

Equilíbrio com Desemprego Involuntário em um Modelo de Ciclo-Limite

Fabício Jose Missio

*Professor de Economia da Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul (UEMS),
Doutorando em Economia pela Universidade Federal de Minas Gerais
(CEDEPLAR/UFMG) e Bolsista Fundect, Brasil*

José Luis Oreiro

*Doutor em Economia pela Universidade Federal do Rio de Janeiro (IE/UFRJ),
Professor do Departamento de Economia da UnB e Pesquisador Nível 1 do CNPq,
Brasil*

Resumo

O presente artigo apresenta um modelo dinâmico não linear que gera um ciclo-limite a partir de duas equações diferenciais, onde uma dessas equações representa a dinâmica do ajustamento de preços e a outra o ajustamento das quantidades, em um contexto em que prevalecem preços e salários flexíveis. Nesse contexto demonstra-se a validade da visão keynesiana a respeito da existência de um equilíbrio estável com desemprego involuntário no longo prazo. O modelo aqui desenvolvido mostra também que a economia pode ficar “presa” numa órbita em torno dessa posição de equilíbrio, apresentando assim flutuações regulares e auto-contidas do nível de renda e de emprego.

Palavras-chave: Economia Keynesiana, Desemprego Involuntário, Ciclo-Limite.

Classificação JEL: B13, B30, C61, C63

Abstract

The objective of the present article is to built a non-linear dynamic model that generates a limit-cycle from two differential equations, where the first one shows the dynamics of price adjustment and the other the dynamics of quantity adjustment in a setting of flexible wages and prices. This theoretical framework shows the validity of the Keynesian view about the existence and stability of a long-run equilibrium with involuntary unemployment. The model developed in the article shows that the economy can be locked-in a orbit around this equilibrium position, showing regular and contained fluctuations in the level of output and employment.

* Recebido em janeiro de 2007, aprovado em agosto de 2007.
E-mail addresses: fabriciomissio@gmail.com e jlcoreiro@terra.com.br.

1. Introduao

As discussoes e as interpretaoes dadas ao papel da política monetária, bem como, ao comportamento dinâmico da economia capitalista, passam a mudar radicalmente a partir dos escritos de John Maynard Keynes. O autor desenvolve sua teoria na qual nega as pressuposioes clássicas de pleno-emprego. Mais especificamente, o autor nega a automaticidade da geraao de pleno-emprego, uma vez que o mesmo passa a ser considerado apenas um caso particular. Isso significa, em outras palavras, a negaao da Lei de Say e da Teoria Quantitativa da Moeda que eram bases fundamentais nas quais estavam ancoradas as prescrioes de políticas econmicas da época, ou seja, do pensamento econmico clássico.

A publicaao de sua principal obra, a Teoria Geral do Emprego, do Juro e da Moeda – doravante TG – passa a influenciar decisivamente a forma pela qual são tratados, a nível teórico e prático, os problemas econmicos relativos ao par produçao-emprego. Escrita com o intuito de investigar, com base no princípio da demanda efetiva, os determinantes do nível de ocupaao (da capacidade produtiva) no curto prazo, a TG  uma alternativa analítica apresentada por Keynes ao que havia sido proposto até então pela economia clássica, em especial, no que se refere  preposiao desta de que a economia tende a convergir no longo prazo para um ponto de equilíbrio em que prevalece a *ocupaao plena* dos recursos disponíveis. Segundo Lima (2003), Keynes procurou demonstrar que a formulaao clássica para o entendimento da operaao de uma economia de mercado estava incorreta, especialmente no tocante aos fatores responsáveis pela determinaao do grau de utilizaçao da capacidade produtiva. Nesse sentido, o autor mostra a inexistência de forças endógenas que engendram e mantm a plena ocupaao dos fatores sendo, portanto, o equilíbrio com capacidade ociosa – de fato – a condiçao normal da economia capitalista.

O pensamento convencional, no entanto, não aceitou as conclusoes da macroeconomia Keynesiana. Como tentaram mostrar uma série de autores (Hicks (1937); Modigliani (1944); Patinkin (1948, 1956); Tobin (1969); entre outros), no que mais tarde seria chamado de síntese neoclássica, as proposioes da economia – no que tange  determinaao do nível da capacidade produtiva a ser empregada – ainda poderiam ser descritas pelo pensamento econmico clássico, em que, segundo estes, garantidas as condioes normais (leia-se, a flexibilidade de preços e salários) a economia tenderia a sua posiao de equilíbrio com pleno-emprego. Mais especificamente, estes autores buscam mostrar que, *havendo uma relaao linear e inversa entre o nível geral de preços e o produto real*, o modelo proposto pela macroeconomia keynesiana seria válido somente a curto prazo, onde as flutuaoes econmicas eram o resultado da rigidez de preços e de salários. No longo prazo continuavam válidas as preposioes da economia clássica, de que mercado se ajusta a possíveis falhas e de que a economia segue a sua trajetória natural.

Nesse contexto, iremos mostrar ao longo deste artigo que os argumentos propostos por Keynes no capítulo 19 da TG apontam para a existência de *uma*

relação não-linear entre o nível geral de preços e o produto real. Essa relação não-linear não só pode invalidar o mecanismo neoclássico de ajustamento em direção a posição de equilíbrio com pleno-emprego como pode ainda ser o ponto de partida para a construção de um modelo dinâmico não-linear no qual a economia apresente flutuações regulares (ciclo-limite) em torno de uma posição de equilíbrio com desemprego involuntário da força de trabalho.

Para atender a estes objetivos, o artigo encontra-se estruturado em três seções, além desta Introdução e das considerações finais. A segunda seção apresenta uma revisão do debate entre Keynes e os clássicos sobre a natureza da posição de equilíbrio assumida pela economia no longo prazo; a terceira seção apresenta alguns aspectos teóricos que serão incorporados ao modelo matemático, tais como a justificativa econômica para a utilização de uma função de demanda agregada não-linear; a quarta seção apresenta o desenvolvimento do modelo matemático, bem como algumas simulações computacionais do modelo com distintos parâmetros. A quinta seção sumariza as conclusões obtidas ao longo do artigo.

2. O Debate entre Keynes e os Clássicos sobre a Natureza da Posição de Equilíbrio

2.1. O argumento de Keynes: O princípio da demanda efetiva

Antes de se definir especificamente este conceito, deve-se ressaltar a visão que Keynes tinha da economia capitalista. Para o autor, a economia capitalista era essencialmente uma economia empresarial (monetária), caracterizada pela presença do dinheiro, onde este não somente faz parte da produção (enquanto bem), mas também é um direito sobre ela, que pode ser exercido ou não e que, portanto, é de alguma forma responsável pelas flutuações econômicas. Nesta mesma economia empresarial, o empresário não está interessado na quantidade de bens, mas no volume de dinheiro que irá caber-lhe. Esse empresário aumentará sua produção tão somente se ele esperar que com isso aumente seu lucro monetário, não existindo nada que garanta que o nível de produto escolhido pelo empresário corresponda ao de pleno-emprego.

Em outras palavras, segundo Lima (2003), Keynes chamou a atenção para o fato de que o nível de equilíbrio da renda – determinada pela demanda efetiva – em uma economia monetária pode não ser o de pleno-emprego. Ainda, segundo o autor, com base neste conceito Keynes foi capaz de sustentar que, sendo o fluxo monetário total de receitas governado pelas decisões individuais de gastos dos agentes econômicos na aquisição de bens e serviços, a mera disponibilidade de fatores produtivos, ainda que com preços flexíveis, não é suficiente para que os produtores concretizem suas decisões de produção.

Para esclarecer este ponto, deve-se definir o conceito de demanda efetiva. Este, em termos macroeconômicos, enuncia que o nível de produção como um todo e o volume de emprego a ele associado são determinados pelo cruzamento de duas

funoes do nível de emprego, N , a saber, a oferta agregada $Z(N)$ e as estimativas de demanda agregada das firmas $D(N)$. A funao oferta agregada – que está associada ao conceito de preço de oferta global, ou simplesmente funao de oferta global – constitui-se na soma das receitas mínimas que justificam exatamente o emprego de tais fatores, ou seja, o que os empresários desejam receber para cobrir os custos salariais e o custo de oportunidade. A demanda agregada revela, para cada nível de emprego, o rendimento que as firmas esperam pela venda da produçao derivada do emprego desse volume de mão de obra.

O ponto de demanda efetiva, que determina o nível de produçao e emprego,  estabelecido no ponto em que as expectativas de lucro dos empresários são maximizadas. Logo, o nível de emprego efetivamente oferecido pelas firmas  determinado no ponto em que as funoes de demanda e de oferta agregada se interceptam, ou seja, no ponto em que $D(N)$ se iguala a $Z(N)$.¹ Esse ponto foi denominado por Keynes de *ponto de demanda efetiva* e sua visualizaao pode ser feita por intermédio da Figura 1.

Na Figura 1, N^*  o nível de emprego que as firmas estarão dispostas a oferecer, dadas as suas expectativas quanto ao preço pelo qual serão capazes de vender a sua produçao acabada no mercado e dado o nível de slario nominal. O chamado ponto de demanda efetiva corresponde, portanto, apenas  receita que as firmas esperam obter da venda da produçao, por elas decididas, no mercado. Observa-se que,  esquerda de N^* , as empresas esperam obter uma receita pela venda da produçao resultante do emprego, por elas oferecido, maior do que a receita mínima que elas exigem para oferecer esse nível de emprego. Daqui se segue que as empresas podem aumentar o seu lucro se aumentarem o nível de emprego até N^* . Por outro lado,  direita de N^* , a receita que as empresas esperam obter  menor do que a receita mínima que elas exigem para oferecer esse nível de emprego. Neste caso, as empresas podem aumentar o seu lucro se reduzirem o nível de emprego até N^* . Logo, o ponto de demanda efetiva (ponto A)  o ponto de lucro máximo.

Segundo Possas (2003), uma observaao importante que deve ser feita com relaao a este ponto  que demanda  definida *ex-ante*, fazendo com que a sua interseao com a curva de oferta – que define o ponto de demanda efetiva – também seja *ex-ante*. Nesse sentido, observa-se que o conceito de equilíbrio – dado pela interseao das curvas de oferta e demanda – tem na obra de Keynes um sentido especial e de que, o próprio conceito de demanda efetiva, exposto na Teoria Geral , portanto, um conceito *ex-ante*.²

¹ A demonstraçao matemática de que o ponto de interseao das duas curvas  o ponto que maximiza o lucro da firma pode ser encontrado, dentre outros, em Chick (1983).

