

# Combinação de Previsões de Volatilidade: Um Estudo

**Rosangela Cavaleri**

*Doutoranda da Fundação Getúlio Vargas de São Paulo (FGV-EESP), Doutoranda do Instituto Tecnológico de Aeronáutica (ITA), Brasil*

**Eduardo Pontual Ribeiro**

*Professor da Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ) e Pesquisador CNPq, Brasil*

---

## Resumo

A avaliação de técnicas de combinação de previsões para previsão de valores esperados de uma série é um tópico bastante difundido, com a recomendação do uso de tais técnicas para previsão. Por outro lado, não há estudos comparativos do desempenho de combinação de previsões para previsão de volatilidade condicional, em relação a modelos individuais univariados. Comparando os modelos da família GARCH, de Alisamento Exponencial e o de Volatilidade Estocástica e técnicas de combinação por média aritmética, combinação de pesos fixos proposta por Granger e Ramanathan (1984) e a técnica de combinação com pesos móvel de Terui e Dijk (2002) para Ibovespa, Dow Jones e IGP-M, concluímos que os modelos de combinação de previsão apresentam melhores resultados em termos de MSE, MAPE e Theil-U para todas as séries, com destaque para o modelo de pesos fixos via regressão e o de pesos móveis.

*Palavras-chave:* Volatilidade Condicional, Combinação de Previsões

*Classificação JEL:* C53, G12

---

## Abstract

There is widespread use of forecast combination to forecast expected or mean values. On the other hand, there are very few papers comparing alternative forecast combination methods for conditional volatility. We compare and combine volatility estimates based on univariate GARCH, EWMA and stochastic volatility models and three combination techniques (simple average, Granger e Ramanathan (1984)) least squares weights and time varying weights Terui e Dijk (2002) for three financial series: Ibovespa and Dow Jones market indices (daily) and IGP-M (monthly) inflation. We conclude that combination forecasts have better MSE, MAPE e Theil-U metrics for all series, with better results for the regression and changing weights.

---

## 1. Introdução

A taxa de volatilidade influencia de forma significativa os investidores na tomada de decisão sobre quando e quanto investir. Dentro deste contexto torna-se de suma importância a estimação e previsão correta da volatilidade de ativos e índices financeiros, em especial na análise financeira e na composição de carteiras de investimentos. No momento em que se consegue mensurar, com a maior precisão, se a variância de um ativo será maior ou menor em um determinado período, pode-se controlar o risco e a exposição a grandes perdas.

Muitos são os modelos de previsão da volatilidade de índices financeiros com a finalidade de prever a variância do mesmo com o menor erro de previsão possível. Contudo, a grande maioria desses métodos analisa os dados utilizando apenas um modelo de previsão. Um único modelo pode não ser suficiente para utilizar de modo eficiente a informação disponível.

Desde Bates e Granger (1969), sabe-se que a previsão pode se tornar mais acurada quando realizamos uma combinação de modelos de previsão. A partir destes fatos parece interessante combinar previsões provenientes de vários métodos de previsão. Segundo Clemer (1989) independente do modo como a combinação de previsão será obtida, seu resultado traz um aumento da precisão sobre as previsões individuais de valor esperado.

Este artigo tem como objetivo avaliar os ganhos de acurácia ao empregar técnicas de combinação de previsão para prever a volatilidade de séries econômico-financeiras em relação a previsões baseadas em apenas um modelo. Para compor as técnicas de combinação de previsões serão utilizados diversos modelos amplamente utilizados e divulgados para a previsão de volatilidade, tais como o modelo de Alisamento Exponencial, os modelos da família GARCH e os de Volatilidade Estocástica.

As técnicas de combinação de previsões já são consagradas em diversas áreas de estudos econômicos e estatísticos para o cálculo de previsões da média. Mas, existem poucos estudos para o cálculo de previsões da variância através de combinações (Becker e Clements 2008; Jing-Rong 2003) e nenhum para dados brasileiros. Sendo assim, acredita-se que a combinação de previsões para a volatilidade pode ser vista como uma maneira alternativa de se utilizar toda a informação disponível proveniente dos modelos individuais e de se obter modelos com menores erros de previsão.

Os resultados obtidos para o Ibovespa, Dow Jones e IGP-M indicam que as técnicas de combinação de previsões geram previsões de volatilidade com medidas de erros melhores do que qualquer outro modelo individual para a obtenção da mesma série.

---

\* Recebido em maio de 2009, aprovado em maio de 2011. Este trabalho é baseado na dissertação de mestrado do primeiro autor junto ao PPGE/UFRGS.  
E-mail addresses: r.cavaleri@gmail.com, eribeiro@ie.ufrj.br

Este artigo se compõe de mais quatro seções além desta. A Seção 2 trata de uma breve revisão da literatura de modelos de volatilidade. A Seção 3 da revisão bibliográfica das técnicas de combinação de previsão. Na Seção 4 descreve os resultados encontrados. E, por último, a Seção 5 traz as conclusões encontradas.

## 2. Modelos de Volatilidade

São vários os modelos de previsão que são passíveis de serem utilizados para o estudo da volatilidade de índices financeiros. Neste trabalho serão estudados e apresentados os mais populares e conhecidos: alisamento exponencial (EWMA), ARCH (Engle 1982); GARCH (Bollerslev 1986) e algumas de suas modificações; e o modelo de volatilidade estocástica (Taylor 1986).

### 2.1. Modelo de Alisamento Exponencial (EWMA)

Segundo Esteves (2003), os modelos de alisamento exponencial (EWMA) são bastante utilizados para previsões de séries temporais, devido à sua simplicidade, facilidade de implementação computacional e seus bons resultados. O método de alisamento exponencial simples (EWMA) configura-se em uma técnica de previsão pertencente a um grupo denominado métodos de alisamento exponencial (*Exponential Smoothing Methods*).

Makridakis et alii (1998, p. 147) apresentam a seguinte definição em relação ao modelo em questão: "... a nova previsão é simplesmente a soma da previsão antiga com ajuste para o erro ocorrido na última previsão". Essa afirmação é representada a seguir pela equação (1):

$$\sigma^2 = \lambda \sigma_{t-1}^2 + (1 - \lambda) y_{t-1}^2 \quad (1)$$

onde  $0 < \lambda < 1$ , e  $\sigma_t^2$  denota a estimativa da variância e  $y$  o retorno de um ativo.

A variância do retorno num determinado instante do tempo é composta por dois termos: o primeiro, um termo auto-regressivo expressando a dependência temporal da variância dos retornos, fato estilizado na maioria das séries financeiras; e o segundo, representando a contribuição da observação mais recente para a variância estimada. A expressão acima pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\sigma_T^2 = \lambda^T \sigma_0^2 + (1 - \lambda) \sum_{t=1}^T \lambda^{t-1} y_{T-t}^2 \quad (2)$$

Nesta última expressão, a estimativa da variância dos retornos é igual à da variância inicial mais uma soma com pesos geometricamente declinantes dos quadrados dos retornos, que representa a variância instantânea. Já o segundo termo faz com que os efeitos dos choques nas séries de retornos sejam dissipados suavemente com o tempo. Uma das características do modelo é que um valor  $\lambda$  próximo de um reproduz o fato estilizado da volatilidade ser altamente persistente.

Contudo, o fato da soma dos parâmetros do modelo ( $\lambda$  e  $1 - \lambda$ ) ser igual a um supõe que a variável de interesse possui volatilidade não condicional igual a zero ou indeterminada.

### 2.1.1. Modelos da Família ARCH

O modelo *Autoregressive Conditional Heteroscedasticity* ARCH ( $p$ ) formulado por Engle (1982) busca a estimação da variância dos retornos no qual a variância condicional é expressa como uma defasagem distribuída dos retornos passados. No modelo ARCH, a variância condicional é expressa como função das inovações passadas, com isso, tem-se:

$$\sigma_t^2 = E_t(\varepsilon_t^2) = w + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 = w + \alpha(L)\varepsilon_t^2 \quad (3)$$

onde,  $p$  denota a ordem do modelo; e  $\alpha_i$  é o componente auto-regressivo dos resíduos quadráticos (parâmetro ARCH);  $\varepsilon_t^2$  denota as inovações não correlacionadas serialmente; e  $\alpha(L)$  um polinômio no operador defasagem do tipo  $\alpha(L) = \alpha_1 L + \alpha_2 L^2 + \dots + \alpha_p L^p$ .

