

# Abordagem de saltos condicionais para modelos GARCH: Um estudo empírico para o mercado de petróleo

Max Cardoso de Resende - UFPEL: e-mail: max\_resende@hotmail.com  
Evandro Castro Pedro - UFSC: e-mail: evandro.castro@live.com

## ÁREA DE SUBMISSÃO: 8 - ECONOMETRIA

### Resumo

Este artigo estuda a dinâmica comportamental na série de retornos do petróleo à vista do tipo *light* (WTI) de janeiro de 2010 a setembro de 2014, onde o comportamento instável deste mercado é resultado de choques geopolíticos, desastres ambientais e crises financeiras como a Primavera Árabe, a Explosão da plataforma *Deepwater* e o rebaixamento das notas de títulos de grandes bancos. Para tanto, foram utilizadas quatro especificações do modelo de saltos condicionais proposto por Chan & Maheu (2002) para modelar a dinâmica de eventos críticos. Dentre os vários resultados, verificou-se que as variações no preço do petróleo podem ser especificadas através de saltos condicionais que são variantes no tempo, porém pouco sensíveis a choques passados e de persistência de curtíssimo prazo. Ademais, encontrou-se evidências de que em uma janela temporal inferior a um mês, a intensidade de um segundo salto é maior e com decaimento mais sutil em relação ao primeiro.

*Palavras-chave:* Petróleo WTI, Modelos ARJI - GARCH, Saltos condicionais.

### Abstract

This research analyzes the behavioral dynamics in daily oil returns (WTI) from January 2010 to September 2014, where the unstable behavior of this market is the result of geopolitical shocks, environmental disasters and financial crises such as the Arab Spring, the explosion of the Deepwater Platform and the downgrade of banknotes. For this, four specifications of the conditional jumps model proposed by Chan & Maheu (2002) were used to model the dynamics of critical events. Among several results, it was verified that the variations in petroleum's price can be specified by conditional jumps that are time-variants, but little sensitive to past shocks and has a very short-term persistence. In addition, evidence was found that in a time window of less than a month, the intensity of the second jump is larger and with a smoother reversion to its mean than the first one.

*Keywords:* Crude Oil WTI, ARJI-GARCH Models, Conditional jumps.

JEL: C58, G13, G15.

# 1 Introdução

O petróleo é a principal fonte de energia do mundo, além de constituir a base da economia produtiva. Essa posição de destaque gera preocupações de investidores, produtores e formuladores de política em razão do comportamento instável de seu nível de preço e padrão de volatilidade, o que justifica a necessidade de investigação de sua dinâmica para fins de formação de política econômica, estratégias de *trading*, estrutura de custos e receitas das empresas do setor e decisões de investimento em outras fontes de energia.

Desde o final dos anos 1990, os níveis de preços do petróleo e sua volatilidade<sup>1</sup> elevaram-se consideravelmente, mudando de trajetória e comportamento de acordo com o cenário político-econômico mundial. Segundo Harris & Sollis (2003), esse aumento de preço gera preocupações tanto no contexto teórico quanto no prático. Em relação ao primeiro, a disponibilidade em alta frequência dos dados do preço do petróleo, mostrou que há evidências de correlações estatisticamente significativas entre observações distantes e possibilidade de heterocedasticidade condicional, ou seja, a volatilidade varia no tempo. Quanto ao segundo, as oscilações no preço provocam instabilidades macroeconômicas tanto nos países exportadores quanto nos dependentes da commodity, além de introduzir incerteza e risco ao mercado financeiro. Assim, tanto os governos quanto os investidores estão interessados na extensão da volatilidade do preço do petróleo para tomar as melhores decisões de políticas e investimento.

Conforme Laurini *et al.* (2016) e Oliveira & Pereira (2017), esse aspecto comportamental dos preços da *commodity* implica em retornos com características semelhantes de uma série financeira temporal qualquer, conhecidos como fatos estilizados (Tsay, 2005), tais como: retorno médio próximo a zero e distribuição levemente assimétrica; aglomerados de volatilidade; e, curtose elevada, o que torna possível a identificação de eventos extremos e volatilidade variante no tempo, influenciando na especificação adequada da distribuição dos retornos.

Percebe-se que independentemente dos fatos que causam oscilações no nível de preço do petróleo, a análise, a compreensão da reação e a persistência desses efeitos sobre o preço da *commodity* é relevante para os mais variados agentes econômicos. Nesse contexto, a literatura destaca que a técnica comumente utilizada para especificar a volatilidade do preço do petróleo consiste na parametrização GARCH de heterocedasticidade condicional (Larsson & Nossman, 2011; Laurini *et al.*, 2016). Todavia, segundo Ely (2013) ao se trabalhar com tempo discreto, a técnica GARCH explica somente mudanças sutis e persistentes na volatilidade e não mudanças bruscas na série de retornos.

Para modelar a ocorrência de saltos e a presença de uma volatilidade persistente nos preços do petróleo, uma literatura abrangente foi desenvolvida para analisar tais fenômenos. Podemos citar como exemplos recentes desta literatura Chiou & Lee (2009), Gronwald (2012), Ozdemir *et al.* (2013), Laurini *et al.* (2016) e Oliveira & Pereira (2017), os quais, no geral, apresentaram resultados que comprovam que os modelos de saltos condicionais são uma ferramenta útil para capturar movimentos de preços estimulados por fenômenos inesperados e que uma parte considerável da variância pode ser atribuída aos saltos, que os leva a concluir que movimentos extremos de preços estão presentes e a distribuição empírica da mudança do preço do petróleo tem caudas pesadas. Todavia, ressaltam que diante do aumento recente na volatilidade deste mercado, os movimentos de preço que podem ser explicados pelo parcela dos saltos, tem se tornado menos frequente.

---

<sup>1</sup>Para fins deste trabalho, utiliza-se a definição de volatilidade apresentada por Bollerslev (1986):  $\sigma_t^2 = \omega + \alpha \varepsilon_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2$ ;  $\alpha > 0, \beta > 0, \alpha + \beta < 1$ , em que  $\alpha$  e  $\beta$  são os termos ARCH e GARCH, respectivamente.

Diante da relevância da *commoditie* nos diferentes cenários econômicos, este artigo estuda a dinâmica dos retornos do mercado de petróleo do tipo leve WTI (*West Texas Intermediate*), de janeiro de 2010 a setembro de 2014, com o intuito de melhor entender movimentos extremos e repentinos nos preços dessa *commoditie* desencadeados por eventos informacionais não esperados, tais como: crises financeiras, desastres ambientais ou notícias de problemas relacionados à sua produção.

Para o estudo empírico, foram utilizadas quatro especificações para a metodologia de saltos auto-regressivo *ARJI – GARCH*, desenvolvida por Chan & Maheu (2002), que os saltos ocorreram em diferentes tamanhos e frequência. Esta classe de modelos e extensões bivariadas foram aplicadas com sucesso aos retornos do mercado de ações (Maheu & McCurdy, 2004; Laurini *et al.*, 2016), taxas de câmbio (Chan, 2004; Ely, 2013) e preços do cobre (Chan & Young, 2006). Com base nesse instrumental, esta pesquisa tem como objetivo responder as seguintes perguntas: i) qual a intensidade dos saltos condicionais na série de retornos do petróleo ao longo do período analisado? ii) os saltos aparecem de maneira persistente ou se comportam como ruído branco? iii) qual o efeito do tamanho médio dos saltos na variação das taxas de retorno do petróleo? Ao responder estes questionamentos, este artigo busca fornecer evidências sobre como a chegada de novos eventos influenciam a dinâmica do mercado de petróleo.

Destarte, este estudo fornece evidências de comportamento *GARCH* e do surgimento de saltos discretos nos retornos diários do preço do petróleo, o que significa que a distribuição empírica de suas variações tem caudas espessas. Além disso, a persistência dos saltos apresentou um caráter de curtíssimo prazo e, em consequência, os preços não se acomodam em uma tendência de longo prazo, o que gera efeitos consideráveis nas análises de previsão, volatilidade, gerenciamento de risco e precificação de derivativos.

