

MODELOS PARA A UTILIZAÇÃO DAS OPERAÇÕES DE REDESCONTO PELOS BANCOS COM CARTEIRA COMERCIAL NO BRASIL

Sérgio Mikio Koyama
Departamento de Estudos e Pesquisas, Banco Central do Brasil

Márcio Issao Nakane
Departamento de Economia, Universidade São Paulo
Departamento de Estudos e Pesquisas, Banco Central do Brasil

RESUMO

No intuito de se identificar os fatores que influenciam a demanda por recursos pelos bancos nas operações de redesconto, foram utilizados diversos modelos para tratar do problema de superdispersão ocasionado pelo excesso de zeros neste conjunto de dados. Dentre os modelos utilizados, destaca-se a classe dos Modelos Lineares Generalizados Mistos com Variáveis Latentes (GLLAMM) que permite avaliar tanto efeitos diretos quanto indiretos da taxa de redesconto a partir da inclusão de efeitos aleatórios tanto no intercepto, possibilitando a incorporação de efeitos específicos de cada instituição financeira, bem como nos coeficientes, captando comportamentos individuais de cada banco frente a um mesmo estímulo. Os resultados indicam que a utilização do redesconto é influenciada pelo saldo em reserva no início do dia, pelos valores líquidos das operações junto ao SELIC, pela taxa de redesconto, pela volatilidade do saldo em reservas e pela necessidade de cumprimento do recolhimento do compulsório sobre depósitos à vista.

Palavras-chave: operações de redesconto, bancos brasileiros, superdispersão, modelos GLLAMM.

Classificação JEL: C23, C51, E58, G28.

ABSTRACT

Many models were used to identify the factors affecting the demand for overnight funds by commercial banks. These models overcome overdispersion problems caused by excess of zeros found in the dataset. Generalized Linear Latent and Mixed Models (GLLAMM) constitute a class of models which allows the identification of both the direct and indirect effects of rediscount rate through the inclusion of random effects in the intercept (incorporating specific effects for each bank) and other coefficients (identifying individual behavior of each bank regarding the same *stimuli*). The results suggest the use of overnight funds is mainly influenced by the opening amount in bank reserves, by the net value of operations in the SELIC clearinghouse, by the rediscount rate, by the volatility of in bank reserves and by the reserve requirements on demand deposits.

Keywords: overnight rediscount window, Brazilian banks, overdispersion, GLLAMM.

JEL code: C23, C51, E58, G28.

Área ANPEC: Área 7 - Microeconomia, Métodos Quantitativos e Finanças

Modelos para a utilização das operações de redesconto pelos bancos com carteira comercial no Brasil

1. Introdução

Em um cenário de profundas mudanças no sistema financeiro nacional, com a implantação do Plano Real, a criação do Fundo Garantidor de Crédito – FGC, o novo Sistema de Pagamentos e as diversas liquidações, fusões e aquisições no sistema financeiro, o Banco Central, responsável pela implementação da política monetária, passa a introduzir as operações de redesconto que têm por objetivo fornecer uma linha de crédito com a finalidade de socorrer bancos com eventuais problemas de liquidez, garantindo desta forma uma maior estabilidade ao sistema financeiro, evitando crises sistêmicas. Apresentando taxas superiores ao do mercado, tais mecanismos são utilizados por instituições com dificuldades, sendo portanto de interesse da autoridade monetária o conhecimento dos determinantes da demanda por estas reservas.

Neste sentido, com o objetivo de avaliar quais fatores afetam a demanda e a probabilidade de utilização de recursos de um dia (englobando-se neste conjunto as operações de compra com compromisso de revenda com prazo de um dia - comumente chamadas de redesconto over - e as operações compromissadas), Umezú e Nakane (2005), utilizando dados diários de 24/04/2002 a 31/08/2004 de uma amostra composta por 122 instituições bancárias com carteira comercial, ajustaram 6 modelos a saber: *Pooled Probit*, *Pooled Logit*, *Probit* com Efeitos Aleatórios, *Logit* com Efeitos Aleatórios, *Pooled Tobit* e *Tobit* com efeitos aleatórios. Como resultado deste estudo, verificou-se a influência do período de cumprimento do compulsório sobre recursos à vista na demanda por reservas, bem como uma alta sensibilidade da demanda por recursos over em relação à taxa do redesconto. Além disso, detectou-se também que o nível de reservas nos 3 primeiros dias do período de movimentação foi inferior ao restante do período. Tal resultado se contrapõe ao obtido por Costa Pinto e Coelho (2004) que identificaram um excesso de reservas na ordem de 3% a 8% neste período inicial, decorrente da incerteza gerada pela sobreposição entre o período de cálculo e de movimentação das reservas compulsórias.

Complementarmente ao estudo de Umezú e Nakane (2005), o presente artigo tem por objetivo identificar não a probabilidade de utilização deste mecanismo pelas instituições financeiras, mas avaliar os determinantes do número de vezes que tal mecanismo será utilizado por cada banco, bem como o montante demandado. Para tanto, diferentemente ao utilizado por Umezú e Nakane (2005), serão utilizados modelos de contagem que pertencem a mesma família de Modelos Lineares Generalizados, contudo, visando tratar o problema da superdispersão decorrente da existência de um número excessivo de valores nulos. Ao invés de se aplicar apenas os tradicionais modelos de quase-verossimilhança, o presente trabalho explora um conjunto de outros modelos como o ZIP – *Zero Inflated Poisson* que combina duas distribuições – a binomial e a Poisson – possibilitando não apenas uma mera correção de escala, mas um ajuste desta superdispersão. Também foram ajustados modelos com efeitos aleatórios, tanto no intercepto, possibilitando a incorporação de efeitos específicos de cada instituição financeira, bem como nos coeficientes, que captam comportamentos individuais de cada banco frente a um mesmo estímulo. Nesta classe de modelos enquadram-se os modelos com distribuição Binomial Negativa, Poisson com efeitos aleatórios e os modelos GLMM e GLLAMM.