Para se obter o modelo bem definido com variância condicional positiva e fracamente estacionária, requer-se a satisfação das seguintes restrições,  $w > 0$ ,  $\alpha_i \geq 0$ ; para todo  $i > 0$  e  $\sum_i \alpha_i < 1$ .

Neste modelo várias hipóteses podem ser feitas em relação aos retornos. Pode-se assumir que a distribuição é normal ou não-normal, introduzir a influência de variáveis exógenas e ainda verificar a interferência da volatilidade na determinação dos retornos. Uma desvantagem do modelo ARCH é que em geral, existe uma alta persistência na volatilidade das séries de retornos, o que faz com que o valor de  $p$  no modelo seja elevado implicando a necessidade de estimação de um grande número de parâmetros.

Um modelo mais abrangente e parcimonioso, no qual a variância condicional não depende apenas do passado da inovação como também do seu próprio passado, foi desenvolvido por Bollerslev em 1986, o modelo GARCH – *Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedastic*. A expressão para a variância condicional deste modelo é representada por:

$$\sigma_t^2 = w + \sum_{i=1}^p \alpha_i y_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j \sigma_{t-j}^2 \quad (4)$$

onde,  $q > 0$  é a ordem da dependência da variância com a variância passada, sendo os coeficientes  $\alpha_i; \beta_j \geq 0$  e  $\beta_j$  é o parâmetro do componente auto-regressivo da volatilidade (parâmetro GARCH).

O modelo GARCH ( $p, q$ ) pode ser reescrito de forma mais concisa como

$$\sigma_t^2 = w + \alpha(L)y_t^2 + \beta(L)\sigma_t^2 \quad (5)$$

onde,  $\beta(L) = \beta_1 L + \dots + \alpha_q L^q$  e  $\alpha(L)$  como definido anteriormente. Manipulando os polinômios, vemos então que o processo GARCH  $(p, q)$  é um processo ARCH de ordem infinita. Desta forma, o processo GARCH pode representar um processo ARCH de maior ordem de forma parcimoniosa.

As restrições para que a variância do processo seja positiva e fracamente estacionária requerem que  $\alpha_0 > 0, \alpha_i \geq 0$  e  $\alpha_i + \beta_i < 1$ . O somatório de  $\alpha$  e  $\beta$  traduz a persistência de choques na volatilidade de retornos. Quanto maior a aproximação desse somatório de 1, maior será o tempo necessário para que um choque na série se dissipe.

Um problema apresentado tanto no modelo ARCH como no GARCH é o fato de ambos tratarem os retornos positivos e negativos de forma similar, já que os quadrados dos retornos entram na fórmula da volatilidade. Pois, sabe-se que na prática a volatilidade reage de modo diferente a retornos positivos e negativos (efeito alavancagem). Em função desses problemas foram criadas algumas modificações nos modelos GARCH que explicitamente têm em consideração as distribuições assimétricas. Uma alternativa de modelo para ultrapassar o problema da assimetria é o modelo EGARCH – *Exponential GARCH* – desenvolvido por Nelson (1991).

No modelo EGARCH não se faz mais necessário impor restrições de não negatividade sobre os parâmetros  $\alpha$  e  $\beta$ . O modelo geral pode ser representado da seguinte forma:

$$\ln(\sigma_t^2) = w + \sum_{i=1}^p \alpha_i g(z_{t-i}) + \sum_{j=1}^q \beta_j \ln(\sigma_{t-j}^2) \tag{6}$$

onde  $z_i$  corresponde à série normalizada dos resíduos,  $z_t = \varepsilon_t / \sigma_t$ . Nelson (1991) indica que  $g(z_t) \equiv \theta_1 z_t + \theta_2 [z_t - E|z_t|]$  “para acomodar a relação assimétrica entre a rentabilidade das ações e a variação da volatilidade”. Se  $\varepsilon_t > 0$  os impactos serão dados por  $g(z_t) = -\theta_2 E|z_t|$ . Já se  $\varepsilon_t < 0$  os efeitos sobre o modelo serão dados por  $g(z_t) = \theta_2 - \theta_1 - \theta_2 E|z_t|$ .

O modelo *Threshold GARCH* proposto por Glosten et alii (1993) – também conhecido por GJR – assim como o modelo *EGARCH* tem como característica modelar os efeitos de “alavancagem” presentes em séries financeiras. O modelo *TGARCH* pode ser expresso por:

$$\sigma_t^2 = w + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^p \gamma_i S_{t-i} + \sum_{j=1}^q \beta_j \sigma_{t-j}^2 \tag{7}$$

em que a variável binária assume o valor  $S_{t-i} = 1$ , se  $\varepsilon_{t-i}^2 < 0$  e  $S_{t-i} = 0$  caso contrário.

Dependendo se o valor de  $\varepsilon_{t-i}$  está acima ou abaixo do valor de *threshold* zero,  $\varepsilon_{t-i}$  terá diferentes efeitos na variância condicional  $\sigma_t^2$ ; informações positivas (isto é,  $\varepsilon_{t-i} > 0$ ) terão impacto dados por  $\alpha_i \varepsilon_{t-i}^2$ ; e quando condições adversas do mercado e informações negativas (isto é,  $\varepsilon_{t-i} < 0$ ), o efeito total será dado por  $(\alpha_i + \gamma_i) \varepsilon_{t-i}^2$ .

Portanto pode-se esperar que  $\gamma_i$  seja positivo para informações negativas e, além disso, que ele seja mais impactado por estas informações. O efeito “alavancagem” vai existir neste modelo caso tenhamos  $\gamma_i > 0$ .

A persistência observada na volatilidade dos retornos das bolsas levou Engle e Bollerslev (1986) a desenvolverem o modelo GARCH Integrado, o IGARCH (*Integrated GARCH*). Neste modelo, um choque na variância (ou na série temporal) em um instante no tempo influencia ou permanece por um período longo de previsão. Muitas séries financeiras apresentam esta característica.

Segundo os autores, quando o polinômio da representação GARCH  $[1 - \alpha(L) - \beta(L)]$  tem raiz unitária, ou seja,  $\sum_{i=1}^p \alpha_i + \sum_{j=1}^q \beta_j = 1$ , é conveniente utilizar um modelo IGARCH.

### 2.1.2. Modelo de Volatilidade Estocástica – MVE

Os modelos apresentados da família GARCH partem do pressuposto de que a variância condicional depende dos retornos ao quadrado passados. Já o modelo de volatilidade estocástica (MVE), proposto inicialmente por Taylor (1980, 1986) não faz essa suposição. Este modelo tem como premissa a idéia de que a volatilidade presente depende de seus valores passados, mas que os mesmos são independentes dos retornos passados.

O modelo MVE univariado foi proposto por Taylor (1986) tendo a seguinte equação (na forma discreta):

$$r_t = \varepsilon_t \exp\left(\frac{h_t}{2}\right) \quad (8)$$

$$h_t = \gamma_0 + \gamma_1 h_{t-1} + \eta_{t-1} \quad (9)$$

onde,  $\varepsilon_t \sim N(0, 1)$ ,  $\eta_t \sim N(0, \sigma_\eta^2)$ , o que implica em  $r_t | h_t \sim N(0, \exp(h_t))$ . A variável  $h_t$ , o log-volatilidade, é um componente não observado que pode ser estacionário ou não. Se  $|\gamma_1| < 1$  então  $h_t$  é estritamente estacionário com média  $\gamma_0 / (1 - \gamma_1)$  e variância  $\sigma_\eta^2 / (1 - \gamma_1^2)$ .