O artigo está organizado em 6 seções. Além desta introdução, a Seção 2 traz uma revisão teórica da literatura que investiga o comportamento dos preços do petróleo, a Seção 3 descreve a metodologia de saltos condicionais desenvolvida por Chan & Maheu (2002), a Seção 4 apresenta as estatísticas descritivas dos dados utilizados no trabalho, a Seção 5 os resultados das estimações para os modelos propostos e, por último, a Seção 6 apresenta as conclusões.

## 2 Revisão da literatura

Segundo Hamilton (2008) e Gronwald (2009), a literatura contemporânea apresenta três abordagens principais para explicar o comportamento dos preços do petróleo. A primeira, refere-se à investigação estatística das correlações da série histórica de preços, que mostra que as mudanças no preço real da *commoditie* têm a tendência histórica de serem permanentes, difíceis de prever e influenciadas por diferentes regimes de preços ao longo do tempo. A segunda abordagem, abrange as predições da teoria econômica sobre como os preços devem se comportar ao longo do tempo, e que o primeiro modelo apresentado com esta finalidade foi desenvolvido por Hotelling (1931), em que afirmava que o preço do óleo, por ser um produto exaurível, deveria crescer na mesma taxa dos *FED Funds*<sup>2</sup> e, sempre que possível, ter seu preço superior ao custo marginal de produção. A isso, se seguiu vários outros trabalhos que passaram a incorporar questões de arbitragem de estoque, derivativos financeiros e escassez.

---

<sup>2</sup>Taxa de juros interbancária base dos Estados Unidos.

Enquanto as duas primeiras interpretações se concentram em aspectos estatísticos dos preços da *commoditie*, a terceira abordagem trata de características microeconômicas gerais, a partir da análise da relação entre os determinantes da oferta e da demanda neste mercado. Em termos de determinantes da demanda, a elasticidade preço da demanda é baixa e tem decrescido ao longo dos últimos 20 anos, enquanto que a elasticidade renda é próxima a 1 em países com desenvolvimento tardio (or exemplo, Brasil e Rússia) e bem abaixo de 1 em países como Estados Unidos e Inglaterra. Por sua vez, a interpretação da oferta é distorcida devido às intervenções da OPEP<sup>3</sup>, o que gera instabilidades e clusters de volatilidade nos retornos para o petróleo.

O debate acerca do comportamento do preço do petróleo chamou a atenção de estatísticos e econométricos, os quais desenvolveram inúmeros trabalhos com o intuito de compreender a dinâmica e a volatilidade do preço do hidrocarboneto (Sadorsky (1999), Pindyck (2001), Askari & Krichene (2008), Gronwald (2012)), a partir das mais variadas técnicas. A evidência real de que os preços do óleo apresentam volatilidade elevada e sofrem mudanças drásticas repentinas, como por exemplo, em períodos de guerra (Guerra do Golfo, Invasão do Iraque em 2003), crises políticas (Primavera Árabe) e crises financeiras, como as ocorridas ao final da década de 1990 (Tigres Asiáticos e da Rússia) e, mais recentemente, a crise financeira deflagrada em 2008, são algumas das razões que justificam o uso de ferramentas matemáticas para a melhor análise do mercado de petróleo.

Ao longo dos anos, uma série de regularidades empíricas têm sido identificadas nos retornos diários de variáveis financeiras, das quais as principais são: os retornos dos ativos são uma sequência de diferenças de *martingale*; os retornos apresentam pequena autocorrelação, mas não grande o suficiente para gerar operações de arbitragem; a volatilidade dos retorno tende a se agrupar, ou seja, altos retornos tendem a se suceder, por exemplo; a variância condicional é variante no tempo e que a distribuição incondicional é leptocúrtica.

Em relação ao uso das técnicas econométricas, a literatura tradicional em dinâmica de volatilidade indica que o modelo GARCH traz uma boa aproximação em relação a esses fatos estilizados, através da parametrização da estrutura autorregressiva da variância condicional e que fora feito para capturar mudanças suaves e persistentes na volatilidade mas, que não tem a capacidade de tratar grandes mudanças discretas que ocorrem nos retornos dos ativos (Ely, 2013).

Diante desta problemática, vários trabalhos analisaram a importância de mudanças bruscas nas séries de retornos (Sadorsky (1999), Kim & Mei (2001), Jorion (1988), Lobo (1999), Fortune *et al.* (1999) Larsson & Nossman (2011)), sendo que o modelo base para a análise de saltos foi proposto inicialmente por Press (1967), onde o comportamento dos mesmos era governado por uma distribuição de *Poisson*<sup>4</sup>. Após isso, vários estudos empíricos testaram a viabilidade desses modelos. Especificamente para o caso do petróleo, Andersen *et al.* (2007), Chiou & Lee (2009) e Gronwald (2012) concluíram que tais modelos geram estatísticas satisfatórias e corroboram com a interpretação do comportamento dos retornos diários do óleo.

Chan & Maheu (2002) partiram da premissa que os saltos são utilizados para modelar eventos aleatórios e, por isto, apresentam a capacidade de capturar mudanças suaves ou bruscas na volatilidade da série de preço e sua intensidade pode variar ao longo do tempo, segundo um processo autorregressivo de média móvel (ARMA). Essa parametrização da intensidade do salto (ARJI) fornece um canal para a probabilidade do salto futuro depender da dinâmica his-

---

<sup>3</sup>Organização dos Países Exportadores de Petróleo.

<sup>4</sup>Distribuição probabilística, normalmente, utilizada para modelar a frequência de ocorrências de um evento em um intervalo de tempo ou espaço.

tórica de saltos. Essa especificação, ao dar ao salto uma tendência dinâmica, apresenta várias implicações: primeiro, dado que a intensidade do salto segue uma forma funcional ARMA, que é governada por uma distribuição de *Poisson* serialmente correlacionada, o torna capaz de capturar várias formas de autocorrelação; segundo, o modelo é fácil de ser estimado e tanto a técnica de máxima verossimilhança quanto a inferência assintótica podem ser utilizadas; terceiro, obtêm-se um produto derivado da estimação, o filtro, que fornece inferências *ex post* da dinâmicas de alto; e, por último, não é necessário nenhum método de simulação para a estimação do modelo.

A fim de analisar o comportamento dinâmico da cotação dos preços do petróleo, [Gronwald \(2012\)](#) aplicou o modelo ARJI-GARCH, a série de retornos diários do petróleo, para o período de março de 1983 a novembro de 2008. Os exercícios econométricos mostraram que existem fortes evidências de um comportamento GARCH, bem como da intensidade do salto condicional nas mudanças diárias nos preços do petróleo. Conclui-se que a heterocedasticidade condicional está presente, que a distribuição empírica das mudanças nos preços do petróleo tem caudas grossas (*fat tails*), isto é, a frequência de observações muito distantes da média da distribuição é muito maior que a apresentada pela distribuição normal, que o preço da *commoditie* é muito sensível às notícias e, em consequência, não se acomoda em uma tendência de longo prazo. Indo ao encontro de tais resultados, [Horan et al. \(2004\)](#) verificaram que a volatilidade implícita aumenta com a aproximação das reuniões da OPEP (Organização dos Países Exportadores de Petróleo), seguida de uma forte queda (4%) após o primeiro dia do encontro e uma mais sutil ao longo de um período de cinco dias.

Em relação à literatura nacional, [Laurini et al. \(2016\)](#) estimaram um modelo multivariado de saltos com o objetivo de investigar a sua presença na média e variância condicional nos retornos dos preços do petróleo dos tipos WTI e Brent e das ações de determinadas empresas do setor, Petrobras, Exxon, Chevron e British Petroleum (BP). A metodologia desenvolvida pelos autores combina a proposta original de [Qu & Perron \(2013\)](#) acerca da estrutura aleatória de saltos no nível de volatilidade e a probabilidade de eventos bruscos comuns apresentada em [Laurini & Mauad \(2015\)](#), a qual realiza uma decomposição da variância condicional de cada ativo como a soma do fator comum mais um fator transitório específico em uma estrutura de volatilidade estocástica multivariada. Entre as diversas conclusões, destaca-se a existência de correlação entre as séries financeiras tratadas e que ambos os tipos de petróleo assim como os retornos para as empresas Chevron e Exxon, mostram parâmetros de persistência da volatilidade relativamente baixos quando comparados à Petrobras e à BP. Isso significa que sua reversão para o nível médio de volatilidade é mais rápida, indicando uma dinâmica de volatilidade mais autônoma para a Petrobras e a BP em relação aos choques nos preços do petróleo.