Assim, foi possível a identificação da influência do saldo em reserva no início do dia, dos valores líquidos das operações junto ao SELIC, dos valores líquidos das demais operações (não relacionadas à câmara de pagamento, à câmara de ativos, nem à BMF de câmbio) na 3ª janela, da taxa de redesconto, da volatilidade do saldo em reservas e da necessidade de cumprimento do recolhimento do compulsório sobre depósitos à vista. Adicionalmente, em relação à taxa de juros, foi possível detectar, não apenas um efeito direto sobre o redesconto, mas também um efeito indireto, via a exigibilidade sobre o compulsório sobre os depósitos à vista.

Além disso, uma diferença na magnitude dos efeitos marginais entre os modelos *Pooled Poisson*, *Pooled Binomial Negativa*, ZIP, ZINB e Poisson com efeitos aleatórios) e os modelos GLMM e GLLAMM foi encontrado, fato este ocasionado provavelmente devido à possibilidade de incorporação de efeitos aleatórios sobre os coeficientes.

Desta forma, o presente artigo será subdividido da seguinte maneira: na 2ª seção serão apresentados os modelos estatísticos para a realização de tal intento, as vantagens e desvantagens de cada um, bem como um breve resumo da metodologia; na 3ª seção será apresentada, de forma sucinta, uma análise descritiva da amostra utilizada e na seção 4 os resultados obtidos. A seção 5 apresenta as conclusões finais.

2. Metodologia

Para a construção de modelos que visem o ajuste e a previsão do número de vezes que um determinado banco se utiliza do sistema de redesconto, serão adotados modelos de contagem, os quais podem ser englobados sob a metodologia de Modelos Lineares Generalizados (GLM)¹.

Os modelos de Poisson, utilizados para a modelagem de dados provenientes de um processo de contagem, além de descrever melhor o processo gerador da utilização do redesconto, têm, em relação aos modelos lineares, a vantagem de não possibilitar a ocorrência de valores negativos e da obtenção direta de $E(y/X)$ sem a necessidade de utilização de transformações do tipo logaritmo ou raiz quadrada sobre Y (os quais são problemáticas devido à parcela significativa de valores nulos esperados nesta variável). Assim, o modelo de Poisson utilizando-se a função de ligação logarítmica ($y_{it} \sim Poisson(\mu_{it})$, $i = 1, \dots, n$; $t = 1, \dots, T$, com $\mu_{it} \equiv E(y_{it} / x_{it}) = e^{x_{it}'\beta}$), também conhecido como Modelo de Poisson em painel (*Pooled Poisson*), com a suposição de completude dinâmica, ou seja que $E(y_{it} / x_{it}, y_{it-1}, \dots, y_{i1}, x_{i1}) = E(y_{it} / x_{it})$, permite a obtenção de estimadores consistentes para β . Assim, os estimadores podem ser obtidos utilizando a metodologia tradicional de Modelos Lineares Generalizados (GLM). Entretanto, avaliando a amostra utilizada por Umezú e Nakane (2005), pode-se verificar a existência de uma quantidade relativamente elevada de valores nulos na demanda por operações de redesconto, indicando a não utilização do mesmo. Este fato, plenamente esperado, decorre do custo mais elevado desta linha de crédito. Esse excesso de zeros pode gerar problemas para o modelo de Poisson em painel (*Pooled Poisson*), produzindo um fenômeno denominado de superdispersão (*overdispersion*), caracterizado pela observação de uma variância da distribuição superior a sua média. A superdispersão, apesar de não ocasionar viés nos estimadores dos coeficientes do modelo de regressão, provoca um vício nos estimadores do erro padrão dos mesmos. Este eventual problema pode ser detectado através do estimador de Pearson para o parâmetro de escala ϕ , dado por:

$$\hat{\phi} = \frac{\sum_{i,t} \frac{(y_{it} - \hat{\mu}_{it})^2}{\hat{\mu}_{it}}}{nT - p} \quad \text{onde} \quad \hat{\mu}_{it} = e^{x_{it}'\hat{\beta}}, \quad i = 1, \dots, n \quad ; \quad t = 1, \dots, T \quad (1)$$

onde n é o número de observações e T é o número de períodos de tempo avaliado

Um valor superior a 1 indica a existência de problemas de superdispersão. Ocasionada por este excesso de zeros, a superdispersão pode ser decorrente de heterogeneidade associada à existência de efeitos de variáveis não observadas, ou ainda da existência de dois processos distintos na geração das observações.

Os métodos baseados em modelos de quase-verossimilhança que corrigem os erros padrões dos coeficientes nem sempre são capazes de eliminar completamente a superdispersão. Sob o enfoque dos

¹ Maiores detalhes sobre esta metodologia, ver McCullagh e Nelder (1982).

modelos de quase-verossimilhança o parâmetro de escala é estimado através do estimador de Pearson (1) ou Deviance², permitindo a obtenção de uma estimativa para a expressão $V(\mu_{it}) = \phi \mu_{it}$ que permitirá a correção dos estimadores para os coeficientes, bem como de seus erros padrões.

