

# A Persistência das Flutuações no Produto: Uma Análise Secular do Crescimento Econômico Brasileiro

Cleomar Gomes da Silva

*Instituto de Economia – Universidade Federal de Uberlândia (IE-UFU) e Secretaria de  
Política Econômica do Ministério da Fazenda (SPE/MF), Brasil*

Fábio Augusto Reis Gomes

*FUCAPE Business School, Brasil*

---

## Resumo

Este artigo estuda a persistência das flutuações do crescimento econômico brasileiro com dados anuais de 1900 a 2008. Para a análise das séries são usados modelos ARFIMA e testes de raiz unitária com quebras estruturais. Os resultados indicam que ambos PIB e PIB per capita brasileiros apresentam alto grau de persistência. Na decomposição tendência-ciclo, percebe-se que a tendência de longo prazo do PIB per capita estagna-se no começo do século 20 e na década de 1980, com reversão somente nos anos 2000. Já o PIB mostra crescimento menos errático, apenas destacando a intensificação no período do Milagre e a estagnação na década de 1980.

*Palavras-chave:* Modelos de Memória Longa, Crescimento Econômico, Séries Temporais

*Classificação JEL:* C22, E31, O40

---

## Abstract

This paper analyzes the long memory properties of economic growth in Brazil taking into consideration a series of annual data ranging from 1900 to 2008. We make use of ARFIMA models as well as unit root tests with structural breaks. The results show that both output and output per capita are highly persistent. The trend-cycle decomposition shows that the per capita GDP suffered stagnation in its long run trend in the beginning of the last century and in the 1980's, improving only in the 2000's. As for the GDP, it shows a less erratic growth, calling the attention the Brazilian Miracle period and the stagnation of the 1980's.

---

\* Recebido em fevereiro de 2010, aprovado em fevereiro de 2011. As opiniões expressas neste artigo são exclusivamente dos autores e não necessariamente refletem a visão do Ministério da Fazenda.  
*E-mail addresses:* cleomargomes@ie.ufu.br, fabiogomes@fucape.br

## 1. Introdução

Há tempos, pesquisadores vêm tentando caracterizar da melhor forma possível a relação entre ciclos econômicos de negócios e trajetória de crescimento de longo prazo. Tais pesquisas são importantes, pois políticas econômicas de curto prazo podem (ou não) influenciar a tendência de crescimento de longo prazo da economia. Assim, custos e benefícios de políticas macroeconômicas são distintos a depender da persistência dos choques. Os desenvolvimentos ocorridos na econometria de séries temporais nas últimas décadas colaboraram muito com estas investigações, tendo como foco principal a discussão de uma correta separação entre a tendência e o ciclo de determinada série.<sup>1</sup>

De um lado, existe a abordagem de que políticas econômicas de curto e longo prazos são dicotômicas e, como resultado, perturbações transitórias no componente cíclico do PIB não afetam sua tendência de crescimento de longo prazo. Isso significa que esta tendência é suave, com flutuações de curto prazo ao redor da mesma sendo primariamente determinadas por choques de demanda. Desta forma, a interpretação de que ciclos de negócios são eventos temporários leva à conclusão de que recessões, por exemplo, não criam efeitos adversos permanentes no PIB.

Por outro lado, existe o argumento de que perturbações de curto prazo influenciam a tendência de longo prazo da economia. O trabalho de Nelson e Plosser (1982) tem grande influência nesta discussão, uma vez que sugere fortes evidências da presença de raiz unitária na maioria das séries macroeconômicas. Para os autores, caso o produto agregado seja acometido por uma perturbação, seu componente permanente não reverte à tendência de longo prazo. Isso gera, então, um caráter de persistência da série, dado que perturbações de curto prazo influenciam a tendência de longo prazo da mesma.

As argumentações de Nelson e Plosser (1982) têm implicações radicais para a trajetória do produto no contexto da teoria do ciclo de negócios, pois neste caso choques (tecnológicos) de produtividade podem ser frequentes e persistentes. Mas há uma diferença crucial: as flutuações ocorrem na taxa natural de crescimento do produto. Elas não são desvios de uma tendência determinística e suave, mas induzidas por uma série de choques permanentes. Desta forma, os autores interpretam seus resultados como um limite importante às teorias monetárias dos ciclos de negócios, que explicam as flutuações pelo lado da demanda. Perturbações reais (e não choques monetários) parecem ser muito mais importantes na caracterização das flutuações no produto agregado de um país (Snowdon e Vane 2005).

Desde a discussão levantada por Nelson e Plosser (1982), pesquisadores têm buscado maneiras de determinar a persistência nos movimentos do produto agregado. Do ponto de vista econométrico, tal persistência pode ser testada por meio de testes de raiz unitária, como os tradicionais testes ADF, Phillips-Perron e

---

<sup>1</sup> Aqui, não levamos em conta o fator sazonalidade.

KPSS. Contudo, tal metodologia impõe que o parâmetro de integração 'd' tenha um valor inteiro, ou seja, a série deve necessariamente ser definida como  $I(0)$  ou  $I(1)$ . Isso deixa de lado qualquer possibilidade da existência de um parâmetro fracionado.

Os modelos ARFIMA (*Auto-Regressive-Fractionally-Integrated-Moving-Average*) levam esta possibilidade de fracionamento em consideração e, assim, ajudam a superar os tradicionais problemas de baixo poder dos testes de raiz unitária, especialmente quando a alternativa é um processo de memória longa (Hassler e Wolters 1994). A metodologia também ajuda a modelar conjuntamente as dinâmicas de curto e longo prazo da série. Entretanto, ainda existe a possibilidade de a persistência detectada pelas estimações ARFIMA ser superestimada caso ocorram quebras estruturais nas séries (Diebold e Inoue 2001).

Este artigo tem como objetivo contribuir para a discussão acerca da característica secular do crescimento econômico brasileiro. Ênfase é dada ao estudo do PIB e do PIB per capita (em suas formas logarítmicas) para o período compreendido entre os anos 1900 a 2008. Para isso, a análise é feita a partir de testes de raiz unitária e modelos ARFIMA, sendo considerada inclusive a possibilidade da ocorrência de quebras estruturais. Os resultados sugerem que ambas as séries estudadas apresentam alto grau de persistência, podendo ser caracterizadas como processos de raiz unitária. Em outras palavras, os logaritmos do PIB e do PIB per capita são persistentes e não reverterem a uma média de longo prazo. Por esta razão, utilizamos a decomposição de Beveridge-Nelson, além do filtro de Hodrick-Prescott, para analisar os componentes permanentes e cíclicos das séries. Na decomposição tendência-ciclo, percebe-se que a tendência de longo prazo do PIB per capita estagna-se no começo do século 20 e na década de 1980, com reversão somente nos anos 2000. Já o PIB mostra crescimento menos errático, apenas destacando a intensificação no período do Milagre e a estagnação na década de 1980.

O restante do artigo está organizado da seguinte maneira. A Seção 2 faz uma breve revisão da literatura. A Seção 3 trata da metodologia econométrica relativa aos modelos ARFIMA e modelos com quebra estrutural. A Seção 4 descreve os dados utilizados no artigo. A Seção 5 reporta os resultados dos modelos ARFIMA e dos modelos com quebra estrutural. A Seção 6 traz a discussão da Decomposição de Beveridge-Nelson, assim como seus resultados. A última seção faz a conclusão do trabalho.

## 2. Revisão da Literatura

Diebold e Rudebusch (1989) modelam processos de integração fracionada para várias variáveis de atividade econômica dos EUA e chegam à conclusão de que há clara evidência de processos de memória longa nas séries estudadas. Contudo, as mesmas não possuem raiz unitária, uma vez que os componentes 'd' estimados giram em torno de 0,5 e 0,9.

Michelacci e Zaffaroni (2000) analisam o modelo de crescimento de Solow via estimação de parâmetros de memória longa para as rendas per capita de

16 países da OCDE. Os autores chegam à conclusão de que o produto per capita tem características não estacionárias, mas exibe reversão à média de longo prazo. Isso significa que o processo pode ser classificado como uma raiz unitária fracionária. Assim, dadas as propriedades de memória longa das séries, o processo de convergência pode realmente acontecer, mas a uma baixa velocidade. Silverberg e Verspagen (2000) utilizam um método de estimação fracionada diferente do utilizado por Michelacci e Zaffaroni (2000) e chegam à conclusão de que a evidência de integração fracionada entre 0,5 e 1, como conseguido no artigo de Michelacci e Zaffaroni (2000), desaparece com a utilização destes outros modelos de integração fracionada.

Mayoral (2006), por sua vez, analisa uma longa série anual (1869-2001) do PIB real e PIB per capita real dos EUA. Seus resultados mostram evidência de que as ordens de integração das variáveis analisadas ficam entre os valores 0,5 e 1, implicando alta persistência, mas reversão a uma média de longo prazo.