[Oliveira & Pereira \(2017\)](#) investigaram os choques dos preços do petróleo e a persistência da volatilidade em modelos *GARCH*, *GARCH* com mudanças de regime (*MS – GARCH*) e modelo de variância incondicional com mudança de regime markoviano (*MSIH*). Os resultados sugerem que os retornos do petróleo exibem características comuns aos retornos financeiros e que termos de desempenho preditivo nos períodos de baixa volatilidade o modelo *MSIH* apresenta resultados melhores, todavia, em momentos de alta volatilidade, os modelos *GARCH* e *MS – GARCH* obtiveram melhor performance. Por fim, ressaltam que os modelos tradicionais de série financeira apresentam uma aderência limitada aos dados devido às quebras estruturais, além de descrever a volatilidade com maior persistência, porém, no modelo *MS – GARCH*, a volatilidade reduz seu nível mais rapidamente ao invés de suavizar o choque por um longo período

Em suma, os trabalhos apresentados mostram como a chegada de novas informações ou eventos bruscos influenciam a dinâmica do mercado de petróleo através do surgimento de saltos discretos e que a literatura nacional ainda carece de estudos em relação ao tema.

### 3 O modelo dinâmico de saltos condicionais

A ideia central dos modelos dinâmicos de saltos condicionais é de agregar um componente a uma série que possibilite modelar a ocorrência de variações bruscas na mesma. Essas variações ocorrem em função da chegada de novos eventos informacionais, intervenções políticas, choques de tecnologia, etc.

Para interpretar a ocorrência desses saltos, [Chan & Maheu \(2002\)](#) propuseram um modelo dinâmico condicional de salto em tempo discreto para retornos de ativos financeiros em que utiliza a parametrização  $GARCH(p, q)$  da volatilidade, devido a presença de heteroscedasticidade condicional na série.

Define-se o conjunto de informações no tempo  $t$  como o histórico de retornos,  $\Phi_t$ , o modelo de saltos condicionais para o retorno de uma série financeira qualquer pode ser assim escrito:

$$R_t = \mu + \sum_{i=1}^l \phi_i R_{t-1} + \sqrt{h_t} z_t + \sum_{i=1}^{n_t} Y_{t,k}, \quad (1)$$

$$h_t = \omega + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^p \beta_i h_{t-i} \quad (2)$$

em que  $z_t \sim NID(0, 1)$  é um ruído branco;  $Y_{t,k} \sim N(\theta_t, \delta_t^2)$  o tamanho do salto condicional ao histórico de retornos do período anterior ( $\Phi_{t-1}$ ) que se distribui normalmente, com média  $\theta_t$  e variância  $\delta_t^2$ ;  $\mu$  é a média condicional do processo;  $\Phi_i$  são os parâmetros autorregressivos do modelo,  $h_t$  é a variância condicional (volatilidade) que segue um processo  $GARCH(p, q)$ ,

em que  $\varepsilon_t = R_t - \mu + \sum_{i=1}^l \phi_i R_{t-1} - \lambda_t \theta_t$ . Perceba que esta especificação do erro  $\varepsilon_t$  contém o componente dos saltos esperado e sua expectativa condicional, e é esta estrutura que permite com que os saltos afetem a volatilidade através do fator de variância  $GARCH(h_t)$ .

Permita que  $n_t$  seja o número de saltos que ocorre entre os períodos  $t-1$  e  $t$  e que siga uma distribuição de *Poisson* com parâmetro  $\lambda_t$ :

$$P(n_t = j | \Phi_{t-1}) = \frac{\exp(-\lambda_t) \lambda_t^j}{j!}, \quad j = 0, 1, 2, \dots, \quad (3)$$

$\lambda_t$  representa tanto a média quanto a variância do processo, sendo conhecido como a intensidade dos saltos. Para o modelo em estudo, denotado  $ARJI(r, s)$ ,  $\lambda$  segue um processo autorregressivo de médias móveis (ARMA(1,1)) definido por:

$$\lambda_t = \gamma_0 + \rho_1 \lambda_{t-1} + \gamma_2 \xi_{t-1}. \quad (4)$$



Assuma que  $\lambda_t \equiv E[n_t|\Phi_{t-1}]$  representa a expectativa condicional do número de saltos que ocorrerá no período  $t$  dado o conjunto de informações  $\Phi_{t-1}$  e que é relacionada com  $r$  defasagens da intensidade do salto mais as defasagens de  $\xi_t$  e para garantir que  $\lambda_t$  seja sempre positivo, se estabelece como condições suficientes que  $\gamma_0 > 0$ ,  $\gamma_1 \geq \gamma_2$  e  $\gamma_2 > 0$ . Assim, a Equação (4) identifica mudanças sistemáticas na quantidade média de saltos por período.

O erro *ex post*  $\xi_{t-1}$  captura o número de saltos não previstos para o período anterior. Este choque ou imprevisibilidade que afeta a média condicional do processo  $n_{t-1}$  é:

$$\xi_{t-1} = E(n_{t-1}|\Phi_{t-1}) - \lambda_{t-1} = \sum_{j=0}^{\infty} jP(n_{t-i} = j|\Phi_{t-i}) - \lambda_{t-i}, \quad (5)$$

em que, o primeiro termo da equação (5) do lado direito reporta o número médio de saltos em  $t - i$  de acordo com a informação em  $t - i$ , enquanto o segundo é a nossa expectativa sobre o número de saltos baseado em informações disponíveis em  $t - i - 1$ .

Diante da probabilidade de ocorrência de saltos não observados afetarem os retornos  $R_t$  é necessário um filtro para fazer a inferência probabilística do número de saltos. Usando a regra de Bayes, esse filtro é assim definido:

$$P(n_t = j|\Phi_t) = \frac{P(R_t|n_t = j, \Phi_t) P(n_t = j|\Phi_{t-1})}{\sum_{j=0}^{\infty} f(R_t|n_t = j, \Phi_{t-1}) P(n_t = j|\Phi_{t-1})}, \quad j = 0, 1, 2, \dots, \quad (6)$$

onde, o termo do denominador representa a função de densidade condicional dos retornos e o número máximo de saltos que pode ocorrer em um dia foi truncado em 20, dado que na prática a probabilidade de ocorrência de um número de saltos maior que 20 é quase nula,  $P(n_t = j|\Phi_{t-1})$  é originário de (3). O filtro é um componente importante do modelo de saltos dinâmicos, uma vez que ele é inserido no cálculo da intensidade do salto residual ( $\xi_{t-1}$ ) e por motivos de inferência.

A implementação do modelo *GARCH* implica na construção de uma função de verossimilhança (Enders (2008)) e que foi construída a partir das interações entre funções (4) e (6) das suposições implícitas em (1):

$$f(R_t|n_t = j, \Phi_{t-1}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}(h_t + j\delta_t^2)} * \exp\left(-\frac{\left(R_t - \mu - \sum_{i=1}^l \phi_i R_{t-i} - \theta_t j\right)^2}{2(h_t + j\delta_t^2)}\right), \quad (7)$$

Como a intensidade do salto  $\lambda_t$  é definida por um processo *ARMA*( $r, s$ ) (Equação 4) e que a intensidade residual  $\xi_t$  pode ser vista como uma diferença de martingale da forma:

$$[E(\xi_t|\Phi_{t-1}) = E(E(n_t|\Phi_{t-1})|\Phi_{t-1}) - \lambda_t = \lambda_t - \lambda_t = 0 \quad (8)$$

em que  $E(\xi_t) = 0$  e  $\text{cov}(\xi_t, \xi_{t-i}) = 0$ ,  $i > 0$ , podemos derivar o valor da média incondicional de  $\lambda_t$  que será usada como um dos valores iniciais para a definição do valor da função de verossimilhança do modelo *GARCH*:

$$E(\lambda_t) = \frac{\lambda_0}{1 - \sum_{i=1}^r p_i}. \quad (9)$$

O valor para a média incondicional de  $\lambda_t$  irá existir se  $ARMA(r, s)$  for um processo estacionário ( $|\rho_1| < 1$ ) e então a previsão da intensidade dos saltos futuros no caso em que  $r = s = 1$ , teremos:

$$E(\lambda_{t+i}|\Phi_{t-1}) = \lambda_t; \quad i = 0 \quad (10)$$

$$E(\lambda_{t+i}|\Phi_{t-1}) = \rho^i \lambda_t + \lambda_0 \sum_{j=0}^{i-1} \rho^j; \quad i \geq 1. \quad (11)$$

tal que se  $|\rho| < 1$  quando  $i \rightarrow \infty$ , a previsão tende ao valor incondicional descrita na Equação (9).