Para tratar o problema da superdispersão ocasionada pelo excesso de zeros, o modelo ZIP – *Zero Inflated Poisson* pressupõe que os valores nulos podem ser gerados a partir de dois processos distintos: o primeiro decorrente de observações que assumem o valor zero como única opção (distribuição degenerada no ponto zero), indicando que a instituição financeira nunca irá recorrer ao redesconto e o segundo proveniente da distribuição de Poisson, indicando que se trata de um valor nulo acidental, ou seja, que apesar desta instituição recorrer ao redesconto, ocasionalmente naquele período ela não o fez. Desta forma, compondo estes dois processos, tem-se que:

$$y_{it} / x_{it} \sim \begin{cases} 0 & \text{com probabilidade } p_{it} \\ \text{Poisson}(\lambda_{it}) & \text{com probabilidade } 1 - p_{it} \end{cases} \quad (2)$$

ou seja:

$$P(Y_{it} = 0 / x_{it}) = p_{it} + (1 - p_{it}) R_{it}(0) \quad (3)$$

$$P(Y_{it} = j) = (1 - p_{it}) R_{it}(j), \quad j > 0 \quad (4)$$

$$R_{it}(y_{it} / x_{it}) = \frac{e^{-\lambda_{it}} (\lambda_{it})^{y_{it}}}{y_{it}!} \quad (5)$$

$$\text{onde } E[y_{it} / x_{it}] = (1 - p_{it}) \left[\frac{\mu_{it}}{1 - e^{-\mu_{it}}} \right] \quad (6)$$

$$\ln \lambda_{it} = \mathbf{x}_{it} \boldsymbol{\beta} \quad \text{e} \quad \text{logit}(p_{it}) = \mathbf{z}_{it} \boldsymbol{\gamma} \quad (7)$$

Desta forma, a verossimilhança será dada por:

$$L(\boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\gamma} / y_{it}, x_{it}) = \prod_{i=1}^n [p_i + (1 - p_i) e^{-\lambda_i}]^{I\{y_i=0\}} \left[(1 - p_i) \frac{e^{-\lambda_i} \lambda_i^{y_i}}{y_i!} \right]^{1 - I\{y_i=0\}} \quad (8)$$

o qual a partir da obtenção da função escore e da matriz de informação de Fisher é possível a identificação de estimadores para $\boldsymbol{\beta}$ e $\boldsymbol{\gamma}$ de forma análoga ao obtido no modelo *Pooled Poisson*. Ressalta-se, novamente, a suposição de completude dinâmica que possibilita a obtenção dos estimadores de forma semelhante ao obtido em um estudo transversal (*cross-section*). Maiores detalhes sobre este modelo podem ser encontrados em Ridout, Demétrio e Hinde (1998), Vieira, Hinde e Demétrio (2000) e Yip e Yau (2003).

Outro método de controle da superdispersão é a inclusão de efeitos aleatórios na equação da média, permitindo com isso que o modelo capture as heterogeneidades individuais. Assim, considerando as equações do modelo de Poisson e incluído um efeito aleatório para cada indivíduo em cada momento, têm-se:

² O deviance corresponde a -2 vezes o log da razão entre a verossimilhança do modelo corrente e do modelo saturado.

$$y_{it} / x_{it}, u_{it} \sim \text{Poisson}(\mu_{it}) \quad (9)$$

$$E(y_{it} / x_{it}, u_{it}) = e^{x_{it}'\beta + \omega_{it}} = e^{\omega_{it}} e^{x_{it}'\beta} = u_{it} e^{x_{it}'\beta} \quad (10)$$

$$u_{it} \sim \text{gama}(\alpha_t, \alpha_t) \text{ independente} \quad (11)$$

Pode-se demonstrar que este modelo é equivalente a estimar um modelo onde y_{it} / \mathbf{x}_{it} apresenta uma distribuição binomial negativa, o qual, por pertencer a família exponencial, pode ter sua função densidade de probabilidade descrita como:

$$f(y_{it} / \mathbf{x}_{it}) = \frac{\Gamma(y_{it} + \alpha_t^{-2})}{\Gamma(\alpha_t^{-2})} \left[\frac{\mu_{it}}{\alpha_t^{-2} + \mu_{it}} \right]^{y_{it}} \left[\frac{\alpha_t^{-2}}{\alpha_t^{-2} + \mu_{it}} \right]^{\alpha_t^{-2}} \quad (12)$$

com média e variância, respectivamente dadas por:

$$E(y_{it} / \mathbf{x}_{it}) = \mu_{it} = e^{x_{it}'\beta} \quad (13)$$

$$V(y_{it} / \mathbf{x}_{it}) = \mu_{it} + \alpha_t \mu_{it}^2 \quad (14)$$

Assim, pode-se observar, pela equação (14) que o modelo com distribuição binomial negativa possibilita que a variância seja superior à média, acomodando o problema de superdispersão. Uma aplicação deste tipo de modelo pode ser obtida em Dionne e Vanasse (2000).

Novamente, sob a suposição de completude dinâmica, este modelo, denominado de Modelo Binomial Negativa em Painel (*Pooled Negative Binomial*), adapta uma distribuição de Poisson para o conjunto de observações, contudo incorporando um efeito aleatório com distribuição gama, o que possibilita a acomodação da superdispersão.

O modelo ZINB – *Zero Inflated Negative Binomial* trata o problema da superdispersão combinando o duplo processo de geração dos valores nulos do ZIP com a inclusão de efeitos aleatórios. Assim, pode-se descrever este modelo como:

$$y_{it} / x_{it} \sim \begin{cases} 0 & \text{com probabilidade } p_{it} \\ \text{Binomial Negativa}(\alpha_t^{-2}, \mu_{it}) & \text{com probabilidade } 1 - p_{it} \end{cases} \quad (15)$$

ou seja:

$$P(Y_{it} = 0 / x_{it}) = p_{it} + (1 - p_{it}) R_{it}(0) \quad (16)$$

$$P(Y_{it} = j) = (1 - p_{it}) R_{it}(j), \quad j > 0 \quad (17)$$

$$R_{it}(y_{it} / \mathbf{x}_{it}) = \frac{\Gamma(y_{it} + \alpha_t^{-2})}{\Gamma(\alpha_t^{-2})} \left[\frac{\mu_{it}}{\alpha_t^{-2} + \mu_{it}} \right]^{y_{it}} \left[\frac{\alpha_t^{-2}}{\alpha_t^{-2} + \mu_{it}} \right]^{\alpha_t^{-2}} \quad (18)$$

onde:

$$E[y_{it} / x_{it}] = (1 - p_{it}) \frac{\mu_{it}}{\left[1 - \left(\frac{\alpha_t^{-2}}{\alpha_t^{-2} + \mu_{it}}\right)^{\alpha_t^{-2}}\right]} \quad (19)$$

$$\mu_{it} = e^{x_{it}'\beta} \text{ e } \text{logit}(p_{it}) = \mathbf{z}_{it}'\gamma \quad (20)$$

