

# Convergência de Renda dos Estados Brasileiros: Uma Abordagem de Painel Dinâmico com Efeito *Threshold*

Nicolino Trompieri Neto – IPECE  
Ivan Castelar – CAEN/UFC  
Fabrício Carneiro Linhares – CAEN/UFC

## RESUMO

Este artigo aplica um modelo em painel dinâmico para analisar a convergência da taxa de crescimento do PIB *per capita*, numa abordagem não linear através de um efeito *threshold* para os vinte e seis Estados brasileiros mais o Distrito Federal, durante o período 1985-2005. Há dois regimes de renda determinada pela variável *threshold*. Nos dois regimes de renda os processos de convergência foram significantes, sendo que o regime de baixa renda apresenta uma velocidade de convergência bem mais baixa do que o regime de alta renda, não favorecendo assim a possibilidade de efeito *catch up*. Estes resultados indicam então a existência de dois clubes de convergência, um formado pelos Estados que se encontram no regime de baixa renda, formado pelos Estados da região Nordeste, Norte (com exceção do Estado do Amazonas) e o Estado de Goiás. Enquanto que o outro clube é formado por aqueles que se encontram no regime de alta renda, compostos pelos Estados da região Sul e Sudeste, mais os Estados de Mato Grosso, Mato Grosso do Sul e o Distrito Federal. O Estado de Mato Grosso foi o único que migrou do regime de baixa renda para o de alta renda, favorecido possivelmente pelos constantes aumentos das exportações das *commodities* agrícolas registrados nos últimos dez anos.

**Palavras Chave:** convergência, PIB *per capita*, painel dinâmico, efeito *threshold*.

**Classificação JEL:** E01, O47, O49.

**Área 5 -** Crescimento, Desenvolvimento Econômico e Instituições.

## ABSTRACT

This article applies a dynamic panel model to examine the convergence of the growth rate of GDP *per capita* in a non-linear approach through a threshold effect, for the twenty six Brazilian states and the Distrito Federal during the period 1985-2005. Two income regimes are determined by the *threshold* variable. In both regimes the processes of convergence were significant, where the low income regime presents a speed of convergence lower than the higher income regime, not allowing the catch up effect. These results indicate then the existence of two convergence clubs, one formed by those who are in the low income regime, formed by the states in the northeastern region, North (except the state of Amazonas) and the state of Goiás. While the other club is formed by those who are in the high income regime composed by the states in South and Southeast regions, and the states of Mato Grosso, Mato Grosso do Sul and the Distrito Federal. The state of Mato Grosso, was the only one to migrated from the low-income regime for the high income regime, possibly helped by increased in exports of agricultural commodities registered in the last ten years.

**Keywords:** convergence, GDP *per capita*, dynamic panel, threshold effect.

**JEL Classification:** E01, O47, O49.

# Convergência de Renda dos Estados Brasileiros: Uma Abordagem de Painel Dinâmico com Efeito *Threshold*

## 1. Introdução

Com o surgimento do trabalho de Baumol (1986), inúmeros estudos sobre convergência de renda entre economias têm sido amplamente explorados na literatura econômica internacional. Segundo Galor (1996) estudos de convergência têm explorado a validade de três diferentes tipos de hipóteses de convergência. A primeira hipótese refere-se à convergência absoluta, que analisa a tendência, no longo prazo, da aproximação das rendas *per capita* das economias em relação ao nível da economia líder, independentemente das condições iniciais em que se encontram.

A segunda hipótese refere-se à convergência condicional, no qual as rendas *per capita* de economias que apresentam características estruturais (preferências, tecnologias, taxas de crescimento populacional, políticas governamentais, etc) idênticas convergirão no longo prazo para o mesmo nível independentemente das condições iniciais. Esse tipo de convergência é baseada na formulação Neoclássica tradicional explicitada por Barro e Sala-i-Martin (1992) e Mankiw, Romer e Weil (1992).

A terceira e última hipótese refere-se à formação de “clubes de convergência”, isto é, rendas *per capita* de um grupo de economias com idênticas características estruturais convergem no longo prazo desde que as condições iniciais também sejam idênticas.

A maior parte dos estudos empíricos sobre convergência baseia-se sobre um relacionamento inverso e linear entre os níveis e as taxas de crescimento das rendas *per capita*. Esses estudos consistem em testar a hipótese de  $\beta$ -convergência (absoluta e condicional), também conhecidas como regressões Barro-Baumol, referências a Barro (1991) e Baumol (1986). Algumas críticas foram apontadas às regressões do tipo Barro-Baumol como as apresentadas em Friedman (1992) e Quah (1993). Entre as principais está o fato de que o coeficiente estimado representa um valor médio da amostra total utilizada, podendo indicar ausência de convergência quando em sub-amostras pode existir convergência (através da formação de clubes de convergência) a qual não é captada pelas regressões do tipo Barro-Baumol.

No Brasil destacam-se alguns estudos de convergência de renda per capita entre Estados: Ferreira e Diniz (1995), Ellery e Ferreira (1996) Ferreira (1996, 1999, 2000), Zini Jr. (1998) e Azzoni (1997, 1999 e 2001). A maioria desses trabalhos sugere a inexistência ou um processo de convergência muito lento entre os Estados brasileiros.

Por outro lado existem estudos que envolvem metodologias mais recentes para a identificação de convergência aplicada aos Estados brasileiros. Entre eles está o estudo de Gondim *et al.* (2007) que utiliza a metodologia desenvolvida por Quah (1997) baseada na estimação de núcleos estocásticos condicionada à variáveis como localização geográfica, educação, desigualdade de renda e abertura comercial. Há também os estudos baseados em econometria espacial, como Mossi *et al.* (2003), Magalhães, Hewings e Azzoni (2005) e Raul e Azzoni (2006). A maioria desses trabalhos encontra evidências de clubes de convergência formados basicamente por dois grupos: um por Estados das regiões Norte e Nordeste e outro por Estados das Regiões Sul e Sudeste.

O objetivo do presente estudo é verificar a presença de convergência nos Estados brasileiros no período 1985 a 2005 utilizando uma metodologia não-linear desenvolvida em Ho (2006), que consiste na utilização de um modelo de dados em painel dinâmico com efeito

*threshold*. A principal contribuição dessa metodologia é a visualização da dinâmica da formação de clubes de convergência entre as economias.

O estudo está dividido em cinco seções. A primeira seção consiste nesta introdução. Na segunda seção é apresentada a metodologia no qual o modelo é descrito. Na terceira seção é feita uma análise estatística dos dados. Na quarta seção é feita a análise dos resultados estimados. E na quinta e última seção apresenta-se a conclusão.