Para garantir que  $\lambda_i > 0$ , assume-se como condições suficientes para  $\lambda_t > 0$ , para qualquer  $t$ , que  $\lambda_0 > 0$ ,  $\rho_i \geq \gamma_i$  e  $\gamma_i \geq 0$ . Destarte, para a estimação do modelo do modelo ARJI defini-se como valor inicial de  $\lambda_i$  o valor da média incondicional da intensidade dos saltos definida na Equação (9) e  $\xi_i = 0$ . Intuitivamente, a dinâmica da intensidade condicional do salto sugere que caso se obtenha  $\xi_t > 0$ , isto significa que a intensidade do salto está temporariamente se distanciando de sua média incondicional, portanto, o modelo é eficiente em diagnosticar mudanças sistemáticas na probabilidade de salto nesse mercado.

Tem-se que a média condicional e a variância condicional dos retornos para o modelo  $ARJI - GARCH$  são:

$$E[R_t|\Phi_{t-1}] = \mu + \sum_{i=1}^l \phi_i R_{t-1} + \theta_t \lambda_t \quad (12)$$

e

$$\text{var}[R_t|\Phi_{t-1}] = h_t + (\delta_t^2 + \theta_t^2) \lambda_t \quad (13)$$

onde  $\theta_t$  se  $\delta_t$  representam respectivamente a média e a variância condicional do tamanho do salto no modelo estimado. Intuitivamente, a evolução da intensidade do salto condicional no modelo  $ARJI$  sugere que ela está temporariamente se afastando da média incondicional do número de saltos. Destarte, este modelo efetivamente captura mudanças sistemáticas no risco de salto no mercado.

Até aqui é a dinâmica condicional que governa o número de saltos, entretanto, a distribuição do tamanho do salto, que é assumida por hipótese como gaussiana, também pode mudar e exibir a dinâmica condicional. Nesse contexto, uma terceira extensão da abordagem de saltos condicionais, nomeado  $ARJI - R_{t-1}^2$ , apesar de sugerir o mesmo tratamento para a  $\lambda_t$ , permite que a média condicional e a variância condicional dos saltos seja uma função dos retornos passados do petróleo, assim:

$$\theta_t = \eta_0 + \eta_1 R_{t-1} D(R_{t-1}) + \eta_1 R_{t-1} (1 - D)(R_{t-1}) e \quad (14)$$

$$\delta_t^2 = \zeta_0^2 + \zeta_1 R_{t-1}^2, \quad (15)$$

em que  $D(x) = 1$  se  $x > 0$  e zero caso contrário, enquanto que  $\eta_0$ ,  $\eta_1$ ,  $\eta_2$ ,  $\zeta_0$  e  $\zeta_1$  devem ser estimados. Essa especificação permite a presença de assimetria, isto é, caso no período imediante anterior ao atual, o mercado de petróleo tenha gerado ganhos, então, a média condicional do tamanho do salto hoje será  $\eta_0 + \eta_1 R_{t-1}$ ,  $\eta_0 + \eta_2 R_{t-1}$ . Por exemplo, se  $\eta_1 < 0$  e  $\eta_1 < 0$  retornos positivos diminuem a média dos saltos na próxima observação, gerando uma tendência de reversão do mercado. Por fim, essa extensão também investiga se a variação do tamanho do salto é sensível ou não ao nível geral de volatilidade do mercado, por isso permite que  $\delta_t^2$  seja



função de  $R_{t-1}^2$  e que o termo constante da variância condicional é elevado ao quadrado para se evitar valores negativos para essa medida (Equação 15).

Por último, tem-se o modelo  $ARJI - h_t$ , o qual assume a mesma especificação dos modelos anteriores para  $\lambda_t$  e  $\theta_t$ , porém a variância do tamanho do salto é função de uma volatilidade GARCH:

$$\delta_t^2 = \zeta_0^2 + \zeta_1 h_t. \quad (16)$$

Note que a diferença entre essas duas últimas especificações se refere a variância condicional do tamanho do salto. Enquanto  $R_{t-1}^2$  é um *proxy* para a volatilidade do mercado do último período,  $h_t$  é uma previsão contemporânea da volatilidade condicional. Destarte, se a variância do tamanho do salto é sensível à volatilidade contemporânea do mercado, então essa especificação final irá apresentar melhores resultados, pois  $h_t$  contém mais informações que  $R_{t-1}^2$ . Por outro lado, apesar dessa diferença, em ambos os casos, se permite que uma volatilidade maior no mercado reflita em uma maior variância no tamanho dos saltos, tal que um menor número de saltos expresse a variação nos retornos do petróleo.

Para se obter a média e a variância condicional dos quatro modelos propostos, redefine-se primeiro a Equação (1) tal que  $R_t = B_t + C_t$ , onde  $C_t = \sum_{i=1}^{n_t} Y_{t,k}$  é o tamanho dos saltos e que tem os dois primeiros momentos condicionais definidos por:

$$E [C_t | \Phi_{t-1}] = \theta_t \lambda_t \quad (17)$$

e

$$\text{var} [C_t | \Phi_{t-1}] = (\delta_t^2 + \theta_t^2) \lambda_t. \quad (18)$$

Logo, a média e a variância condicional dos quatro modelos serão, respectivamente:

$$E [R_t | \Phi_{t-1}] = \mu + \sum_{i=1}^l \phi_i R_{t-1} + \theta_t \lambda_t, \quad (19)$$

$$\text{var} [R_t | \Phi_{t-1}] = h_t + (\delta_t^2 + \theta_t^2) \lambda_t. \quad (20)$$

sendo que em cada modelo, a dinâmica de  $\lambda_t$ ,  $\theta_t$  e  $\delta_t$  definirá os valores dos momentos condicionais. Intuitivamente, em relação aos retornos do petróleo, a sua média condicional poderá ser uma função crescente ou decrescente a depender de  $\theta_t$  ser positivo ou negativo, enquanto a variância condicional é uma função crescente da intensidade dos saltos, isto é, quanto mais grave for considerado o evento que atinge o mercado, maior será o adensamento de volatilidade.

## 4 Dados

Os dados consistem em 1190 registros diários do preço de fechamento do petróleo *spot WTI* no período de janeiro de 2010 a setembro de 2014, obtidos junto à NYMEX e representados na unidade monetária de Dólar. As taxas de retorno foram calculadas como:

$$R_t = \ln \left( \frac{P_t}{P_{t-1}} \right) * 100, \quad (21)$$

onde  $P_t$  é o valor do ativo na data  $t$  e  $\ln$  o logaritmo natural. A escolha por se trabalhar com o retorno ao invés da série dos preços é justificada pelo fato dos retornos serem adimensionais e atenderem as propriedades estatísticas desejadas para o manuseio de séries temporais.

Os preços do petróleo têm sua evolução marcada, principalmente, pelo dinamismo do setor - que convive com questões ambientais, de eficiência energética e concorrência com fontes alternativas de energia - choques geopolíticos - conflitos armados e revoluções sociais nos países produtores que afetam a capacidade esperada de produção pela incerteza quanto à possibilidade de extração e transporte - e crises econômicas, os quais levam a um comportamento instável dos preços da *commoditie*.