Desta forma, a verossimilhança será dada por:

$$L(\boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\gamma} / y_{it}, x_{it}) = \prod_{i=1}^n \left[p_{it} + (1 - p_{it}) \left[\frac{\alpha_t^{-2}}{\alpha_t^{-2} + \mu_{it}} \right]^{\alpha_t^{-2}} \right]^{I\{y_{it}=0\}} \cdot \left[(1 - p_{it}) \frac{\Gamma(y_{it} + \alpha_t^{-2})}{\Gamma(\alpha_t^{-2})} \left[\frac{\mu_{it}}{\alpha_t^{-2} + \mu_{it}} \right]^{y_{it}} \left[\frac{\alpha_t^{-2}}{\alpha_t^{-2} + \mu_{it}} \right]^{\alpha_t^{-2}} \right]^{1 - I\{y_{it}=0\}} \quad (21)$$

o qual a partir da obtenção da função escore e da matriz de informação de Fisher permite a identificação de estimadores para $\boldsymbol{\beta}$ e $\boldsymbol{\gamma}$ de forma análoga ao obtido no modelo ZIP².

Outro método visando o tratamento da superdispersão pode ser obtido a partir da incorporação de um efeito aleatório constante ao longo do tempo para cada indivíduo no modelo de Poisson, o qual é denominado de Modelo de Poisson com efeitos aleatórios. Desta forma, este modelo será dado por:

$$y_{it} / x_i, u_i \sim \text{Poisson}(\mu_{it}) \text{ com } \mathbf{x}_i = (x_{i1}, \dots, x_{iT}) \quad (22)$$

$$\mu_{it} \equiv E(y_{it} / x_{it}, u_i) = u_i e^{x_{it}'\beta} \quad (23)$$

$$y_{it} \text{ e } y_{ir} \text{ são independentes condicionalmente a } \mathbf{x}_i \text{ e } c_i \quad (24)$$

$$u_i \sim \text{gama}(\alpha, \alpha) \text{ independente de } \mathbf{x}_i \quad (25)$$

Desta forma, pode-se verificar que, definindo $r_{it} \equiv y_{it} - \mu_{it}$, a variância e a covariância para r_{it} serão dadas por:

$$V(r_{it} / \mathbf{x}_i) = e^{x_{it}'\beta} + \alpha^{-1} \left[e^{x_{it}'\beta} \right]^2 \quad (26)$$

$$E(r_{it}, r_{ik} / \mathbf{x}_i) = \alpha^{-1} e^{x_{it}'\beta} e^{x_{ir}'\beta} \quad (27)$$

o qual indica, além da superdispersão, a existência de uma correlação serial constante entre tempos distintos.

² Maiores detalhes ver Ridout, Demétrio e Hinde (1998), Vieira, Hinde e Demétrio (2000), Yip e Yau (2003) e Hall (2000).

Para a estimação dos parâmetros deste modelo, o método de mínimos quadrados multivariados ponderados não lineares será utilizado, apresentando a solução para a função:

$$\min \sum_{i=1}^{nt} \left(y_i - e^{x_{it}' \beta} \right)' \widehat{W}_i^{-1} \left(y_i - e^{x_{it}' \beta} \right) \quad (28)$$

onde \widehat{W}_i corresponde a uma matriz T x T composta por elementos do tipo de (26) e (27). Maiores detalhes ver Wooldridge (2002).

Visando a construção de um modelo mais geral, adicionalmente ao efeito aleatório no intercepto, pode-se incluir no Modelo Linear Generalizado Misto (GLMM) um efeito aleatório também nos coeficientes das variáveis explicativas \mathbf{x}_i . A inclusão de tal efeito tem por objetivo possibilitar, além da inclusão de uma heterogeneidade individual e de uma correlação entre observações de um mesmo indivíduo (devido à inclusão do efeito aleatório no intercepto), um efeito individual em relação à variável \mathbf{x}_i , permitindo a mensuração de uma resposta distinta de cada indivíduo a um mesmo estímulo. Desta forma, neste texto, será adotado um modelo simplificado, onde apenas na variável taxa de desconto, o qual apresenta um valor idêntico para todas as instituições financeiras, foi incluído um efeito aleatório como forma de possibilitar um comportamento diferenciado para cada banco. Desta forma, o modelo ajustado é dado por:

$$y_{it} / \mathbf{x}_{it}, p_t, \xi_{it} \sim \text{Poisson}(\mu_{it}) \quad i = 1, \dots, n; \quad t = 1, \dots, T \quad (29)$$

$$\mathbf{x}_{it} = (x_{1it}, \dots, x_{kit})$$

p_t = taxa de desconto no tempo t

k é o número de variáveis independentes excetuando-se a taxa de desconto.

$$\ln(\mu_{it}) \equiv \ln[E(y_{it} / \mathbf{x}_{it}, p_t, \xi_{it})] = \beta_{0i} + \beta_{1i} p_t + \mathbf{x}_{it}' \boldsymbol{\beta} \quad (30)$$

$$\beta_{0i} = \beta_{00} + \xi_{0i}^{(2)} \quad (31)$$

$$\beta_{1i} = \beta_{10} + \xi_{1i}^{(2)} \quad (32)$$

A partir das equações (30) a (32), tem-se que:

$$\ln(\mu_{it}) = \eta_{it} = \beta_{00} + \beta_{10} p_t + \mathbf{x}_{it}' \boldsymbol{\beta} + \xi_{0i}^{(2)} + \xi_{1i}^{(2)} p_t \quad (33)$$

onde $\xi_{0i}^{(2)}, \xi_{1i}^{(2)} \sim N_2 \left(\mathbf{0}, \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} \\ \sigma_{21} & \sigma_2^2 \end{bmatrix} \right)$

Para a estimação deste modelo deve-se obter a verossimilhança, o qual, por depender de variáveis não observáveis, necessita, para a sua integração, algoritmos de integração numérica (Quadratura Gauss-Hermitiana). Para a maximização da função resultante, algoritmos de maximização tradicionais como Newton-Raphson e Scoring de Fisher podem ser utilizados, conforme McCulloch e Searle (2001).