## 2. Metodologia

O modelo de crescimento apresentado aqui segue Islam (1995) que propôs a partir do modelo Mankiw-Romer-Weil (Mankiw *et al.*, 1992), uma abordagem de dados em painel dinâmico. Seguindo o modelo de Solow simplificado, parte-se da seguinte função de produção Cobb-Douglas com progresso tecnológico *labor-augmenting*:

$$Y(t) = K(t)^\alpha (A(t)L(t))^{1-\alpha} \quad 0 < \alpha < 1 \quad (1)$$

Onde  $Y$  é o produto,  $K$  o capital e  $L$  é o trabalho. Assume-se que  $L$  e  $A$  crescem exogenamente a taxas  $n$  e  $g$  respectivamente, tal que

$$\begin{aligned} L(t) &= L(0)e^{nt} \\ A(t) &= A(0)e^{gt} . \end{aligned}$$

Admite-se que  $s$  é uma fração constante do produto que é poupada e investida. Define-se o produto e o estoque de capital por unidade de trabalho efetivo respectivamente como  $y = Y/AL$  e  $k = K/AL$ . Assim a equação (1) escrita como unidade de trabalho efetivo é igual a

$$y = k(t)^\alpha \quad (2)$$

A equação dinâmica para  $k(t)$  é dada por:

$$\begin{aligned} \dot{k} &= sy(t) - (n + g + \delta)k(t) \\ &= sk(t)^\alpha - (n + g + \delta)k(t) , \end{aligned} \quad (3)$$

onde  $\delta$  é a taxa de depreciação considerada constante. Assim,  $k$  converge para o seu valor em estado estacionário que é dado por

$$k^* = \left( \frac{s}{n + g + \delta} \right)^{1/(1-\alpha)} . \quad (4)$$

Substituindo a equação (4) na equação (1), tem-se o valor de  $y(t)$  em seu estado estacionário,

$$y^* = \left( \frac{s}{n + g + \delta} \right)^{\alpha/(1-\alpha)} . \quad (5)$$

Para descrever a dinâmica de transição da economia a partir de um ponto inicial para o estado estacionário é preciso log – linearizar a equação que descreve a transição do capital. Esta linearização é feita próxima do estado estacionário,  $k^*$ . Para tal propósito defini-se a variável:

$$z(t) = \ln k(t) - \ln k^* \Rightarrow \frac{\dot{k}(t)}{k(t)}$$

e

$$k(t) = e^{z(t)} k^* .$$

Dividindo a equação (3) por  $k(t)$  tem-se:

$$\frac{\dot{k}(t)}{k(t)} = s k(t)^{\alpha-1} - (n + g + \delta)$$

Assim,

$$\frac{\dot{k}(t)}{k(t)} = s (e^{z(t)} k^*)^{\alpha-1} - (n + g + \delta) .$$

Usando a aproximação de Taylor de primeira ordem para  $\frac{\dot{k}(t)}{k(t)}$  próximo do estado estacionário,  $z^* = 0$ , implica que

$$\frac{\dot{k}(t)}{k(t)} = -s(1 - \alpha)(k^*)^{\alpha-2} k^* z(t) ,$$

ou

$$\frac{\dot{k}(t)}{k(t)} = -s(1 - \alpha) \frac{(k^*)^\alpha}{k^*} z(t) .$$

De acordo com a equação (3) verifica-se que  $s \frac{(k^*)^\alpha}{k^*} = (n + g + \delta)$ , portanto substituindo esta expressão na equação acima tem-se,

$$\frac{\dot{k}(t)}{k(t)} = -(1 - \alpha)(n + g + \delta) z(t)$$

então, dado que  $\frac{\dot{k}(t)}{k(t)} = \frac{\dot{k}(t)}{k(t)}$  e  $z(t) = \ln\left(\frac{k(t)}{k^*}\right)$  chega-se à seguinte equação:

$$\frac{\dot{k}(t)}{k(t)} = -\lambda \ln\left(\frac{k(t)}{k^*}\right), \quad (6)$$

onde  $\lambda = (1 - \alpha)(n + g + \delta)$ . A equação acima indica que a taxa de crescimento do capital por unidade de trabalho efetivo depende da velocidade de convergência  $\lambda$  e da distância do estoque de capital  $k$  da economia no tempo  $t$  em relação ao seu estado estacionário  $k^*$ .

A partir da equação (2) pode-se mostrar que:

$$\dot{y}(t) = \alpha k(t)^{\alpha-1} \dot{k}(t) \Rightarrow \dot{y}(t) = \alpha k(t)^{\alpha} \frac{\dot{k}(t)}{k(t)}.$$

Portanto,

$$\frac{\dot{y}(t)}{y(t)} = \alpha \frac{\dot{k}(t)}{k(t)},$$

e

$$\ln\left(\frac{y(t)}{y^*}\right) = \alpha \ln\left(\frac{k(t)}{k^*}\right).$$

Substituindo as duas expressões acima na equação (6) implica que,

$$\frac{\dot{y}(t)}{y(t)} = -\lambda \ln\left(\frac{y(t)}{y^*}\right) \quad (7)$$

onde  $\lambda = (1-\alpha)(n+g+\delta)$ . Então verifica-se que assim como o capital, a taxa de crescimento do produto por unidade de trabalho efetivo depende da velocidade de convergência  $\lambda$  e da distância do produto  $y(t)$  da economia no tempo  $t$  em relação ao seu estado estacionário  $y^*$ .

Observe-se que a equação (7) é uma equação diferencial linear de primeira ordem em  $\ln y(t)$ , cuja solução é dada por

$$\ln y_t = (1 - e^{-\lambda\tau}) \ln y^* + e^{-\lambda\tau} \ln y_0. \quad (8)$$

onde  $y_t$  é o período inicial e  $\tau$  é o tempo que o produto por unidade de trabalho efetivo,  $y_t$  leva para percorrer o caminho de  $y_0$  para o estado estacionário  $y^*$ . Tomando  $y_{t-1}$  como o período inicial e assumindo temporariamente  $y^*$  como uma série de tempo, tem-se que

$$\ln y_t = (1 - e^{-\lambda\tau}) \ln y_t^* + e^{-\lambda\tau} \ln y_{t-1}. \quad (9)$$

Dado que a equação (9) se mantém em qualquer período de tempo, pode-se defasá-la em um período utilizando a lei de projeções interadas:

$$\ln y_{t-1} = (1 - e^{-\lambda\tau}) \ln y_{t-1}^* + e^{-\lambda\tau} \ln y_{t-2}. \quad (10)$$

Subtraindo a equação (10) da equação (9) chega-se a seguinte expressão:

$$\Delta \ln y_t = (1 - e^{-\lambda\tau}) \Delta \ln y_t^* + e^{-\lambda\tau} \Delta \ln y_{t-1}. \quad (11)$$

A equação (11) expressa o processo de convergência da taxa de crescimento sobre o tempo. Ela implica em convergência da taxa de crescimento condicional à taxa de crescimento em estado estacionário. Este processo de convergência segue uma característica geral do modelo de crescimento neoclássico: tanto quanto a taxa de crescimento é monotonicamente decrescente na intensidade do capital e algumas condições do tipo Inada se

mantêm, o estado estacionário é único e globalmente estável. Isto é, se as taxas em estado estacionário são todas idênticas entre as economias, as taxas de crescimento convergirão.

