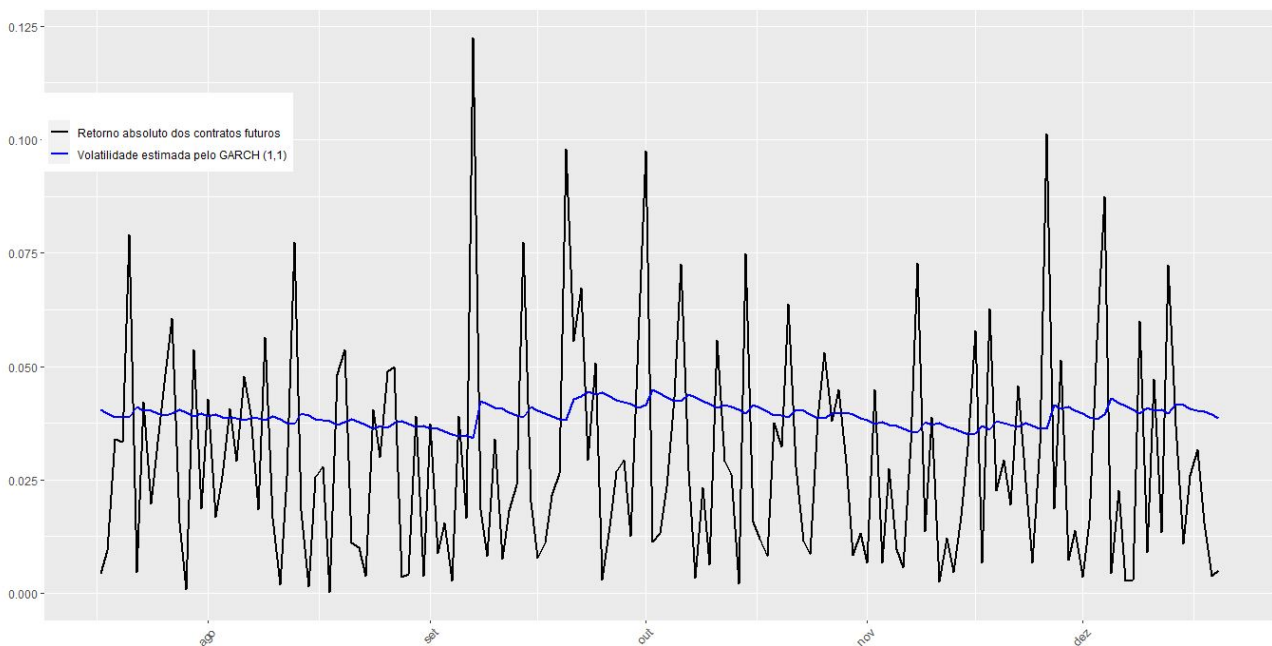
Variáveis	Coefficiente	Desvio padrão	Estatística t	P-valor
Intercepto da média (μ)	0,003	0,002	2,040	0,041
Intercepto da variância (α_0)	0,000	0,000	0,633	0,526
Retornos Passados	0,042	0,063	0,664	0,506
Variância C. Passada	0,941	0,088	10,719	0,000
TTM	0,000	0,000	0,000	1,000

Fonte: Elaboração Própria.

Podemos constatar que o tempo até a maturidade (TTM), variável utilizada para mensurar o efeito maturidade, não é estatisticamente significativa no modelo GARCH(1,1), logo, conclui-se que a hipótese de Samuelson ou efeito maturidade não é observado nos mercados futuros de Bitcoin, dado que a estimativa da variável tempo até a maturidade (TTM) deveria ser negativa e significativa.

Em relação ao restante das variáveis, a variância condicional passada se mostra estatisticamente significativa ao nível de 1% e, os retornos passados não se mostraram estatisticamente significantes. O intercepto da média (μ) é estatisticamente significativo ao nível de 5% enquanto o intercepto da variância (α_0) não se mostra significativo a nenhum nível. A figura 2 apresenta uma comparação entre a volatilidade estimada pelo modelo GARCH (1,1) e o retorno absoluto dos contratos futuros durante o período de julho a dezembro de 2021.

Figura 2 – Retorno absoluto dos contratos futuros comparado com a volatilidade estimada pelo modelo GARCH (1,1)



Fonte: Elaboração Própria.