No contexto do setor, foi realizada a análise dos principais eventos no período, os quais foram identificados como causadores de um processo de alta nos preços e grupamentos de instabilidade e estabilidade, a saber (destacados na Figura (1)):

- Abril de 2010  $\mapsto$  Explosão da plataforma *Deepwater* pertencente à British Petroleum e a Crise financeira da Grécia;
- Dezembro de 2010 à Abril de 2011  $\mapsto$  Primavera árabe;
- Junho de 2012  $\mapsto$  Rebaixamento das notas de títulos de crédito das maiores instituições financeiras globais (*Barclays, HSBC, Lloyds, Credit Suisse, Bank of America*).

A Figura (1), abaixo, ilustra as propriedades estatísticas da série de dados. Percebe-se uma evolução estocástica ao longo do tempo, ou seja, a volatilidade não é constante ao longo do tempo, tal que os retornos para o petróleo apresentam um comportamento intermitente, com a presença de períodos distintos de alta e baixa volatilidade, similar as séries financeiras (Tsay, 2005).

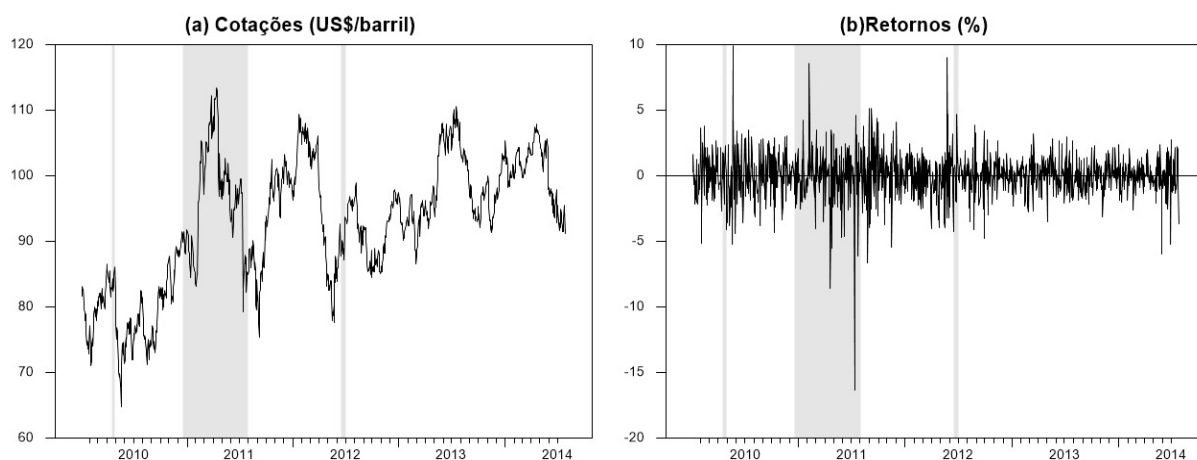


Figura 1: Cotações e Retornos do Petróleo WTI (2010-2014)  
Fonte: NYMEX. Formatação própria.

A Tabela (1) expõe as estatísticas descritivas para a série de retornos diários do petróleo *spot* WTI. Os valores mostram que a média dos retornos diários é próxima de zero, porém com elevado desvio-padrão. Observa-se, também, que os valores de assimetria e curtose apontam para uma curva do tipo leptocúrtica assimétrica à esquerda, características que permitem que se rejeite a curva normal como sendo representativa da distribuição de frequência da série de retornos e que sugerem a presença de saltos e volatilidade variável no tempo. A presença de saltos na média também pode ser observada pelos altos valores máximos e mínimos observados na série.

Tabela 1: Estatísticas descritivas

Estatísticas	Valor
Número de observações	1190
Média	0,0094
Desvio Padrão	1,7217
Assimetria	-0,6558
Curtose	9.3244
Jaque Beta	p=0.0000
ADF	p=0.0000
Ljung Box - Teste $Q$	p=0.9128
Ljung Box - Teste $Q^2$	p=0.0000

Fonte: Formatação própria

O teste *ADF* indica que a série dos retornos é estacionária enquanto que o teste *Lyung Box - Teste  $Q$*  indica a presença de autocorrelação na série, bem como no quadrado das variações da mesma, dando sugestão a presença de heteroscedasticidade condicional. Todos esses resultados mostram que a estimação através de modelos de heterocedasticidade condicional são mais indicados para a descrição do comportamento da série em estudo.

## 5 Análise das estimações

As Tabelas (2) e (3), a seguir, apresentam os resultados estimados para as quatro especificações do modelo de saltos condicionais proposto por [Chan & Maheu \(2002\)](#) para os retornos do petróleo WTI obtidos pela Equação (21). Os modelos incluem um coeficiente autorregressivo, número definido de acordo com o critério de Akaike, por apresentar maior eficiência e consistência que outros modelos alternativos. De modo geral, o modelo com a intensidade dos saltos constante é o que apresenta a pior aderência aos dados<sup>5</sup>, enquanto que o modelo  $ARJI - h_t$ , que utiliza a previsão de volatilidade contemporânea como variável explicativa para a variância da intensidade dos tamanho dos saltos, é o que melhor descreve o comportamento desse mercado, sobretudo por permitir que os parâmetros da distribuição dos saltos sejam variantes no tempo.

<sup>5</sup>Menor valor máximo da log-verossimilhança

Os resultados para os modelos de salto de intensidade constante e *ARJI – GARCH* estão dispostos na Tabela (2), demonstram que os parâmetros *GARCH*  $\omega$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$  são todos significantes ao nível de 5%, indicando persistência e heterocedasticidade condicional nas variações do preço do petróleo. Para ambos os modelos, a análise dos parâmetro  $\lambda_0$  e  $\eta_0$  expressam a necessidade da especificação de saltos para descrever a dinâmica do mercado de petróleo. O valor estimado de  $\lambda_0$  indica que a média do número de saltos no primeiro modelo é de 0,02152 e de 0,03936 no segundo, o que indica que o modelo de saltos autorregressivos capta um número maior de saltos do que o modelo com intensidade constante. Por sua vez,  $\eta_0$  demonstra que a média estocástica do tamanho dos saltos é negativa, o que significa que saltos negativos são mais comuns do que saltos positivos para o mercado em análise, porém com um valor maior para o segundo modelo.

Tabela 2: Resultados para os modelos de intensidade de saltos constante e *ARJI – GARCH*

Parâmetros	Constante	<i>ARJI – GARCH</i>
$\mu$	0,02355 (0,03987)*	0,05981 (0,04622)*
$\phi_1$	0,00105 (0,03192)*	-0,01401 (0,02995)*
$\omega$	0,02153 (0,01186)	0,01851 (0,00904)
$\alpha$	0,02414 (0,00813)	0,01810 (0,00628)
$\beta$	0,95951 (0,01401)	0,96379 (0,01155)
$\zeta_0$	5,35933 (1,42602)	3,20324 (0,73712)
$\eta_0$	-1,30512 (1,20661)*	-0,92920 (0,48809)
$\lambda_0$	0,02152 (0,01211)	0,03936 (0,01921)
$\rho$		0,49972 (0,20322)
$\gamma$		0,49972 (0,13652)
$Q_{\xi_t}(15)$	43,56 (0,0001)	30,98 (0,0088)
<i>Log – max, Verossimilhanas</i>	-2196,1348	-2191,8900

Nota: Desvio padrão está em parênteses. O símbolo \* denota não significância ao nível de 5%.

Fonte: formatação própria.

Ainda em relação ao modelo *ARJI – GARCH*, o valor estimado para o parâmetro  $\rho = 0,49972$  sugere que a intensidade do salto é pouco persistente ao longo do tempo e sua igualdade em relação ao coeficiente  $\gamma$  - condição necessária para a estimação do modelo - indicam que saltos não previstos na período anterior não têm influência na probabilidade de ocorrência de novos saltos. Quanto ao coeficiente  $\zeta_0$ , indica que a variação no valor dos saltos é elevada e bastante superior aos valores obtidos para os retornos do mercado acionário (Chan & Maheu, 2002; Qu & Perron, 2013) e cambial (Chan, 2004; Ely, 2013), corroborando com a literatura à respeito da presença de grande volatilidade nesse mercado (Askari & Krichene, 2008; Oliveira & Pereira, 2017). Por fim, a estatística Ljung-Box  $Q_{\xi_t}(15)$  rejeita a hipótese nula de resíduos *i.i.d.*, o que sugere que o modelo pode ser aprimorado com o uso de especificações dinâmicas dos parâmetros da distribuição do tamanho dos saltos.