Estendendo a equação (11) para o modelo na forma de dados em painel, tem-se que

$$\Delta \ln y_{j,t} = (1 - \beta) \Delta \ln \hat{y}_{j,t}^* + e^{-\lambda\tau} \Delta \ln \hat{y}_{j,t-1} + \xi_{j,t}, \quad \beta = e^{-\lambda\tau}. \quad (12)$$

Assumindo que a renda em estado estacionário é constante durante o tempo e tomando  $\bar{\pi}_j = (1 - \beta) \Delta \ln y_{j,t}^*$ , chega-se à forma reduzida do modelo,

$$\Delta \ln y_{j,t} = \bar{\pi}_j + \beta \Delta \ln y_{j,t-1} + \xi_{j,t}, \quad \beta = e^{-\lambda\tau}. \quad (13)$$

Verifica-se que a equação (13) expressa um painel dinâmico de primeira ordem com efeito fixo sem componentes em estado estacionário.

A análise adotada aqui, concentra-se na magnitude do coeficiente estimado de  $\beta$ , e não em  $\lambda$ , já que  $\beta$  mede a velocidade de convergência para sua taxa de crescimento em estado estacionário ( $\equiv 0$ ). Um valor de  $\beta$  muito próximo de zero implica que variações de curto prazo na taxa de crescimento da economia  $j$ , a taxa converge rapidamente para o seu nível em estado estacionário. Dessa forma, existem duas situações extremas: primeiro, quando  $\beta = 0$ , a taxa de crescimento converge instantaneamente para o seu nível em estado estacionário; segundo, quando  $\beta = 1$ , tem-se a situação de um forte processo de passeio aleatório, implicando que a taxa de crescimento de uma economia persiste em seu nível corrente.

Incorporando a análise de não linearidade no modelo, a renda *per capita* é introduzida e modelada como uma variável *threshold*. Sob o arcabouço de não linearidade, a amostra utilizada para a estimação de  $\beta$  é dividida em regimes de renda onde a quantidade de períodos para cada regime é determinada endogenamente.

Seguindo Hansen (1999), o modelo *threshold* duplo em painel com efeito fixo divide a amostra em três regimes de renda na seguinte forma:

$$\Delta \ln \hat{y}_{j,t} = \bar{\pi}_j + \beta_1 \Delta \ln \hat{y}_{j,t-1} + \varepsilon_{j,t} \quad \hat{y}_{j,t} \leq \gamma_1 \quad (13a)$$

$$\Delta \ln \hat{y}_{j,t} = \bar{\pi}_j + \beta_2 \Delta \ln \hat{y}_{j,t-1} + \varepsilon_{j,t} \quad \gamma_1 < \hat{y}_{j,t} < \gamma_2 \quad (13b)$$

$$\Delta \ln \hat{y}_{j,t} = \bar{\pi}_j + \beta_3 \Delta \ln \hat{y}_{j,t-1} + \varepsilon_{j,t} \quad \hat{y}_{j,t} \geq \gamma_2 \quad (13c)$$

onde assume-se o erro  $\varepsilon_{jt} \sim iid(0, \sigma^2)$  e  $\gamma_2 > \gamma_1$ .

A amostra é dividida em três regimes de acordo com a condição de que o valor da variável *threshold* renda *per capita* real  $\hat{y}_{j,t}$ , é maior ou menor do que  $\gamma$ . Os regimes são diferenciados pela variação do coeficiente  $\beta$ .

Nesta metodologia a análise de convergência examina basicamente a significância e a magnitude do parâmetro estimado para cada regime de renda. Se em um regime o parâmetro for estatisticamente insignificante, então as economias que se encontram nesse regime não convergem, persistindo em seus níveis de renda correntes. Isto indica a presença de possíveis barreiras ao crescimento no grupo de economias deste regime. Por outro lado, se em um regime o parâmetro for estatisticamente significativo, então as economias convergem para um nível de renda comum ao grupo. Quando as economias convergem em um regime de renda, elas podem migrar para um regime mais próximo de maior renda.

Em relação à magnitude dos parâmetros estimados, dado que eles são positivos e significantes, dentre possíveis situações, pode-se ter:

a) Se  $\beta_1 < \beta_2 < \beta_3$ , as economias dos regimes de rendas *per capita* mais baixas, possuem velocidades de convergência mais altas, favorecendo a existência de um efeito *catch up* das economias nos regimes de menores rendas em direção aos de maiores rendas.

b) Se  $\beta_1 > \beta_2 > \beta_3$ , isto implica que as economias que se encontram nos regimes de rendas *per capita* mais baixas, são relativamente persistentes em seus regimes de rendas, e há pouca possibilidade de efeito *catch up* em direção aos regimes de rendas *per capita* mais altas.

Para determinar se o efeito *threshold* é estatisticamente significativo no modelo (13a-13c), testa-se a hipótese nula de ausência de efeito *threshold*:

$$H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 \quad (14)$$

Sob  $H_0$  o valor do efeito *threshold*  $\gamma$  não é identificado, então testes de hipóteses clássicos não possuem distribuições padrões. Para resolver este problema, Hansen (1999) aplica um método de *bootstrap* para simular a distribuição assintótica do teste de razão de verossimilhança e computar os valores críticos assintoticamente corretos.

Para a estimação de  $\gamma$ , Chan (1993) e Hansen (1999) sugerem o uso de Mínimos Quadrados Ordinário (OLS). Uma vez que o valor *threshold* é calculado, o coeficiente  $\beta$  pode ser obtido. Porém o modelo (13a-13c) inclui como regressor a variável dependente defasada. Nesse caso existe correlação entre  $\Delta \ln \hat{y}_{j,t-1}$  e o erro  $\varepsilon_{j,t}$  através do componente de efeito fixo. Esta situação torna os estimadores OLS viesados e inconsistentes ainda que o erro não exiba autocorrelação. O viés resultante pode ser significativo mesmo que assintoticamente. Esta situação ocorre também no caso de estimadores LSDV (*Least Square Dummy Variable*), uma vez que as transformações operadas para eliminar o efeito fixo não eliminam a correlação entre a variável dependente defasada e o erro resultantes da transformação. Alguns estimadores baseado no uso de variáveis instrumentais solucionam este problema, entre os mais utilizados estão o estimador baseado em OLS de Anderson e Hsiao (1981, 1982) e o estimador baseado em GMM proposto por Arellano e Bond (1991).

Islam (2000) utiliza os dados de Summers-Heston (1991, 1998) e analisa as propriedades de pequenas amostras dos principais estimadores de painel dinâmico. Através de um estudo de Monte Carlo aplicado a um modelo de crescimento para análise de convergência, ele verifica que em pequenas amostras há a possibilidade da presença de viés de estimação. Dentre os estimadores estudados<sup>1</sup>, aqueles que utilizam como instrumentos variáveis em diferença de primeira ordem, apresentam melhor performance em relação ao tamanho do viés. Por tal razão e pela fácil aplicabilidade, utiliza-se no presente estudo o estimador de Anderson-Hsiao (1981, 1982), tomando como instrumento a primeira diferença da taxa de crescimento defasada em um período, gerando assim um estimador consistente (veja-se Apêndice).

---

<sup>1</sup> Além dos estimadores Anderson-Hsiao e Arellano-Bond, Islam (2000) analisa também o de mínima distância sugerido por Chamberlain (1982, 1983) e os estimadores tradicionais OLS e LSDV.