Tomando a transformação  $\ln(r_t^2)$ , pode-se colocar o modelo em uma representação em espaço de estado linear com a equação de observação representada por:

$$\ln(r_t^2) = h_t + \ln(\varepsilon_t^2) \quad (10)$$

onde  $\ln(\varepsilon_t^2)$  tem distribuição Log-Normal. A equação de transição é dada por (9) acima.

Ao trabalhar com os modelos de volatilidade estocástica encontra-se o problema de que não é possível obter explicitamente as expressões que são utilizadas nas funções de verossimilhança, como no caso de outros modelos de volatilidade condicional. Para contornar este problema utiliza-se nesta dissertação a abordagem de Harvey (1993), que consiste em usar o procedimento de quase-máxima verossimilhança, por meio de Filtro de Kalman.

### 3. Técnicas de Combinação de Previsão

Assim como os modelos descritos na seção anterior, muitas outras propostas foram sugeridas e aperfeiçoadas por pesquisadores com o objetivo de atingir desempenho superior no campo de previsões de séries temporais. Bates e Granger (1969) podem ser vistos como os primeiros a sistematizar um método de combinar os resultados dos modelos de previsão mais eficientes, com a finalidade de agregar as características mais relevantes de cada um dos modelos utilizados em uma determinada situação. Os autores sugeriram um esquema de combinação linear, cujos coeficientes ou pesos são calculados utilizando a matriz de covariância de erros de previsões individuais. Neste trabalho os autores sugerem combinar duas previsões não viciadas (ou corrigidas), dando maior peso à previsão que fornecer os menores erros quadráticos médios.

A equação (11) fornece a combinação  $F_c$ .

$$F_c = wF_1 + (1 - w)F_2 \quad (11)$$

onde  $F_1$  e  $F_2$  são as previsões a serem combinadas resultantes dos modelos individuais,  $w$  o peso da previsão 1 e  $(1 - w)$  o peso da previsão 2.

Encontra-se o valor ótimo de  $w$  pela minimização da variância dos erros da combinação da previsão  $F_c$ , que é dada por

$$\sigma_c^2 = w^2\sigma_1^2 + (1 - w)^2\sigma_2^2 + 2\rho w\sigma_1(1 - w)\sigma_2 \quad (12)$$

onde,  $\sigma_1^2$  e  $\sigma_2^2$  são as variâncias dos erros das previsões a serem combinadas e  $\rho$  o coeficiente de correlação dos erros das previsões. Essa técnica ficou conhecida como técnica da variância mínima. O valor mínimo de  $\sigma_c^2$  ocorre quando  $w$  assume:

$$w = \frac{\sigma_2^2 - \rho\sigma_1\sigma_2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\rho\sigma_1\sigma_2} \quad (13)$$

No caso em que os erros não são correlacionados  $\rho = 0$ ,  $w$  fica reduzido a  $w = \sigma_2^2/(\sigma_1^2 + \sigma_2^2)$ .

Newbold e Granger (1974) ampliaram o número de modelos a serem combinados, passando de dois para  $n$ , mas mantendo todas as suposições feitas, inicialmente, por Bates e Granger (1969). Assim como Bates e Granger (1969), Newbold e Granger concluíram que as correlações poderiam ser ignoradas na estimação dos pesos, pois na prática elas têm pouca influência nos resultados. Makridakis e Winkler (1983) corroboraram esta idéia. O resultado advém da incerteza adicional devido à necessidade de estimação dos parâmetros da equação (13), introduzindo erros de estimação na construção da previsão.

Em função das dificuldades de estimação dos pesos ótimos para a combinação de previsões, Gupta e Wilton (1977) propuseram a utilização de uma técnica de combinação simples, de combinar as previsões individuais, através de uma média aritmética das previsões. Assim, para  $n$  previsões de modelos individuais, a combinação a previsão seria obtida através de

$$F_c = \frac{F_1 + F_2 + \dots + F_n}{n} \quad (14)$$

Para Makridakis e Winkler (1983), utilizar a média das previsões é indubitavelmente melhor que usar um modelo “ruim” ou uma técnica de previsão pobre, uma vez que os resultados registrados pelos autores sugerem que o uso de média das previsões traz consideráveis benefícios práticos em termos de melhoria da acurácia de previsão e de diminuição da sua variabilidade. Quando não há informações sobre a dependência entre as previsões, ou quando não há informações disponíveis sobre a precisão de cada técnica de previsão, parece ser razoável utilizar a média das previsões (veja também Bessler e Brandt (1981), Menezes et alii (2000) e Winkler (1989), Clemer e Winkler (1989), Asku (1992), e Armstrong e Collopy (1998), *inter alia*).

Granger e Ramanathan (1984) chamaram a atenção para o fato de que as técnicas convencionais de combinação de previsões poderiam ser vistas como uma forma estruturada de regressão. Assim, propuseram três técnicas para combinar previsões de forma linear. A primeira refere-se a uma combinação linear sem restrição nos pesos e sem constantes, chamada de *técnica A*, igual aos modelos propostos por Newbold e Granger (1974). Porém seus parâmetros (os pesos) são estimados por Mínimos Quadrados Ordinários.

Já a segunda técnica, chamada de *técnica B*, é uma combinação linear sem constante e com restrições nos pesos, que somam um. Para Taylor e Bunn (1999), tal técnica é equivalente à técnica de variância mínima proposto por Bates e Granger (1969), porém combina mais de duas previsões. A terceira, chamada de *técnica C*, é uma combinação linear sem restrições nos pesos, porém com a adição de uma constante. Em detalhe, a combinação das previsões é calculada a partir de

$$F_c = w_1F_1 + w_2F_2 + \dots + w_nF_n + k \quad (15)$$

onde,  $F_c$  é a previsão combinada, como acima;  $F_i$  a previsão do modelo individual  $i = 1, \dots, n$ ;  $w$  são os pesos (parâmetros) dos modelos individuais; e  $k$  uma constante diferente de zero, usando Mínimos Quadrados. Para estimação, emprega-se a própria variável observada como variável dependente. Holmen (1987) simulou dados de três modelos *Box-Jenkins* e confirmou o resultado de Makridakis e Winkler (1983) de que a *técnica C* gera melhores previsões do que as outras técnicas e do que modelos univariados.

Para Deutsch et alii (1994), como a vasta maioria das combinações lineares considera apenas pesos fixos, a combinação de pesos móveis – que variam no tempo – é uma área a ser investigada. Com o intuito de realizar tal investigação, os autores propõem duas técnicas de combinação de previsões, chamadas de *switching regime models* que considera o regime em que a combinação esta sendo realizada e a *smooth transition models* que é aplicada nos casos onde se deve assumir uma mudança mais gradual nos pesos da combinação.

Tentando superar a limitação de modelos de *switching regimes* de apenas dois valores para os parâmetros de ponderação e facilitar a implementação de modelos



de *smooth transition*, Terui e Dijk (2002) propõem a utilização de uma técnica onde os coeficientes variem ao longo do tempo, com estimação baseada no Filtro de Kalman.<sup>1</sup> Esta técnica, segundo os autores, tem a vantagem de modelar tanto modelos lineares quanto não lineares. Assim como na *técnica C* de Granger e Ramanathan (1984) de combinação constante do tempo, os autores introduzem um termo constante a equação e não impõem nenhum tipo de restrição aos parâmetros.

$$F_{ct} = \alpha_0 + \alpha_t^1 F_t^1 + \dots + \alpha_t^n F_t^n + \varepsilon_t; \quad \varepsilon_t \sim N(0, \eta^2) \quad (16)$$

$$\alpha_t = \alpha_{t-1} + u_t; \quad u_t \sim N(0, \sum) \quad (17)$$

onde,  $F_t^n$  são as previsões geradas pelos modelos individuais, como acima; e  $\alpha_t = [\alpha_0, \alpha_t^1, \dots, \alpha_t^n]$  são vetores de parâmetros de combinação de previsões, que variam no tempo. A técnica de combinação com coeficientes variando no tempo – Equações (16) e (17) – podem ser interpretadas como um modelo de espaço de estado, onde a equação (16) é a que define a distribuição de  $F_{ct}$  – equação de medida; e a equação (17) é a equação de estado que define a distribuição de  $\alpha_t$  para todo  $t > 1$ . Esta combinação de previsões será realizada aplicando o algoritmo de Filtro de Kalman.