Gil-Alana (2008) estuda as taxas de crescimento do PIB real de uma série de países (EUA, Reino Unido, Alemanha e Japão) permitindo que as estimações levem em conta uma quebra estrutural na média das séries, cuja data é endogenamente determinada. Os resultados mostram que a ordem de integração fracionada é ligeiramente positiva para o caso britânico, próxima de zero para Alemanha e Japão, e ligeiramente negativa para o caso americano. Note que a série analisada é a diferença do logaritmo do PIB. Logo, ao resultado deve ser somada a unidade. Assim, os resultados indicam que o PIB dos países é bastante persistente.

Caporale e Gil-Alana (2009) também investigam o caso de reversão à média para dados trimestrais do PIB per capita dos EUA (1948-2008). Os resultados dos autores indicam que o comportamento da série pode ser capturado por um processo de integração fracionada, isto é, um processo estacionário de memória longa. Isso implica que os choques que afetam a série revertem a uma média histórica no longo prazo. Os autores também levam em conta a possibilidade de mudança estrutural na série examinada e chegam a um resultado de diminuição da persistência da série nas últimas três décadas.

Para o caso brasileiro, não é de conhecimento dos autores nenhum trabalho envolvendo a técnica aqui empregada. Mas há importantes trabalhos tentando detectar ou refutar a presença de raiz unitária no PIB brasileiro. Por exemplo, Cribari-Neto (1990, 1992) analisa a série via testes de raiz unitária ADF e medidas de persistência das perturbações. Em ambos os trabalhos, o resultado encontrado pelo autor evidencia a presença de uma tendência estocástica no produto brasileiro, indicando que perturbações no produto são permanentes e incorporam-se na tendência de longo prazo do PIB. Isso significa que políticas macroeconômicas de curto prazo passam a influenciar o crescimento de longo prazo da economia.

Fava e Cati (1995) examinam o PIB brasileiro de 1900 a 1993, a partir de um teste alternativo de raiz unitária que permite mudanças estruturais nas séries macroeconômicas. O resultado encontrado mostra a ausência de tendência estocástica quando são isolados os planos de estabilização e a recessão do início da década de 1980. Desconsiderando-se as observações até 1946, a presença de raiz

unitária não é rejeitada para o período 1947-1985 e é rejeitada para o período 1947-1980.

Aguirre e Ferreira (2001) utilizam um teste de raiz unitária com quebra estrutural endógena, desenvolvido por Perron e Vogelsang (1992), para testar o comportamento de longo prazo do PIB brasileiro entre 1950 e 1997. Testes iniciais de raiz unitária, ADF e KPSS, encontram evidência de raiz unitária. Entretanto, quando se permite uma quebra endógena, detectada em 1979, há rejeição da hipótese nula de raiz unitária.

Abras et alii (2004) utilizam o teste de raiz unitária com duas quebras estruturais endógenas, sugerido por Lee e Strazicich (2003), para estudar o comportamento do PIB brasileiro de 1901 a 2002. Os resultados dos autores não rejeitam a hipótese de raiz unitária na série.

Em suma, não há um consenso na literatura. No entanto, parece haver uma preocupação recente em permitir a ocorrência de quebras estruturais. Em conformidade com isso, incorporaremos tal possibilidade em nossas análises econométricas. Além desta motivação, conforme será discutido na seção seguinte, a omissão de quebras estruturais afeta o desempenho dos modelos ARFIMA, caso as séries de fato sofram mudanças estruturais.

### 3. Metodologia Econométrica

Nesta seção exporemos a metodologia econométrica a ser aplicada na primeira parte do trabalho. Primeiramente, trataremos dos modelos de memória longa (modelos ARFIMA) e, posteriormente, trataremos dos modelos de raiz unitária com quebra estrutural. A interação entre estas duas metodologias se faz necessária, pois a segunda servirá como teste de robustez da primeira. Isso acontece devido à possibilidade de a persistência detectada pelas estimações ARFIMA ser causada por quebras estruturais nas séries.

Diebold e Inoue (2001) afirmam que a literatura econométrica dos modelos de memória longa não tem prestado à devida atenção à possibilidade de confusão entre as quebras estruturais e processos de integração fracionada. Granger e Hyung (2004) também abordam o mesmo problema e mostram que a omissão de quebras ocasionais nas séries pode levar a uma super-estimação do parâmetro 'd'.

Do ponto de vista empírico, Baum et alii (1999) examinam as taxas reais de câmbio de vários países no período após a instituição de Bretton Woods. Os autores concluíram que a hipótese da raiz unitária se mostra robusta contra as alternativas de integração fracionada e de estimações de quebras estruturais. Asikainen (2003) trabalha com dados referentes à popularidade dos partidos políticos da Finlândia e Suécia. Foram encontradas quebras estruturais em três séries analisadas e, em dois casos, o controle de tais quebras nos modelos de memória longa foi capaz de alterar o resultado em favor da hipótese de integração fracionada, ao invés de raiz unitária. Um resultado semelhante ocorreu em Gomes e Gomes da Silva (2009). Os autores investigaram o grau de persistência do desemprego de diferentes estratos

da força de trabalho na Região Metropolitana da São Paulo e, após a inclusão de quebras estruturais na análise, a estimativa pontual do parâmetro ‘d’ reduziu-se em todos os casos.

### 3.1. Modelos ARFIMA

Um das maneiras de se analisar persistência de forma univariada é fazer uso dos diferentes testes de raiz unitária existentes na literatura. Neste caso, o pesquisador estima a ordem de integração ‘d’ das séries e tal ordem somente pode assumir valores inteiros, seja  $I(0)$ , se for estacionária, ou  $I(1)$ , caso contrário. Outra possibilidade para se testar persistência univariada é fazer uso dos modelos ARFIMA (*Auto-Regressive-Fractionally-Integrated-Moving-Average*), tal como definido nos artigos de Granger e Joyeux (1980) e Hosking (1981). Estes modelos são uma generalização dos modelos ARIMA ( $p, d, q$ ) com a vantagem de a ordem de integração ‘d’ poder ser fracionada entre 0 e 1. Além disso, os modelos ARFIMA auxiliam na resolução do problema amplamente conhecido do baixo poder dos tradicionais testes de raiz unitária.

Com base em Hamilton (1994) um modelo ARMA ( $p, q$ ) pode ser escrito da seguinte forma:

$$y_t = c + \alpha_1 y_{t-1} + \dots + \alpha_p y_{t-p} + u_t + \beta_1 u_{t-1} + \dots + \beta_q u_{t-q}, \quad t = 1, \dots, T \quad (1)$$

em que ‘ $\alpha$ ’ e ‘ $\beta$ ’ são os coeficientes do modelo; ‘y’ uma variável genérica e ‘u’ representa o termo de erro com  $u_t = NID[0, \sigma^2]$ . Utilizando o operador de defasagem:

$$(1 - \alpha_1 L - \alpha_2 L^2 - \dots - \alpha_p L^p) y_t = c + (1 + \beta_1 L + \beta_2 L^2 + \dots + \beta_q L^q) u_t \quad (2)$$

Dividindo-se ambos os lados pelo termo da esquerda:<sup>2</sup>

$$y_t = \mu + \Phi(L)u_t \quad (3)$$

em que:

$$\Phi(L) = \frac{(1 + \beta_1 L + \beta_2 L^2 + \dots + \beta_q L^q)}{(1 - \alpha_1 L - \alpha_2 L^2 - \dots - \alpha_p L^p)}$$

$$\sum_{j=0}^{\infty} |\Phi_j| < \infty$$

$$\mu = \frac{c}{(1 - \alpha_1 - \alpha_2 - \dots - \alpha_p)}$$

Desta maneira, um processo integrado de ordem ‘d’ pode ter a seguinte representação:

<sup>2</sup> Ver Hamilton (1994, p. 59) para as condições necessárias para tal exercício.

$$(1 - L)^d y_t = \Phi(L)u_t \quad (4)$$

Geralmente, assume-se que  $d = 1$ , ou que a 1ª diferença da série é estacionária. Todavia, valores fracionados de 'd' podem ser de grande utilidade.

Ainda segundo Hamilton (1994, p. 448), considere a representação  $MA(\infty)$  da equação (4). Se  $d < 0,5$ , o inverso do operador  $(1 - L)^{-d}$  existe. Isso pode ser visto multiplicando-se ambos os lados da equação (4) por  $(1 - L)^{-d}$ . O resultado é o seguinte:

$$y_t = (1 - L)^{-d} \Phi(L)u_t \quad (5)$$

O operador  $(1 - L)^{-d}$  pode ser representado pelo seguinte filtro:

$$(1 - L)^{-d} = 1 + dL + (1/2!)(d+1)dL^2 + (1/3!)(d+2)(d+1)dL^3 + \dots = \sum_{j=0}^{\infty} \lambda_j L^j \quad (6)$$

em que  $\lambda_0 \equiv 1$  e:

$$\lambda_j = (1/j!)(d + j - 1)(d + j - 2)(d + j - 3) \cdots (d + 1)(d) \quad (7)$$

Pode-se demonstrar<sup>3</sup> que, se  $d < 1$ ,  $\lambda_j$  pode ser aproximado para um grande  $j$  por:

$$\lambda_j \cong (j + 1)^{d-1} \quad (8)$$

Assim, uma representação  $MA(\infty)$ , em que o coeficiente de impulso-resposta  $\lambda_j$  comporta-se, para grandes  $j$ , como  $(j + 1)^{d-1}$ , pode ser definida como:

$$y_t = (1 - L)^{-d} u_t = \lambda_0 u_t + \lambda_0 u_{t-1} + \lambda_0 u_{t-2} + \dots \quad (9)$$

As autocorrelações das séries estacionárias ARMA podem ter um decréscimo exponencial, ao passo que séries fracionalmente integradas possuem decréscimos hiperbólicos. Em outras palavras, enquanto que os coeficientes de impulso-resposta de um processo ARMA estacionário desaparecem geometricamente, o processo da equação (8) implica num desaparecimento bem devagar. Por conta desta característica, processos fracionalmente integrados também são denominados de processos de memória longa.