### 3. Análise Estatística dos Dados

Os dados referem-se ao PIB *per capita* (PIBpc) que é a variável *threshold*, e sua taxa de crescimento (TXPIBpc) para os 26 estados<sup>2</sup> brasileiros mais o Distrito Federal no período 1985-2005, tendo como fonte o IPEADATA. Os dados estão em termos reais, deflacionados pelo INPC com ano base de 2005. A tabela abaixo apresenta algumas estatísticas descritivas em relação as variáveis:

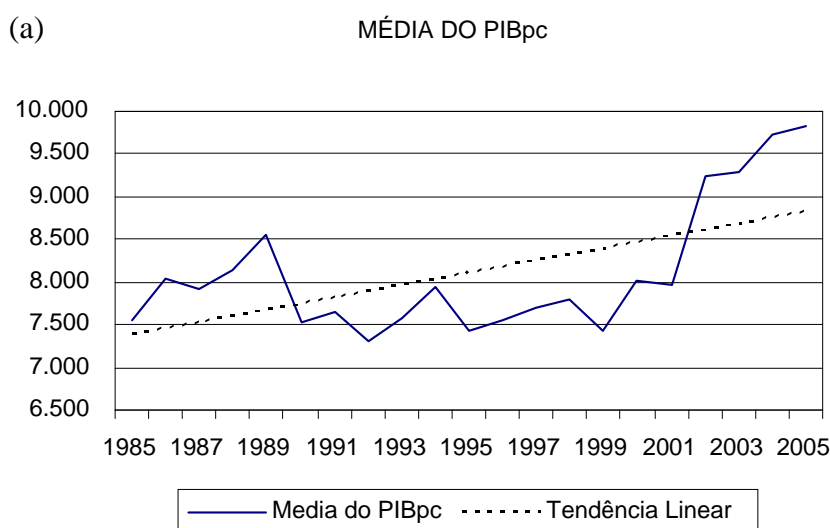
TABELA 1 – Estatística Descritiva do PIB *per capita* dos Estados 1985-2005

Estatística	PIBpc	TXPIBpc
Média	8.133,81	0,017
Mediana	6.705,30	0,012
Valor Máximo	34.510,00	0,670
Valor Mínimo	2.278,91	-0,263
Desvio Padrão	4.722,17	0,096

Fonte: Elaboração Própria.

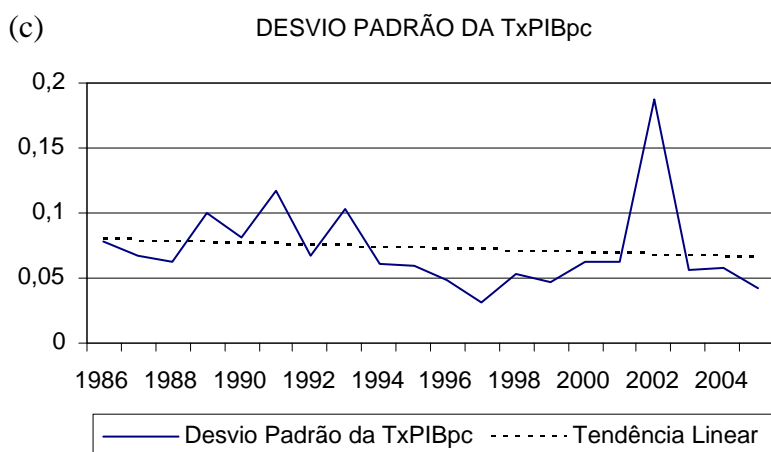
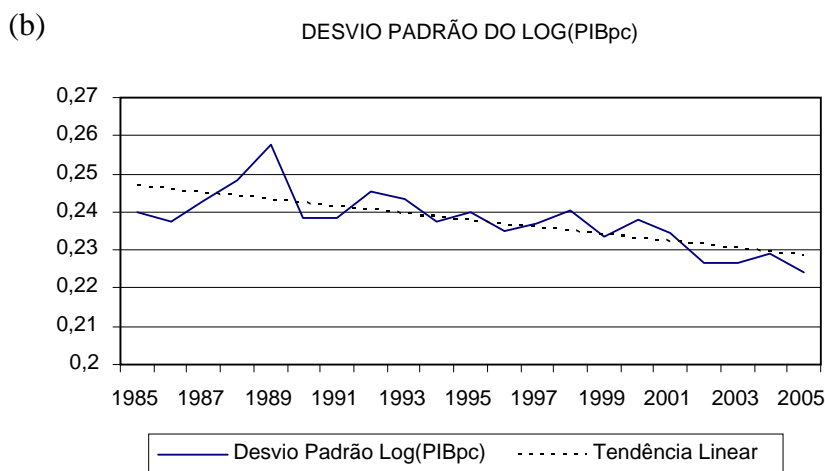
O processo de convergência também é comumente analisado através da dispersão da renda entre as unidades *cross-section* durante um intervalo de tempo, o que é conhecido como  $\sigma$ -convergência. A figura 1 seguinte, apresenta a média, os desvios padrões do logaritmo do PIB *per capita* e de sua taxa de crescimento para os vinte e seis Estados mais o Distrito Federal, durante o período de análise.

FIGURA 1 – Média e Dispersão do PIB *per capita* dos Estados 1985-2005.



<sup>2</sup> Em relação ao estado de Tocantins, utiliza-se uma extrapolação baseada em médias móveis para se obter os anos de 1985 a 1988.





Fonte: Elaboração própria.

De acordo com a Figura 1(a) a média do PIB *per capita* apresenta uma oscilação no intervalo entre 7.300 a 8.000 reais no período de 1985 a 2001, tendo uma forte tendência crescente a partir de 2002, culminando numa média igual a 9.837 reais em 2005. No período total verifica-se uma tendência linear crescente e bem acentuada, representada pela linha pontilhada. A Figura 1(b) mostra o desvio padrão do logaritmo do PIB *per capita* apresentando uma baixa variação e uma tendência linear decrescente consideravelmente acentuada. Na Figura 1(c), o logaritmo da taxa de crescimento apresenta uma variação dentro do intervalo compreendido entre 0,037 e 0,12 de 1986 a 2001, quando em 2002 apresenta um pico igual a 0,18 que logo é revertido no ano seguinte e decai para um valor igual a 0,042 em 2005. A variação do valor igual a 0,078 em 1986 para 0,042 em 2005 sinaliza a presença de convergência.

Em relação à Figura 1 analisada, constata-se um forte aumento da renda média e a sinalização de convergência em decorrência da diminuição considerável na dispersão e na taxa de crescimento da renda. Porém esses resultados não indicam relacionamento entre o nível de renda e a velocidade de convergência, nem a possível presença de clubes de convergência. Os resultados estimados do modelo apresentados na seção seguinte investigam essas questões.

No modelo *threshold* com dados em painel apresentado em Hansen (1999), a variável *threshold* tem que ser estacionária; isto é, ela não pode apresentar raiz unitária. Então

para se testar a hipótese nula de presença de raiz unitária contra a hipótese alternativa de ausência de raiz unitária, utiliza-se o teste de raiz unitária para painel, apresentado em Levin, Lin e Chu (2001). O resultado do teste para a variável *threshold* PIB *per capita* é apresentado na tabela abaixo.