Uma das contribuições desta técnica de combinação, segundo os autores, é que se pode avaliar a contribuição de cada modelo individual à combinação como um todo em cada instante do tempo, diferentemente da combinação constante que nos fornece apenas a contribuição para o período inteiro.

Além das técnicas de combinação de previsão quantitativas muitos pesquisadores também utilizam as técnicas de combinação baseadas em modelos subjetivos (opinião de especialistas). Entre esses estudos pode-se citar o de Makridakis e Winkler (1983), que acreditam que as combinações de previsões não devem estar restritas a técnicas de combinação que se utilizam apenas de séries temporais, devendo ser considerada toda e qualquer informação disponível. Estes autores acreditam que, em muitos casos, diferentes tipos de fontes podem melhorar as medidas de acurácia.

Para Sanders e Ritzman (2001), não existem dúvidas no que tange ao aumento da precisão dos resultados obtidos quando se realiza combinação de previsões individuais, sejam elas técnicas de combinação quantitativas, qualitativas ou mesmo uma combinação de ambas as técnicas. Pois, cada técnica de combinação oferece informações distintas no decorrer do processo de combinação. Já Makridakis et alii (1998) acreditam que a acurácia das previsões qualitativas é, em média, inferior às previsões que utilizam as técnicas quantitativas. Este fato ocorreria devido ao julgamento que é frequentemente caracterizado pelas limitações humanas, sendo possível a introdução de vários tipos de viés.

<sup>1</sup> Também cabe ressaltar abordagens *bayesianas*. Bunn (1975) propõe o método *Outperformance*, através do qual os pesos para as previsões individuais são interpretados como a probabilidade de que cada previsão irá desempenhar melhor na próxima ocasião, estima as probabilidades considerando a proporção de vezes em que a respectiva previsão teve melhor desempenho no passado. Mas, Zou e Yang (2004), sugerem que este tipo de combinação é muitas vezes instável, e pode causar uma alta variabilidade na previsão final.

Neste trabalho empregamos um espectro amplo de técnicas de combinação de previsões, usando técnicas simples, e complexas. Em particular apresentamos previsões baseadas no método de média simples, por MQO (*técnica C*) e coeficientes variáveis usando Filtro de Kalman, como em Terui e Dijk (2002).

#### 4. Resultados e Discussão

Esta seção apresenta os dados utilizados, suas características gerais e os resultados das estimativas e das previsões dos modelos individuais e das técnicas de combinação de previsões discutidas neste trabalho.

##### 4.1. Apresentação dos dados e características das séries

A avaliação levada a cabo considera três séries, sendo duas financeiras com periodicidade diária, e uma econômica, com periodicidade mensal, a saber, índice *Ibovespa* da bolsa de valores de São Paulo, o índice *Dow Jones* da bolsa de valores Nova York, e o Índice Geral de Preços – Mercado (IGP-M). As séries escolhidas baseiam-se em sua relevância e representando a realidade brasileira e internacional. Os dados do *Ibovespa* e *Dow Jones* – foram coletados junto ao Finance Yahoo (fechamento diário) para o período de 02/01/2002 a 31/12/2007. As cem últimas observações de cada série, serão utilizadas para verificação das previsões.

Já os dados referentes ao IGP-M, com frequência mensal, foram coletados junto a Fundação Getúlio Vargas – Conjuntura Econômica – e tem o mês de agosto de 1994 como base. O período de estudo desta série é de janeiro de 1995 a março de 2008. Os dez últimos meses da série serão utilizados para a verificação das previsões.

Para a realização das combinações empregar-se-á previsões dos modelos já mencionados (EWMA, ARCH, GARCH EGARCH, IGARCH e Volatilidade Estocástica), os quais terão seus desempenhos individualmente comparados entre si e com as técnicas de combinação. A avaliação das previsões de cada modelo e deles combinados será baseada nos resultados do cálculo do MSE, do MAPE e da estatística Theil-U (ou coeficiente de desigualdade).<sup>2</sup>

Considerando as propriedades estatísticas das séries, os índices *Ibovespa*, *Dow Jones* e a série do IGP-M são claramente não estacionárias, apresentando fortes oscilações em determinados períodos, como nos últimos meses do ano de 2007 (crise imobiliária dos Estados Unidos) e para a série do IGP-M oscilações para o período eleitoral de 2002. O teste de raiz unitário de Dickey-Fuller Aumentado mostra que a série de log retornos diários de ambas as séries são estacionários.<sup>3</sup> Como se pode visualizar na Tabela 1 todas as séries de retornos não seguem a

<sup>2</sup> Para maiores detalhes sobre as métricas, consultar, por exemplo, Armstrong (2004).

<sup>3</sup> O teste Dickey-Fuller para a log diferença do *Dow Jones*, do *Ibovespa* e do IGP-M geraram as seguintes estatísticas (e *p*-valores) -41.42 (0.000); -37.37 (0.000); 3.90 (0.001), respectivamente. O software fez a escolha automática dos lags e o resultado do teste não muda com a escolha de constante ou não.

distribuição Normal, como constatado a partir da estatística de Jarque-Bera. Os altos valores encontrados para a Curtose das séries Ibovespa e *Dow Jones* (Tabela 1), a indicação de aglomeração da variância em alguns pontos e a existência de agrupamentos (*volatility clustering*) tal como sugerido na literatura de finanças, onde os altos retornos são seguidos por altos retornos, mas com maior frequência no caso dos retornos negativos (efeito alavancagem), sugerem uma especificação de volatilidade variável no tempo (*GARCH e outros*) e possivelmente assimétrica. A estatística Ljung-Box sugere a existência de autocorrelações da primeira ordem para as séries de retornos e de seu quadrado para as três séries.

Tabela 1

Estatísticas para as séries de retornos do Ibovespa, Dow Jones e IGP-M

Estatística	Retorno Ibovespa	Retorno Dow Jones	Retorno IGP-M
Média Amostral	0,001029	-0,000182	0,007998
Desvio Padrão	0,017168	0,009814	0,008821
Assimetria	-0,292048	-0,211998	1,474849
Curtose	3,674405	6,614167	6,927383
Retorno Máximo	0,061503	0,047515	0,050596
Retorno Mínimo	-0,068565	-0,061547	-0,010073
Probabilidade de JB	0,000000	0,000000	0,000000

Fonte: Elaborado pelos autores.

#### 4.2. *Formulação e avaliação das previsões individuais e previsões combinadas*

A aplicação dos modelos individuais e das técnicas de combinação de previsões para as três séries em estudo desta dissertação foram realizadas no *Software Eviews 6*. Entre os modelos individuais foram considerados os modelos EWMA, ARCH, GARCH, EGARCH, IGARCH, TGARCH e Volatilidade Estocástica. E para as técnicas de combinação utilizaram-se as combinações por MQO, a combinação por média aritmética e a combinação por filtro de Kalman – móvel.

Os modelos individuais foram escolhidos pela significância da estatística *t* para os parâmetros e pela minimização dos critérios de Schwarz e do Akaike dentro da amostra. Dentre os modelos individuais utilizados nesta dissertação apenas o modelo ARCH para os dados do Ibovespa, e o modelo TGARCH para a série do IGP-M não apresentaram parâmetros significativos ao nível de 10%. E, portanto, ficaram fora da combinação das previsões para essas séries, respectivamente.