Adicionalmente, de posse dos resultados obtidos dos modelos anteriores, verificou-se que em nenhum dos modelos a variável relacionada ao montante da exigibilidade do compulsório sobre depósito à vista mostrou-se importante para a explicação do número de utilizações do redesconto. Tendo em vista ter sido observado a influência indireta da exigibilidade deste compulsório sobre a utilização do redesconto a partir das variáveis indicadoras do período de movimentação, bem como por ser um dos principais encaixes obrigatórios das instituições financeiras comerciais, foi construído um novo modelo no intuito de avaliar o seu efeito sobre a variável de interesse, contudo possibilitando uma variabilidade, não apenas em termos das diferentes instituições financeiras, mas de sua magnitude em função de variáveis conjunturais. Assim, adicionalmente ao efeito aleatório sobre o intercepto (permitindo uma avaliação da heterogeneidade individual de cada instituição, bem como uma correlação entre as observações de um mesmo indivíduo) e sobre o efeito da variável logaritmo da exigibilidade do compulsório sobre depósito à vista (permitindo um efeito individual a um mesmo estímulo), introduziu-se, na equação do coeficiente desta última, um efeito da taxa de redesconto. Assim, o modelo ajustado pode ser descrito por:

$$y_{it} / \mathbf{x}_{it}, p_t, exig_{it}, \xi_{it} \sim Poisson(\mu_{it}) \quad i=1, \dots, n; \quad t=1, \dots, T \quad (34)$$

$$\mathbf{x}_{it} = (x_{1it}, \dots, x_{kit})$$

p_t = taxa de redesconto no tempo t

$exig_{it}$ = logaritmo da exigibilidade do compulsório sobre o depósito à vista da instituição i no tempo t

k é o número de variáveis independentes excetuando-se a taxa de redesconto e a exigibilidade.

$$\ln(\mu_{it}) \equiv \ln[E(y_{it} / \mathbf{x}_{it}, p_t, \xi_{it})] = \beta_{0i} + \beta_{1i} exig_t + \mathbf{x}_{it}^t \boldsymbol{\beta} \quad (35)$$

$$\beta_{0i} = \beta_{00} + \xi_{0i}^{(2)} \quad (36)$$

$$\beta_{1i} = \beta_{10} + \beta_{11} p_t + \xi_{1i}^{(2)} \quad (37)$$

De modo que juntando as equações (41) a (43), tem-se:

$$\ln(\mu_{it}) = \eta_{it} = \beta_{00} + \beta_{10} exig_t + \beta_{11} exig_t p_t + \mathbf{x}_{it}^t \boldsymbol{\beta} + \xi_{0i}^{(2)} + \xi_{1i}^{(2)} exig_t \quad (38)$$

onde $\xi_{0i}^{(2)}, \xi_{1i}^{(2)} \sim N_2 \left(\mathbf{0}, \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} \\ \sigma_{21} & \sigma_2^2 \end{bmatrix} \right)$

Para a estimação deste modelo, ver Skrondal e Rabe-Hesketh (2004).

Desta forma, os modelos a serem estimados neste trabalho podem ser resumidos conforme a tabela 1.

Tabela 1: Resumo dos modelos analisados e principais características

Modelo	Variável Dependente	Descrição do modelo	Dois processos	Distrib. combina das	Multi-nível	Possui Efeito aleatório		
						Intercepto	Coef. de variável	Distrib. do efeito aleatório
Poisson	Número de utilizações do redesconto	$y_{it} \sim \text{Poisson}(\mu_{it})$ $\mu_{it} \equiv E(y_{it} / x_{it}) = e^{x_{it}'\beta}$	Não	----	Não	Não	Não	----
Binomial Negativa	Número de utilizações do redesconto	$y_{it} / x_{it} \sim \text{Binomial Negativa}(\alpha_i^{-2}, \mu_{it})$ $E(y_{it} / \mathbf{x}_{it}) = \mu_{it} = e^{x_{it}'\beta}$	Não	----	Não	Sim	Não	Gama
ZIP	Número de utilizações do redesconto	$y_{it} / x_{it} \sim \begin{cases} 0 & \text{com probabilidade } p_{it} \\ \text{Poisson}(\lambda_{it}) & \text{com probabilidade } 1 - p_{it} \end{cases}$ $\ln \lambda_{it} = \mathbf{x}_{it}'\beta$ $\text{logit}(p_{it}) = \mathbf{z}_{it}'\gamma$	Sim	Binomial - Poisson	Não	Não	Não	----
ZINB	Número de utilizações do redesconto	$y_{it} / x_{it} \sim \begin{cases} 0 & \text{com probabilidade } p_{it} \\ \text{Binomial Negativa}(\alpha_i^{-2}, \mu_{it}) & \text{com probabilidade } 1 - p_{it} \end{cases}$ $\mu_{it} = e^{x_{it}'\beta}$ $\text{logit}(p_{it}) = \mathbf{z}_{it}'\gamma$	Sim	Poisson - Binomial Negativa	Não	Sim	Não	Gama
Poisson com efeito aleatório	Número de utilizações do redesconto	$y_{it} / x_{it}, u_i \sim \text{Poisson}(\mu_{it})$ $\mu_{it} \equiv E(y_{it} / x_{it}, u_i) = u_i e^{x_{it}'\beta}$ $u_i \sim \text{gama}(\alpha, \alpha)$	Não	----	Não	Sim	Não	Normal
GLMM	Número de utilizações do redesconto	$y_{it} / \mathbf{x}_{it}, p_i, \xi_{it} \sim \text{Poisson}(\mu_{it})$ $\ln(\mu_{it}) \equiv \ln[E(y_{it} / \mathbf{x}_{it}, p_i, \xi_{it})] = \beta_{0i} + \beta_{1i} p_i + \mathbf{x}_{it}'\beta$ $\beta_{0i} = \beta_{00} + \xi_{0i}^{(2)}$ $\beta_{1i} = \beta_{10} + \xi_{1i}^{(2)}$ $\xi_{0i}^{(2)}, \xi_{1i}^{(2)} \sim N_2\left(\mathbf{0}, \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} \\ \sigma_{21} & \sigma_2^2 \end{bmatrix}\right)$	Não	----	Sim	Sim	Sim	Normal
GLLAM M	Número de utilizações do redesconto	$y_{it} / \mathbf{x}_{it}, p_i, \text{exig}_{it}, \xi_{it} \sim \text{Poisson}(\mu_{it})$ $\ln(\mu_{it}) \equiv \ln[E(y_{it} / \mathbf{x}_{it}, p_i, \xi_{it})] = \beta_{0i} + \beta_{1i} \text{exig}_{it} + \mathbf{x}_{it}'\beta$ $\beta_{0i} = \beta_{00} + \xi_{0i}^{(2)}$ $\beta_{1i} = \beta_{10} + \beta_{11} p_i + \xi_{1i}^{(2)}$ $\xi_{0i}^{(2)}, \xi_{1i}^{(2)} \sim N_2\left(\mathbf{0}, \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} \\ \sigma_{21} & \sigma_2^2 \end{bmatrix}\right)$	Não	----	Sim	Sim	Sim	Normal