A Figura (2) apresenta os retornos do petróleo e intensidade condicional do salto para a especificação *ARJI – GARCH* ao longo do período amostral. Observa-se que  $\lambda_t$  tem uma amplitude em torno de 1 salto por dia, apresentando baixa persistência, porém uma certa regularidade no número médio de saltos.

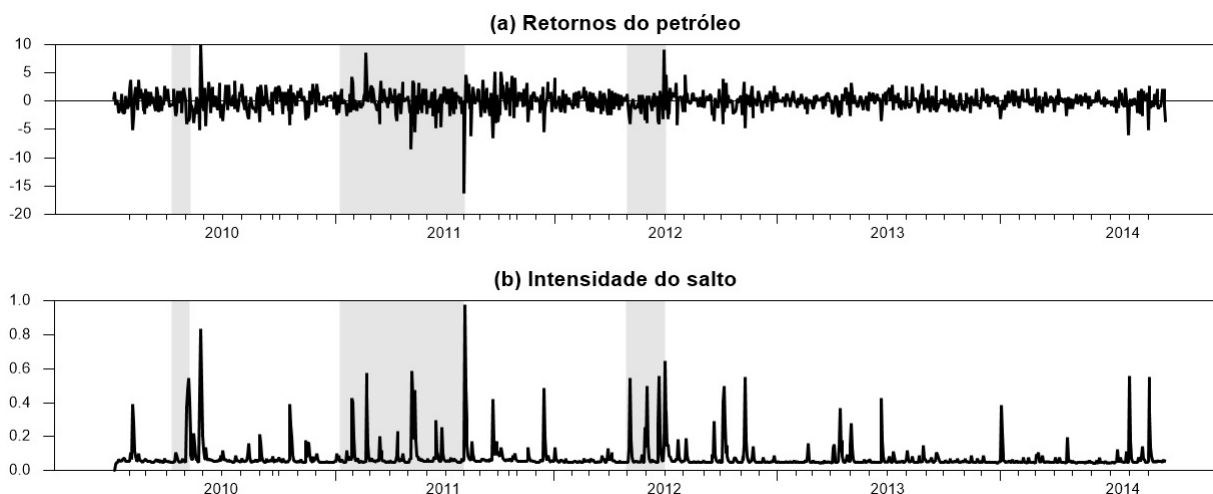


Figura 2: Modelo  $ARJI - GARCH$ : Intensidade dos saltos

A seguir, a Tabela (3) traz os resultados estimados para as especificações  $ARJI - R_{t-1}^2$  e  $ARJI - h_t$ , respectivamente. Em relação à terceira especificação, nota-se que o coeficiente  $\zeta_0$  é estatisticamente significativo, porém  $\zeta_1$  não, ou seja, os retornos do período passado não definem a variância do tamanho dos saltos. Quanto a média condicional do tamanho do salto, as variações passadas do retorno do petróleo não interferem no tamanho do salto, que pode ser justificado por questões geo-políticas, como a redução da guerra de preços entre Arábia Saudita e OPEP e a menor independência dos Estados Unidos em relação ao Oriente Médio.

Tabela 3: Resultados dos modelos  $ARJI - R_{t-1}^2$  e  $ARJI - h_t$

Parâmetros	$ARJI - R_{t-1}^2$	$ARJI - h_t$
$\mu$	0.07489 (0.04877)*	0.09298 (0.05010)*
$\phi_1$	-0.01365 (0.03254)*	-0.02009 (0.03351)*
$\omega$	0.01797 (0.00835)	0.01614 (0.00791)
$\alpha$	0.01799 (0.00608)	0.01846 (0.00570)
$\beta$	0.96333 (0.01122)	0.96287 (0.01053)
$\zeta_0$	2.74728 (0.64506)	-0.00000 (1.60337)*
$\zeta_1$	0.13834 (0.29853)*	4.03208 (1.41461)
$\eta_0$	-1.56092 (0.62941)	-1.44722 (0.59747)
$\eta_1$	0.24304 (0.31357)*	0.26463 (0.26151)*
$\eta_2$	-0.33528 (0.25838)*	-0.24814 (0.24474)*
$\lambda_0$	0.04697 (0.02159)	0.05590 (0.02487)
$\rho$	0.49634 (0.15922)	0.47660 (0.15413)
$\gamma$	0.49634 (0.13527)	0.47660 (0.11867)
$Q_{\xi_t}(15)$	30,57 (0,0100)	31, 68 (0,0071)
$Log - max, Verossimilhaa$	-2190,6481	-2189,5027

Nota: Desvio padrão está em parênteses. O símbolo \* denota não significância ao nível de 5%.

Fonte: formatação própria.

A Figura (3) mostra que a intensidade do salto estimada ( $\lambda_t$ ) tem uma amplitude máxima de 1,4 - maior que a obtida na especificação  $ARJI - GARCH$  - apresenta baixa persistência e uma certa regularidade no aumento do número de saltos, principalmente nos momentos mais críticos do mercado de petróleo, como a explosão da plataforma *Deepwater* e a Primavera Árabe.

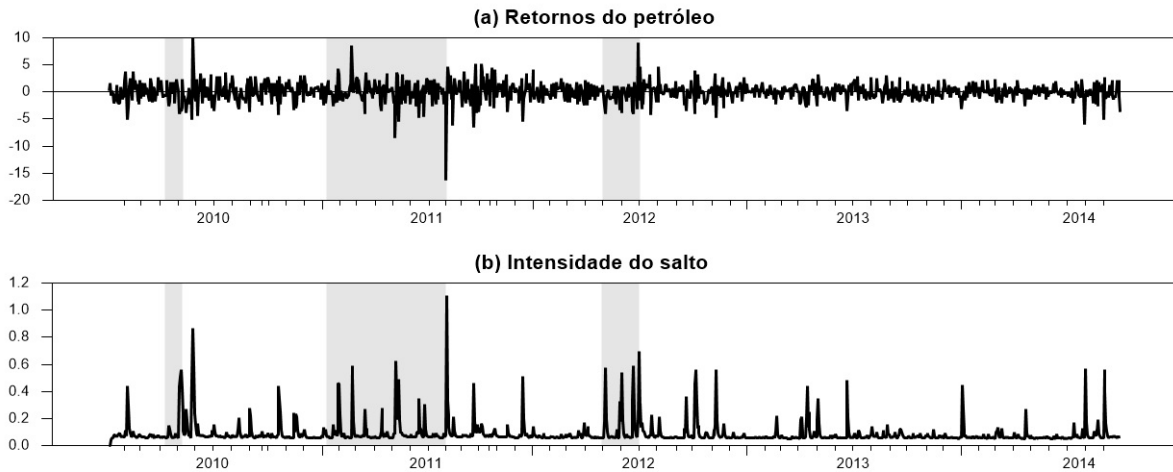


Figura 3: Modelo  $ARJI - R_{t-1}^2$ : Intensidade dos saltos

Os valores obtidos para a última especificação,  $ARJI - h_t$ , indicam que este é o que apresenta melhor aderência aos dados, de modo que a intensidade do salto pode ser descrita por um processo  $ARMA$ , uma vez que os parâmetros  $\lambda_0$ ,  $\rho$  e  $\gamma$  são todos significativos, corrobora com as demais especificações em relação à baixa persistência das variações bruscas, além da variância da distribuição do tamanho dos saltos ser explicada exclusivamente pelo coeficiente  $\zeta_1$ . Novamente, a média do tamanho dos saltos é negativa ( $\eta_0 < 0$ ), sugerindo que os saltos são responsáveis pela redução da volatilidade do mercado, além de não apresentarem uma dinâmica temporal.