Após a escolha dos modelos individuais que apresentaram melhores resultados realizaram-se as previsões para dentro e fora da amostra e utilizou-se destas previsões para a realização das medidas de erros dos modelos individuais. De

posse dessas previsões individuais construíram-se as combinações de previsão da volatilidade. Os resultados são apresentados por série analisada.

#### 4.2.1. Ibovespa

Os resultados encontrados para o Índice Ibovespa, tanto dentro da amostra como fora da amostra, sugerem que as técnicas de combinação fornecem resultados superiores aos demais modelos individuais. As previsões geradas a partir das técnicas de combinação de previsões apresentaram um MSE e o MAPE dentro da amostra inferiores aos obtidos pelos modelos individuais. A Tabela 2 traz os valores obtidos pelos modelos individuais e pelas técnicas de combinação dentro da amostra e, como pode ser visualizado, os melhores modelos pelas três medidas de erros são as técnicas por MQO e móvel (combinação por filtro de Kalman).

Tabela 2

Medidas de avaliação de previsão para o Ibovespa dentro da amostra

Modelos	MSE	MAPE	Theil-U
EWMA	0,000000226	9971,85	0,5660
GARCH (1,2)	0,000000223	10138,22	0,6379
EGARCH (2,1,1)	0,000000228	10969,12	0,6267
IGARCH (1,1)	0,000000226	10377,42	0,6363
TGARCH (1,3,1)	0,000000221	10350,16	0,6342
Volatilidade estocástica	0,000002365	20360,80	0,7657
Combinação MQO	0,000000209	9284,45	0,5108
Combinação Média	0,000000286	9309,62	0,5708
Combinação Móvel	0,000000210	8921,58	0,5334

Fonte: Elaborado pelos autores.

O modelo individual com melhor resultado, segundo a medida MSE, é o TGARCH. Quando se compara este modelo com as técnicas de combinação por MQO e móvel obtêm-se um ganho de aproximadamente 12,3% e 10,1%, respectivamente, na estatística Theil-U.

Para as previsões para fora da amostra, novamente, as técnicas de combinação apresentaram resultados superiores aos modelos individuais, mas dentre as técnicas de combinação, a combinação por MQO obteve melhores resultados na medida de acurácia MSE; a combinação por média aritmética apresentou melhores resultados na estatística Theil-U; já a combinação móvel obteve o melhor desempenho na medida de acurácia MAPE – Tabela 3.

Tais resultados indicam que as previsões do Índice Ibovespa podem ser feitas através das técnicas de combinação de previsões, pois irão produzir melhores resultados que os modelos individuais utilizados para o período em estudo.

Tabela 3

Medidas de avaliação de previsão para o Ibovespa fora da amostra

Modelos	MSE	MAPE	Theil-U
EWMA	0,000000259	17,8089	0,5840
GARCH (1,2)	0,000000245	42,4802	0,5069
EGARCH (2,1,1)	0,000000238	29,7530	0,5065
IGARCH (1,1)	0,000000247	34,9430	0,5069
TGARCH (2,1,1)	0,000000252	35,0324	0,5147
Volatilidade Estocástica	0,000000619	125,9719	0,4827
Combinção OLS	0,000000188	8,6516	0,3388
Combinção Média	0,000000240	25,9092	0,4623
Combinção Móvel	0,000000219	9,6403	0,3916

Fonte: Elaborado pelos autores.

Comparando-se o modelo individual com melhor desempenho – modelo EGARCH – com a técnica de combinação *MQO* observa-se um ganho de aproximadamente 16,8% na estatística Theil-U; quando comparado com a técnica de combinação móvel têm-se um ganho de 11,5% e de 4,4% quando comparado a técnica de combinação por média aritmética.

Dentre as técnicas de combinação de previsão a que melhor apresentou resultado em relação aos modelos individuais nas três medidas utilizadas foi a realizada por *MQO*, os pesos encontrados nesta técnica para cada um dos modelos individuais foram de  $-0,00004$  para a constante;  $0,9256$  para o modelo GARCH;  $3,4868$  para o modelo EGARCH;  $-0,8326$  para o IGARCH;  $2,5847$  para o TGARCH;  $-0,0235$  para o VE; e  $1,9755$  para o EWMA. De modo relativo, vemos pesos maiores para modelos assimétricos: EGARCH e TGARCH.

Para ilustrar os resultados obtidos, e ter uma maior noção informativa da aderência das técnicas de combinação e dos modelos individuais aos dados da volatilidade observada são apresentadas três figuras com os valores previstos e o observado para as cem observações fora da amostra. A Figura 1 mostra a volatilidade observada no período e as previsões obtidas nas técnicas de combinação e no modelo individual que apresentou o melhor desempenho no critério MSE, levando em consideração a medida de MSE (Modelo EGARCH).

#### 4.2.2. Dow Jones

Assim como nos resultados encontrados para o Índice Ibovespa, as previsões do Índice *Dow Jones* sugerem que as técnicas de combinação fornecem resultados superiores aos demais modelos individuais tanto para as previsões realizadas dentro da amostra como para as realizadas fora da amostra. Com exceção da combinação por Média Aritmética que não apresentou bons resultados se comparada aos

modelos da família GARCH.

Na Tabela 4 encontram-se disponíveis os resultados das previsões dentro da amostra e, novamente, pode-se constatar o ganho na utilização das técnicas de combinação de previsões. Quando se realiza uma comparação das técnicas de combinação – MQO e móvel – com o modelo individual com melhor resultado, segundo o MSE (EGARCH) observa-se um ganho de acurácia nas três medidas de acurácia adotadas neste trabalho. O ganho obtido das combinações por MQO e móvel na estatística Theil-U foi de, aproximadamente, 10,9% e 7,1%, respectivamente.

Tabela 4

Medidas de avaliação de previsão para o Dow Jones dentro da amostra

Modelos	MSE	MAPE	Theil-U
EWMA	0,000000207	7320,61	0,8383
ARCH (3,0)	0,000000042	1742,35	0,5485
GARCH (1,2)	0,000000042	1200,50	0,5274
EGARCH (2,1,1)	0,000000040	1789,50	0,5080
IGARCH (1,1)	0,000000043	1161,15	0,5258
TGARCH (2,1,1)	0,000000042	1650,16	0,5080
Volatilidade Estocástica	0,000000635	10499,21	0,8003
Combinação OLS	0,000000032	1115,78	0,3988
Combinação Média	0,00000006	1840,24	0,6478
Combinação Móvel	0,000000039	962,10	0,4363

Fonte: Elaborado pelos autores.

Na realização das previsões para fora da amostra ambas as combinações que já haviam mostrado bons resultados para as previsões dentro da amostra também se sobressaem em relações os modelos individuais utilizados. Como pode ser visualizada na Tabela 5 a combinação por MQO apresentou melhor desempenho tanto no MSE quanto na estatística Theil-U e, novamente, a combinação móvel obteve resultado superior às demais técnicas e aos modelos individuais na MAPE.

Na comparação do modelo GARCH com as combinações por MQO e móvel encontram-se ganhos na estatística Theil-U de aproximadamente 14,12% e 14,42% no erro de previsão, respectivamente. Na comparação com o MSE, novamente, as técnicas de combinação por MQO e Móvel apresentam ganhos no desempenho.

A partir de tais resultados pode-se concluir que as previsões do Índice *Dow Jones* podem ser feitas através das técnicas de combinação de previsões, pois irão produzir resultados melhores que as previsões individuais para o período em estudo.