Além disso, a sequência dos coeficientes MA limitantes  $\{\lambda_j\}_{(j=0)}^{\infty}$  dados na equação (7) são *square-summable* quando  $d < 0,5$ . Assim, para  $d > 0,5$ , o processo deve ser diferenciado antes que fazer a descrição apresentada na equação (3). Conseqüentemente, se  $0 \leq d \leq 0,5$ , a série é estacionária, com reversão à média e com um processo de memória longa. Se  $0,5 < d \leq 1$ , a série não é estacionária mas permanece com reversão à média. Se  $d \geq 1$ , a série não é estacionária e não

<sup>3</sup> Ver Apêndice 15.A de Hamilton (1994).

possui reversão à média (Gil-Alana 2001). Se  $-0,5 < d < 0$ , o processo é chamado de memória intermediária ou sobre-diferenciado.

Três métodos de estimação dos modelos ARFIMA são mais comuns: Máxima Verossimilhança Exata (*Exact Maximum Likelihood – EML*), Perfil Modificado de Verossimilhança (*Modified Profile Likelihood – MPL*) e Mínimos Quadrados Não-Lineares (*Nonlinear Least Squares – NLS*).<sup>4</sup> Por definição, ambos EML e MPL impõem  $-1 < d < 0,5$ . O MPL é preferido em relação ao EML se o modelo incluir variáveis regressoras e se a amostra for pequena. A metodologia NLS permite que  $d > -0,5$  e pode ser utilizada na estimação de séries não estacionárias (Baillie et alii 1996).

Uma vez que as séries examinadas parecem ser não estacionárias, a metodologia EML não se aplica porque é seriamente viesada para baixo para valores de ‘ $d$ ’ próximos de 0,5 e maiores que 0,5. Desta maneira, utilizaremos a metodologia NLS pois a mesma não sofre destes vieses usuais. O estimador NLS é baseado na maximização da seguinte função de verossimilhança:

$$\ell_N(d, \Phi, \Theta) = -\frac{1}{2} \log \left( \frac{1}{T} \sum_{i=1}^N \tilde{\epsilon}_t \right) \quad (10)$$

em que os resíduos  $\tilde{\epsilon}_t$  são obtidos pela aplicação do modelo ARFIMA( $p, d, q$ ) aos  $u_t$  e os vetores  $\Phi$  e  $\Theta$  representam, respectivamente, os parâmetros auto-regressivos ‘ $p$ ’ e os parâmetros de média móvel ‘ $q$ ’.

### 3.2. Quebras estruturais

Além de examinar a presença de memória longa nos dados do produto nacional brasileiro, é importante que o caso de quebras estruturais também seja analisado criteriosamente. Isto se torna relevante pois, como já mencionado anteriormente, o processo de memória longa eventualmente encontrado pode estar sendo influenciado por quebras estruturais.

Primeiramente, começamos com a aplicação de testes de raiz unitária convencionais, como ADF e KPSS. Contudo, desde Perron (1989) é amplamente divulgado que os testes ADF podem não rejeitar uma hipótese de raiz unitária devido à má especificação da tendência determinística. De fato, Perron (1989, 1997) e Zivot e Andrews (1992) consideram testes de raiz unitária com quebras exógenas e endógenas que, mesmo com algum avanço em relação aos testes anteriores, possuem problemas ao derivar seus valores críticos assumindo que não há quebras sob a hipótese nula. Isso leva a uma rejeição espúria da hipótese nula na presença de raiz unitária com quebras (Lee e Strazicich 2001).

Desta maneira, decidimos pelo uso de um teste LM de raiz unitária com duas quebras endógenas proposto em Lee e Strazicich (2003). Ao contrário dos testes *a la* Perron, as propriedades do teste LM não são afetadas por quebras na hipótese

<sup>4</sup> Estes métodos estão disponíveis no pacote econométrico OxMetrics de Doornik e Ooms (2001).

nula. De acordo com o princípio (score) LM, uma estatística de teste para este estudo de raiz unitária pode ser obtida por meio da seguinte regressão:

$$\Delta u_t = g' \Delta Z_t + \phi \tilde{S}_{t-1} + \sum_{i=1}^k \gamma_i \Delta \tilde{S}_{t-i} + \varepsilon_t \quad (11)$$

em que:

- i)  $\tilde{S}_t$  é uma série sem tendência tal que  $\tilde{S}_t = u_t - \tilde{\psi}_x - Z_t \tilde{\delta}, t = 2, \dots, T$ ;
- ii)  $\tilde{\delta}$  é um vetor de coeficientes na regressão de  $\Delta u_t$  em  $\Delta Z_t$  e  $\tilde{\psi}_x = u_1 - Z_1 \tilde{\delta}$ , onde  $Z_t$  é definido a seguir;
- iii)  $u_1$  e  $Z_1$  são as primeiras observações de  $u_t$  e  $Z_t$ , respectivamente;
- iv)  $\Delta \tilde{S}_{t-i}, i = 1, \dots, k$ , termos são incluídos caso haja necessidade de correção da correlação serial;
- v)  $Z_t$  é um vetor de variáveis exógenas definidas pelo processo gerador de dados.

Considerando duas mudanças no nível e na tendência,  $Z_t$  é descrito por  $[1, t, D_{1t}, D_{2t}, DT_{1t}^*, DT_{2t}^*]'$  em que  $D_{jt} = 1$  para  $t \geq T_{Bj} + 1, j = 1, 2$ , e zero caso contrário,  $DT_{jt}^* = t$  para  $t \geq T_{Bj} + 1, j = 1, 2$ , e zero caso contrário, e  $T_{Bj}$  corresponde ao período das quebras. Note que a regressão (12) envolve  $\Delta Z_t$  ao invés de  $Z_t$  tal que  $\Delta Z_t$  se torna  $[1, B_{1t}, B_{2t}, D_{1t}, D_{2t}]'$ , em que  $B_{jt} = \Delta D_{jt}$  e  $D_{jt} = \Delta DT_{jt}^*, j = 1, 2$ .

A hipótese nula do teste de raiz unitária é descrita na equação (11) por  $\phi = 0$  e a estatística de teste é definida como  $\hat{\rho} = T \cdot \hat{\phi}$ . Para a hipótese nula ( $\phi = 0$ ),  $\tilde{\tau}$  = estatística  $t$ . Para determinar, de forma endógena, o local das duas quebras ( $\lambda_j = T_{Bj}/T, j = 1, 2$ ) utilizamos  $LM_{\tilde{\tau}} = \text{Inf}_{\lambda} \tilde{\tau}(\lambda)$ . Como em Lee e Strazicich (2003), utilizamos os valores críticos que correspondem com o local das quebras, ( $\lambda_j = T_{Bj}/T, j = 1, 2$ ).

#### 4. Dados

Os dados anuais para o período compreendido entre 1900 e 2008 foram coletados do Ipeadata, tendo como fonte primária as Contas Nacionais Trimestrais (Referência 2000) do IBGE. As variáveis a serem estudadas em suas formas logarítmicas são PIB (R\$ de 2008) e PIB per capita (R\$ de 2008). A Tabela 1 reporta as estatísticas descritivas dos dados analisados. Como era de se esperar, como o PIB real é formado a partir dos preços constantes de 2008, esse é o valor máximo da renda nacional brasileira. Percebe-se, também, que o país cresceu em média aproximadamente 5% ao ano, mas já alcançou taxas “chinesas” de crescimento (aproximadamente 15%), assim como já mergulhou em tempos de queda considerável da atividade econômica.

A análise do PIB per capita mostra que o país já alcançou um PIB per capita máximo de R\$ 15.240, mas que em média o PIB per capita brasileiro fica em torno R\$ 5.820. Em termos de taxa de crescimento do PIB per capita, a média é 2,5%, praticamente metade do crescimento do PIB, devido ao crescimento populacional. A variabilidade da taxa de crescimento é considerável. As taxas máximas de

crescimento são 13,40% para o PIB e 10,60% para o PIB per capita e as taxas mínimas de crescimento são -4,40% para o PIB e -6,70% para o PIB per capita.