A Figura (4), a seguir, mostra que a intensidade dos saltos nesse modelo é semelhante a descrita pela especificação  $ARJI - r_{t-1}^2$ , indicando também uma amplitude de cerca de 1,2 salto por dia e aumento do número de saltos esperados em períodos críticos do mercado, mas com algumas diferenças em momentos de maior estabilidade.

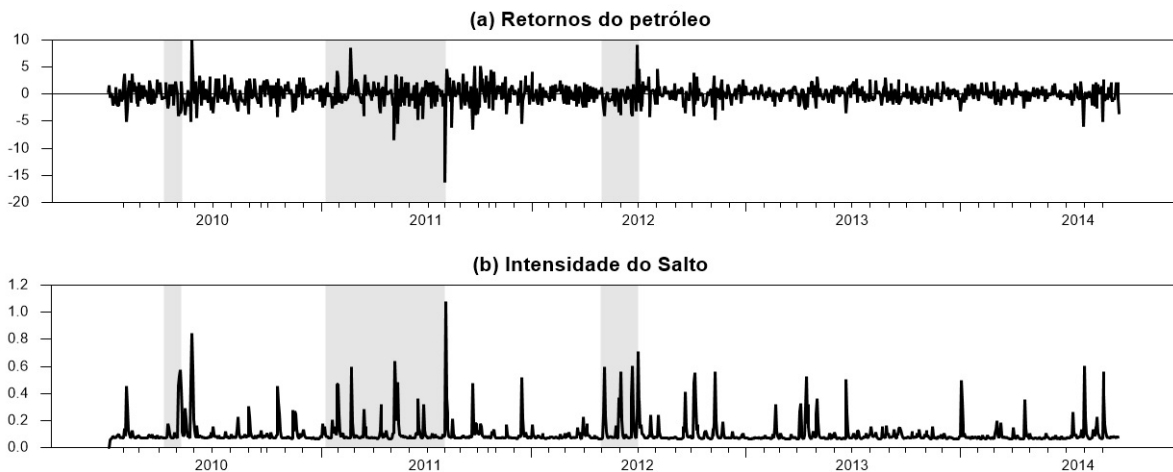


Figura 4: Modelo  $ARJI - h_t$ : Intensidade dos saltos



Com o objeto de mostrar como uma pequena variação no valor estimado de  $\lambda_t$  tem importantes desdobramentos sobre a distribuição de Poisson, que governa o número de saltos entre os períodos  $t - 1$  e  $t$ , a Figura (5), abaixo, ilustra a probabilidade de ocorrência de saltos para o modelo de intensidade de saltos constante e para a especificação  $ARJI - h_t$ , em duas datas em que a *commoditie* sofreu bruscas oscilações: 20 de abril de 2010 (explosão da plataforma *Deepwater*) e 18 de junho de 2012 (rebaixamento dos títulos dos bancos).

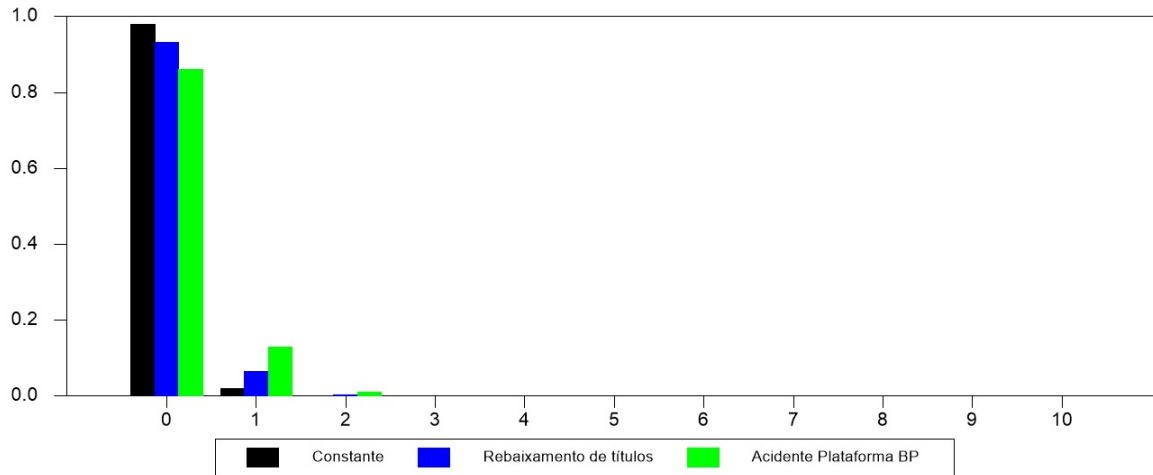
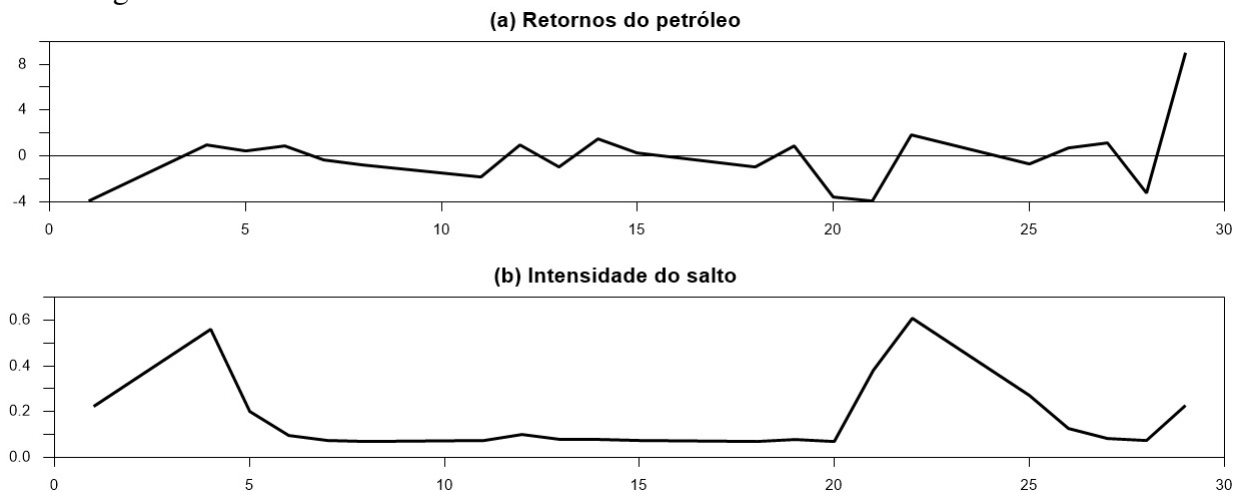


Figura 5: Probabilidade de número de saltos para abril de 2010 e junho de 2012: Modelo constante  $\times ARJI - h_t$

Percebe-se que a mudança de tratamento dado a  $\lambda$  afeta a previsão para o número de saltos nas datas sugeridas e, que o risco associado com as realizações de saltos no modelo de intensidade constante é menor do que aqueles dos modelos  $ARJI - h_t$ . Esse último, estimou uma probabilidade de cerca de 15% para a ocorrência de ao menos um salto após o acidente ambiental e de 10% em virtude dos desdobramentos do rebaixamento das notas de títulos dos bancos, enquanto que o primeiro Em contrapartida, para ambas as datas, o resultado foi inferior a 5%. Ademais, probabilidade de ocorrência de mais de um salto é próxima a zero em ambos os modelos.

A Figura (6) apresenta o conteúdo preditivo de  $\lambda$ , para todo o mês de junho de 2012. Nota-se que houve um aumento considerável na probabilidade de ocorrência de um salto entre os dias 2 e 5 de junho e 20 e 25 do mesmo mês, porém seus efeitos se dissipam rapidamente, refletindo a diminuição na volatilidade da série. Verifica-se, também, que no momento em que ocorreu o rebaixamento dos títulos de créditos de diversos bancos, observou-se um aumento da intensidade média dos saltos, de 0,933, quando da realização do primeiro salto, para 1,071, quando do acontecimento do segundo salto, isto é, um aumento de aproximadamente 8% na força do salto. Outro fato importante é que, nesse período, os saltos ocorreram no sentido de reversão à média dos retornos seguido por um período de certa estabilidade e que, quanto maior o número de saltos dentro de um intervalo de tempo, relativamente curto, a intensidade do efeito provocada pelo salto subsequente será maior que a ocasionado pelo anterior e com um decaimento mais suave.