Ambas as técnicas de combinação – móvel e por MQO – apresentaram resultados superiores em relação aos modelos individuais nas três medidas utilizadas. Na

Tabela 5

Medidas de avaliação de previsão para o Dow Jones fora da amostra

Modelos	MSE	MAPE	Theil-U
EWMA	0,000000029	716,9588	0,4577
ARCH (5,0)	0,000000031	223,052	0,5203
GARCH (1,2)	0,000000029	498,4523	0,5071
EGARCH (2,1,1)	0,000000032	791,501	0,4900
IGARCH (1,1)	0,000000003	819,7119	0,4785
TGARCH (2,1,1)	0,000000003	1180,5327	0,4579
Volatilidade Estocástica	0,000000576	1135,2173	0,8116
Combinação OLS	0,000000022	262,5872	0,3659
Combinação Média	0,000000033	313,3247	0,4566
Combinação Móvel	0,000000025	306,9872	0,3629

Fonte: Elaborado pelos autores.

combinação realizada por *MQO*, os pesos encontrados para cada um dos modelos individuais foram de  $-0,00001$  para a constante;  $0,2676$  para o modelo ARCH;  $1,8384$  para o modelo GARCH;  $1,2236$  para o modelo EGARCH;  $0,0807$  para o IGARCH;  $-0,0345$  para o TGARCH;  $-0,0125$  para o VE; e  $0,2349$  para o EWMA.

Novamente, percebe-se que a técnica de combinação por *MQO* deu maiores pesos para os regressores com as melhores medidas de MSE. O modelo GARCH que foi considerado seguindo a técnica de MSE como o melhor modelo individual recebeu o maior peso para a estimação por mínimos quadrados, seguido pelo modelo TGARCH e em último lugar, com menor influência o modelo VE.

Já na combinação móvel os pesos encontrados para cada um dos modelos individuais para o décimo passo, por exemplo, foram de  $0,00000$  para a constante;  $0,2623$  para o modelo ARCH;  $1,8113$  para o modelo GARCH;  $1,0958$  para o modelo EGARCH;  $0,0797$  para o IGARCH;  $-0,0120$  para o TGARCH;  $-0,0103$  para o VE; e  $0,3093$  para o EWMA. Nota-se que a combinação por filtro de Kalman apresentou pesos muito próximos dos observados na técnica de combinação por *MQO*.

Novamente, serão apresentados ao leitor as figuras com os valores previstos e o observado para cem passos fora da amostra. A Figura 2 mostra a volatilidade observada no período e as previsões obtidas nas técnicas de combinação e no modelo individual que apresentou o melhor desempenho, levando em consideração a medida de MSE (Modelo GARCH).

Uma razão para o fraco desempenho das previsões com combinação por média móvel em comparação com os outros métodos de combinação está no péssimo resultado do modelo volatilidade estocástica, que possui MSE muito acima dos outros métodos individuais. Como a combinação por média móvel dá o mesmo peso para esta previsão em relação às outras, os grandes erros de previsão são

transmitidos para a previsão combinada.

#### 4.2.3. Índice Geral de Preços – Mercado

Observando a comparação dos resultados obtidos nas previsões dentro e fora da amostra dos modelos individuais e das técnicas de combinação para o IGP-M pode-se concluir que, novamente, todas as técnicas de combinação apresentaram resultados superiores aos modelos individuais em todas as medidas utilizadas neste trabalho. E que a combinação por MQO apresentou melhor desempenho entre as técnicas de combinação utilizadas para todas as medidas de acurácia utilizadas neste trabalho.

Como pode ser visualizada na Tabela 6 a combinação por MQO apresentou melhor desempenho nas três medidas de avaliação utilizadas. Quando se realiza uma comparação das três técnicas de combinação com o modelo individual com melhor resultado, segundo o MSE, o EGARCH observa-se um ganho de acurácia nas três medidas de acurácia adotadas neste trabalho. O ganho obtido pelas técnicas de combinação na estatística Theil-U foi de 51,4% pela combinação por MQO, de 50,5% pela combinação móvel e de 44,0% pela combinação por média aritmética.

Tabela 6  
Medidas de avaliação de previsão para o IGP-M dentro da amostra

Modelos	MSE	MAPE	Theil-U
EWMA	0,0000836	372,8	0,5310
ARCH	0,0000844	300,5	0,9785
GARCH (1,2)	0,0000842	300,26	0,9752
EGARCH (2,1,1)	0,0000824	300,97	0,9217
IGARCH (1,1)	0,0000842	300,25	0,9741
Volatilidade Estocástica	0,0000775	365,77	0,5154
Combinação OLS	0,0000418	124,73	0,4072
Combinação Média	0,0000768	161,24	0,4812
Combinação Móvel	0,0000701	182,21	0,4170

Fonte: Elaborado pelos autores.

Ao realizarem-se as previsões para fora da amostra não se encontra resultados diferentes das realizadas para dentro da amostra, com exceção do melhor modelo individual, segundo o critério do MSE, que neste caso foi o modelo ARCH. Como pode ser visualizada na Tabela 7 os ganhos alcançados na utilização da técnica de combinação por MQO é superior as demais técnicas e modelos utilizados. O ganho obtido pelas técnicas de combinação na estatística Theil-U foi de 51,4% pela combinação por MQO, de 50,5% pela combinação móvel e de 44,0% pela combinação por média aritmética.



Tabela 7

Medidas de avaliação de previsão para o IGP-M fora da amostra

Modelos	MSE	MAPE	Theil-U
EWMA	0,0000580	534,7439	0,5481
ARCH	0,0000237	196,3832	0,8821
GARCH (1,2)	0,0000253	201,2860	0,9128
EGARCH (2,1,1)	0,0000252	207,4048	0,8977
IGARCH (1,1)	0,0000262	204,0673	0,9429
Volatilidade Estocástica	0,0000578	506,9896	0,5604
Combinção OLS	0,0000065	123,3306	0,3991
Combinção Média	0,0000200	195,7103	0,5399
Combinção Móvel	0,0000109	155,6443	0,4069

Fonte: Elaborado pelos autores.

Tais resultados indicam que as previsões da volatilidade do IGP-M também devem ser realizadas através da combinação de previsões, tais como o índice Ibovespa e o *Dow Jones*, para o período em estudo.

Na combinação realizada por *MQO*, os pesos encontrados para cada um dos modelos individuais foi:  $-0,00429$  para a constante;  $32,697$  para o modelo ARCH;  $-676,881$  para o modelo GARCH;  $-0,2828$  para o modelo EGARCH;  $610,984$  para o IGARCH;  $0,2814$  para o VE; e  $0,6836$  para o EWMA.

Nesta série a técnica de combinação por *MQO* deu maiores pesos para os regressores da família GARCH, que apresentaram melhores resultados na medida MSE. Diferentemente das séries anteriores o modelo com maior peso não foi o que apresentou a melhor medida de MSE entre os individuais, sugerindo um papel para a covariância entre as séries na especificação da melhor combinação entre séries.

Serão apresentados ao leitor as figuras com os valores previstos e o observado para dez passos fora da amostra – equivalente ao período de maio de 2007 a março de 2008. A Figura 3 mostra a volatilidade observada no período e as previsões obtidas nas técnicas de combinação e no modelo individual que apresentou o melhor desempenho, levando em consideração a medida de MSE (Modelo ARCH).

#### 4.3. Considerações finais

Após a realização de todos os testes e de analisar os resultados obtidos para ambas as séries, observou-se que a combinação por *MQO* proposta por Granger e Ramanathan (1984) obteve o melhor desempenho geral na tarefa de previsão de séries temporais. Em todos os testes realizados, seja considerando a estatística Theil-U, o MAPE ou o MSE, a combinação mostrou-se bastante eficiente, tendo em todos os casos, obtido medidas de erro para as previsões dentro e fora da

amostra melhores do que os obtidos pelos modelos individuais. O fato da técnica de combinação por MQO apresentar melhores resultados referentes ao mínimo do MSE apenas confirma a proposta do método que é minimizar os erros quadráticos. O que chama a atenção é o fato da técnica também obter resultados satisfatórios nas outras medidas de acurácia quando comparado com os modelos individuais.

## 5. Conclusão

Neste trabalho foi proposta uma comparação entre os modelos individuais e as técnicas de combinação de previsão. Os modelos individuais utilizados foram: o Alisamento Exponencial (EWMA); alguns dos modelos da Família GARCH; e o modelo de Volatilidade Estocástica proposto por Taylor (1986). As técnicas utilizadas foram a combinação por MQO – *técnica C* – proposta por Granger e Ramanathan (1984), a combinação por média aritmética proposta por Gupta e Wilton (1977) e a combinação com pesos móveis apresentada por Terui e Dijk (2002).