TABELA 2 – Teste de Raiz Unitária em Painel para o PIB *per capita*

Teste	Estatística	Probabilidade
Levin, Lin & Chu	-204.075	0.0206

Obs: Teste com intercepto e tendência linear.

Seleção de defasagem através do critério de Hannan-Quinn.

Fonte: Elaboração própria.

O teste de raiz unitária rejeita a hipótese nula em um nível de confiança igual a 5%, indicando assim a estacionariedade da variável *threshold*. Este resultado confirma também a estacionariedade da taxa de crescimento do PIB *per capita*, já que esta é a primeira diferença em logaritmo da variável *threshold*. Dado que as variáveis são estacionárias, o modelo pode ser estimado. Os resultados são apresentados da seção seguinte.

#### 4. Resultados da Estimação do Modelo de Painel Dinâmico com Efeito *Threshold*

Antes de estimar o modelo, é necessário testar o número de efeitos *threshold*. Para tanto aplica-se um teste seqüencial para zero, um e dois efeitos *threshold*<sup>3</sup>. O resultado do teste e dos coeficientes estimados para os modelos com zero até dois efeitos *threshold*, é apresentado na tabela seguinte.

<sup>3</sup> Devido ao tamanho da amostra aplica-se aqui no máximo dois efeitos *threshold*.

TABELA 3 – Estimação do Modelo de Painel Dinâmico com Efeito *Threshold*

Teste de Hipótese	Estatística do Teste LR		<i>p</i> -valor LR
H0: Sem <i>threshold</i> , H1: Um <i>threshold</i>	LR = 8,22 (2,90; 4,10; 5,64)		0,0025
H0: Um <i>threshold</i> , H1: Dois <i>threshold</i>	LR = 1,97 (2,28; 3,08; 5,09)		0,1395
Parâmetros	Estimativas	<i>t</i>	<i>p</i> -valor <i>t</i>
<b>Sem <i>threshold</i></b>			
$\beta_{IV,0}$	0,4879		
<b>OLS</b>	(0,1556)	3,1346	0,0009
<b>White</b>	(0,1442)	3,3834	0,0003
<b>Um <i>threshold</i></b>			
$\beta_{IV,1} : \{\hat{y}_{j,t} \leq 8.136\}$	0,5887		
<b>OLS</b>	(0,2108)	2,7928	0,0027
<b>White</b>	(0,1963)	2,9979	0,0014
$\beta_{IV,2} : \{\hat{y}_{j,t} \geq 8.136\}$	0,3679		
<b>OLS</b>	(0,2329)	1,5793	0,0574
<b>White</b>	(0,2090)	1,7604	0,0394
<b>Dois <i>threshold</i></b>			
$\beta_{IV,1} : \{\hat{y}_{j,t} \leq 5.817\}$	0,3346		
<b>OLS</b>	(0,2807)	1,1918	0,1169
<b>White</b>	(0,2560)	1,3068	0,0959
$\beta_{IV,2} : \{5.817 \geq \hat{y}_{j,t} \geq 8.136\}$	0,9145		
<b>OLS</b>	(0,3178)	2,8776	0,0020
<b>White</b>	(0,3032)	3,0162	0,0013
$\beta_{IV,3} : \{\hat{y}_{j,t} \geq 8.136\}$	0,3691		
<b>OLS</b>	(0,2327)	1,5860	0,0566
<b>White</b>	(0,2091)	1,7651	0,0390

Obs: Os valores em parênteses na estatística do teste LR, representam os valores críticos a 10%, 5% e 1% níveis de confiança respectivamente, obtidos pelo método bootstrap com 2.000 replicações. Os valores em parênteses abaixo das estimativas dos coeficientes representam respectivamente os erros padrões com resíduos homocedásticos e com correção de heterocedasticidade pela matriz de White. O *p*-valor para o teste *t* de significância do coeficiente estimado, foi calculado para o teste unicaudal à direita ( $H_1 : \beta > 0$ ).

Fonte: Elaboração Própria.

De acordo com o resultado do teste de hipótese, primeiro rejeita-se a hipótese nula de ausência de efeito *threshold* a um nível de 1% de confiança. Na seqüência a hipótese nula da presença de um efeito não é rejeitada, confirmando assim o modelo com um *threshold*.

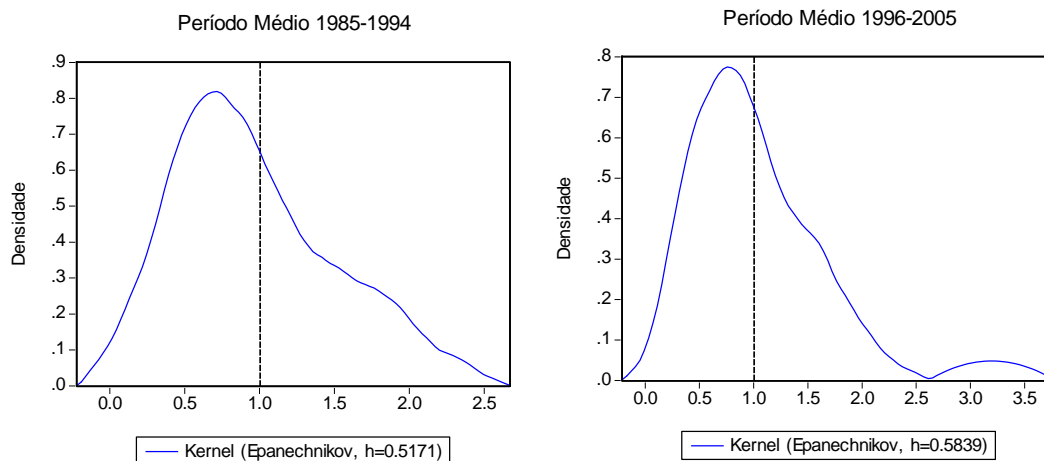
Apesar dos modelos sem e com dois *thresholds* serem rejeitados, os seus resultados estimados são apresentados na tabela acima. O valor da variável *threshold* estimada é igual a 8.136 que é praticamente igual à média nacional do PIB *per capita* igual a 8.133 apresentada na Tabela 1. Então tem-se dois regimes de renda, um no qual encontram-se os Estados com PIB *per capita* inferior a 8.136 (definido aqui como regime de baixa renda), e um outro regime com Estados que apresentam PIB *per capita* superior a 8.136 (definido aqui como regime de alta renda).