Tabela 1

Estatística descritiva: PIB e PIB per capita

	Média	Desvio-padrão	Máximo	Mínimo
Nível (R\$)				
PIB	R\$ 702.400.000.000	R\$ 836.100.000.000	R\$ 2.890.000.000.000	R\$ 17.700.000.000
PIB per capita	R\$ 5.824	R\$ 4.684	R\$ 15.240	R\$ 1.015
Taxas de crescimento				
PIB	4,70%	4,10%	13,40%	-4,40%
PIB per capita	2,50%	4,10%	10,60%	-6,70%

Fonte: IBGE.

As Figuras 1 e 2 mostram as séries do PIB e do PIB per capita brasileiros em nível e em forma logarítmica, respectivamente. Nota-se que as séries caminham juntas ao longo do tempo. Mas o que chama a atenção é a estagnação do crescimento econômico a partir do final da década de 1970, com início de recuperação a partir dos anos 2000.

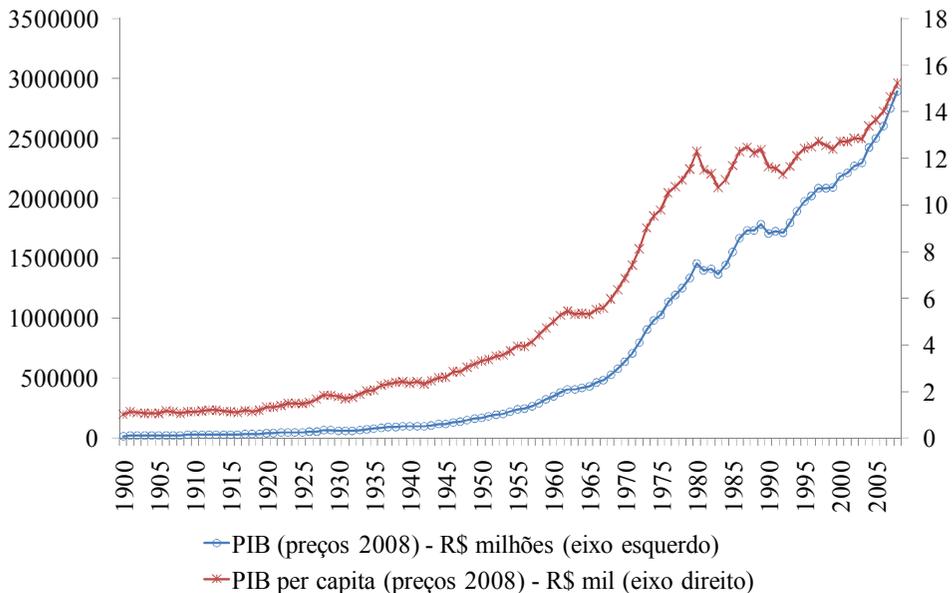


Fig. 1. PIB e PIB per capita (1900-2008) – Nível

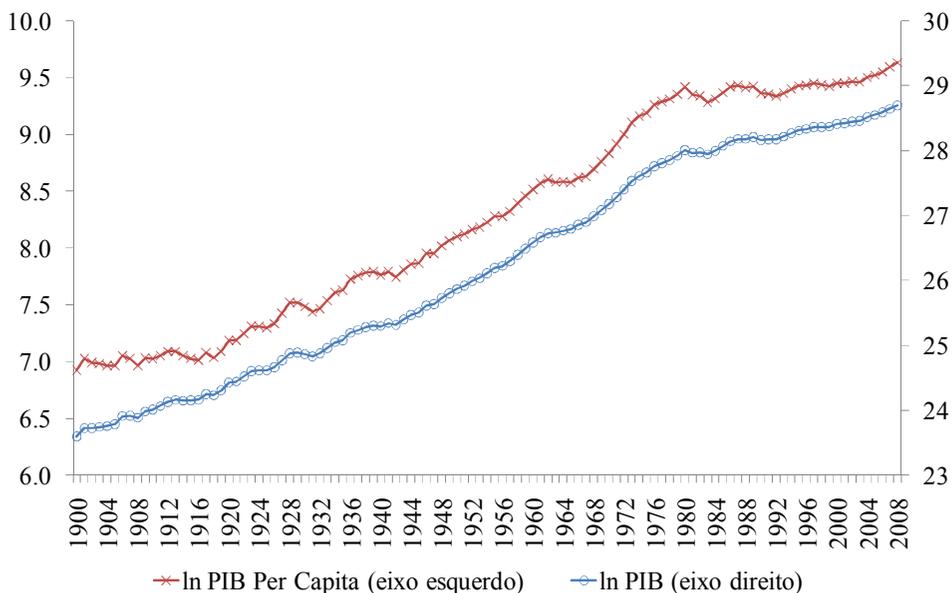


Fig. 2. (ln) PIB e (ln) PIB per capita (1900-2008)

## 5. Resultados

Antes de analisar os resultados das estimações dos modelos propriamente ditos, é importante examinar as autocorrelações das séries, relatados na Tabela 2 para os logaritmos do PIB e do PIB per capita, incluindo inclusive a 1ª diferença de ambos. As séries apresentam um decaimento relativamente lento e os valores para as primeiras defasagens são próximos de 1. Já as autocorrelações em 1ª diferença não mostram sinais negativos nas defasagens iniciais, o que é característico de séries com  $0,5 < d < 1$ .

### 5.1. Testes convencionais de raiz unitária

Para efeito de comparação posterior, podemos iniciar a análise do produto por intermédio da estimação dos testes de raiz unitária ADF e Phillips & Perron (PP)<sup>5</sup> para todas as séries consideradas neste trabalho. Os resultados estão relatados na Tabela 3 e mostram que ambos ADF e PP não rejeitam a hipótese nula de raiz unitária. Entretanto, Kwiatkowski et alii (1992) argumentam que testar raiz unitária como hipótese nula pode não ser aconselhável, pois a mesma é sempre aceita, ao menos que haja uma evidência contrária muito forte. A maioria das séries econômicas pode não ter informação suficientemente capaz de decidir se as

<sup>5</sup> Ver Dickey e Fuller (1979), Kwiatkowski et alii (1992) e Phillips e Perron (1988). Ao contrário do primeiro, este último impõe estacionaridade na hipótese nula.

Tabela 2

Autocorrelações das séries em nível e em primeira diferença

Defasagem	(ln) PIB		(ln) PIB per capita	
	Nível	1 <sup>a</sup> Diferença	Nível	1 <sup>a</sup> Diferença
1	0.977	0.226	0.979	0.199
2	0.955	0.146	0.959	0.112
3	0.932	0.080	0.939	0.041
4	0.909	-0.052	0.918	-0.098
5	0.886	0.088	0.896	0.045
6	0.862	0.059	0.874	0.017
7	0.839	0.071	0.853	0.027
8	0.815	0.113	0.831	0.069
9	0.791	0.043	0.807	-0.002
10	0.766	0.089	0.784	0.048
11	0.742	0.175	0.759	0.141
12	0.716	-0.047	0.734	-0.086
13	0.691	0.023	0.709	-0.012
14	0.666	0.082	0.684	0.049
15	0.640	-0.019	0.657	-0.056
16	0.613	0.165	0.630	0.137
17	0.587	-0.012	0.603	-0.038
18	0.560	-0.029	0.575	-0.052

mesmas possuem ou não uma raiz unitária. Em outras palavras, os testes ADF e PP teriam um baixo poder.<sup>6</sup> Assim, Kwiatkowski et alii (1992) propõem um teste de raiz unitária alternativo (KPSS) no qual a hipótese nula é a estacionaridade e a hipótese alternativa é raiz unitária. A Tabela 3 mostra que os resultados dos testes KPSS indicam a rejeição da hipótese nula (rejeição de estacionaridade) tanto para o PIB quanto para o PIB per capita.

Baillie et alii (1996) argumentam que quando os testes KPSS rejeitam a hipótese nula de estacionaridade e a razão é uma integração fracionada, o teste PP também deveria rejeitar a hipótese nula de raiz unitária, o que não aconteceu. Assim, pelo procedimento dos autores, temos uma evidência de que ambas as séries possuem raiz unitária, pois há rejeição da hipótese nula nos testes KPSS, ocorrendo o oposto nos testes PP. Contudo, como mencionado acima, os testes ADF e PP possuem baixo poder para se fazer a distinção entre raiz unitária e processos próximos da raiz unitária. Apesar de, nesta fase, podermos chegar à conclusão de que as séries analisadas são  $I(1)$ , existe ainda a chance de que alguma confusão possa ser

<sup>6</sup> De fato, no caso em questão, é importante mencionar que Diebold e Rudebusch (1991) mostram, por meio de simulações de Monte Carlo, que o poder do teste DF contra alternativas ARFIMA é muito reduzido. Hassler e Wolters (1994) mostram que enquanto o desempenho do PP é similar à do DF, o teste ADF é ainda pior, especialmente quando cresce o número de defasagens da variável dependente incluído na equação de teste. Portanto, caso a série seja gerada por um modelo ARFIMA, os testes ADF e PP têm uma probabilidade reduzida de rejeitar a hipótese nula de raiz unitária.

feita entre um processo de memória longa e um processo com quebras estruturais ocasionais. Analisar estas questões constitui nosso próximo passo.