As técnicas de combinação foram testadas para realizar previsões nas comparações dos resultados obtidos pelos modelos univariados para a série de retornos do Índice Ibovespa e para o índice Dow Jones para o período de 02 de janeiro de 2002 a 31 de dezembro de 2007. E na comparação dos resultados obtidos pelos modelos univariados para a série do IGP-M para o período de janeiro de 1995 a março de 2007.

A relevância da metodologia proposta deve-se, especialmente ao fato de que os resultados obtidos são testados dentro e fora da amostra em todos os casos, e são melhores do que os obtidos pelos demais modelos que foram testados para realizar a mesma tarefa. Em geral, as técnicas de combinação, analisando as medidas de erro de previsão MSE, MAPE e Theil-U, fornecem previsões que se ajustam melhor aos dados, quando comparados aos resultados provindos das previsões individuais. Com destaque para a técnica de combinação por MQO que apresentou bons resultados relativo à todas as séries estudadas.

A partir da realização destes experimentos, conclui-se que a construção de técnicas de combinação de previsões mostrou-se bastante eficiente na tarefa de previsão. Em todas as séries estudadas as técnicas de combinação por MQO e móvel mostraram-se ser boas alternativas para obter as previsões de volatilidade, pois apresentaram resultados com menores erros de predição para dentro ou fora da amostra relativamente aos demais modelos estudados neste artigo.

Como sugestão para trabalhos futuros sugere-se o estudo da utilização de modelos multivariados para a realização das previsões dos modelos individuais, poderia ser uma boa estratégia para a obtenção de modelos com medidas de acurácia melhores, Uma questão passa a ser como incorporar a informação de outras variáveis, seja através de modelos bivariados ou multivariados (por exemplo Stock e Watson 1999). Outra sugestão seria a realização e análise do desempenho preditivo dos vários modelos individuais e técnicas de combinação para diferentes horizontes de tempos,

pois cada modelo pode revelar-se melhor para um horizonte temporal, diante da presença de quebras estruturais.

## Referências bibliográficas

- Asku, C. G. (1992). An empirical analysis of the accuracy of SA, OLS, ERLS and NRLS combination of forecasts. *International Journal of Forecasting*, 8:27–43.
- Bates, J. M. & Granger, C. W. J. (1969). The combination of forecasts. *Operations Research Quarterly*, 20:451–468.
- Becker, R. & Clements, A. E. (2008). Are combination forecasts of S&P 500 volatility statistically superior? *International Journal of Forecasting*, 24:122–133.
- Bessler, D. A. & Brandt, J. A. (1981). Forecasting livestock prices with individual and composite methods. *Applied Economics*, 13:513–522.
- Bollerslev, T. (1986). Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. *Journal of Econometrics*, 31:303–327.
- Bunn, D. W. (1975). A Bayesian approach to the linear combination of forecasts. *Operational Research Quarterly*, 26:325–329.
- Clemer, R. T. (1989). Combining forecasts: A review and annotated bibliography. *International Journal of Forecasting*, 5:559–583.
- Clemer, R. T. & Winkler, R. L. (1989). Combining economic forecasts. *Journal of Business & Economic Statistics*, 4:39–46.
- Deutsch, T., Lehmann, E. D., Carson, E. R., & Sönksen, P. H. (1994). Combining rule-based reasoning and mathematical modelling in diabetes care. *Medical Informatics & The Internet in Medicine*, 6:137–160.
- Engle, R. F. (1982). Autoregressive conditional heteroskedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation. *Econometrica*, 50:987–1007.
- Engle, R. F. & Bollerslev, T. (1986). Modelling the persistence of conditional variances (with discussion). *Econometrics Reviews*, 5:1–50, 81–87.
- Esteves, P. (2003). Modelling Taylor rule uncertainty: An application to the Euro area. *Economic Modelling*, 21:561–572.
- Glosten, L., Jagannathan, R., & Runkle, D. (1993). On the relation between the expected value and volatility of nominal excess returns on stocks. *Journal of Finance*, 46:1779–801.
- Granger, C. W. J. & Ramanathan, R. (1984). Improved methods of combining forecasts. *Journal of Forecasting*, 3:197–204.
- Gupta, S. & Wilton, P. C. (1977). Combination of forecasts: An extension. *Management Science*, 13:356–372.
- Harvey, A. C. (1993). *Times Series Models*. Harvester-Wheatsheaf, New York.
- Holmen, J. S. (1987). A note on the value of combining short-term earnings forecasts. A test of Granger and Ramanathan. *International Journal of Forecasting*, 3:239–243.
- Jing-Rong, D. (2003). Combining stock market volatility forecasts using an EWMA technique. *Journal of Chongqing Teachers College*, 3:277–280.
- Makridakis, S. G., Wheelwright, S. C., & Hyndman, R. J. (1998). *Forecasting: Methods and Applications*. John Wiley & Sons, New York.
- Makridakis, S. G. & Winkler, R. L. (1983). Averages of forecasts: Some empirical results. *Management Science*, 29:987–996.

- Menezes, L. M., Bunn, D. W., & Taylor, J. W. (2000). Review of guidelines for the use of combined forecasts. *European Journal of Operational Research*, 120:190–204.
- Nelson, D. (1991). Conditional heteroskedasticity in assets returns: A new approach. *Econometrica*, 59:347–370.
- Newbold, P. & Granger, C. W. J. (1974). Experience with forecasting univariate time series and the combination of forecasts. *Journal of the Royal Statistical Society*, 137:131–165.
- Sanders, N. R. & Ritzman, L. P. (2001). Judgmental adjustment of statistical forecasts. In Armstrong, J. S., editor, *Principles of Forecasting: A Handbook for Researchers and Practitioners*. Kluwer Academic Publishers.
- Stock, J. & Watson, M. W. (1999). Forecasting inflation. *Journal of Monetary Economics*, 44:293–335.
- Taylor, J. W. & Bunn, D. W. (1999). Investigating improvements in the accuracy of prediction intervals for combinations of forecasts: A simulation study. *International Journal of Forecasting*, 15:325–339.
- Taylor, S. J. (1980). Conjectured models for trend in financial prices, tests and forecast. *Journal of the Royal Statistical Society*, A-143:325–339.
- Taylor, S. J. (1986). *Modeling Financial Time Series*. John Wiley, New York.
- Terui, N. & Dijk, H. K. (2002). Combined forecasts from linear and nonlinear time series models. *International Journal of Forecasting*, 18:421–438.
- Winkler, R. L. (1989). Combining forecasts: A philosophical basis and current issues. *International Journal of Forecasting*, 5:605–609.
- Zou, H. & Yang, Y. (2004). Combining time series models for forecasting. *International Journal of Forecasting*, 20:69–84.