² Neste caso o autor considera que a curva de oferta também  definida *ex-ante*. No entanto, sendo a curva de oferta o montante da soma mínima que justifica exatamente o emprego dos fatores de produçao – neste caso o trabalho – e sendo o slario, portanto, o principal componente dos custos,  plausível admitir que os empresários saibam qual  o rendimento/custo de empregar um volume N de trabalho. Neste caso, a idéia de curva de oferta como um conceito *ex-ante* perde o sentido.

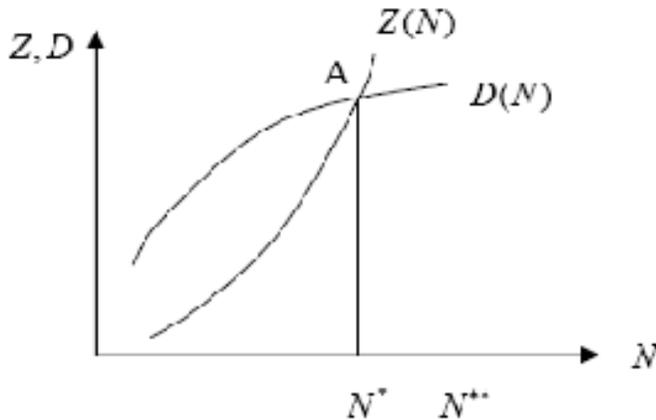


Fig. 1. Determinação do ponto de demanda efetiva

Sendo o ponto de demanda efetiva um ponto definido *ex ante*, ou seja, correspondente a uma dada rentabilidade esperada por parte das empresas, a questão que se coloca é o que acontece se esse resultado esperado diferir do resultado efetivamente observado (demanda realizada). Na Teoria Geral, Keynes admite que as expectativas são sempre realizadas, de forma que a partir desta suposição ela passa a examinar os determinantes da demanda realizada que, supondo uma economia fechada e sem governo, são os gastos em consumo e os gastos em investimento. A hipótese implícita nesta suposição é de que se a receita realizada diferir da receita esperada, as firmas buscarão ajustar a sua produção. Esse ajustamento se daria através de um processo de “tentativa e erro”, de tal forma que, eventualmente, seria alcançada uma posição de equilíbrio de curto período.

Mais especificamente, deve-se levar em consideração que a quantidade produzida por cada firma foi definida no início do período de produção, sendo esta um dado no momento em que é posta a venda no mercado. Se as receitas provenientes das vendas dessa produção forem menores que a receita que as empresas esperam obter, então elas serão obrigadas a vender a sua produção a um preço mais baixo do que haviam antecipado no início do período de produção.³ Isso fará com que, no início do próximo período de produção, as firmas sejam levadas a revisar para baixo as suas expectativas quanto ao preço pelo qual podem vender a sua produção acabada no mercado. Nas palavras de Keynes:

Entrepreneurs have to endeavour to forecast demand. They do not, as a rule, make wildly wrong forecasts of the equilibrium position. But, as the matter is very complex, they do not get it just right; and they endeavour to approximate to the true position by a method of trial and error. Contracting where they find that they are overshooting their market, expanding where the opposite occurs. It corresponds precisely to the

³ A opção de retenção de estoques e, portanto, de sustentação de preços não está disponível para as firmas dada a hipótese de concorrência perfeita nos mercados de bens.

haggling of the market by means of which buyers and sellers endeavour to discover the true equilibrium position of supply and demand (CWJMK, Vol. XIV: p. 182).

A questão fundamental levantada por Keynes  de que não há nenhum motivo pelo qual a posição de equilíbrio de curto-período seja caracterizada pelo pleno-emprego da força de trabalho, ou seja, por uma situação em que todos os trabalhadores dispostos a trabalhar ao nível de salário real prevalecente no mercado conseguirão encontrar emprego.

Para demonstrar a validade dessa afirmação, convém admitir, assim como supos implicitamente Keynes no capítulo 5 da TG, que os empresários acertam continuamente as suas expectativas a respeito do preço pelo qual podem vender a sua produção acabada no mercado. Nesse contexto, o ponto de demanda efetiva implica, dadas às condições técnicas de produção e a taxa de salário nominal, em uma dada taxa de salário real, uma vez que as firmas maximizam lucros e, portanto,  verdade que $\bar{W}/P = F(N^*)$. No entanto, cabe ressaltar, que a essa taxa de salário real  possível que a quantidade de trabalho ofertada supere o nível de emprego efetivo. O desemprego resultante  essencialmente involuntário, uma vez que ocorre em um contexto onde existem mais trabalhadores querendo trabalhar ao salário vigente do que as vagas de trabalho disponíveis. Essa situação  descrita na Figura 2.

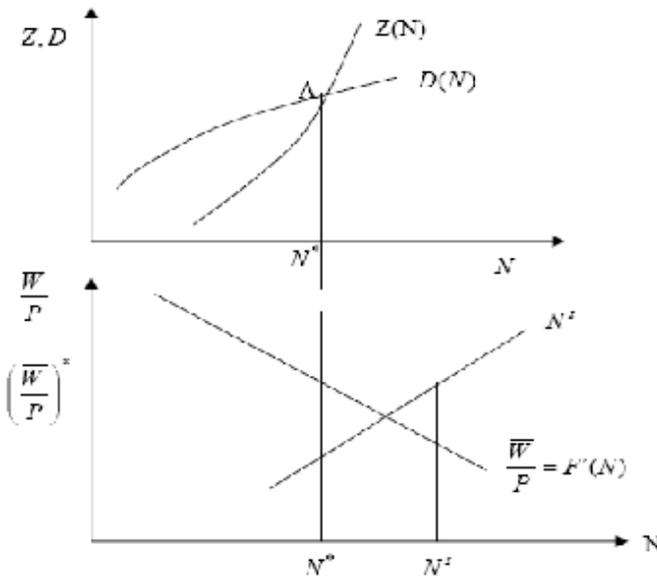


Fig. 2. O nível de emprego de equilíbrio de curto-período

Observa-se que, embora os trabalhadores estejam dispostos a aceitar uma redução dos salários nominais, as empresas só estarão dispostas a oferecer esse emprego adicional se estiverem confiantes que haverá um aumento suficiente de vendas e das receitas que torne *lucrativa essa expansão do emprego*. Caso contrário, o nível de emprego continuará sendo N^* , e uma redução dos salários nominais terá como efeito uma redução proporcional dos preços.

Para esclarecer este ponto, a Figura 3 apresenta os possíveis efeitos de uma redução no salário nominal. Supondo-se que a função demanda agregada continue na mesma posição, esse deslocamento da curva de oferta determinará uma nova posição de equilíbrio de curto prazo, caracterizada por um novo nível de emprego N^{**} superior ao nível de emprego inicial. Como se supõem que as expectativas das firmas estão sendo confirmadas, a função demanda agregada deve ser estimulada por essa redução dos salários nominais. Isso significa que as empresas esperam (corretamente) que uma redução dos salários nominais irá atuar no sentido de aumentar a receita obtida pela venda de seus produtos no mercado (Oreiro 2006).

Entretanto, vale ressaltar que na verdade uma redução dos salários nominais pode, pelo contrário, produzir uma queda significativa da demanda agregada. Desta forma, os empresários vão esperar uma redução em suas receitas, tal como mostrado pelo deslocamento da curva $D(N)_0$ para $D(N)_1$ na Figura 3. Neste caso, o novo nível de emprego seria dado por N^{***} .

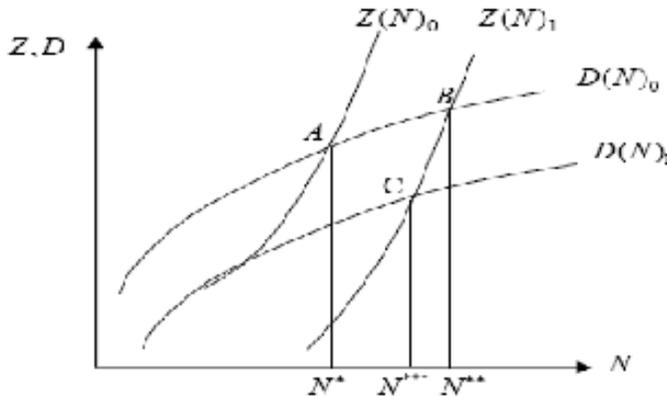


Fig. 3. O efeito de uma queda nos salários nominais

Assim, ao estabelecer o princípio da demanda efetiva, Keynes demonstrou que existe um limite à expansão lucrativa da produção independentemente da existência ou não de desemprego no mercado de trabalho. Conforme se demonstrou, o par produção e emprego é definido pelo princípio da demanda efetiva. Este, por sua vez, depende das expectativas quanto à rentabilidade esperada por parte das firmas no início do processo de produção. Logo, a existência de desemprego involuntário não depende da hipótese de que existe algum tipo de rigidez no mercado de trabalho e, também, não pode ser eliminado por uma redução no salário nominal, pois

nada garante que essa reduao ampliara o nível de emprego oferecido pelas firmas. Conforme mostrou Keynes no capítulo 19 da TG, existe uma série de efeitos – provocados pela reduao salarial – que *a priori* não permite que se conclua que esta reduao possa provocar um aumento da demanda agregada e do emprego.

2.2. *Os argumentos da síntese neoclássica*

Em desenvolvimento posterior  crítica de Keynes  “teoria clássica” do emprego, Hicks publicou em 1937 um artigo em que propõe “reconstruir a teoria clássica do emprego”, a fim de compará-la com a que tinha sido proposta por Keynes na TG. Mais que isso, o autor propõe uma síntese entre a teoria clássica e a teoria Keynes, afirmando que esta última nada mais  do que um caso particular da primeira em que a demanda por moeda depende da taxa de juros, mais especificamente, do motivo especulaao.

A estrutura do modelo proposta por Hicks divide a economia em quatro grandes mercados: o mercado de bens e serviços, o mercado de títulos e ativos financeiros, o mercado de trabalho e o mercado monetário. A cada mercado corresponde uma funao oferta agregada e uma funao demanda agregada, e o equilíbrio ocorre no ponto de interseao destas duas funoes. No entanto, conforme destaca o autor, por ser suficiente para o equilíbrio geral que o equilíbrio global seja realizado em três mercados (lei de Walras), o mercado de trabalho  analisado de modo independente.