3. Descrição da amostra

A amostra utilizada neste estudo foi composta por um total de 122 instituições financeiras, sendo que a instituição com menor número de observações foi observada durante apenas 5 dias (de 24/04/2002 a 30/04/2002) e a maioria das demais apresentaram 597 dias, correspondente ao número máximo de observações possíveis no período de 24/04/2002 a 31/08/2004. Nesta amostra foram verificados 1.103 ocorrências de redesconto, sendo 787 ocorrências de redesconto de nivelamento³ e 324 de redesconto over⁴, sendo observado apenas 8 ocorrências de sobreposição no mesmo dia destas duas modalidades nos dias 24/04/2002, 30/04/2002, 08/04/2002, 12/08/2002, 28/02/2003, 05/06/2003, 09/07/2003 e

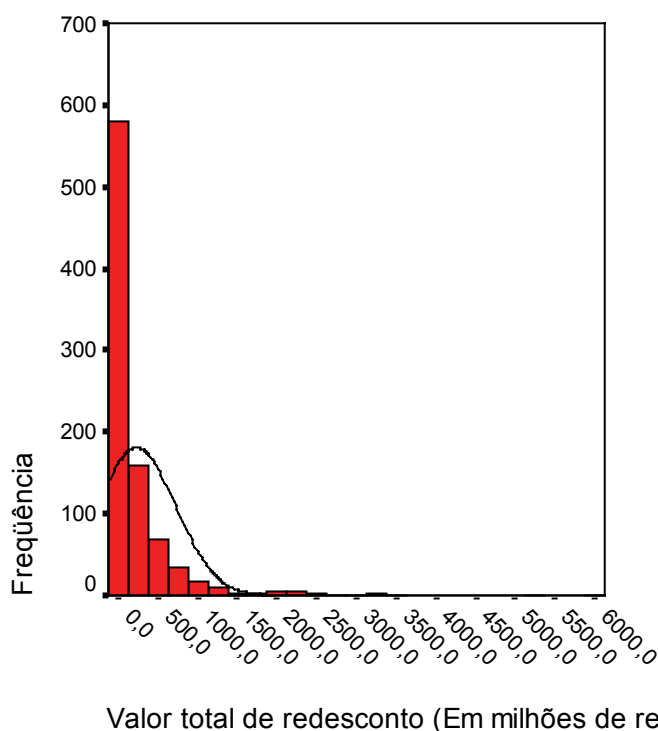
³ O redesconto de nivelamento corresponde a operações compromissadas com prazo de um dia com as instituições financeiras, realizadas após as 17h, com a finalidade de conceder liquidez ao sistema devido a descasamentos de curtíssimo prazo no fluxo de caixa. Estas operações são realizadas a taxas intermediárias entre o interbancário e o redesconto, funcionando como um “redesconto alternativo” (Umezú e Nakane, 2005).

⁴ Esta linha de crédito inclui operações que visam atender a problemas de liquidez momentânea (Umezú e Nakane, 2005).

05/12/2003. Em termos de número de bancos, verifica-se que 85 instituições já utilizaram o redesconto⁴, sendo que 37 não o fizeram no período em análise.

Em termos de valores totais utilizados no redesconto dentro de cada período⁵, verifica-se que a distribuição apresenta uma forte assimetria, apresentando uma concentração em valores baixos (mediana de R\$ 58.999.670), tendo sido observado a existência de alguns valores bastante elevados, os quais provocaram um aumento na média que se apresentou na ordem de R\$229.244.031,20. Os indicadores de assimetria e curtose foram respectivamente 5,32 e 41,16, reforçando uma distribuição assimétrica positiva e fortemente leptocúrtica (conforme figura 1).