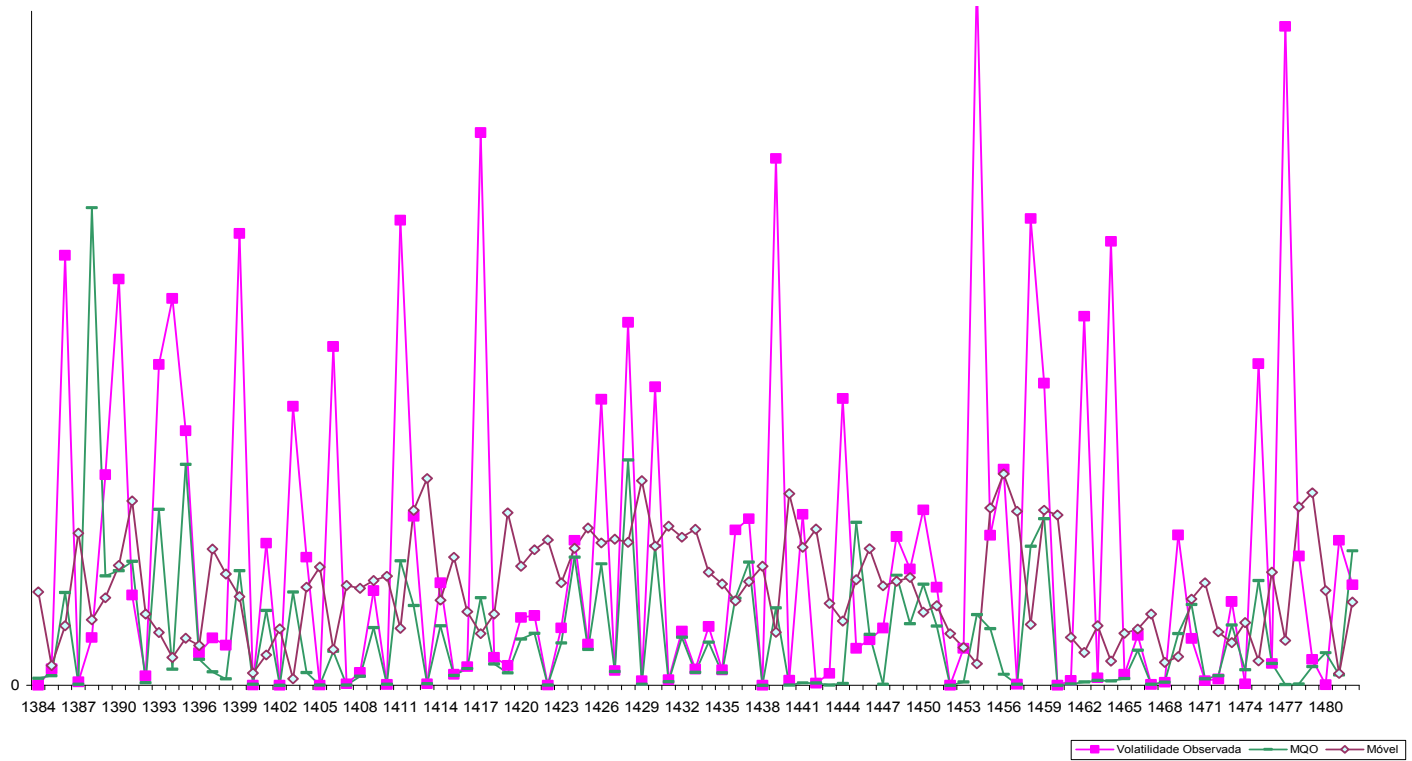


Fig. 1. Previsões das técnicas de combinação e do modelo EGARCH para o índice Ibovespa

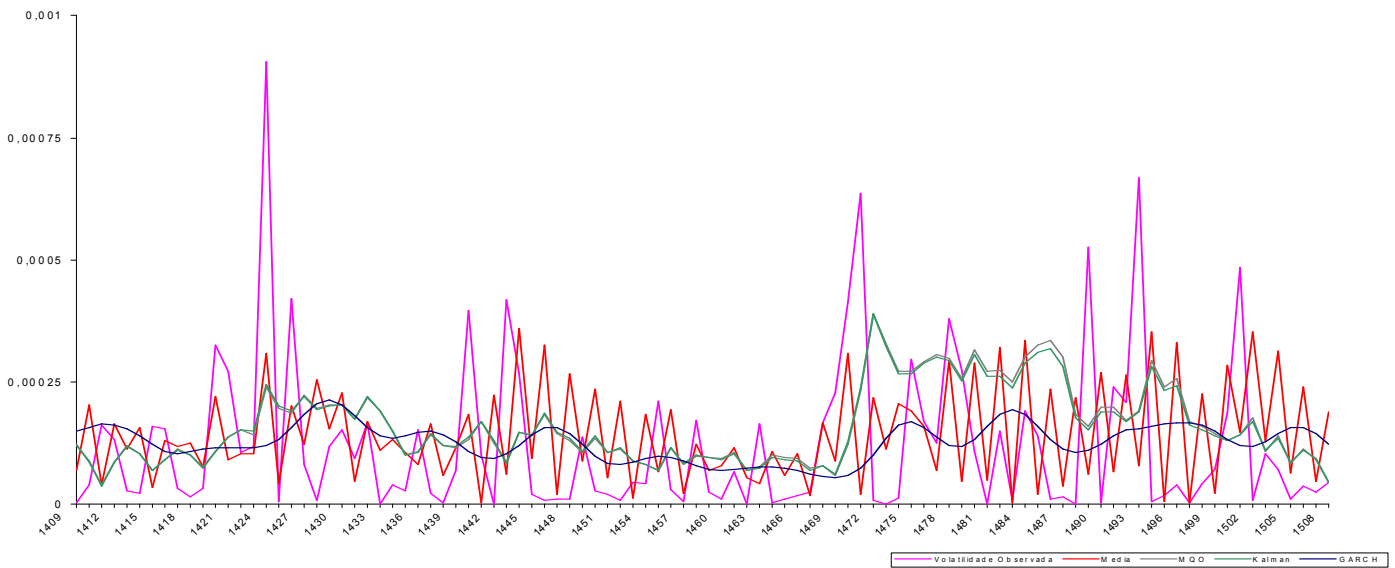


Fig. 2. Previsões das técnicas de combinação e do modelo GARCH para o índice Dow Jones

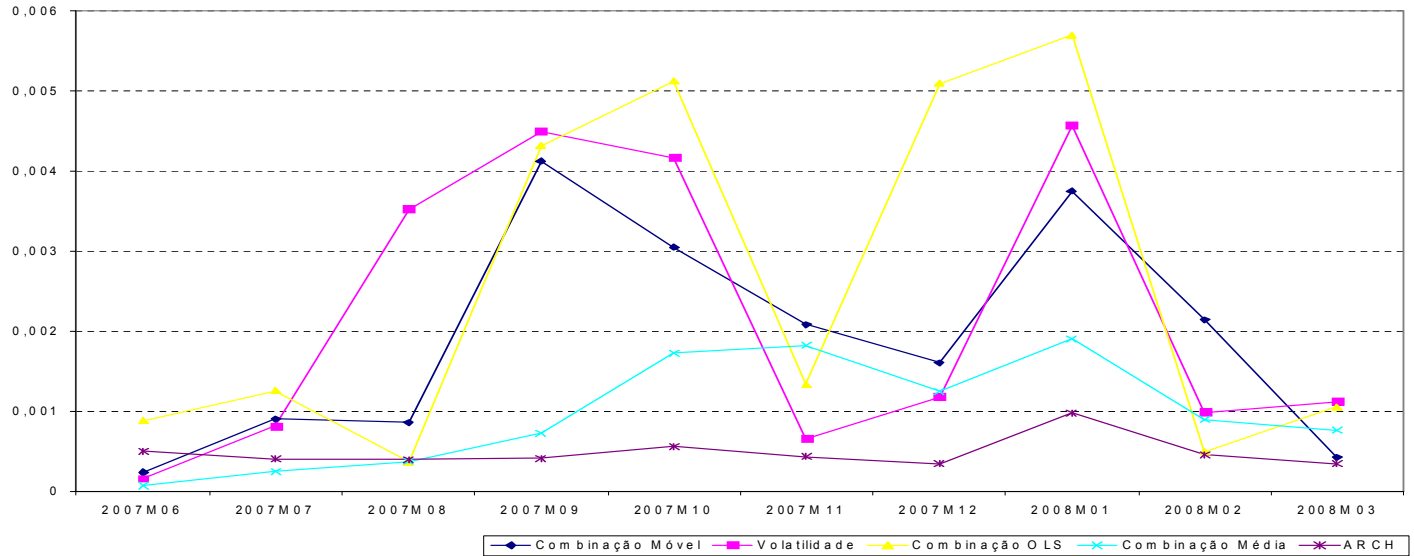


Fig. 3. Previsões das técnicas de combinação e do modelo ARCH para o IGP-M