No modelo destaca-se, sobretudo, o formato da curva representativa do mercado monetário (denominado pelo autor de *LL*). Segundo Hicks, dada a oferta de moeda,  possível determinar a relaao entre juro e rendimento de modo que, alguma parte desta curva tenderá a ser horizontal  direita e vertical  esquerda. Existe, portanto, um mínimo no qual a taxa de juros não pode descer – armadilha pela liquidez – o que torna a teoria de Keynes um caso particular do caso clássico. Quando a interseao entre a curva *IS* (a curva de equilíbrio entre poupança e investimento) e a curva *LM* (de equilíbrio entre a oferta e procura de moeda) ocorrer sobre um ponto em que está última  horizontal, um aumento na quantidade de moeda permite aumentar o rendimento e o emprego, sem que aumente a taxa de juro e os preços.⁴

Após a publicaao do artigo de Hicks, em correspondência enviada a ele, Keynes afirma que:

“At long I have caught up with my reading and have been through the enclosed. I found it **very interesting and really have next to nothing to say by way of criticism. From one point of view you are perhaps scarcely fair to the classical view.** For what you are giving is a representative belief of a period when economists had slipped away from de pure classical doctrine without knowing it and were in a much

⁴ Observe que se a interseao das curvas ocorrer em um ponto onde a curva *LM*  horizontal, então uma expansão no gasto agregado será acompanhado de um aumento no nível do emprego agregado. Logo,  possível concluir este ponto de equilíbrio  caracterizado pela presença de capacidade ociosa.

more confused state of mind than their predecessors had been” (CWJMK, Vol. XIV, p.79, grifo nosso).

Uma observação deve ser feita a partir desta citação e da interpretação convencional de quais eram os reais objetivos de Hicks no modelo proposto no artigo. Em primeiro lugar, está que o objetivo de Hicks não era o de mostrar que a teoria de Keynes era um caso particular da teoria clássica, como propõem o pensamento convencional. O objetivo do autor era mostrar que, tanto a economia de “Keynes” como a dos “clássicos”, constituíam-se em casos particulares de um modelo mais geral, o modelo $IS - LM$.⁵ Em segundo lugar, de que o consenso que se formou de Keynes teria aceitado este modelo, feita principalmente a partir da citação acima, não está correto. Isso porque, Keynes criticou a representação da teoria clássica feita por Hicks mostrando que a proposta de um modelo mais geral, tal como pretendida pelo modelo $IS - LM$, também estava incorreta.

O complemento ao artigo de Hicks e a popularização do seu modelo encontra-se na obra de Hansen (1953). O modelo $IS - LM$, como passa a ser conhecido, tem como característica principal – dentro do aparato keynesiano – a interação entre o mercado monetário e mercado real. Da interação desses mercados determinam-se o nível de renda e a taxa de juros de equilíbrio. Estas variáveis afetam elementos de outros mercados como, por exemplo, supondo uma versão simples em que a renda afeta a demanda por moeda e esta a taxa de juros que, por sua vez, afeta os investimentos.

A sugestão de Hicks-Hansen foi levada adiante por Modigliani. Partindo do caminho sugerido por Hicks, Modigliani coloca a teoria de Keynes em um modelo de equilíbrio econômico simplificado com quatro mercados: o de bens de consumo, o de bens de investimento, o mercado monetário e o mercado de trabalho. O resultado do modelo proposto por Modigliani é que a existência de desemprego involuntário não é o produto da operação econômica normal do sistema, mas uma anomalia sugerida em função de pelo menos uma imperfeição no funcionamento de alguns dos mercados. Mais especificamente, a conclusão que o autor chega é que, além do caso apontado por Hicks (armadilha pela liquidez), só há desemprego involuntário quando existe um mau funcionamento no mercado de trabalho, de sorte que a consequência desse mau funcionamento resulte em rigidez dos salários nominais.

A teoria Keynesiana era considerada compatível com a hipótese de equilíbrio com desemprego em um contexto de preços e salários flexíveis em dois casos especiais, a saber:

- (i) na armadilha pela liquidez; e,
- (ii) no caso em que o investimento é juro-inelástico.

Uma observação que deve ser feita neste caso é que, em outros termos, o que implicitamente se propõe ao admitir que a curva LM é infinitamente elástica (armadilha da liquidez) e/ou que a curva IS é juros-inelástica, é de que a inclinação

⁵ Deve-se observar que Hicks em seu artigo original definiu a curva que define o lócus do mercado monetário como sendo a curva LL e a do mercado de bens como sendo a curva SI . Posteriormente estas curvas foram popularizadas para $IS - LM$.

da curva de demanda agregada  vertical no plano preço e quantidade.⁶ Neste caso, como mostrado na Figura (2.4), não há equilíbrio possível com pleno-emprego no modelo em que estas possibilidades são consideradas. Entretanto, o que deve ser observado  que essa abordagem remete-se  discussão sobre a existência (ou não) do ponto de equilíbrio com pleno-emprego e não sobre a possibilidade de convergência a esse ponto. Como mencionado anteriormente, a proposio de Keynes ao longo da TG, em especial no capítulo 19, refere-se  possibilidade de convergência da economia ao ponto de equilíbrio com pleno-emprego, de forma que essa análise, quando inserida no contexto desta obra, apresenta-se *no mínimo* como um elemento estranho.

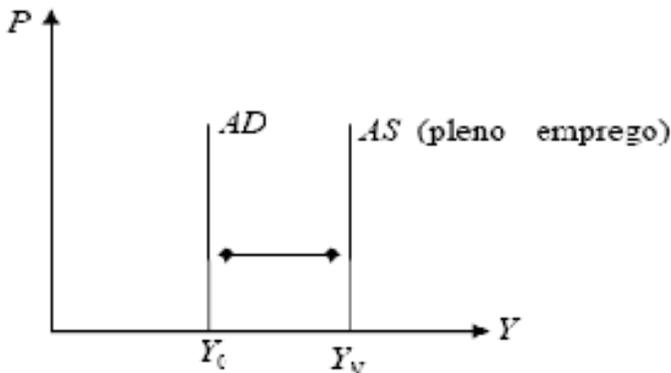


Fig. 4. A curva de demanda vertical e a impossibilidade de equilíbrio com pleno-emprego

Os dois casos especiais mostrados em que  impossível o equilíbrio com pleno emprego dependem criticamente, segundo Pigou (1943) e Patinkin (1948), do formato específico assumido pela funo consumo no modelo Keynesiano. Esta funo, conforme prevê o modelo, depende exclusivamente do nível de renda e da taxa de juros, sendo que uma especificao mais geral desta deveria admitir a inclusão dos encaixes monetários reais como um dos seus argumentos. A justificativa teórica para isso  de que o consumo depende tmbm da riqueza dos indivíduos. Mais especificamente, a idéia  de que uma deflao de preços aumenta o valor real da oferta de moeda e eleva o valor real da poupança dos indivíduos. Neste caso, as pessoas “enriquecerão”, de forma que elas tendem a aumentar seus gastos em consumo. Este aumento de gastos, por sua vez, levará a um aumento no nível de produto e nível de emprego. Neste caso, a inclusão dos encaixes monetários reais, na funo consumo, busca representar este efeito.⁷

⁶ Essa proposio pode ser provada a partir de um modelo Keynesiano simplificado. No caso da armadilha pela liquidez, quando $m_r \rightarrow 0$, tem-se $\partial Y/\partial P = 0$. No caso de funo investimento juros inelástico, quando $I_i \rightarrow 0$, tem-se $\partial Y/\partial P = 0$.

⁷ Deve-se considerar que os encaixes monetários, que são tidos como argumentos da funo consumo, incluem não são aquela parte do estoque monetário que se constitui um débito líquido do governo para com a sociedade (*outside money*), como tmbm o dinheiro que  criado por intermédio dos bancos, através dos empréstimos que estes fazem ao setor privado (*inside money*). A operao do efeito

Alternativamente, o que estes autores estão propondo é que a partir da inclusão do efeito riqueza real na função consumo, a inclinação da curva de demanda agregada passa a ser negativa no plano preço e quantidade.⁸ Neste caso, além da existência do ponto de equilíbrio com pleno-emprego, o que os autores buscam demonstrar é a convergência da economia para este ponto (Figura 5). Ou seja, uma vez que a curva de demanda tenha inclinação negativa, o ponto de equilíbrio será um ponto estável, de tal forma que, mesmo que a economia se distancie dele em um determinado momento do tempo em virtude de choques de demanda e oferta, existem forças endógenas que engendram e garantem que a economia retornará a este ponto.

Em síntese, a inclusão da riqueza real na função consumo dos agentes garante, em teoria, a convergência da economia a sua posição de pleno-emprego. Logo, em termos de estrutura analítica pura, a inclusão do efeito riqueza real garante o triunfo da teoria clássica, sendo a teoria Keynesiana interpretada como um caso especial, em que a economia é caracterizada pela rigidez de salários. Pode-se dizer, portanto, que a síntese neoclássica é formada pelo pensamento convencional de que para o longo prazo são completamente válidos os resultados da teoria clássica, enquanto que para o curto prazo o comportamento da economia pode ser melhor descrito pelo modelo Keynesiano.

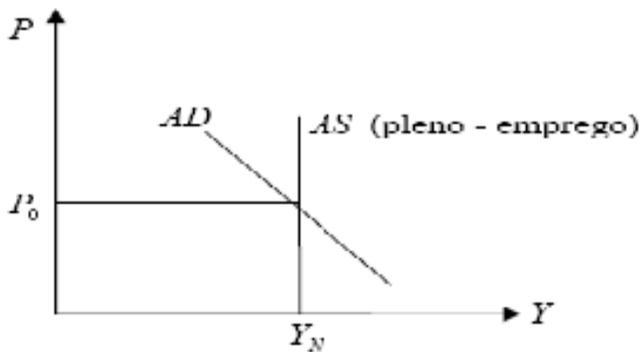


Fig. 5. A curva de demanda negativamente inclinada e o equilíbrio com pleno-emprego

riqueza real, contudo, baseia-se exclusivamente na parte dos encaixes monetários que não têm como contrapartida nenhum passivo do setor privado (o papel moeda em poder do público), de tal forma que uma deflação de preços, ao aumentar o valor real desses encaixes, atua favoravelmente sobre a propensão a consumir e, conseqüentemente, sobre a demanda agregada. No caso dos empréstimos que os bancos fazem ao setor privado, deve-se considerar que o ativo dos bancos e dos credores faz parte do passivo dos devedores. Se o valor nominal deste for fixo, uma deflação de preços aumentará o seu valor real, tornando maior o seu peso para os devedores. Considerando que a propensão a consumir dos devedores é maior que a dos credores, o efeito de uma deflação será o de diminuir a demanda agregada.