Tabela 3

Testes convencionais de raiz unitária

	ADF	PP	KPSS
(ln) PIB	-1.302	-1.073	0.148*
(ln) PIB per capita	-2.038	-1.578	0.143**

Notas: 1) \* (\*\*) significam rejeições de  $H_0$  a 5% (10%) de significância.

2) Teste ADF: escolha do número de defasagens via critério Schwarz.

3) Testes PP e KPSS: utilizados o núcleo de Bartlett e a janela de Newey-West.

4) Estimções com constante e tendência linear, mas resultados robustos à exclusão da tendência.

## 5.2. Modelos ARFIMA

Optamos por estimar os modelos ARFIMA ( $p, d, q$ ) sem nenhuma defasagem para os termos AR e MA. Com este procedimento, pode-se obter o valor de ' $d$ ' e, assim, ter uma visão geral do comportamento de memória longa da série. A Tabela 4 reporta os resultados para o caso brasileiro, tanto do (ln) PIB quanto do (ln) PIB per capita. Para ambas as séries, os parâmetros ' $d$ ' estimados estão acima de 1. Contudo, quando se testa a possibilidade de o parâmetro ser 1, não se pode negar tal hipótese para o PIB per capita, a 5% de significância (última coluna da Tabela 4). Enfim, ambas as séries podem ser caracterizadas como não estacionárias e sem uma reversão a uma média de longo prazo, tal como no trabalho de Nelson e Plosser (1982).

Tabela 4

Modelo ARFIMA (0,  $d$ , 0)

	$d$ ( $p$ -valor)	Constante ( $p$ -valor)	Tendência linear ( $p$ -valor)	$H_0 : d = 1$ ( $p$ -valor)
(ln) PIB	1.200 (0.000)	23.316 (0.000)	0.041 (0.000)	2.445 (0.016)
(ln) PIB per capita	1.169 (0.000)	6.714 (0.000)	0.021 (0.018)	1.952 (0.054)

Nota: Estimção feita por NLS.

## 5.3. Testes de Raiz Unitária com Quebras Estruturais

Como mencionado anteriormente, devemos examinar a possibilidade de quebras estruturais nas séries por intermédio do teste LM de raiz unitária proposto em Lee e Strazicich (2003). A Tabela 5 reporta os resultados para o (ln) PIB e para o (ln) PIB per capita. A hipótese nula de raiz unitária não é rejeitada para nenhuma das séries, o que está em linha com os testes feitos anteriormente. Isso significa que,

até o momento, não podemos rejeitar a hipótese de raiz unitária no (ln) PIB e no (ln) PIB per capita brasileiros, o que parece ser a razão principal dos resultados encontrados nos testes convencionais de raiz unitária. Em outras palavras, há forte evidência de persistência no crescimento econômico do Brasil causada por raiz unitária.

Tabela 5

Teste de raiz unitária com quebra estrutural

Séries	Estatística de teste LM	Quebras estruturais	1ª Quebra		2ª Quebra	
			$B_{1t}$	$D_{1t}$	$B_{2t}$	$D_{2t}$
			(Estat. $t$ )	(Estat. $t$ )	(Estat. $t$ )	(Estat. $t$ )
(ln) PIB	-5.475**	1946 e 1979	-0.058 (-1.718)	0.031 -4.060	0.104 -3.058	-0.064 (-7.102)
(ln) PIB per capita	-4.170	1937 e 1975	0.019 (0.509)	0.014 -1.609	0.073 -1.988	-0.003 (-0.319)

Nota: \* (\*\*) significam rejeições da hipótese nula a 5% (10%) de significância.

A estatística 't' refere-se ao teste LM desenvolvido por Lee e Strazicich (2003).

Também é interessante a análise das quebras estruturais encontradas pelas estimações. Os Figuras 3 e 4 reportam, respectivamente, o PIB e o PIB per capita, incluindo a tendência quebrada estimada para cada série. Esta tendência foi estimada por MQO usando as variáveis determinísticas e as datas de quebras, representadas pelas linhas verticais, do teste Lee e Strazicich (2003). Para o (ln) PIB, as quebras foram detectadas nos anos 1946 e 1979. Para o (ln) PIB per capita, as quebras foram detectadas nos anos 1937 e 1975. A primeira quebra remonta à época da II Guerra Mundial e a segunda está relacionada ao fim do milagre econômico brasileiro. Com relação especificamente ao PIB per capita, observa-se que a inclinação da tendência aumenta após a primeira quebra, sofrendo considerável redução após a segunda.

#### 5.4. Testes com modelos ARFIMA incorporando quebras estruturais

Para analisar se a presença de quebras estruturais afetou a estimação dos modelos ARFIMA, empregamos a metodologia de Granger e Hyung (2004). Assim, usando as datas de quebras identificadas pelo teste de Lee e Strazicich (2003) estimamos um modelo ARFIMA para os resíduos da seguinte regressão:

$$y_t = \beta' Z_t + \varepsilon_t \quad (12)$$

em que  $y_t$  é o logaritmo do PIB e  $Z_t$  contém os componentes determinísticos do teste Lee e Strazicich (2003) para esta mesma série (veja subseção 5.3). A mesma rotina é usada para o PIB per capita. Como não utilizamos nenhum componente auto-regressivo na estimação do modelo (12), espera-se que os parâmetros ' $d$ ' fiquem próximos de 1 caso haja raiz unitária nas séries. Se o processo de memória longa

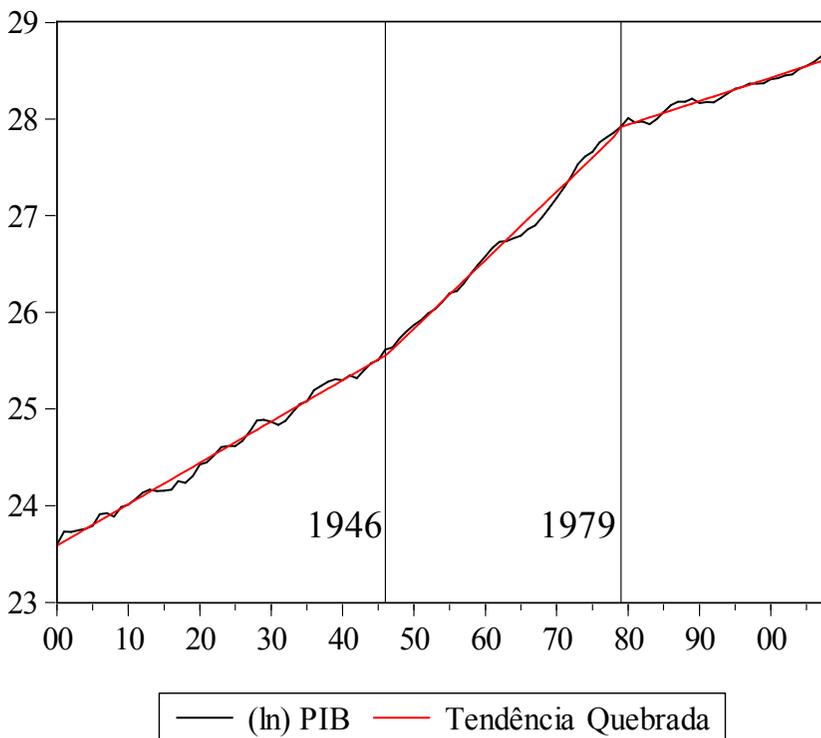


Fig. 3. Evolução do (ln) PIB e sua tendência

for causado por quebras estruturais omitidas nas estimações iniciais de memória longa, espera-se valores menores que os parâmetros ' $d$ ' reportados na Tabela 4.

A Tabela 6 traz os resultados dos modelos ARFIMA  $(0, d, 0)$  baseados no procedimento de Granger e Hyung (2004). Primeiramente, percebe-se que os valores dos parâmetros ' $d$ ', tanto para o (ln) PIB quanto para o (ln) PIB per capita, estão em torno de 0,86. Isso significa que a omissão das quebras nas estimações anteriores (Tabela 4) leva a coeficientes superestimados.

Tabela 6

Modelo ARFIMA  $(0, d, 0)$  para resíduos – Metodologia de Granger & Hyung

	$d$ ( $p$ -valor)	$H_0 : d = 1$ ( $p$ -valor)
Resíduo do (ln) PIB	0.865 (0.000)	-1.199 (0.233)
Resíduo do (ln) PIB per capita	0.856 (0.000)	-1.331 (0.186)

Notas: Nota: Estimação feita por NLS.