O coeficiente estimado do primeiro regime é estatisticamente significativo a 1% e apresenta um valor de 0,5887, enquanto que o coeficiente estimado do segundo regime é estatisticamente significativo a 5% para o teste *t* com o erro padrão corrigido para heterocedasticidade, e é igual a 0,3679. Então verifica-se que há convergência nos dois

regimes, sendo que o regime de alta renda apresenta um coeficiente menor, indicando uma velocidade de convergência maior do que o regime de baixa renda. Por este resultado, o fato do regime de baixa renda apresentar um processo de convergência mais lento do que o regime de alta renda sinaliza um efeito *catch up* muito fraco, apesar de alguns estados pertencentes a esse regime poderem migrar para o regime de alta renda no decorrer do período de tempo analisado. Observe-se que se o modelo com dois efeitos *threshold* fosse estatisticamente significativo, o regime de renda mais baixa apresentaria uma velocidade de renda maior do que o regime de renda intermediária, favorecendo assim um efeito *catch up* em direção a este regime. Porém o coeficiente estimado para o segundo regime apresentaria um valor muito próximo de um o que indicaria um processo de convergência muito fraco, indicando uma persistência dessas economias nesse regime e pouca possibilidade de efeito *catch up* em direção ao terceiro regime. Observe-se ainda que neste caso, o terceiro regime (regime de alta renda) apresentaria uma velocidade de convergência alta e aproximadamente igual ao segundo regime do modelo com um *threshold*.

Os resultados verificados acima podem ser confirmados pela análise da evolução da densidade do PIBpc para os Estados em dois períodos de tempo de acordo com a Figura 2 abaixo. O primeiro período corresponde à média do PIBpc para o período 1985-1994, e o segundo período refere-se à média do PIBpc para o período 1996-2005. A análise em dois períodos, correspondente à média dos primeiros e dos últimos dez anos, ela é necessária para que se possa captar o processo de convergência. Estima-se a densidade de distribuição pelo método de suavização por núcleo<sup>4</sup> (*kernel smoothing*). O PIBpc foi padronizado em relação à sua média nacional. Então 0,8 no eixo horizontal indica 0,8 vezes o PIBpc médio do Brasil no período 1985-2005 ou 80% deste. Dessa forma o valor da variável *threshold* estimada igual a 8.136 corresponde a 1,003 da renda média do Brasil.

FIGURA 2 – Densidade do PIB *per capita* dos Estados



Fonte: Elaboração Própria.

A Figura acima mostra a densidade da média do PIBpc nos primeiros (gráfico à esquerda) e nos últimos (gráfico à direita) dez anos, separada pelos dois regimes de acordo com valor da variável *threshold*, relativa à média nacional do PIBpc, representada pela linha

<sup>4</sup> Utiliza-se a função *kernel* Epanechnikov com o critério de seleção da janela (*bandwidth*) baseado em Silverman (1986).

tracejada em 1,003 no eixo horizontal. Então tem-se o regime de baixa renda à esquerda e o regime de alta renda à direita da variável *threshold*. Nos primeiros dez anos, no regime de baixa renda há um grande pico situado em 0,7 e um pequeno pico no regime de alta renda situada em 1,8. O processo de convergência em ambos os regimes, pode ser verificado na densidade para os últimos dez anos. Nesse caso para o regime de baixa renda há uma concentração maior em torno do pico situado agora em 0,8 e para o regime de alta renda o pequeno pico que se situava em 1,8, torna-se agora quase imperceptível situando-se em 1,6. Um outro pequeno pico está situado em 3,3, por conta do Distrito Federal (DF), que apresenta o maior PIBpc do país. Apesar do isolamento do DF, há uma concentração na densidade também para o regime de alta renda. Pode-se então confirmar a existência de dois clubes de convergência determinados pela variável *threshold*.

A Figura 3 seguinte, mostra quais Estados encontram-se nos respectivos regimes, e se houve migrações de Estados entre regimes para as médias dos PIBpc's dos dois períodos (1985-1994 e 1996-2005).

FIGURA 3 – Agrupamento dos Estados de Acordo com o Regime *Threshold*.

(a) Período Médio 1985-1994



(b) Período Médio 1996-2005



Fonte: Elaboração própria.

De acordo com a Figura 3, no período médio 1985-1994 (Figura 3a), dezessete Estados encontram-se no 1º Regime (Estados com PIBpc menor do que 8.136), composto por nove Estados do Nordeste e seis do Norte com exceção do Amazonas (AM) e no Centro-Oeste por Goiás (GO) e Mato Grosso (MT). O 2º Regime compreende todos os Estados do Sul e Sudeste, e no Centro-Oeste, Mato Grosso do Sul (MS) e Distrito Federal (DF), e na região Norte o Estado do Amazonas (AM), totalizando assim dez Estados. No período médio 1996-2005 a única mudança, é a migração do Mato Grosso do 1º Regime no período médio 1985-1994 para o 2º Regime. Em relação ao Estado do Mato Grosso, os constantes aumentos das exportações das *commodities* agrícolas registrados nos últimos dez anos, favoreceu o aumento do seu PIB *per capita* para um patamar acima da variável *threshold* e conseqüentemente sua migração para o regime de alta renda.

## 5. Conclusão

A análise empírica do presente estudo consiste na aplicação de um modelo de crescimento em painel baseada na taxa de crescimento do PIB *per capita* (PIBpc) com efeito *threshold*, determinada pela variável PIBpc em nível, a fim analisar a questão de convergência entre todos os Estados brasileiros mais o Distrito Federal no período de 1985 a 2005. A principal vantagem dessa metodologia é a análise da dinâmica de formação de clubes de convergência, o que não é captado em estudos baseados em  $\beta$ -convergência.

De acordo com os resultados obtidos, há dois regimes de renda determinada pela variável *threshold*. Aqueles Estados que apresentam PIBpc menores do que R\$ 8.136 encontram-se no regime de baixa renda, e aqueles que apresentam PIBpc maiores do que R\$ 8.136 encontram-se no regime de alta renda. Nos dois regimes de renda os processos de convergência foram significantes, sendo que o regime de baixa renda apresenta uma velocidade de convergência bem mais baixa do que o regime de alta renda, favorecendo assim pouca possibilidade de efeito *catch up*. Estes resultados indicam então a existência de dois

clubes de convergência, um formado pelos Estados que se encontram no regime de baixa renda, que são os Estados da região Nordeste, Norte (com exceção do Estado do Amazonas) e o Estado de Goiás. Enquanto que o outro clube é formado por aqueles que se encontram no regime de alta renda, compostos pelos Estados da região Sul e Sudeste, mais os Estados do Mato Grosso, Mato Grosso do Sul e o Distrito Federal. O Estado do Mato Grosso foi o único que migrou do regime de baixa renda para o de alta renda, favorecido possivelmente pelo aumento das exportações das *commodities* agrícolas registrado nos últimos dez anos. A formação desses clubes pôde ser confirmado pela análise da distribuição de probabilidade do PIBpc. Os resultados encontrados aqui são consistentes com aqueles em Gondim *et al.*(2007), Mossi *et al.*(2003) e Raul e Azzoni (2006).

## **Bibliografia**

Anderson, T. W. and C. Hsiao, Estimation of Dynamic Models with Error Components, *Journal of American Statistical Association*, 76: 598-606,1981.

Anderson, T.W. and C. Hsiao, Formulation and Estimation of Dynamic Models Using Panel Data, *Journal of Econometrics*, 18:47-82,1982.

Arellano, Manuel and Stephen Bond, Some Tests of Specification for Panel Data: Monte Carlo Evidence and an Application to Employment Equations, *Review of Economic Studies*, 58: 277-297,1991.