⁸ Essa conclusão desconsidera os efeitos negativos que uma deflação de preços pode ter sobre a demanda agregada, como argumentou Keynes no capítulo 19 da TG.

3. A Não-Lineariedade da Curva de Demanda Agregada

O modelo matemático que será apresentado na próxima seção tem, dentre outras, duas importantes implicações: a primeira delas refere-se  utilização em sua formalização de equações que descrevem relações econmicas dinâmicas não-lineares, e a segunda, de um ponto de vista dos resultados alcançados, estabelece uma crítica aos (resultados) que haviam sido propostos pela síntese neoclássica.

Mais especificamente, o que a síntese neoclássica propunha  que, no longo prazo, existem forças endógenas que garantem a convergência do sistema econmico a sua posição de equilíbrio com pleno-emprego. Este resultado, como mostrado anteriormente, fundamenta-se principalmente na operância do efeito riqueza real. Na verdade este resultado  altamente contestável, uma vez que ao incluir na análise os argumentos apresentados por Keynes no capítulo 19 da TG, a existência desse mecanismo passa a depender da hipótese *ad hoc* de que os efeitos positivos de uma deflação de preços sobre a demanda agregada superem os efeitos negativos para todos os períodos de um intervalo tempo.

Observa-se que a crítica se estabelece dentro do âmbito da própria síntese neoclássica, pois não se questiona aqui se a síntese neoclássica  realmente representativa ou não do pensamento de Keynes, apenas pretende-se mostrar que a inclusão dos efeitos propostos por Keynes na análise pode, por um lado, invalidar o resultado de convergência ao ponto de equilíbrio com pleno-emprego e, por outro, demonstrar que a economia opera no longo prazo com capacidade ociosa.

3.1. A não-linearidade da curva de demanda agregada: Os argumentos do capítulo 19 da TG

Os argumentos apresentados por Keynes no capítulo 19 da TG, resumidos nos efeitos Keynes, efeito Keynes-Kalecki, efeito Keynes-Fisher, efeito Keynes-Mundell-Tobin, juntamente com o efeito riqueza real, ou efeito Pigou-Patinkin, preconizado pelos autores da síntese neoclássica, mostra claramente que uma deflação de preços e salários tem efeitos ambíguos sobre o nível de produto e, conseqüentemente, sobre o nível de emprego.⁹

⁹ Resumidamente, estes efeitos podem ser apresentados: (i) *efeito Keynes-Mundell-Tobin* – ocorre quando os agentes esperam que a redução do salário nominal em determinado período será precedida de novas deflações, de tal forma que o agente percebe que poderá obter maior taxa de retorno para os investimentos em capital fixo se os mesmos forem adiados. Nesse caso, a deflação  prejudicial aos investimentos e  demanda agregada; (ii) *efeito Keynes-Fisher* – ocorre quando a deflação aumenta o peso real das dvidas, provocando uma onda de insolvências. Fora isso, um maior valor real para as dvidas reduzir a propensão a consumir dos devedores. Se esta for maior que a propensão a consumir dos credores, segue-se que este efeito será depressivo sobre a demanda agregada, (iii) *efeito Keynes-Kalecki* – dado uma deflação de preços, haveria uma redistribuição de renda e salários para os lucros, porque a redução dos preços seria menor que a dos salários. Supondo que a propensão a consumir a partir dos lucros  menor que a dos salários, isso terá um efeito depressivo sobre a demanda agregada; e, (iv) *efeito Keynes* – A deflação provocar uma redução da renda nominal, diminuindo a demanda nominal de moeda para fins transacionais. Isso provocar uma redução da taxa de juros o que, conseqüentemente,

Ressalta-se que embora os efeitos sejam antagônicos, é possível observar que eles estão associados a dois movimentos distintos:

- (i) *um positivo*, no sentido de que os efeitos de uma deflação de preços (efeito Keynes e efeito riqueza real) atuam aumentando a demanda agregada e, com isso, o nível de produto; e,
- (ii) *um negativo*, no sentido de que os efeitos (todos os demais) de uma deflação atuam diminuindo a demanda agregada e, portanto, o nível de produto e emprego.

Nesse sentido, considera-se, também, que os efeitos atuam ao mesmo tempo e que o resultado sobre o produto (e o emprego) dependerá de qual desses efeitos (positivo ou negativo) é mais forte em um determinado ponto do tempo. Isso não significa que essa situação perdure necessariamente, isto é, se mantenha de forma estática. Em outras palavras, significa que podem existir intervalos onde o efeito positivo supera o efeito negativo e, portanto, uma deflação de preços leva ao aumento da demanda agregada, sendo que, para outros intervalos, o contrário também pode ser verdadeiro, de forma que essa deflação de preços gere efeitos recessivos sobre a economia.¹⁰

Em termos da representação formal desse comportamento, a utilização de modelos lineares não permite que se capte essa possível mudança de efeito sobre a demanda agregada, pois os resultados (ambíguos) encontrados só podem ser resolvidos quando se assume algum grau de discricionariedade, ou seja, assume-se *ad hoc* que um dos efeitos é superior ao outro. Nesse contexto, o resultado que se assume prevalece ao longo de todo o período. Por outro lado, ao se utilizar de relações não-lineares, o problema da ambigüidade é resolvido, de forma que os efeitos sobre a demanda são mensurados sem o uso da discricionariedade e, ainda, as possíveis reversões desses passam a ser contempladas na formalização.

Nesse sentido, existem argumentos econômicos suficientes para mostrar que a representação formal da curva de demanda agregada, levando-se em consideração os efeitos propostos por Keynes ao longo do capítulo 19 da TG, deve utilizar-se de relações não-lineares. Isso permite, como mencionado anteriormente, maior aproximação à realidade econômica.

No caso específico do modelo que será desenvolvido, utilizar-se-á uma curva de demanda não-linear de terceiro grau, do tipo $d(p) = a_0p^3 + a_1p^2 + a_2p + a_3$. A opção feita por este tipo de não-linearidade busca, como discutido anteriormente, incorporar na função demanda os possíveis efeitos antagônicos de uma deflação de preços. Mais especificamente, busca-se nesta função representar simultaneamente os seguintes efeitos: o efeito riqueza real, o efeito Fisher-Keynes-Mundell-Tobin e o Efeito Keynes.

A intuição econômica desse formato não-linear para a curva de demanda agregada pode ser obtida a partir da seguinte sequência de considerações:

estimulará o investimento.

¹⁰ Observe que neste caso a curva de demanda agregada muda de inclinação em uma determinada região, tal como requer o critério da negatividade (teorema de Bendixson) para a existência de ciclos limites.

- (i) uma deflaao de preços, mantida a taxa nominal de juros, provoca uma queda na taxa de juros real estimulando, assim, o investimento. No entanto, esse efeito tende a ser um efeito relativamente fraco. Isso porque, seguindo a tradiao Keynesiana, o investimento depende da eficiencia marginal do capital, ou seja, da rentabilidade esperada e, portanto, variaoes na taxa de real de juros nao se constituem no fator determinante para a expansao do investimento. De um lado, o investidor ao reformular suas expectativas – dada a variaao na taxa de juros – deve levar em consideraao que as oportunidades de investimento lucrativas tendem a se tornarem mais escassas e, por outro, que o preço de oferta dos bens de investimento – dado o aumento da demanda – tende a aumentar podendo diminuir com isso o retorno esperado.¹¹ Nesse sentido, uma queda na taxa de juros nao necessariamente garante uma maior rentabilidade. Alem disso e possivel, por um lado, que os empresarios reformulem suas expectativas de modo a esperar novas quedas de preços (salarios); neste caso, eles poderao obter maior taxa de retorno para os investimentos em capital fixo se os mesmos forem adiados (efeito Keynes-Mundel-Tobin) e, por outro, eles podem observar que o investimento antigo entrara em concorrencia com o novo, sendo que este ultimo permite produzir a preços menores. Isso significa que variaoes do nivel de preços podem afetar as expectativas quanto a rentabilidade do investimento, de forma que novas variaoes passam a mudar (negativamente) a expectativa em relaao a eficiencia marginal do capital. Em termos da formalizaao, este efeito e mensurado pelo termo de primeira ordem da equaao de demanda.
- (ii) uma deflaao de preços gera um efeito riqueza crescente, ou seja, a medida que essa deflaao de preços se prolongar, esse efeito tende a ganhar forca. Isso ocorre porque a base sobre a qual opera este efeito e dada pelo estoque de riqueza que os agentes do setor privado consideram como um direito liquido sobre o governo, ou seja, o estoque de papel-moeda em poder do publico mais o estoque da divida publica retida pelas instituioes privadas. Neste caso, uma deflaao de preços tende a aumentar o estoque de papel-moeda em poder do publico ampliando o efeito “riqueza real” da sociedade a medida que os preços diminuem continuamente. Neste caso, haveria uma expansao da demanda agregada. O importante e observar que este efeito ganha forca somente quando a deflaao de preços se prolongar, pois são assim as pessoas estarao dispostas a manterem uma maior quantidade de papel moeda. Em termos da formalizaao, este efeito esta associado ao elemento de terceira ordem na equaao de demanda agregada; e,
- (iii) uma deflaao de preços desencadeia o efeito Fisher, qual seja, o aumento do peso real das dividas das firmas junto aos bancos comerciais a tal ponto de poder provocar uma onda de insolvencias. Alem disso, um maior valor real para as dividas reduzira a propensao a consumir dos devedores e, se esta for

¹¹ Deve-se observar, tambem, que o investimento pode ser pouco sensivel a taxa de juros, o que deve se confirmar, principalmente, para baixos niveis da mesma.

maior do que a propensão a consumir dos credores, segue-se que este efeito terá um impacto negativo sobre a demanda agregada. Entretanto, esse efeito tende a ocorrer de forma mais intensa para um intervalo intermediário da deflação de preços. Isso porque, uma pequena deflação de preços não provoca um aumento muito significativo no peso relativo da dívida dos devedores, de tal forma que seu impacto sobre a propensão a consumir tende a ser pequeno. No entanto, à medida que esta deflação de preços continua esse efeito de ajustamento (redução) na propensão a consumir estabelece uma nova situação em que os ajustes tornam-se mais significativos. Estabelecido estes ajustes e à medida que esse processo tem continuidade, dado que a propensão a consumir já se encontra em valores reduzidos, o ajustamento torna-se cada vez mais problemático. Ou seja, novas deflações de preço terão um impacto reduzido sobre a demanda agregada. Em termos da formalização, este argumento é representado pelo termo de segunda ordem na equação de demanda.