4.2 Efeito do Fluxo de Informação

Visando verificar o efeito do fluxo de informação, duas regressões são realizadas utilizando o preço à vista do Bitcoin como variável *proxy* para a taxa de fluxo de informações. A primeira é feita regredindo a volatilidade realizada dos contratos futuros contra o tempo até a maturidade (TTM), de modo que

$$rv_t = \alpha + \beta TTM_t + \varepsilon_t \quad (19)$$

A segunda regressão é realizada regredindo a volatilidade realizada dos contratos futuros contra o tempo até a maturidade (TTM) e a volatilidade do preço à vista, fornecida pelo modelo GARCH (1,1). A equação da regressão é dada por

$$rv_t = \alpha + \beta TTM_t + \phi VolaVista_t + \varepsilon_t \quad (20)$$

De acordo com Bessembinder et al. (1996), se a correlação negativa entre a volatilidade dos preços e o tempo até a maturidade (TTM) for o mais significativo determinante do efeito maturidade, então, o coeficiente da variável tempo até a maturidade (TTM) deve permanecer negativo e significativo apesar da inclusão da variável volatilidade do preço à vista. O resultados das regressões foram obtidos com o procedimento da matriz de covariância consistente de heterocedasticidade de Newey e West (1987). A Tabela 4 compara o modelo com a inclusão da volatilidade do preço à vista e o modelo sem esta variável.

De acordo com a Tabela 4, podemos concluir que em ambas as regressões a variável tempo até a maturidade (TTM) não é estatisticamente significativa. Já a volatilidade do preço à vista, presente somente na segunda equação, é estatisticamente significativa ao nível de 1%.

Esses resultados são semelhantes aos encontrados por Kalev e Duong (2008) e Bessembinder et al. (1996) onde a inclusão da volatilidade do preço à vista tem efeito quase nulo sobre as estimativas

Tabela 4 – O efeito do fluxo de informações nos mercados futuros

	Intercepto	TTM	Volatilidade dos preços à vista
Antes da inclusão da volatilidade			
Estimativas	0,002	-0,000	
P-valor	0,000	0,245	
Depois da inclusão da volatilidade			
Estimativas	-0,004	-0,000	0,143
P-valor	0,000	0,868	0,000

Fonte: Elaboração Própria.

e significância dos parâmetros da variável tempo até a maturidade (TTM), logo, por mais que o fluxo de informação tenha um papel na explicação da volatilidade dos preços futuros, ele não é o principal determinante para o suporte do efeito maturidade.

4.3 Hipótese da Covariância Negativa

De acordo com Duong e Kalem (2008), a hipótese de covariância negativa postula que o efeito maturidade possui maior probabilidade de ser observado em mercados que possuem uma covariância negativa entre mudanças no preço à vista e mudanças nos custos líquidos de carregamento. A equação (21) representa os custos líquidos de carregamento (c_t), de modo que segundo Bessembinder et al. (1995), c_t é a diferença entre o logaritmo natural dos preços futuros (f_t) e os preços à vista (s_t) dividido pelo tempo até a maturidade (TTM_t).

$$c_t = \frac{(f_t - s_t)}{TTM_t}. \quad (21)$$

A hipótese de covariância negativa é investigada utilizando a regressão (22), onde Δc_t representa as mudanças nos custos líquidos de carregamento e ΔS_t as mudanças nos preços à vista.

$$\Delta c_t = \alpha_0 + \alpha_1 \Delta S_t + \varepsilon_t. \quad (22)$$

Conforme Duong e Kalem (2008), o efeito maturidade tende a ser mais forte para mercados que possuem uma covariância grande, significativa e negativa ($\alpha_1 < 0$). Para seguir Duong e Kalem (2008), o custo de carregamento líquido foi multiplicado por 25.000, de modo a ser interpretado como uma porcentagem anualizada. Os resultados dessa regressão foram obtidos com o procedimento da matriz de covariância consistente de heterocedasticidade de Newey e West (1987) e estão disponíveis na Tabela 5.

Tabela 5 – Resultados da regressão do teste da hipótese de covariância negativa

	Intercepto	Varição nos Preços à Vista (ΔS_t)
Estimativas	0,049	-0,001
P-valor	0,548	0,000

Fonte: Elaboração Própria

Observando os resultados da Tabela 5, podemos concluir que a estimativa do coeficiente da variação nos preços à vista é negativa e estatisticamente significativa à 1%, porém possui uma menor magnitude quando comparado à outros mercados que possuem efeito maturidade comprovado, tais como mercados futuros de commodities.

5 Conclusão

Este artigo investiga o efeito maturidade com base em dados intradiários de contratos futuros trimestrais de Bitcoin negociados na maior exchange de criptomoedas do mundo em termos de volume de negociação, a chamada Binance, durante o período de 11/06/2020 a 31/12/2021. Visto que a investigação do efeito maturidade nos mercados de Bitcoin possui uma literatura limitada, este estudo fornece evidências com base na utilização de regressões de MQO com volatilidade realizada e, também, um modelo GARCH (1,1).