Assim, pelos testes dos resíduos detecta-se, em princípio, que o crescimento econômico brasileiro pode ser caracterizado como um processo de memória longa,

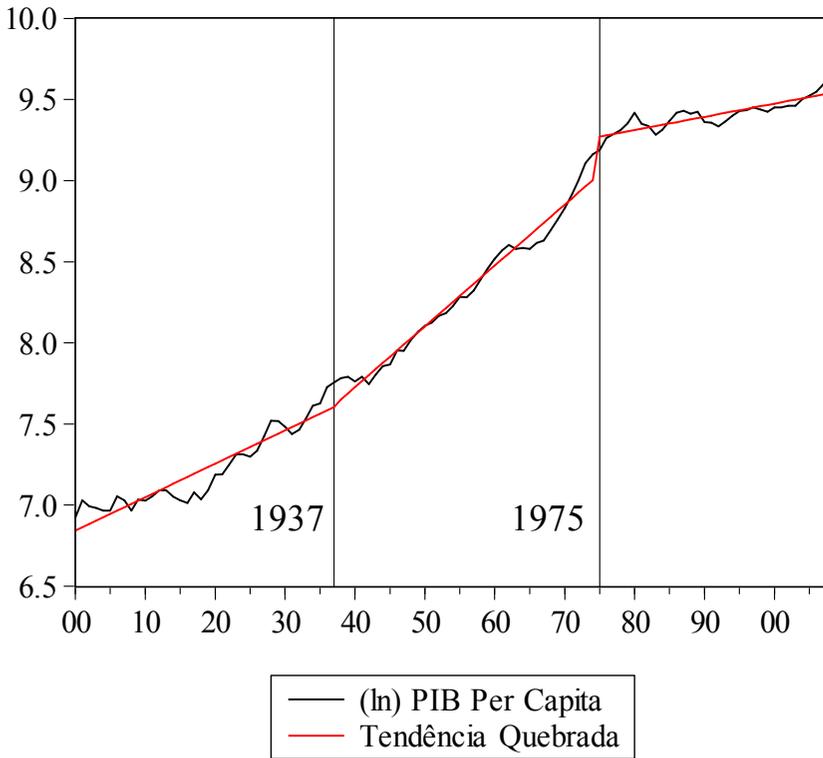


Fig. 4. Evolução do (ln) PIB per capita e sua tendência

não estacionário, mas com reversão a uma média de longo prazo. No entanto, quando se testa a possibilidade de o parâmetro ' $d$ ' ser igual a 1, tal hipótese não é rejeitada em ambas as séries.

Em suma, tanto o PIB quanto o PIB per capita brasileiro podem ser caracterizados por um processo de raiz unitária, significando que perturbações que acometem as duas séries influenciam a tendência de crescimento de longo prazo das mesmas.

Para efeito de comparação com outras pesquisas, o resultado encontrado diverge dos trabalhos de Caporale e Gil-Alana (2009), para o caso americano, e de Michelacci e Zaffaroni (2000) para 16 países da OCDE. Nossos resultados estão parcialmente em linha com aqueles encontrados por Diebold e Rudebusch (1989) e Mayoral (2006), ambos para os EUA. Entretanto, apesar de chegarem a parâmetros fracionados entre 0 e 1, os autores não levam em consideração a possibilidade de influência de quebras estruturais no processo de memória longa detectado. Além disso, os autores não testam a hipótese de os parâmetros serem estatisticamente iguais a 1.

No caso específico dos estudos feitos em séries do PIB brasileiro, este trabalho não está de acordo com Fava e Cati (1995) e Aguirre e Ferreira (2001), ambos

rejeitando a hipótese de raiz unitária. Por outro lado, este trabalho está em linha com os resultados encontrados por Cribari-Neto (1990, 1992) e Abras et alii (2004), que também não rejeitam a hipótese de raiz unitária no PIB em suas estimações.

## 6. Decomposição de Beveridge-Nelson

Como os resultados sugerem que as séries analisadas possuem uma raiz unitária, vamos decompô-las usando o método desenvolvido por Beveridge e Nelson (1981). Esses autores propõem um mecanismo de decomposição de séries não estacionárias em um componente permanente e outro estacionário, sendo o primeiro um passeio aleatório com ‘*drift*’ e o segundo um processo estacionário com média zero e correlacionado com o primeiro. Esse procedimento tem importância ao esclarecer o efeito de curto prazo dos ciclos econômicos e ajudar na inferência acerca da tendência de longo prazo de determinada série. No caso específico do Produto Interno Bruto, supondo uma queda na atividade econômica a decomposição auxilia no entendimento das causas do recuo, se por fatores meramente cíclicos, e transitórios, ou se por uma tendência de longo prazo (Bueno 2008).

O primeiro passo para implementação da decomposição de Beveridge-Nelson consiste na estimação de um modelo ARMA para a primeira diferença de cada série. Uma vez escolhido o modelo mais apropriado, a decomposição é realizada como se segue.

Considere o modelo ARMA para a série  $\Delta y_t$ :

$$\Phi(L)(\Delta y_t - \delta) = \Theta(L)\varepsilon_t \quad (13)$$

em que  $\Phi(L)$  e  $\Theta(L)$  são polinômios de defasagens. No caso do AR(1), temos  $\Phi(L) = 1 - \phi_1 L$  e  $\Theta(L) = 1$ . Assim,

$$\Delta y_t = \delta + \Psi(L)\varepsilon_t \quad (14)$$

em que  $\Psi(L) = \Theta(L)/\Phi(L)$ .

O componente permanente de  $y_t$ , digamos  $p_t$ , pode ser estimado do seguinte modo:

$$p_t = p_{t-1} + \hat{\delta} + \widehat{\Psi(1)}\hat{\varepsilon}_t, p_0 = y_0 \quad (15)$$

No caso,  $\widehat{\Psi(1)} = 1/(1 - \hat{\psi}_1)$ .

O componente cíclico, digamos  $c_t$ , pode ser calculado simplesmente subtraindo-se da série original o componente permanente.<sup>7</sup> Desta forma, utilizaremos a decomposição de Beveridge-Nelson para extrair tais componentes e, para fins de comparação, faremos uso do Filtro de Hodrick-Prescott, conforme Hodrick e Prescott (1997).

<sup>7</sup> Para maiores detalhes ver Mills (2003) e Bueno (2008).

## 6.1. Resultados da decomposição de Beveridge-Nelson

Procedemos, então, a escolha do melhor modelo ARMA para a 1ª diferença de cada série. Para tanto, tal como nos dos modelos ARFIMA, estimamos 16 modelos ARMA ( $p, q$ ), com ‘ $p$ ’ e ‘ $q$ ’ menores ou iguais a 3, iniciando do modelo com apenas a constante e acrescentando termos MA e AR até totalizar os 16 casos possíveis.<sup>8</sup> Considerando os critérios de informação de Akaike, Schwarz e Hannan-Quinn, selecionamos alguns modelos iniciais para cada série. Para refinar a escolha do melhor modelo foram considerados outros critérios, tais como os resultados dos testes de correlação serial (Ljung-Box e teste LM) e, quando existentes, a análise das raízes dos polinômios AR e MA.

Para a 1ª diferença do (ln) PIB os dois melhores modelos, segundo os critérios de informação, foram: AR(1) e ARMA(3,2), mas o segundo apresentou desempenho inferior nos testes de correlação serial. Por exemplo, diferentemente do modelo AR(1), o modelo ARMA(3,2) mostrou sinais de correlação serial, para o nível de significância de 10%, e também apresentou raízes muito próximas de 1, tanto para o polinômio AR quanto MA. Desta forma, optamos pelo modelo AR(1), cujos resultados são apresentados na Tabela 7.

Para a 1ª diferença do (ln) PIB per capita, três modelos foram indicados pelos critérios de informação: AR(1), ARMA(2, 2) e ARMA(3, 2). Os dois últimos apresentaram problema de correlação serial, respectivamente a 5% e 10% de significância. Além disso, ambos apresentaram raízes próxima de 1, tanto para o polinômio da parte AR quanto MA. De fato, o modelo ARMA(2,2) não é “invertível”. Desta forma, para a 1ª diferença do (ln) do PIB per capita o modelo escolhido também foi um AR(1) cujos resultados também são apresentados na Tabela 7.

Tabela 7

Modelos selecionados

	Variável dependente 1ª dif. do (ln) PIB		Variável dependente 1ª dif. do (ln) PIB per capita	
	Coefficiente	Erro-padrão	Coefficiente	Erro-padrão
Constante	0.047	0.005	0.025	0.00494
AR(1)	0.257	0.095	0.227	0.096
Akaike	-3.601		-3.626	
Schwarz	-3.551		-3.576	
Hannan-Quinn	-3.581		-3.606	

De posse dos resultados mostrados na Tabela 7, procedemos com a decomposição de Beveridge-Nelson no sentido de extrair os componentes permanentes e cíclicos das séries. Com relação ao PIB, a Figura 5 mostra que seus componentes

<sup>8</sup> Para garantir que todos os modelos utilizassem as mesmas observações, todas as estimações foram feitas para o período de 1904 a 2008, já que o termo AR( $p$ ) implica na perda de ‘ $p$ ’ observações e o ‘ $p$ ’ máximo é igual a 3.

permanente e cíclico do PIB brasileiro possui características muito parecidas ao reportado na Figura 3. Até meados do século passado, percebe-se um movimento cíclico bem intenso gerando movimento de ‘stop-and-go’ na tendência de longo prazo da atividade econômica do país. O período do milagre econômico mostra ciclos transitórios mais compassados e com menores magnitudes e mostra, também, uma intensificação na tendência de longo prazo da série até a reversão da tendência no início da década de 1980. Já o período referente ao Plano Real se caracteriza por ciclos transitórios de menores magnitudes e por um PIB com tendência mais modesta de crescimento de longo prazo mais modesta.