A intuição econômica de que uma deflação de preços pode provocar uma redução na demanda agregada por ser encontrada, entre outros, em (Fisher 1933, p. 341–342):

Assuming, accordingly, that, at some point of time, a state of over-indebtedness exists, this will tend to lead to liquidation, though the alarm either of debtors or creditors or both. Then we may deduce the following chain of consequences in nine links: (1) *Debt liquidation leads to distress selling* and to (2) *Contraction of deposit currency*, as bank loans are paid off, and to a slowing down of velocity of circulation. This contraction of deposits and of their velocity, precipitated by distress selling, causes (3) ***A fall in the level of prices***, in other words, a swelling of the dollar. Assuming, as above stated, that this fall of prices is not interfered with by reflation or otherwise, there must be (4) *a still greater fall in the net worths of business*, precipitating bankruptcies and (5) a like fall in profits, which in a “capitalistic”, that is, a private-profit society, leads the concerns which are running at a loss to make (6) ***a reduction in output, in trade and in employment of labor***. The losses, bankruptcies, and unemployment, lead to (7) *pessimism and loss of confidence*, which in turn lead to (8) *Hoarding and slowing down still more the velocity of circulation*. The above eight changes cause (9) *complicated disturbances in the rates of interest (...)* (grifo nosso).

Sendo assim, a economia aqui representada possui uma parcela considerável de firmas que possuem elevado grau de endividamento. Nessa economia o efeito inicial de uma pequena deflação de preços é aumentar a demanda agregada em função da atuação do efeito Keynes. No entanto, à medida que a deflação de preços continua o valor (peso) real das dívidas mantidas pelas firmas elevam-se significativamente, a tal ponto que grande parte delas são obrigadas a encerrar suas atividades. Ao encerrarem suas atividades, as firmas demitem funcionários, deixam de produzir e de realizar investimentos. Nesse caso, a não realização de investimentos pode ser uma característica assumida por todas as firmas, mesmo aquelas que não se encontram endividadas, uma vez que, conforme afirmou Fisher (1933), nesse ambiente de “falências” ocorre uma queda no estado de confiança dos negócios. Isso significa que,

somando os efeitos da redução da demanda por parte dos trabalhadores demitidos aos da não realização de investimentos, a tendência  de que haja uma redução da demanda agregada.

Posteriormente, quando as firmas que tinham que “encerrar suas atividades” já saíram do mercado, ou seja, depois que as firmas endividadas “fecharam as portas”, a deflação de preços será acompanhada novamente de uma elevação na demanda agregada. Isso ocorre porque, por um lado, o efeito Fisher deixa de operar e, por outro, o efeito riqueza real ganha uma maior intensidade.

Observa-se que existe neste caso um intervalo intermediário em que o efeito Keynes-Fisher supera os efeitos Keynes e o efeito riqueza real, de forma que, ao longo deste intervalo, a curva de demanda torna-se positivamente inclinada no plano preço e produto. Em outras palavras, uma deflação de preços gera uma queda na demanda agregada.

Tendo em vista estas considerações, a curva de demanda formalizada e que será utilizada no modelo  dada por: $d(p) = -0,02p^3 + 0,8p^2 - 9p + 50$. A calibração dos parâmetros (Figura 6) nessa equação busca descrever a discussão anterior.

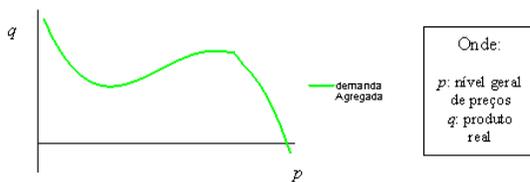


Fig. 6. A curva de demanda não-linear

4. O Modelo Terico¹²

4.1. *Dos aspectos genéricos formais*

O modelo  formalizado a partir de duas equações diferenciais, onde se pressupõe que o ajustamento de equilíbrio segue um processo de *tâtonnement* seguindo a tradição Walrasiana de ajustamento dinâmico da produção na economia.¹³

¹² O modelo a ser apresentado  versão adaptada do modelo proposto por Flachel et alii (1997).

¹³ Segundo Serrano (2003, pág. 153), o processo de ajustamento em desequilíbrio  chamado walrasiano quando os preços aumentam sempre que existe um excesso de demanda e caem na presença de excesso de oferta. Por outro lado, no assim chamado processo de ajustamento marshalliano, as quantidades produzidas aumentam sempre que o preço de demanda está acima do preço de oferta e diminuem quando o preço de demanda está abaixo do preço de oferta.

As equações diferenciais que descrevem o modelo proposto são:

$$\dot{p} = B_p [d(p) - Y] \quad B_p > 0 \quad (1)$$

$$\dot{Y} = B_y [p - L'(Y)] \quad B_y > 0 \quad (2)$$

onde: \dot{p} = derivada dos preços em relação ao tempo, \dot{Y} = derivada do produto em relação ao tempo, $d(p)$ = função demanda (que depende do nível de preços), Y = função oferta, p = nível de preços, $L'Y$ = custo marginal e B_p, B_y são parâmetros.

A Equação 1 mostra que os preços são ajustados em decorrência da discrepância entre oferta e demanda no mercado de bens, enquanto a Equação 2 mostra que a oferta de bens é ajustada seguindo a discrepância entre o preço corrente dos bens e o seu custo marginal. Em outras palavras, considera-se que o equilíbrio no mercado ocorre quando a demanda é igual à oferta e o preço é igual ao custo marginal.

$$d(p^*) = Y^* \quad (3)$$

$$L'(Y^*) = p^* \quad (4)$$

A economia descrita pelas Equações (1)–(2) estará, portanto, em **steady-state** quando $\dot{p} = \dot{Y} = 0$.

O sistema de equações diferenciais apresentado em (1)–(2) é um sistema de equações não-linear. Para simplificar a análise de estabilidade, lineariza-se o mesmo em torno de sua posição de equilíbrio, utilizando como recurso o primeiro termo da expansão de Taylor. Deve-se destacar, nesse caso, que a análise de estabilidade refere-se à **estabilidade local** da posição de equilíbrio.¹⁴ Logo, a matriz jacobiana do sistema pode ser apresentada como;

$$J = \begin{vmatrix} B_p d_p & -B_p \\ B_y & -B_y L''(Y) \end{vmatrix}$$

A Análise de estabilidade mostra que o determinante e o traço da matriz assumem os seguintes valores:

$$\text{Det}|J| = -B_p d_p L''(Y) B_y + B_y B_p$$

$$\text{TR}|J| = B_p d_p - B_y L''(Y)$$

A análise de estabilidade requer que se avalie o sinal de dois parâmetros d_p e $L''(Y)$. No caso em que $d_p < 0$ e $L''(Y) > 0$, o $\text{Det}|J| > 0$ e o $\text{TR}|J| < 0$, o sistema será estável. Em outras palavras, a estabilidade é garantida quando a curva de

¹⁴ De acordo com Takayama (1993, p.335), uma posição de equilíbrio X^* é dita *localmente estável* se qualquer solução do sistema de equações diferenciais $\partial X_i / \partial t = f_i[X_1(t), \dots, X_n(t)]$, $i = 1, \dots, n$ onde $f_i(X^*) = 0$, $i = 1, \dots, n$; que esteja suficientemente próxima de X^* , convirja para X^* quando $t \rightarrow \infty$. Em outras palavras, X^* é dito localmente estável se existe uma vizinhança de X^* , $N(X^*)$, tal que se $X^0 \in N(X^*)$ então $X(t, X^0) \rightarrow X^*$ quando $t \rightarrow \infty$.

demanda for negativamente inclinada e os custos marginais forem estritamente crescentes.

Entretanto, ao admitir-se que a partir de um determinado ponto o parâmetro d_p assume um valor positivo, a instabilidade do ponto de equilíbrio no *steady state* prevalecerá, considerando que B_y e L'' sejam suficientemente pequenos e/ou no caso em que L'' seja nulo. Essa última situação é descrita na Figura 7. Observa-se que, por simplicidade, se emprega a função demanda sugerida anteriormente e uma função custo linear (na verdade uma função oferta agregada), do tipo $L(Y) = c_1 + c_2Y$, o que implica que $L' = c_2$ e $L'' = 0$. O equilíbrio é o ponto de demanda efetiva de Keynes.

Como mostra o diagrama de fases, o ponto de equilíbrio é um ponto de equilíbrio instável. Entretanto, o que deve ser feito é estudar a instabilidade do referido sistema, ou seja, como $\text{Det}|J| > 0$ e o $\text{TR}|J| > 0$, para o caso em que $d_p > 0$ e $L'' = 0$, têm-se a observância da condição necessária (embora não-suficiente) para a existência dos ciclos. Por conseguinte, é possível que o sistema seja localmente instável e globalmente estável (neste caso, o teorema de Poincaré-Bendixson seria aplicável). Essa situação é representada na Figura 8.

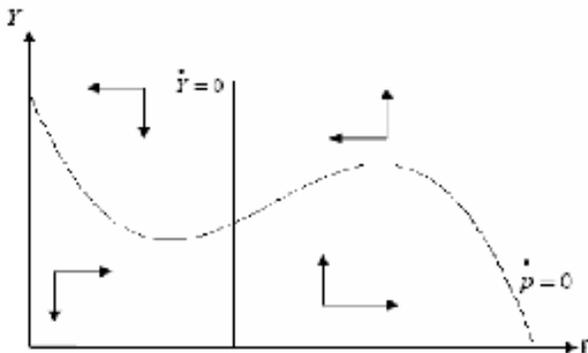


Fig. 7. Diagrama de fases do modelo

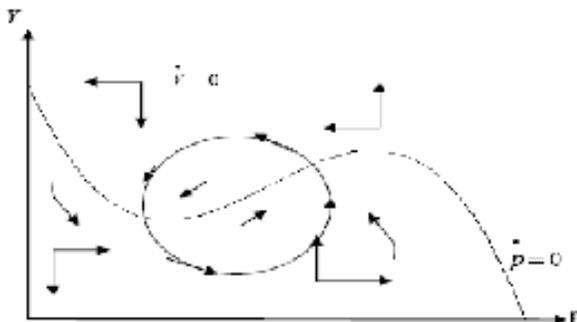


Fig. 8. A existência de um ciclo-limite

4.2. Das condições para a existência do ciclo

Como ilustrado anteriormente, se o sistema descrever um *ciclo-limite*, a instabilidade será limitada e o sistema ficará fluando em torno da posição de equilíbrio. Entretanto, é necessário observar, primeiramente, algumas implicações das hipóteses assumidas que garantiram a existência da condição necessária para que o sistema descrevesse o referido comportamento.