Azzoni, C. R. Concentração regional e dispersão das rendas per capita estaduais: análise a partir de séries históricas estaduais de PIB, 1939-1995, *Estudos Econômicos*, 27, 341-393, 1997.

Azzoni, C.R. Personal Income Distribution within States and Income Inequality between States in Brazil: 1960, 70, 80 and 91. In G.J.D. Hewings, M. Madden, M. Sonis and Y. Kimura (eds.) *Understanding and Interpreting Economic Structure*. Heidelberg, Springer-Verlag, 1999.

Azzoni, C.R. Recent Trends in Regional Competitiveness and Industrial Concentration. In J.J.M. Guilhoto and G.J.D. Hewings (eds.) *Structure and Structural Change in the Brazilian Economy* Aldershot, Ashgate, 2001.

Barro, R. Economic growth in a cross section of countries. *Quarterly Journal of Economics*, 106, p. 407-43, May 1991.

Barro, R. e Sala-i-Martin X. Convergence across states and regions, *Brookings Papers on Economic Activity*, 1, 107-182, 1991.

Barro, R.; Sala-i-Martin, X. Convergence. *Journal of Political Economy*, v. 100, n. 2, 1992.

Baumol, W. Productivity growth, convergence and welfare: what the long run data show, *American Economic Review*, 76, 143-52, 1986.

Chan, K. S. Consistency and Limiting Distribution of the Least Squares Estimator of a Continuous Threshold Autoregressive Model, *Annals of Statistics*, Vol. 21, No. 4, pp. 520–533, 1993.

Chamberlain, Gary, Multivariate Regression Models for Panel Data, *Journal of Econometrics*, XVIII, 5-46, 1982.

Chamberlain, Gary, Panel Data, in *Handbook of Econometrics*, Zvi Griliches, and Michael Intriligator, eds. (Amsterdam: North Holland), pp. 1247-1318, 1983.

Ellery Jr; Ferreira, P. Convergência entre a renda *per capita* dos estados brasileiros. *Revista de Econometria*, v. 16, n. 1, p. 83-103, 1996.

Ferreira, A. Concentração regional e dispersão das rendas *per capita* estaduais: um comentário. *Estudos Econômicos*, v. 29, n. 1, p. 47-63, jan/mar.1999.

\_\_\_\_\_. Convergence in Brazil: recent trends and long-run prospects. *Applied Economics*, 32, p. 479-489, 2000.

\_\_\_\_\_. Evolução recente da renda *per capita* estaduais no Brasil: o que a nova evidência mostra. *Revista Econômica do Nordeste*, v. 27, n. 3, p. 363-374, jul/set. 1996.

Ferreira, A.; Diniz, C. Convergência entre as rendas *per capita* estaduais no Brasil. *Revista de Economia Política*, v. 15, n. 4 (60), 1995.

Galor, Oded, Convergence? Inferences from Theoretical Models, *Economic Journal*, Royal Economic Society, vol. 106(437), p. 1056-69, July, 1996.

Gondim, João Luís Brasil, Barreto, F. A. F. D. Carvalho O, J. R. Condicionantes de Clubes de Convergência no Brasil. *Estudos Econômicos*. Instituto de Pesquisas Econômicas, v. 37, p. 71-100, 2007.

Hansen, B. E. Threshold Effects in Non-dynamic Panels: Estimation, Testing, and Inference, *Journal of Econometrics*, Vol. 93, No. 3, pp. 334–368, 1999.

Ho, Tsung-Wu, Income Thresholds and Growth Convergence: A Panel Data Approach. *Manchester School*, Vol. 74, No. 2, pp. 170-189, March, 2006.

Islam, N. Growth Empirics: a Panel Data Approach, *Quarterly Journal of Economics*, Vol. 110, pp. 1127–1170, 1995.

Islam, N. Small sample performance of dynamic panel data estimators in estimating the growth-convergence equation: a MonteCarlo Study, in Baltagi, B. (ed) *Nonstationary Panels, Panel Cointegration and Dynamic Panels. Advances in Econometrics*, Vol. 15, Amsterdam: JAI Press, Elsevier Science, New York, 2000.

Levin, A., Lin, C. F. and Chu, C. S. J. Unit Root Tests in Panel Data: Asymptotic and Finite-Sample Properties, *Journal of Econometrics*, 108, pp. 1-24, 2002.

Magalhães, A. M. Hewings, Geoffrey J. D. and Azzoni, Carlos R. Spatial Dependence and Regional Convergence in Brazil. *Investigaciones Regionales*, Madrid, v. 6, p. 5-20, 2005.



Mankiw, N. G., Romer, D. and Weil, D. N. A Contribution to the Empirics of Economic Growth, *Quarterly Journal of Economics*, Vol. 107, No. 3, pp. 407–437, 1992.

Mossi, M. B.; Aroca, P.; Fernández, I. J. and Azzoni, C. R. Growth dynamics and space in Brazil. *International Regional Science Review*, v. 26, n. 3, p. 393-418, July, 2003.

Quah, D. Empirical cross-section dynamics in economic growth. *European Economic Review*, v. 37, n. 2/3, p. 426-434, April, 1993.

\_\_\_\_\_. Empirics for growth and distribution: stratification, polarization and convergence clubs. *Journal of Economic Growth*, v. 2, n. 1, p. 27-59, March 1997.

Raul Silveira-Neto, Azzoni, Carlos R. Location and regional income disparity dynamics: The Brazilian case. *Papers in Regional Science*, 85 (4), 599–613, 2006.

Silverman, B. W. *Density Estimation for Statistics and Data Analysis*, 1st edition, Chapman and Hall, London, 175 pages, 1986.

Summers, Robert, and Alan Heston, A. New Set of International Comparisons of Real Product and Price Levels Estimates for 130 Countries. 1950-85, *Review of Income and Wealth*, XXXIV, 1-26, 1988.

\_\_\_\_\_. The Penn World Table (Mark 5): An Expanded Set of International Comparisons, 1950-1988, *Quarterly Journal of Economics*, 106, 2 (May), 327-368, 1991.

Zini Jr., A. A. Regional income convergence in Brazil and its socio-economic determinants. *Economia Aplicada*, v. 2, n. 2, p. 383- 411, abr./jun. 1998.

## Apêndice

Os dados observados são de um painel balanceado  $\{y_{it}, q_{it}, x_{it} : 1 \leq i \leq n, 1 \leq t \leq T\}$ . O índice subscrito  $i$  representa a unidade. A variável dependente  $y_{it}$  é um escalar, a variável threshold  $q_{it}$  é escalar, e o regressor  $x_{it}$  é um  $k$  - vetor. A equação estrutural de interesse é:

$$y_{it} = \mu_i + \beta_1' x_{it} I(q_{it} \leq \gamma) + \beta_2' x_{it} I(q_{it} > \gamma) + e_{it} \quad (A1)$$

onde  $I(\cdot)$  é a função indicadora. Pode-se reescrever a equação (A1) como:

$$y_{it} = \begin{cases} \mu_i + \beta_1' x_{it} + e_{it}, & q_{it} \leq \gamma \\ \mu_i + \beta_2' x_{it} + e_{it}, & q_{it} > \gamma \end{cases}$$

Ou ainda

$$x_{it}(\gamma) = \begin{cases} x_{it} I(q_{it} \leq \gamma) \\ x_{it} I(q_{it} > \gamma) \end{cases} \quad \text{e } \beta = (\beta_1' \quad \beta_2')' \text{ tal que}$$

$$y_{it} = \mu_i + \beta'x_{it}(\gamma) + e_{it} \quad (\text{A2})$$

Os dados observados são divididos em dois regimes dependendo se a variável threshold  $q_{it}$  é maior ou menor do que o valor  $\gamma$ .