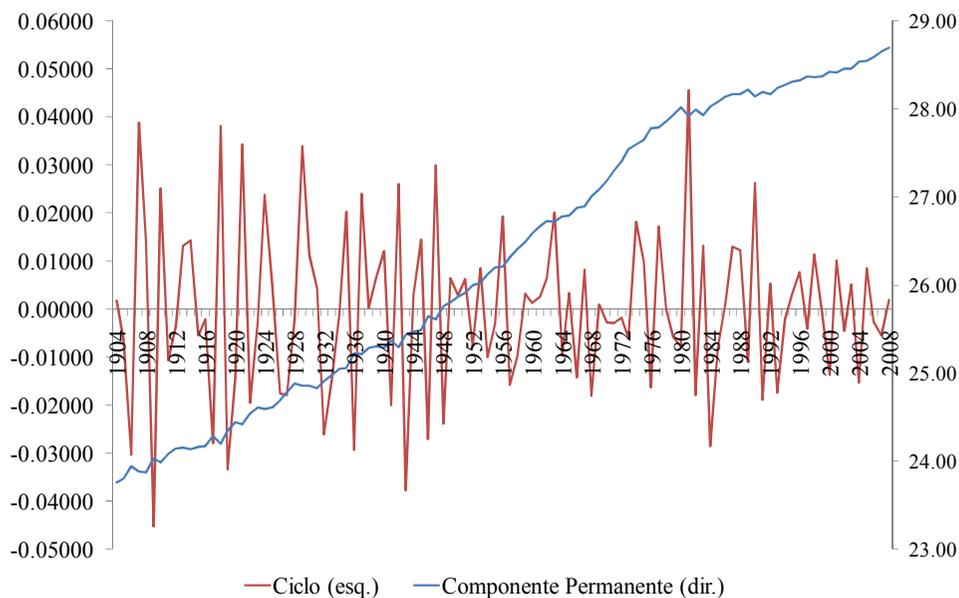


Fig. 5. Decomposição de Beveridge-Nelson –  $(\ln)$  PIB

A Figura 6 traz o componente permanente e o cíclico do PIB per capita brasileiro, com características muito parecidas ao reportado na Figura 4. O primeiro fato a ser notado refere-se ao começo do século passado, que não mostra nenhuma tendência no crescimento de longo prazo da série e mostra, também, oscilações muito intensas. Movimentos de ‘stop-and-go’ também caracterizam a série até a década de 1960, até uma estagnação em meados da referida década. Os movimentos transitórios se tornam menos agudos e a tendência de longo prazo da série se intensifica até sua reversão no início da década de 1980. O processo de estagnação perdura-se após este período, com reversão somente no início dos anos 2000.

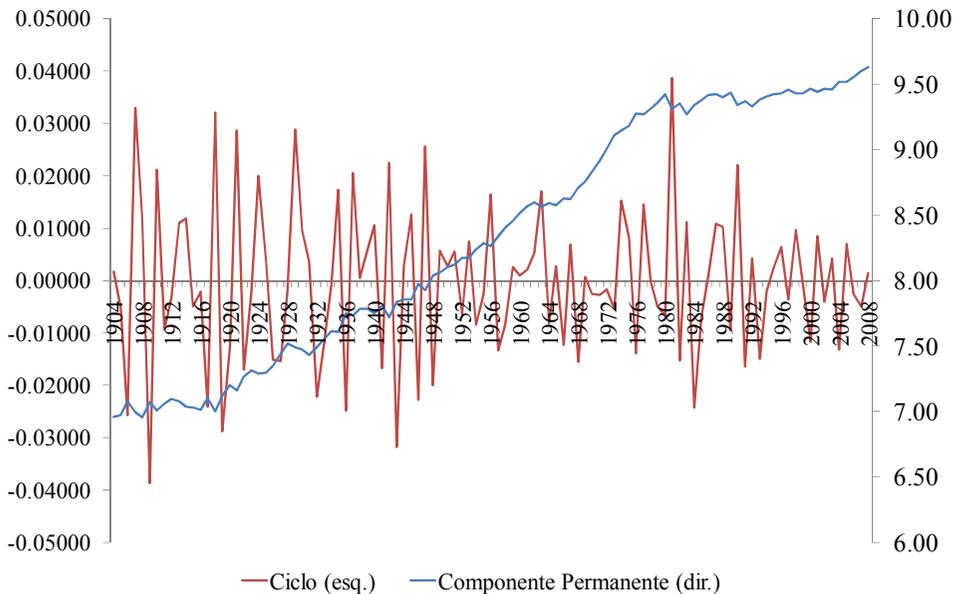


Fig. 6. Decomposição de Beveridge-Nelson – (ln) PIB per capita

Por fim, a Figura 7 traz os ciclos (Beveridge-Nelson e Hodrick-Prescott) para o PIB e a Figura 8 faz algo similar para o PIB per capita. Fica claro que, em geral, ambos os ciclos retratam bem os choques transitórios que acometem tanto o PIB quanto o PIB per capita brasileiros. No entanto, a decomposição de Beveridge-Nelson produz um ciclo mais errático, porém com oscilações inferiores, em magnitude, àquelas do ciclo do filtro HP.

## 7. Considerações Finais

Este artigo analisou as propriedades de memória longa dos logaritmos do PIB per capita e do PIB brasileiro levando em consideração dados anuais de 1900 a 2008. Para cumprir tal tarefa foram usados testes de raiz unitária e modelos ARFIMA, que tratam das propriedades de memória longa de uma determinada série. Inclusive, incorporou-se na análise a possibilidade de ocorrerem quebras estruturais no produto. Além disso, utilizamos a decomposição de Beveridge-Nelson e o filtro de Hodrick-Prescott para estudar as características dos permanentes e cíclicos das séries.

A importância da pesquisa está diretamente relacionada com a definição da persistência de um determinado choque que acomete o crescimento econômico de determinado país. Os resultados mostraram que ambas as séries estudadas apresentam alto grau de persistência, podendo ser caracterizadas como processos de raiz unitária. Em outras palavras, tal como no clássico trabalho de Nelson e Plosser (1982), as perturbações acontecidas no produto agregado brasileiro fazem