A primeira delas refere-se ao sinal positivo do parâmetro d_p . Mais especificamente, a possibilidade de a curva de demanda agregada ser positivamente inclinada no plano preço e produto. Ora, como discutido na subseção 3.1, para que a curva de demanda agregada seja positivamente inclinada neste plano, basta que os efeitos negativos (efeito Keynes-Kalecki, efeito Keynes-Fisher, efeito Keynes-Mundell-Tobin) de uma deflação de preços sejam superiores aos efeitos positivos. Em outras palavras, basta que uma deflação de preços implique uma redução da demanda agregada para algum intervalo de tempo.

A segunda consideração que deve ser feita é em relação à curva de custo marginal. Por simplicidade, assumiu-se que a função custo pode ser expressa por uma função linear, de tal forma que $L'(Y) = c_2$. Isso significa que a função custo marginal é uma constante. No entanto, ao considerar que a função custo marginal exibe retornos crescentes ou decrescentes, dificuldades adicionais serão impostas ao modelo, como por exemplo, a possibilidade da curva de custo tangenciar a curva de demanda em dois ou mais pontos, de forma que o modelo seria compatível com múltiplos pontos de equilíbrio. A última seção deste capítulo traz uma simulação do modelo com custos crescentes, em que a existência do ciclo depende dos valores assumidos por L'' , ou seja, o ciclo só existe para valores de L'' limitados em um determinado intervalo.

Por fim, supôs-se que a velocidade de ajustamento da oferta não é infinita, ou seja, que o parâmetro B_y assume um valor relativamente baixo. Esta hipótese é plenamente plausível, uma vez que o processo de produção demanda tempo, seja para ofertar produtos com base na capacidade instalada, seja no que tange à realização do investimento. Além disso, deve-se ressaltar que os sinais de mercado repassado ao empresário e a própria decisão desses de responder a estes sinais também demandam tempo.¹⁵ Portanto, a oferta tende a ajustar-se lentamente. No entanto, deve-se considerar que essa hipótese não traz restrições adicionais ao modelo, porque este (como demonstrado posteriormente) é pouco sensível ao valor deste parâmetro.

¹⁵ Observe que as decisões dos empresários são tomadas em momentos distintos de tempo e que o prazo de maturação/produção também ocorre em distintos espaços de tempo, de tal forma que a oferta tende a aumentar lentamente, segundo Keynes, num processo de tentativa e erro.

4.3. Do modelo matematico

Para verificar a existencia de um ciclo-limite e necessario que a analise de estabilidade do modelo matematico atenda aos criterios estabelecidos pelos teoremas de *Bendixon e Poincare*. Nesse sentido, o modelo aqui proposto sera formalizado a partir da equacao de demanda proposta anteriormente, $d(p) = 0,02p^3 + 0,8p^2 - 9p + 50$, e da funcao custo: $L(Y) = c_1 + c_2Y$. A analise que segue busca mostrar se o modelo atende ou nao aos criterios acima mencionados, de tal forma que se possa verificar a veracidade da existencia de um ciclo-limite.

As equacoes diferenciais podem ser reescritas como:

$$\dot{p} = b_p [(-0,02p^3 + 0,8p^2 - 9p + 50 - Y)] \tag{5}$$

$$\dot{Y} = B_y [p - \bar{c}_2] \tag{6}$$

Para prosseguir com a analise e necessario que se definam os valores para os parametros, como segue: $B_p = 1$, $B_y = 0,75$, e $c_2 = 13$. Neste caso, supoe-se velocidade de ajustamento de precos instantanea, enquanto que para a producao esse ajustamento sera mais demorado, isto e, leva um determinado tempo para ocorrer. Alem disso, considera-se que o custo marginal e constante. Por fim, observa-se que d_p e a derivada da funcao demanda. Como este refere-se ao um ponto muito proximo do equilbrio (linearizacao pelo primeiro termo da expansao de Taylor) o mesmo foi calculado utilizando o valor do preco de equilbrio ($p^E = 13$).

A matriz jacobiana deste modelo e dada por:

$$J = \begin{vmatrix} 1,66 & -1 \\ 0,75 & -0 \end{vmatrix}$$

de forma que o $\text{Det}|J| = 0,75 > 0$ e o $\text{TR}|J| = 1,66 > 0$ mostrando que ele atende ao teorema de *Bendixon*. No entanto, sabe-se que essa e uma condicao necessaria, mas nao suficiente, de modo que a analise do campo vetorial (vetor forca) faz-se necessaria para demonstrar que o mesmo atende simultaneamente ao teorema de *Poincare*. O vetor de forcas e dado pela Figura 9.

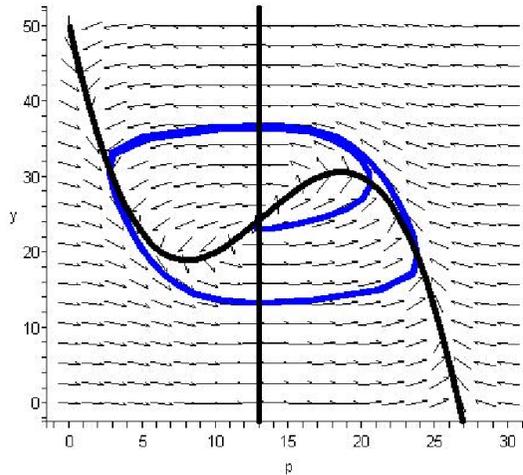


Fig. 9. Vetor de forças para o modelo com custos marginais constantes

Logo, a partir do resultado obtido, é possível afirmar que o modelo é caracterizado como ciclo-limite, pois atende simultaneamente aos critérios especificados. A conclusão do modelo mostra que partindo de qualquer ponto inicial – exceto o ponto de intersecção das duas curvas –, a economia ficará presa em uma órbita (ciclo) em torno de sua posição de equilíbrio. O mecanismo que gera o ciclo pode ser assim identificado: partindo de um ponto qualquer, A por exemplo, é possível observar que neste caso o preço é maior que o custo marginal e que a demanda é maior que a oferta. Esta última condição, como mostra a Equação 1, faz com que o nível de preços aumente e, conseqüentemente, o nível de produção (Equação 2). Entretanto, à medida que a oferta aumenta, a tendência é que a mesma iguale-se à demanda, de tal maneira a cessar o aumento de preços. Ocorre que, neste ponto, o nível de preços é superior ao custo marginal, o que faz com que as empresas continuem a aumentar a produção. Este aumento da produção leva a um aumento da oferta, ocasionando queda subsequente no nível de preços. Essa queda no nível de preços continua até que a oferta se iguale novamente à demanda. Neste ponto, o nível de preços será menor que o custo marginal, e as empresas tendem a reduzir a produção (oferta). Essa redução na produção ocasiona o aumento do nível de preços desencadeando novamente o ciclo.

Observa-se ainda, conforme mostra a simulação do modelo representado pela Figura 10, que os resultados alcançados são bastante robustos, ou seja, pouco sensíveis a alterações nos valores dos parâmetros.

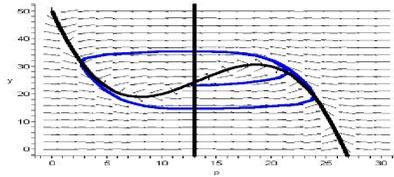
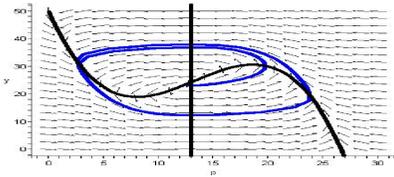
Como mostram os diagramas de fases, variaes no sentido de diminuir a velocidade de ajustamento de preços provocam pequenas alteraes na dinâmica do modelo. O mesmo resultado vale para o ajustamento da oferta.

Com baixa velocidade de ajustamento de preços

Com baixa velocidade ajustamento da oferta

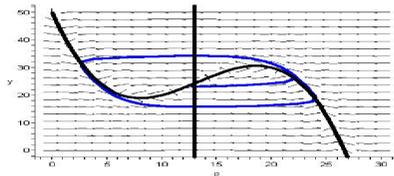
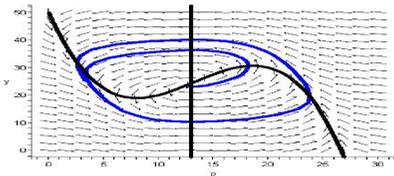
$$B_p = 0,75$$

$$B_Y = 0,5$$



$$B_p = 0,5$$

$$B_Y = 0,3$$

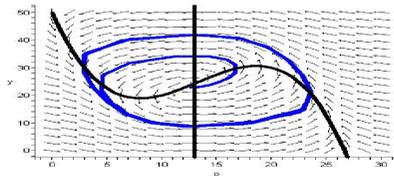
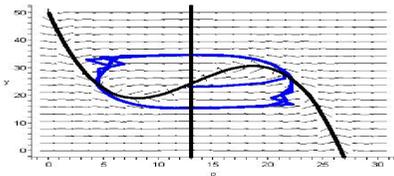


Com alta velocidade de ajustamento de preços

Com alta velocidade ajustamento da oferta

$$B_p = 2$$

$$B_Y = 2$$



$$B_p = 4$$

$$B_Y = 4$$

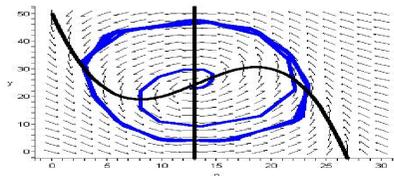
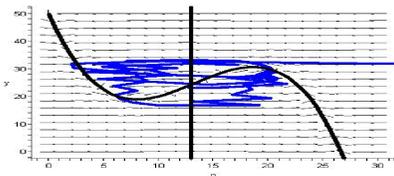


Fig. 10. Simulaes do modelo com custos constantes

Como mostram os diagramas de fases, os resultados do modelo permanecem validos considerando uma velocidade de ajustamento de preços ou uma velocidade de ajustamento da oferta mais elevada.