Figura 1: Histograma do valor total de redesconto



Visando o estudo do comportamento do número de ocorrências de redesconto (tanto de nivelamento como over), foram consideradas as seguintes variáveis, as quais serão explicadas em maiores detalhes a seguir.

ln_exigi – Logaritmo da exigibilidade do compulsório sobre depósito à vista

dgb – Variável indicadora do grupo B

lnrsv_dp – Logaritmo da volatilidade do saldo em reservas

excdefoc - Excesso/deficiência nos demais compulsórios

ln_rsvl1 – Logaritmo do saldo em reservas no início do dia

taxa_rdc – Custo de oportunidade da taxa redesconto e o CDI, ao ano

ln_sel – Logaritmo do valor líquido das operações junto ao SELIC⁶

ln_cp – Logaritmo do valor líquido das operações junto à Câmara de Pagamentos

ln_ca – Logaritmo do valor líquido das operações junto à Câmara de Ativos

⁴ No presente estudo, estas duas modalidades serão tratadas conjuntamente, visto que ambos constituem em recursos de um dia e portanto com o objetivo de fornecer uma linha de crédito para socorrer bancos com eventuais problemas de liquidez.

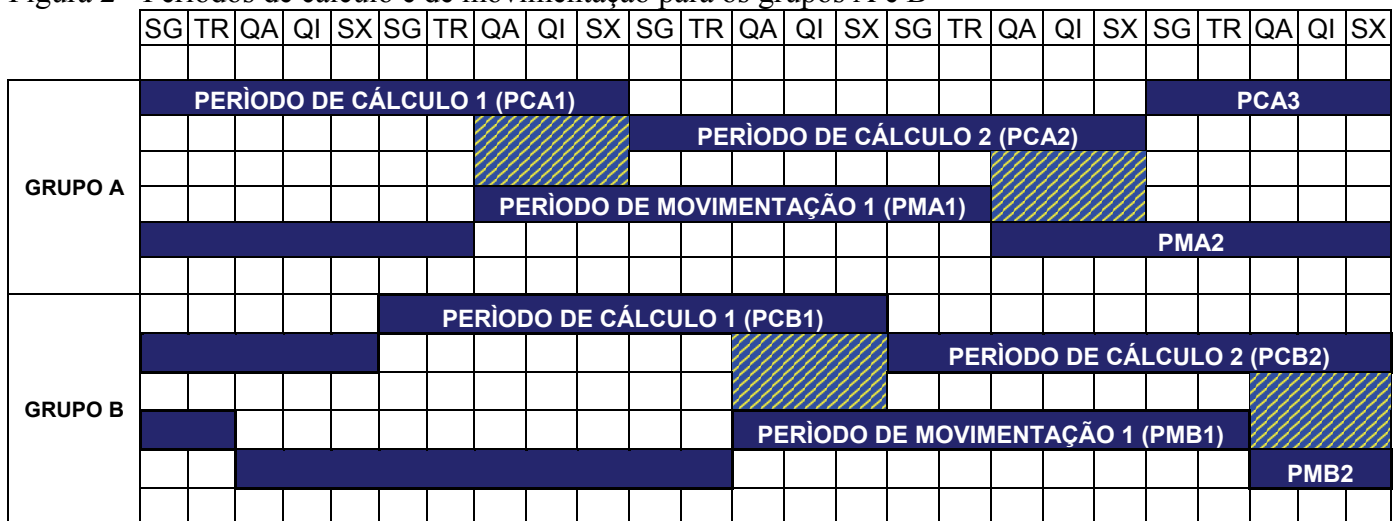
⁵ Os dados foram agregados em dois blocos semanais, sendo o primeiro correspondente às ocorrências referentes à segunda e terça-feira de cada semana e o segundo bloco referente às ocorrências de quarta a sexta-feira. Maiores detalhes serão apresentados a seguir.

⁶ Tendo em vista que os valores líquidos desta operação podem assumir valores negativos (indicando um saldo devedor) e positivos (o que indica um saldo credor da operação), foi tomado o logaritmo dos valores absolutos, sendo posteriormente atribuído ao resultado o sinal semelhante ao do saldo obtido.

- ln_st1 – Logaritmo do valor líquido das operações relacionadas à BMF de câmbio na 1a.janela⁷
 ln_st2 – Logaritmo do valor líquido das operações relacionadas à BMF de câmbio na 2a.janela
 ln_st3 – Logaritmo do valor líquido das operações relacionadas à BMF de câmbio na 3a.janela
 ln_so1 – Logaritmo do valor líquido das demais operações na 1a.janela
 ln_so2 – Logaritmo do valor líquido das demais operações na 2a.janela
 ln_so3 – Logaritmo do valor líquido das demais operações na 3a.janela
 sem1 – Variável indicadora da 1ª. semana do período de movimentação⁸
 sem2 – Variável indicadora da 2ª. semana do período de movimentação
 sem3 – Variável indicadora da 3ª. semana do período de movimentação

Sendo uma das variáveis responsáveis pela determinação da meta do saldo de fechamento do dia, o valor da exigibilidade do compulsório sobre depósito à vista corresponde ao montante de recursos que devem ser mantidos pela instituição financeira como forma de cumprir os requisitos legais. Tendo em vista a necessidade de obtenção do valor médio a ser mantido em reserva, é estabelecido um período de 2 semanas (denominada de **período de cálculo**) na qual as instituições financeiras determinam o valor a ser cumprido por um período de 2 semanas (denominado de **período de movimentação ou cumprimento**) que se inicia na quarta-feira da última semana do período de cálculo. Para o cumprimento de tal exigibilidade, os bancos são divididos em dois grupos, A e B, os quais apresentam uma defasagem de uma semana entre o início do período de cálculo de um grupo e do outro. A figura 2 apresenta a sobreposição entre os períodos de cálculo e de movimentação, bem como a defasagem entre os grupos A e B.

Figura 2 - Períodos de cálculo e de movimentação para os grupos A e B



Fonte: Umezú e Nakane (2005)

Desta forma, em relação aos grupos, 45 instituições financeiras pertencem ao grupo A, 50 ao grupo B e 27 não estão classificadas em nenhum destes dois grupos, devido à não exigibilidade do compulsório sobre Recursos à Vista.