O efeito maturidade foi verificado no modelo GARCH (1,1) pela inclusão da variável tempo até a maturidade (TTM), a qual não se mostrou estatisticamente significativa a nenhum nível. As regressões que visavam verificar o efeito do fluxo de informações nos mercados futuros permaneceram quase idênticas, independentemente da inclusão ou omissão da volatilidade dos preços à vista (a *proxy* do fluxo de informação) na regressão. A variável de variação nos preços à vista no teste da hipótese de covariância negativa possui uma estimativa negativa e estatisticamente significativa, mas a hipótese não pode ser comprovada devido ao seu baixo valor.

Os mercados futuros de criptomoedas são novos e ainda precisam ser muito estudados, para próximos trabalhos a respeito do tema sugere - se aumentar o tamanho da amostra com a incluindo outras criptomoedas, tais como Ethereum e Ripple dado que estas são as maiores em termos de valor de mercado.

Referências

- ANDERSEN, T. G. et al. Modeling and forecasting realized volatility. *Econometrica*, Wiley Online Library, v. 71, n. 2, p. 579–625, 2003. 2, 10
- BESSEMBINDER, H. et al. Mean reversion in equilibrium asset prices: Evidence from the futures term structure. *The Journal of Finance*, Wiley Online Library, v. 50, n. 1, p. 361–375, 1995. 13
- BESSEMBINDER, H. et al. Is there a term structure of futures volatilities? reevaluating the samuelson hypothesis. *Reevaluating the Samuelson Hypothesis*, 1996. 12
- BOLLERSLEV, T. Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. *Journal of econometrics*, Elsevier, v. 31, n. 3, p. 307–327, 1986. 9
- BROCKWELL, P. J.; DAVIS, R. A. Time series models for financial data. In: *Introduction to Time Series and Forecasting*. [S.l.]: Springer, 2016. p. 195–226. 9, 10
- CHAREMZA, W. W.; HRISTOVA, D.; BURRIDGE, P. Is inflation stationary? *Applied Economics*, Taylor & Francis, v. 37, n. 8, p. 901–903, 2005. 7
- DAAL, E.; FARHAT, J.; WEI, P. P. Reexamining the maturity effect using extensive futures data. 2003. 5
- DUONG, H. N.; KALEV, P. S. The samuelson hypothesis in futures markets: An analysis using intraday data. *Journal of Banking & Finance*, Elsevier, v. 32, n. 4, p. 489–500, 2008. 2, 5, 13
- ENGLE, R. F. Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of united kingdom inflation. *Econometrica: Journal of the econometric society*, JSTOR, p. 987–1007, 1982. 8
- GUO, Z.-Y. Price volatilities of bitcoin futures. *Finance Research Letters*, Elsevier, p. 102022, 2021. 5, 6
- HOBIIJN, B.; FRANSES, P. H.; OOMS, M. Generalizations of the kpss-test for stationarity. *Statistica Neerlandica*, Wiley Online Library, v. 58, n. 4, p. 483–502, 2004. 7
- HOU, A. J. et al. Pricing cryptocurrency options: The case of bitcoin and crix. *Available at SSRN 3159130*, 2019. 2
- HULL, J. C. *Options futures and other derivatives*. [S.l.]: Pearson Education India, 2003. 3, 4
- KALEV, P. S.; DUONG, H. N. A test of the samuelson hypothesis using realized range. *Journal of Futures Markets: Futures, Options, and Other Derivative Products*, Wiley Online Library, v. 28, n. 7, p. 680–696, 2008. 6, 12
- MCALCER, M.; MEDEIROS, M. C. Realized volatility: A review. *Econometric reviews*, Taylor & Francis, v. 27, n. 1-3, p. 10–45, 2008. 2, 10
- MERTON, R. C. On estimating the expected return on the market: An exploratory investigation. *Journal of financial economics*, Elsevier, v. 8, n. 4, p. 323–361, 1980. 10
- MILONAS, N. T. Price variability and the maturity effect in futures markets. *Journal of futures markets*, Wiley Online Library, v. 6, n. 3, p. 443–460, 1986. 5, 6

- MORETTIN, P. A. *Econometria financeira: um curso em séries temporais financeiras*. [S.l.]: Editora Blucher, 2017. 8, 9
- NEWKEY, W. K.; WEST, K. D. Hypothesis testing with efficient method of moments estimation. *International Economic Review*, JSTOR, p. 777–787, 1987. 12, 13
- PERRON, P.; QU, Z. Long-memory and level shifts in the volatility of stock market return indices. *Journal of Business & Economic Statistics*, Taylor & Francis, v. 28, n. 2, p. 275–290, 2010. 8
- SAMUELSON, P. A. Proof that properly anticipated prices fluctuate randomly. In: *The world scientific handbook of futures markets*. [S.l.]: World Scientific, 1965. p. 25–38. 2, 5
- SERLETIS, A. Maturity effects in energy futures. *Energy Economics*, Elsevier, v. 14, n. 2, p. 150–157, 1992. 6
- TSAY, R. S. *Analysis of financial time series*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2005. v. 543. 10