4.4. *Das implicações teóricas dos resultados alcançados*

Como observado na Figura 9 o modelo é caracterizado por exibir um ciclo-limite. Isso significa que a economia fica flutuando em torno de sua posição de equilíbrio dado que o mesmo é instável. Em termos teóricos, este resultado mostra que a instabilidade sugerida por Amadeo (1988) e pelo modelo de Oreiro (1997), quando o efeito Fisher é maior que o efeito riqueza real, é não explosiva.

Desde que o efeito Keynes-Fisher seja maior do que o efeito riqueza real, o equilíbrio com pleno-emprego é instável e, portanto, a economia tende a se afastar do mesmo. Mas, ao contrário do que demonstrou Oreiro (1997), essa instabilidade não tende a levar a economia (produto) para o infinito ou para zero, uma vez que ela ficará contida em uma determinada órbita (ciclo), flutuando em torno de sua posição de equilíbrio. Isso significa que a instabilidade refere-se ao ponto de equilíbrio, mas não ao sistema como um todo, pois este é globalmente estável.

Observa-se, no entanto, que a questão principal é de que nada garante que o ponto de equilíbrio do modelo seja um ponto de equilíbrio com pleno-emprego. Essa é uma possibilidade dentre tantas outras, porque no ponto de intersecção entre as duas curvas a única condição que está sendo estabelecido é o primeiro postulado da economia clássica, qual seja, de que a produtividade marginal é igual ao salário real. Isso não implica dizer que o mercado de trabalho esteja necessariamente em equilíbrio. Para esclarecer este ponto, observe a Figura 11.

Na Figura 11, o equilíbrio determinado pelo modelo refere-se ao ponto *A*. No entanto, o ponto de equilíbrio com pleno-emprego pode ser simplesmente o ponto *B*, de tal forma que o equilíbrio do modelo é um equilíbrio que prevalece o desemprego involuntário. Observa-se que este ponto *B* nunca será alcançado pela economia, uma vez que esta fica flutuando (ciclo) em torno do ponto *A*. Ou seja, a economia não converge necessariamente para sua posição de pleno-emprego, como propunham os economistas clássicos, podendo ficar – como norma geral, tal como propunha Keynes – presa em equilíbrio com subutilização de recursos.

De forma alternativa, supondo-se que a economia está inicialmente no ponto de pleno-emprego (*C*) na Figura 12, e ocorre um choque de oferta – mudança na produtividade do trabalho – tal que a curva de custo marginal seja deslocada para a direita (Figura 12). Neste caso, o que o modelo mostra é que não existem forças endógenas capazes de fazer com que a economia retorne ao ponto de equilíbrio com pleno-emprego, porque ela converge para o ciclo (e a partir daí fica flutuando) em torno do ponto *A*. Neste caso, o equilíbrio é caracterizado pela subutilização de recursos.

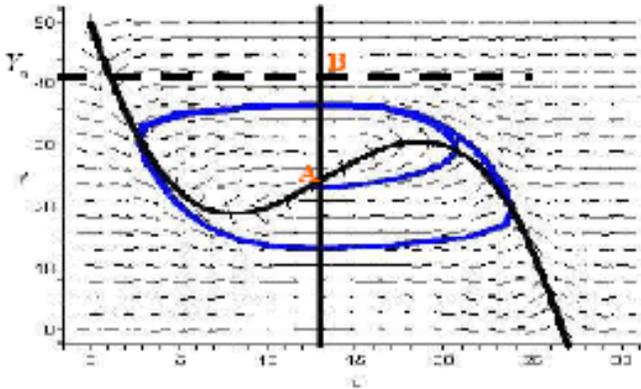


Fig. 11. Equilbrio com desemprego involuntário no longo prazo

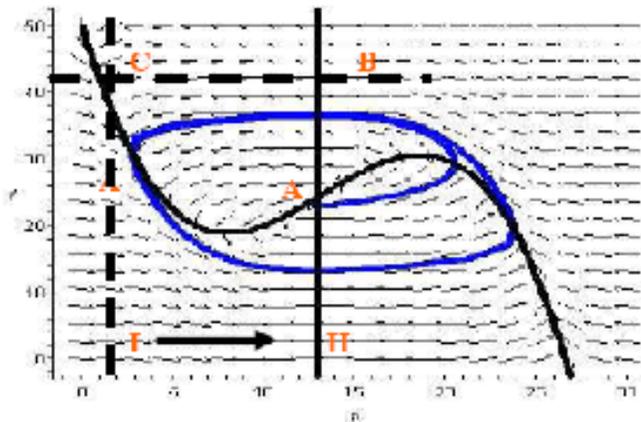


Fig. 12. Efeitos de um choque de oferta

A Figura 13 mostra a situação do mercado de trabalho. O equilíbrio no mercado de trabalho seria alcançado quando a interseção entre a curva de oferta e a curva de demanda ocorrer no ponto D . No entanto, como neste modelo o que determina a demanda por trabalho é a demanda efetiva, é plenamente possível que associado ao ponto de equilíbrio A a demanda por trabalho seja aquela em que apenas L_0 trabalhadores estão empregados. Logo, a diferença $L^* - L_0$ representa a quantidade de trabalhadores que se encontram desempregados.

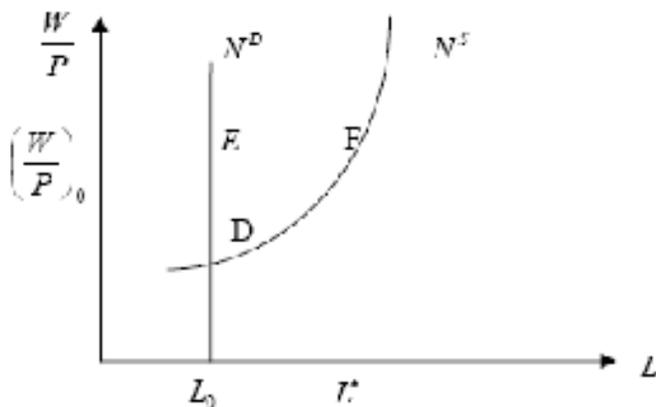


Fig. 13. O mercado de trabalho

Observa-se ainda, que o desemprego não é consequência de alguma imperfeição do mercado de trabalho – tal como rigidez de salário ou pelo fato de o mesmo estar acima de um suposto salário de equilíbrio – porque o que determina o nível de emprego, neste caso, é a demanda efetiva. Como mostra a figura, o salário pago pelas empresas é superior ao salário mínimo ao qual os trabalhadores que se encontram empregados estariam dispostos a trabalhar. No entanto, o que se deve ressaltar é que as empresas não têm incentivos para mudar de posição, uma vez neste ponto as mesmas estão maximizando seus lucros. Além disso, variações no salário poderiam gerar efeitos recessivos sobre a demanda agregada, de modo que os lucros das empresas poderiam ser diminuídos. Logo, as firmas mantêm o nível de emprego de acordo com a demanda efetiva existente.

4.5. Dos problemas do modelo

Em relação ao modelo proposto, duas observações devem ser feitas: a primeira refere-se ao modelo matemático, mais especificamente, ao valor dos parâmetros para a curva de demanda agregada que está sendo considerada; e, a segunda, em termos das implicações teóricas da adoção de uma função custo marginal constante.

No que se refere à primeira, deve-se salientar que o formato da curva de demanda agregada (como uma função de terceiro grau) que foi especificado no modelo anterior depende dos valores de a_0 , a_1 e a_2 , que são os parâmetros que

foram calibrados a fim de formalizar os efeitos de uma deflaao de preços sobre a demanda. Acontece que pequenas variaoes nos valores desses parâmetros mudam radicalmente o formato da curva de demanda agregada; ou seja, o formato desta curva, da forma como foi especificada no modelo,  muito sensível a qualquer alteraao no valor desses parâmetros. Isso, porém, não deve ser interpretado como prova de baixa robustez dos resultados aqui apresentados. Com efeito, a argumentaao apresentada na subseao 3.1 aponta para a existência de uma curva de demanda agregada não-linear tal como representada na Figura 6. A representaao matemática desta relaao exige não são um polinmio de terceiro grau, como tmbm que os coeficientes desse polinmio assumam certos valores numéricos. Dessa forma, estando correta a intuiao econômica apresentada na subseao 3.1, os valores numéricos do polinmio de terceiro grau devem ser escolhidos de tal forma a gerar uma curva de demanda agregada com o formato apresentado na referida figura. Sendo assim, a sensibilidade do formato da curva de demanda agregada a mudanças nos valores dos coeficientes do polinmio de terceiro grau não deve ser vista como uma prova da baixa robustez dos resultados aqui apresentados.

A segunda observaao refere-se  suposiao de uma curva de custo total linear. Isso porque, ao supor esta funao linear considera-se que os custos marginais são constantes. No entanto, ao propor essa condiçao o modelo está implicitamente admitindo algum tipo de rigidez, seja dos salários nominais, seja dos salários reais, dado que $F'(L) = \frac{W}{P}$. Neste caso, o desemprego involuntário não  um resultado obtido em um contexto onde preços e salários são flexíveis, como propôs Keynes ao longo da TG. O resultado alcançado esta sendo proposto em um contexto onde apenas os preços são plenamente flexíveis.

Nesse sentido, a fim de relaxar esta restriao que foi imposta ao modelo, a seao que segue apresenta o seu desenvolvimento a partir de funao *custo marginal linear*, ou seja, admitindo-se custos crescentes. A idéia aqui  de que, considerando o trabalho como representativo dos custos totais das empresas,  medida que o nível de emprego aumenta os trabalhadores estarão em melhores condioes de barganhar aumento de salários. Esse aumento de salário, por sua vez, leva a um aumento dos custos das firmas. Portanto,  medida que a produçao aumenta, os custos serão maiores (crescentes).