O método mais tradicional para eliminar o efeito individual  $\mu_i$  é através da diferença em média. Tomando a média da equação (A2) sobre o índice  $t$  tem-se

$$\bar{y}_i = \mu_i + \beta'\bar{x}_i(\gamma) + \bar{e}_i \quad (\text{A3})$$

onde  $\bar{y}_i = T^{-1} \sum_{t=1}^T y_{it}$ ,  $\bar{e}_i = T^{-1} \sum_{t=1}^T e_{it}$ , e

$$\begin{aligned} \bar{x}_i(\gamma) &= T^{-1} \sum_{t=1}^T x_{it}(\gamma) \\ &= \begin{pmatrix} T^{-1} \sum_{t=1}^T x_{it} I(q_{it} \leq \gamma) \\ T^{-1} \sum_{t=1}^T x_{it} I(q_{it} > \gamma) \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Tomando a diferença entre (A2) e (A3) fornece

$$y_{it}^* = \mu_i + \beta'x_{it}^*(\gamma) + e_{it}^* \quad (\text{A4})$$

onde

$$y_{it}^* = y_{it} - \bar{y}_i, \quad x_{it}^*(\gamma) = x_{it}(\gamma) - \bar{x}_i(\gamma), \quad e_{it}^* = e_{it} - \bar{e}_i.$$

tome

$$y_i^* = \begin{bmatrix} y_{i2}^* \\ \mathbf{M} \\ y_{iT}^* \end{bmatrix}, \quad x_i^*(\gamma) = \begin{bmatrix} x_{i2}^*(\gamma)' \\ \mathbf{M} \\ x_{iT}^*(\gamma)' \end{bmatrix}, \quad e_i^* = \begin{bmatrix} e_{i2}^* \\ \mathbf{M} \\ e_{iT}^* \end{bmatrix}$$

denotam os vetores de dados e erros para uma unidade, com o primeiro período de tempo excluído. Então tome  $Y^*$ ,  $X^*(\gamma)$  e  $e^*$  denotando os vetores de dados para todos os indivíduos, onde

$$Y^* = \begin{bmatrix} y_1^* \\ \mathbf{M} \\ y_n^* \end{bmatrix}, \quad X^*(\gamma) = \begin{bmatrix} x_1^*(\gamma) \\ \mathbf{M} \\ x_n^*(\gamma) \end{bmatrix}, \quad e^* = \begin{bmatrix} e_1^* \\ \mathbf{M} \\ e_n^* \end{bmatrix}$$

Usando esta notação, a equação (4) é equivalente a

$$Y^* = X^*(\gamma)\beta + e^* \quad (\text{A5})$$

Para qualquer  $\gamma$  dado, o coeficiente angular dado pode ser estimado por Mínimos Quadrados Ordinários. Isto é,

$$\hat{\beta}(\gamma) = \left( X^*(\gamma)' X^*(\gamma) \right)^{-1} X^*(\gamma)' Y^* \quad (\text{A6})$$

Dado que no presente estudo de acordo com o modelo (13(a)-13(c)) a variável explicativa é a variável dependente defasada em um período, nesse caso existe correlação entre o regressor e os erros, então,  $E(e^* | X^*(\gamma)) \neq 0$ ;  $p \lim \left( X^*(\gamma)' e^* / NT \right) \neq 0$ ; onde esses erros podem exibir alguma correlação serial ou heterocedasticidade;  $V(e^* | X^*(\gamma)) = \sigma^2 \Omega = \Sigma$ . Dessa forma, seguindo Anderson e Hsiao (1981,1982) e assumindo a existência de um conjunto de variáveis instrumentais,  $Z(\gamma)$ , satisfazendo em particular a ausência de qualquer correlação (assintótica) com  $e^*$  e uma correlação não nula (assintótica) com o regressor,  $X^*(\gamma)$ , o seguinte estimador tomando como variável instrumental o regressor  $X^*(\gamma)$  (no presente estudo a variável dependente defasada em um período) em primeira diferença:

$$\begin{aligned} \hat{\beta}_{IV}(\gamma) &= \left( X^*(\gamma)' Z(\gamma) (Z(\gamma)' Z(\gamma))^{-1} Z(\gamma)' X^*(\gamma) \right)^{-1} X^*(\gamma)' Z(\gamma) (Z(\gamma)' Z(\gamma))^{-1} Z(\gamma)' Y^* \\ &= \left( X^*(\gamma)' P_Z X^*(\gamma) \right)^{-1} X^*(\gamma)' P_Z Y^* \end{aligned} \quad (\text{A7})$$

com  $P_Z = Z(\gamma) (Z(\gamma)' Z(\gamma))^{-1} Z(\gamma)'$ , é consistente.

Dessa forma o vetor de resíduos da regressão é igual a

$$\hat{e}^*(\gamma) = Y^* - X^*(\gamma) \hat{\beta}_{IV}(\gamma)$$

e a soma dos resíduos ao quadrado é

$$\begin{aligned} S(\gamma) &= \hat{e}^*(\gamma)' \hat{e}^*(\gamma) \\ &= Y^{*'} \left( I - X^*(\gamma)' \left( X^*(\gamma)' X^*(\gamma) \right)^{-1} X^*(\gamma)' \right) Y^* \end{aligned} \quad (\text{A8})$$

Chan (1993) e Hansen (1999) recomendam a estimação de  $\gamma$  por Mínimos Quadrados. Isto é facilmente obtido pela minimização da soma dos resíduos ao quadrado concentrada (Eq.(A8)). Portanto o estimador de Mínimos Quadrados Ordinários de  $\gamma$  é

$$\hat{\gamma} = \arg \min_{\gamma} S(\gamma) \quad (\text{A9})$$

É indesejável para um valor da variável threshold  $\hat{\gamma}$  ser selecionado com poucas observações em um ou outro regime. Esta possibilidade pode ser excluída restringindo a procura na Equação (A9) a valores de  $\gamma$  tal que o percentual mínimo de observações (digamos, 1% ou 5%) encontram-se em ambos os regimes.

Uma vez que  $\hat{\gamma}$  é obtido, o coeficiente angular é  $\hat{\beta} = \hat{\beta}_{IV}(\hat{\gamma})$ . O vetor de resíduos é  $\hat{e}^* = \hat{e}^*(\hat{\gamma})$  e a variância dos resíduos é

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n(T-1)} \hat{e}^{*'} \hat{e}^* = \frac{1}{n(T-1)} S(\hat{\gamma}) \quad (\text{A10})$$