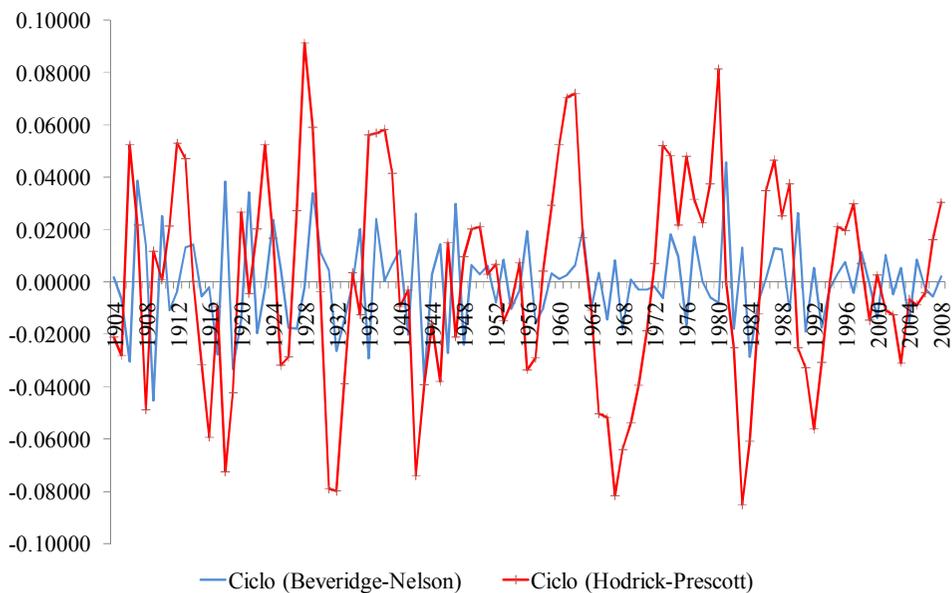


Fig. 7. Ciclos – (ln) PIB

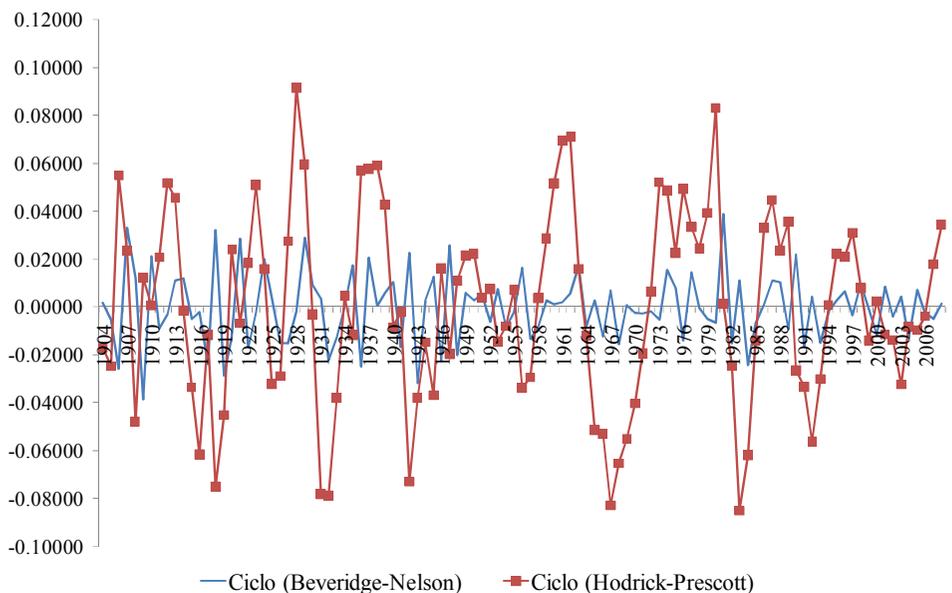


Fig. 8. Ciclos – (ln) PIB per Capita

com que o mesmo não reverta à sua tendência de longo prazo. Desta maneira, perturbações de curto prazo ocorridas no produto agregado brasileiro influenciam a tendência de longo prazo da economia.

Na decomposição tendência-ciclo percebe-se que a tendência de longo prazo do PIB per capita estagna-se no começo do século 20 e na década de 1980, com reversão somente nos anos 2000. Já o PIB mostra crescimento menos errático, apenas destacando a intensificação no período do Milagre e a estagnação na década de 1980.

Por fim, cabe ressaltar que uma extensão natural deste trabalho é a incorporação de técnicas multivariadas, por exemplo, via modelos VAR estruturais capazes de levar em conta a interação entre a atividade econômica e outras variáveis macroeconômicas. Naturalmente, há o desafio de se conseguir outras séries macroeconômicas apropriadas do período de 1900 a 2008.

## Referências bibliográficas

- Abras, A. L., Borges, B., & Sekkel, R. (2004). Breaking trend, Lagrange multiplier test statistic and the presence of a unit root in the Brazilian gross domestic product. *Applied Economics Letters*, 11:361–364.
- Aguirre, A. & Ferreira, A. H. B. (2001). The (in)existence of a unit root in Brazilian gross domestic product. *Applied Economics Letters*, 8:645–47.
- Asikainen, A. (2003). Long memory and structural breaks in Finnish and Swedish party popularity series. University of Helsinki – Department of Economics Discussion Papers 586.
- Baillie, R. T., Chung, C., & Tieslau, M. A. (1996). Analyzing inflation by the fractionally integrated Arfima-Garch model. *Journal of Applied Econometrics*, 11(1):23–4.
- Baum, C. F., Barkoulas, J. T., & Caglayan, M. (1999). Long memory or structural breaks: Can either explain nonstationary real exchange rates under the current float? *Journal of International Financial Markets, Institutions and Money*, 9(4):359–376.
- Beveridge, S. & Nelson, C. R. (1981). A new approach to decomposition of economic time series into permanent and transitory components with particular attention to measurement of the ‘business cycle’. *Journal of Monetary Economics*, 7:151–174.
- Bueno, R. L. S. (2008). *Econometria de Séries Temporais*. Cengage Learning, São Paulo.
- Caporale, G. M. & Gil-Alana, L. A. (2009). Long memory in US real output per capita. Brunel University, Department of Economics and Finance Working Paper 09-06.
- Cribari-Neto, F. (1990). O comportamento estocástico do produto no Brasil. *Pesquisa e Planejamento Econômico*, 20:381–402.
- Cribari-Neto, F. (1992). Persistência de inovações e política econômica, A experiência do II PND. *Revista Brasileira de Economia*, 46:413–28.
- Dickey, D. A. & Fuller, W. A. (1979). Distribution of the estimators for autoregressive time series with a unit root. *Journal of the American Statistical Association*, 74:427–431.
- Diebold, F. X. & Inoue, A. (2001). Long memory and regime switching. *Journal of Econometrics*, 105:131–159.
- Diebold, F. X. & Rudebusch, G. D. (1989). Long memory and persistence in aggregate output. *Journal of Monetary Economics*, 24(2):189–209.

- Diebold, F. X. & Rudebusch, G. D. (1991). On the power of Dickey-Fuller tests against fractional alternatives. *Economics Letters*, 35(2):155–160.
- Doornik, J. A. & Ooms, M. (2001). A package for estimating, forecasting and simulating Arfima models: Arfima package 1.01 for Oxford Nuffield College. Oxford Discussion Paper.
- Fava, V. L. & Cati, R. C. (1995). Mudanças no comportamento do PIB brasileiro: Uma abordagem econométrica. *Pesquisa e Planejamento Econômico*, 25:279–96.
- Gil-Alana, L. A. (2001). The persistence of unemployment in the USA and Europe in terms of fractionally ARIMA models. *Applied Economics*, 33:1263–9.
- Gil-Alana, L. A. (2008). Real GDP growth rates across countries: Long memory and mean shifts. *Applied Economics Letters*, 15(6):449–455.
- Gomes, F. A. R. & Gomes da Silva, C. (2009). Measuring unemployment persistence of different labor force groups in the greater Sao Paulo metropolitan area. *Estudos Econômicos*, 39(4):763–784.
- Granger, C. W. J. & Hyung, N. (2004). Occasional structural breaks and long memory with an application to the S&P 500 absolute stock returns. *Journal of Empirical Finance*, 11:399–421.
- Granger, C. W. J. & Joyeux, R. (1980). An introduction to long memory time series and fractional differencing. *Journal of Time Series Analysis*, 1:15–29.
- Hamilton, H. (1994). *Time Series Analysis*. Princeton University Press, Princeton.
- Hassler, U. & Wolters, J. (1994). On the power of unit root tests against fractional alternatives. *Economics Letters*, 45:1–5.
- Hodrick, R. & Prescott, E. C. (1997). Post-war U. S. business cycles: An empirical investigation. *Journal of Money Credit and Banking*, 29(1):1–16.
- Hosking, J. R. M. (1981). Modeling persistence in hydrological time series using fractional differencing. *Water Resources Research*, 20:1898–908.
- Kwiatkowski, D., Phillips, P. C. B., Schmidt, P., & Shin, Y. (1992). Testing the null hypothesis of stationarity against the alternative of a unit root: How sure are we that economic time series are non-stationary? *Journal of Econometrics*, 54:159–178.
- Lee, J. & Strazicich, M. C. (2001). Break point estimation and spurious rejections with endogenous unit root tests. *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 63:535–558.
- Lee, J. & Strazicich, M. C. (2003). Minimum LM unit root test with two structural breaks. *The Review of Economics and Statistics*, 85:1082–1089.
- Mayoral, L. (2006). Further evidence on the statistical properties of real GNP. *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 68:901–920.
- Michelacci, C. & Zaffaroni, P. (2000). (Fractional) beta convergence. *Journal of Monetary Economics*, 45:129–153.
- Mills, T. C. (2003). *Modelling Trends and Cycles in Economic Time Series*. Palgrave Macmillan. Palgrave texts in econometrics.
- Nelson, C. & Plosser, C. (1982). Trends and random walks in macroeconomic time series: Some evidence and implications. *Journal of Monetary Economics*, 10:139–162.
- Perron, P. (1989). The great crash, the oil price shock and the unit root hypothesis. *Econometrica*, 57:1361–401.
- Perron, P. (1997). Further evidence on breaking trend functions in macroeconomic variables. *Journal of Econometrics*, 80:355–385.
- Perron, P. & Vogelsang, T. J. (1992). Nonstationarity and level shifts with an application to purchasing power parity. *Journal of Business and Economic Statistics*, 10(3):301–20.

- Phillips, P. C. B. & Perron, P. (1988). Testing for a unit root in time series regression. *Biometrika*, 75:335–346.
- Silverberg, G. & Verspagen, B. (2000). A note on Michelacci and Zaffaroni long memory and time series of economic growth. ECIS Working Paper 00 17. Eindhoven Centre for Innovation Studies, Eindhoven University of Technology.
- Snowdon, B. & Vane, H. R. (2005). *Modern Macroeconomics: Its Origins, Development and Current State*. Edward Elgar Publishing, Northampton.
- Zivot, E. & Andrews, D. W. K. (1992). Further evidence on the great crash, the oil-price shock and the unit root hypothesis. *Journal of Business and Economic Statistics*, 10:251–270.