4.6. Modelo sob custos marginais crescentes

Como demonstrado anteriormente, a matriz jacobiana do sistema  dada por:

$$J = \begin{vmatrix} B_p d_p - B_p & \\ B_y & -B_y L''(Y) \end{vmatrix}$$

onde o determinante e o traço da matriz assumem os seguintes valores:

$$\text{Det}|J| = -B_p d_p L''(Y) B_y + B_y B_p$$

$$\text{TR}|J| = B_p d_p - B_y L''(Y)$$

Observa-se que, se $L'' \neq 0$, a condição de estabilidade passa a depender dos valores assumidos pelos distintos parâmetros. Para o caso em que $L'' > 0$, ou seja, supondo uma curva de custo marginal crescente, a estabilidade global do sistema requer que duas condições sejam satisfeitas, quais sejam:

$$1^\circ - \text{Condição: } d_p L''(Y) < 1$$

$$2^\circ - \text{Condição: } B_p d_p > B_y L''(Y)$$

Para que se satisfaçam simultaneamente estas duas condições, o essencial é de que o valor assumido pelo parâmetro L'' seja relativamente pequeno. Por exemplo, para que a primeira condição seja atendida, o valor do parâmetro L'' não pode ser superior a 0,6 (neste caso o valor do parâmetro d_p é igual a 1,66). Na Figura 14 apresentam-se várias simulações com distintos parâmetros.

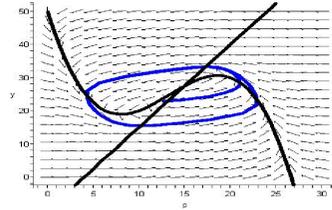
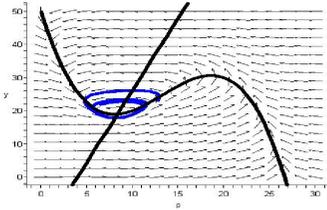
Estas simulações mostram que, sob custos crescentes, o resultado (a existência de um ciclo-limite) permanece válido desde que algumas condições sejam observadas. A principal delas refere-se ao valor assumido pelo parâmetro c_2 . No primeiro exemplo em que a função custo marginal é definida como $L'(Y) = 4 + c_2 Y$, o valor deste deve ficar limitado ao intervalo $0,23 \leq c_2 \leq 0,4$. No segundo exemplo, que inclui um valor superior ao parâmetro c_1 – o termo do intercepto da curva de custo marginal – o resultado só se mantém válido se o valor de c_2 diminuir. Neste caso, a existência do ciclo requer que c_2 assuma valores no intervalo $0,12 \leq c_2 \leq ,29$. Logo, observa-se que existe uma correlação inversa entre o valor assumido por cada um desses parâmetros, ou seja, à medida que c_1 aumenta, c_2 deve diminuir.

Valor dos parâmetros:

$$d_p = 1,66, B_p = 1, B_y = 0,75$$

Função custo marginal: $L'(Y) = 4 + c_2 Y$

$$c_2 = 0,23 \quad c_2 = 0,4$$



Valor dos parâmetros:

$$d_p = 1,66, B_p = 1, B_y = 0,75$$

Função custo marginal: $L'(Y) = 6 + c_2 Y$

$$c_2 = 0,12 \quad c_2 = 0,29$$

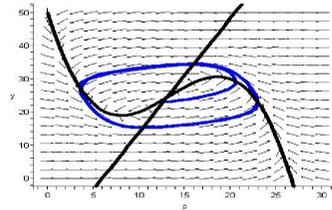
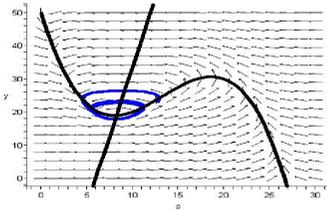


Fig. 14. Simulações do modelo com custos marginais crescentes

As simulações são feitas com base na equação de custo marginal:

$$L'(Y) = 4 + c_2 Y$$

$$B_p = 0,5 \quad B_Y = 0,4$$

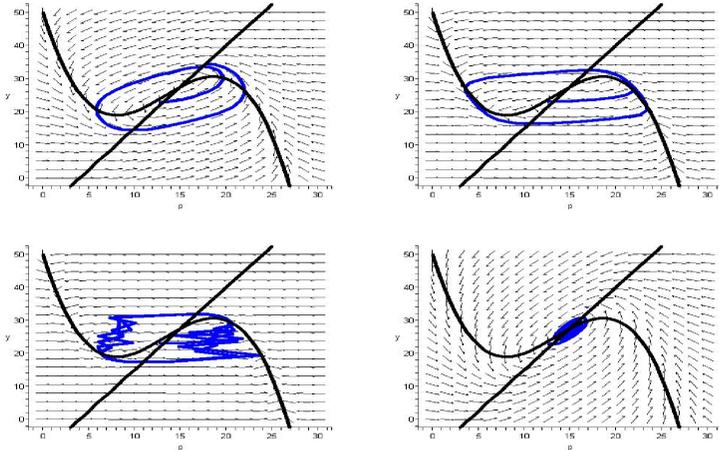


Fig. 15. Simulações do modelo com custos marginais crescentes com diferente velocidade de ajustamento de preço e de oferta

Como mostram os diagramas de fases, variações no sentido de diminuir a velocidade de ajustamento provocam pequenas alterações na dinâmica do modelo. Já quando a velocidade de ajustamento aumenta, têm-se dois comportamentos distintos. Para o caso do ajustamento de preços, quando $B_p > 5$ o resultado do modelo se perde, ou seja, o ciclo limite deixa de existir. Para o caso do ajustamento da oferta, quando este tende a assumir valores maiores, o ciclo tende a se contrair sem deixar, porém, de existir.

Em síntese, nesta versão do modelo com custos marginais crescentes a presença de um equilíbrio com desemprego involuntário ocorre em um contexto em que preços como os salários são plenamente flexíveis, de tal forma que o mesmo tende a reproduzir o que foi sugerido por Keynes na TG.

5. Consideraes Finais

Por intermédio do desenvolvimento deste modelo não-linear foi possível demonstrar que a economia opera no longo prazo com subutilização de recursos. Mais especificamente, a partir da formalização dos argumentos propostos por Keynes no capítulo 19 da TG,  possível demonstrar a conclusão proposta pelo autor, qual seja, que a economia  caracterizada no longo prazo por um equilíbrio em que prevalece o desemprego involuntário.

Deve-se destacar, no entanto, que quando o modelo foi proposto a partir de uma função custo marginal constante, os resultados são alcançados em um contexto em que somente os preços são flexíveis. Mais especificamente, o resultado derivado do modelo de que no longo prazo  possível que a economia fique operando em torno de uma posição de equilíbrio que não  de pleno-emprego,  obtido em um contexto onde os salários são considerados rígidos. Neste caso, o resultado não está de acordo com o que propôs Keynes, pois como foi demonstrado anteriormente o desemprego involuntário era um resultado tido por Keynes como independente da hipótese de rigidez salarial.

Esse problema foi resolvido ao considerar-se uma função custo marginal crescente, porque neste caso introduz-se na análise a flexibilidade salarial. A hipótese para este tipo de função  de que, sendo o trabalho o principal componente dos custos das empresas e sendo o salário uma função inversa da taxa de desemprego, toda vez que o emprego aumenta os trabalhadores têm maior poder de barganha para negociar salários. Em outras palavras, quando o produto aumenta, a taxa de desemprego diminui, e os trabalhadores se sentem mais “confortáveis” para negociarem um aumento no salário nominal.

Nesse sentido, a conclusão do trabalho alinhou-se com as da teoria Keynesiana, pois a partir da formalização dos argumentos de uma deflação de preços sobre a demanda agregada, proposto por Keynes, foi possível demonstrar duas preposições – quanto ao comportamento da economia – sugeridas pelo autor:

- (i) de que a economia  inerentemente instável, sendo esta instabilidade limitada; e,
- (ii) de que, como norma geral,  de se esperar que no longo prazo a economia flutue em torno de uma posição de equilíbrio caracterizada por desemprego involuntário da força de trabalho.

Referências bibliográficas

- Amadeo, E. (1988). *Keynes Principle of Effective Demand*. Edward Elgar.
- Chick, V. (1983). *Macroeconomics After Keynes*. Philip Alan, Oxford.
- Fisher, I. (1933). The debt-inflation theory of great depressions. *Econometrica*, 1(4).
- Flachel, P., Franke, R., & Semmler, W. (1997). *Dynamic Macroeconomics Instability, Fluctuation and Growth in Monetary Economics*. Cambridge University Press.
- Hicks, J. R. (1937). Mr. Keynes and the classics: A suggested interpretation. *Econometrica*, April.
- Keynes, J. M. (1936). *The General Theory of Employment, Interest and Money*. Macmillan, Londres. Edição original.
- Keynes, J. M. (1937a). Ex post and ex ante. In *The Collected Writings of J. M. Keynes*, pages 79–81. Macmillan for the Royal Economic Society, London. Vol. XIV, The General Theory and After: Part II Defence and Development.
- Keynes, J. M. (1937b). Letter to J. R. Hicks. In *The Collected Writings of J. M. Keynes*, pages 79–81. Macmillan for the Royal Economic Society, London. Vol. XIV, The General Theory and After: Part II Defence and Development.
- Keynes, J. M. (1982). *A Teoria Geral do Emprego*. Atlas, São Paulo.
- Lima, G. T. (2003). O Império contra-ataca: A macroeconomia de Keynes e a síntese neoclássica. In Lima, G. T. & Sicsú, J., editors, *Macroeconomia do emprego e da Renda: Keynes e o Keynesianismo*. Ed. Manole Ltda., São Paulo.
- Modigliani, F. (1944). Liquidity preference and the theory of interest and the money. *Econometrica*, 12.
- Oreiro, J. L. (1997). Flexibilidade salarial, equilíbrio com desemprego e desemprego de desequilíbrio. *Revista Brasileira de Economia*, 51.
- Oreiro, J. L. (2006). O princípio da demanda efetiva. Mimeo.
- Patinkin, D. (1948). Price flexibility and full employment. *The American Economic Review*, 38(4):543–564.
- Patinkin, D. (1956). *Money, Interest and Prices*. Harper & Row, New York.
- Pigou, A. C. (1917). The value of money. *Quarterly Journal of Economics*, XXIV(1).
- Pigou, A. C. (1943). The classical stationary state. *The Economic Journal*, 53(212):343–351.
- Tobin, J. (1969). *A General Equilibrium Approach to Monetary Theory in Essays in Economics*, volume 1. MIT Press, Cambridge. Macroeconomics.