Figura 6: Efeitos do rebaixamento dos títulos dos bancos na intensidade dos saltos



## 6 Conclusão

O artigo examinou a dinâmica dos saltos nos retornos do preço do petróleo *spot WTI* para o período de janeiro de 2010 a setembro de 2014. Para tal fim, foram utilizadas quatro especificações do modelo de saltos condicionais proposto por [Chan & Maheu \(2002\)](#), onde a intensidade dos saltos segue um modelo autorregressivo de médias móveis, porém com dinâmicas diferentes para a média e a variância do tamanho dos saltos. De forma sintética, os principais resultados são pontuados da seguinte forma:

- A presença de caudas pesadas na distribuição empírica das variações no preço do petróleo bem como de saltos condicionais, indicam que este mercado não apresenta uma tendência de longo prazo;
- Os resultados estatísticos indicam que o modelo  $ARJI - h_t$  é superior aos demais e é capaz de capturar mudanças bruscas e sistemáticas na quantidade média de saltos, ocasionadas por momentos críticos do contexto econômico mundial.
- A intensidade dos saltos apresenta um caráter de persistência de curtíssimo prazo (de 1 a 3 dias);
- A média do tamanho dos saltos é negativa ( $\eta_0 < 0$ ), o que sugere os saltos são responsáveis pela redução da volatilidade do mercado, além de não apresentarem uma dinâmica temporal.
- A análise da redução da nota de títulos de crédito de grandes bancos em junho de 2012 (Figura(6) ) mostrou que:
  - A intensidade dos saltos têm uma relação direta com a volatilidade do mercado, porém, quando se permite que a variância do tamanho do salto seja função da volatilidade prevista  $h_t$ , um menor número de saltos explica a variação nos preços do petróleo;
  - Em um intervalo curto de tempo, a intensidade média de saltos subsequentes é maior que de seus antecessores, além de apresentarem um decaimento mais suave.

- No geral, os modelos apresentaram evidências robustas de que crises políticas, financeiras e desastres ambientais aumentam a quantidade condicional esperada de saltos, uma vez que foram detectados aumentos expressivos de volatilidade significativos logo após esses eventos.

Ademais, os modelos estimados indicam que a crescente instabilidade político-econômica tendem a tornar os movimentos discretos na série de retornos mais frequentes e com maior intensidade. Destarte, a formulação de estratégias de *trading*, gerenciamento de riscos e administração de produção devem focar no acompanhamento contínuo de como a chegada de novas informações, principalmente aquelas vinculadas a movimentos de consolidação da produção nos Estados Unidos e cortes de oferta da OPEP, principalmente da Arábia Saudita e Venezuela, geram impactos na volatilidade dos preços praticados no setor.

## Referências

- ANDERSEN, TORBEN G, BOLLERSLEV, TIM, & DIEBOLD, FRANCIS X. 2007. Roughing it up: Including jump components in the measurement, modeling, and forecasting of return volatility. *The Review of Economics and Statistics*, **89**(4), 701–720.
- ASKARI, HOSSEIN, & KRICHENE, NOUREDDINE. 2008. Oil price dynamics (2002–2006). *Energy Economics*, **30**(5), 2134–2153.
- BOLLERSLEV, TIM. 1986. Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. *Journal of econometrics*, **31**(3), 307–327.
- CHAN, WING H. 2004. Conditional correlated jump dynamics in foreign exchange. *Economics Letters*, **83**(1), 23–28.
- CHAN, WING H, & MAHEU, JOHN M. 2002. Conditional jump dynamics in stock market returns. *Journal of Business & Economic Statistics*, **20**(3), 377–389.
- CHAN, WING H, & YOUNG, DENISE. 2006. Jumping hedges: an examination of movements in copper spot and futures markets. *Journal of Futures Markets*, **26**(2), 169–188.
- CHIOU, JER-SHIOU, & LEE, YEN-HSIEN. 2009. Jump dynamics and volatility: Oil and the stock markets. *Energy*, **34**(6), 788–796.
- ELY, REGIS AUGUSTO. 2013. Dinâmica dos saltos condicionais na taxa de câmbio brasileira. *Revista Brasileira de Economia de Empresas*, **13**(1), 59.
- ENDERS, WALTER. 2008. *Applied econometric time series*. John Wiley & Sons.
- FORTUNE, PETER, *et al.* 1999. Are stock returns different over weekends? A jump diffusion analysis of the weekend effect. *New England Economic Review*, **10**, 3–19.
- GRONWALD, MARC. 2009. *Jumps in Oil Prices-Evidence and Implications*. Tech. rept. Ifo Working Paper.
- GRONWALD, MARC. 2012. A characterization of oil price behavior? Evidence from jump models. *Energy Economics*, **34**(5), 1310–1317.

- HAMILTON, JAMES D. 2008. *Understanding crude oil prices*. Tech. rept. National Bureau of Economic Research.
- HARRIS, RICHARD, & SOLLIS, ROBERT. 2003. *Applied time series modelling and forecasting*. Wiley.
- HORAN, STEPHEN M, PETERSON, JEFFREY H, & MAHAR, JAMES. 2004. Implied volatility of oil futures options surrounding OPEC meetings. *The Energy Journal*, 103–125.
- HOTELLING, HAROLD. 1931. The economics of exhaustible resources. *The journal of political economy*, 137–175.
- JORION, PHILIPPE. 1988. On jump processes in the foreign exchange and stock markets. *Review of Financial Studies*, **1**(4), 427–445.
- KIM, HAROLD Y, & MEI, JIANPING P. 2001. What makes the stock market jump? An analysis of political risk on Hong Kong stock returns. *Journal of International Money and Finance*, **20**(7), 1003–1016.
- LARSSON, KARL, & NOSSMAN, MARCUS. 2011. Jumps and stochastic volatility in oil prices: Time series evidence. *Energy Economics*, **33**(3), 504–514.
- LAURINI, MÁRCIO POLETTI, & MAUAD, ROBERTO BALTIERI. 2015. A common jump factor stochastic volatility model. *Finance Research Letters*, **12**, 2–10.
- LAURINI, MÁRCIO POLETTI, MAUAD, ROBERTO, & AIUBE, FERNANDO ANTONIO LUCENA. 2016. Multivariate Stochastic Volatility-Double Jump Model: an application for oil assets. *Banco Central do Brasil, Working Papers*, **415**.
- LOBO, BENTO J. 1999. Jump risk in the US stock market: Evidence using political information. *Review of Financial Economics*, **8**(2), 149–163.
- MAHEU, JOHN M, & MCCURDY, THOMAS H. 2004. News arrival, jump dynamics, and volatility components for individual stock returns. *The Journal of Finance*, **59**(2), 755–793.
- OLIVEIRA, ANDRÉ BARBOS, & PEREIRA, PEDRO LUIZ VALLS. 2017. Mudança de regime e efeito ARCH em volatilidade: um estudo dos choques das cotações do Petróleo. *Revista Brasileira de Finanças*, **15**(2), 197–225.
- OZDEMIR, ZEYNEL ABIDIN, GOKMENOGLU, KORHAN, & EKINCI, CAGDAS. 2013. Persistence in crude oil spot and futures prices. *Energy*, **59**, 29–37.
- PINDYCK, ROBERT S. 2001. The dynamics of commodity spot and futures markets: a primer. *The Energy Journal*, 1–29.
- PRESS, S JAMES. 1967. A compound events model for security prices. *Journal of business*, 317–335.
- QU, ZHONGJUN, & PERRON, PIERRE. 2013. A stochastic volatility model with random level shifts and its applications to S&P 500 and NASDAQ return indices. *The Econometrics Journal*, **16**(3), 309–339.

SADORSKY, PERRY. 1999. Oil price shocks and stock market activity. *Energy Economics*, **21**(5), 449–469.

TSAY, RUEY S. 2005. *Analysis of financial time series*. Vol. 543. John Wiley & Sons.