Avaliando a relação entre a necessidade de cumprimento do depósito compulsório ou não com a necessidade de utilização do redesconto, foi calculado o teste Qui-quadrado ($\chi^2 = 13,735$, $p < 0,001$) que aponta para a existência de uma relação entre estas duas variáveis. Verifica-se que dentre os que não necessitam de cumprir o compulsório, praticamente metade (59,3%) não utilizaram o redesconto,

⁷ Visando o controle do fluxo de recursos movimentados ao longo do dia, cada dia foi subdividido em 3 janelas com duração de 4 horas cada.

⁸ A primeira semana do período de movimentação corresponde a 4ª., 5ª. e 6ª.-feiras da semana em que ocorre a sobreposição entre o período de cálculo e de movimentação. A segunda semana corresponde à semana subsequente e a terceira semana a 2ª. e 3ª. feira da semana seguinte. Tal subdivisão será melhor explicada a seguir.

enquanto que no grupo que necessita cumprir tal depósito, apenas 22,1% não utilizaram este mecanismo no período analisado. Adicionalmente, em virtude da sobreposição que ocorre entre o período de cálculo e o período de movimentação, há uma incerteza em relação ao nível de reservas requeridas, gerando, por parte das instituições, a manutenção, ora de valores em excesso ao requerido, ora deficitários, como forma de cumprimento do nível médio deste compulsório. Tal variação nos montantes mantidos acaba por gerar uma variabilidade no saldo das reservas, mensurado pela variável Logaritmo da volatilidade do saldo em reservas⁹ (\ln_{rsv_dp}), para o qual se espera uma relação positiva com a utilização do redesconto, visto que, além das maiores variações estarem relacionadas com os bancos de menor porte (conforme Umezú e Nakane, 2005) podem estar indicando uma maior incerteza em relação ao nível exigido.

Ainda devido à sobreposição dos períodos de cálculo e movimentação, visando avaliar o comportamento do número de utilizações do redesconto pelas instituições financeiras segundo o período, os dados diários foram agregados em dois blocos semanais, sendo o primeiro correspondente às ocorrências referentes à segunda e terça-feira de cada semana e o segundo bloco referente às ocorrências de quarta a sexta-feira. Tal agregação tem por justificativa a possibilidade de identificação de eventual diferenciação no comportamento das instituições nos períodos de sobreposição entre o período de cálculo e de movimentação das reservas para cumprimento das exigências do compulsório sobre depósitos à vista. A variável referente ao total de recursos demandados no redesconto e ao número de utilizações deste mecanismo por parte das instituições financeiras foi agregada somando-se os valores observados diariamente. Para as variáveis explicativas contínuas, utilizou-se o valor médio diário para se representar cada um dos períodos construídos, excetuando-se apenas a variável saldo de recursos no início do dia, para o qual se manteve o valor observado no último dia do período. Desta forma, o banco de dados original foi agregado, para cada um dos 122 bancos, em até 242 períodos correspondentes aos blocos de segunda/terça e quarta/quinta/sexta.

Assim, verifica-se que dentre as instituições avaliadas, 96,6% dos blocos semanais não apresentam a utilização do redesconto (tabela 2), tendo sido verificada a incidência por parte de uma instituição financeira de até 3 utilizações dentro de um mesmo período. Tal resultado reforça a grande incidência de valores nulos, sendo esperado a necessidade de utilização de modelos que possam acomodar tal comportamento.

Tabela 2: Número de utilização do redesconto em cada bloco

Número de ocorrências	freqüência	%	% acumulado
0	25.648	96,6	96,6
1	723	2,7	99,4
2	136	,5	99,9
3	36	,1	100,0
Total	26.543	100,0	

Na variável $\ln(\text{Exigibilidade do compulsório DV})$ pode-se verificar que nos períodos onde ocorreram 3 operações em um mesmo banco, o valor desta variável foi relativamente mais baixo do que nos demais momentos. Tal comportamento se repete também nas variáveis $\ln(\text{Valor líquido das operações junto ao SELIC})$, $\ln(\text{Valor líquido das operações junto à câmara de pagamentos})$, $\ln(\text{Valor líquido das operações das demais operações - 2a. Janela})$ e $\ln(\text{Valor líquido das operações das demais operações - 3a. Janela})$. Em contraposição, nas variáveis $\ln(\text{Valor líquido das operações relacionadas à BMF de câmbio - 2a. Janela})$ e $\ln(\text{Valor líquido das operações das demais operações - 1a. Janela})$ esta mesma classe apresenta valores bastante superiores às das demais classes. Assim, apesar de ser esperada para a variável logaritmo da Exigibilidade do compulsório sobre depósito à vista (\ln_exigi) uma relação positiva, indicando que

⁹ A volatilidade do saldo em reservas corresponde ao coeficiente de variação (quociente entre o desvio padrão e a média) dos valores diários dos saldos mantidos pelos bancos na conta de reservas.

com o aumento da exigibilidade, ocorra um aumento na utilização do redesconto por parte da instituição financeira, os valores médios obtidos parecem não indicar tal tendência .

Com relação ao logaritmo da volatilidade do saldo em reservas, é esperado uma relação positiva desta variável com a utilização do redesconto, indicando uma maior propensão à utilização deste mecanismo à medida que o grau de incerteza em relação ao nível exigido aumenta.

Os demais compulsórios (Depósitos Judiciais, Operações de Câmbio, Garantias Realizadas, Fiança Bancária, Encaixe da Poupança e Recursos a Prazo) foram agregados em uma única variável, sendo medido através da variável *excddefoc* (Excesso/deficiência nos demais compulsórios) o qual indica os excessos e deficiências das reservas mantidas em relação a sua exigibilidade. Esperava-se uma relação negativa para esta variável, indicando que a existência de excessos no saldo de reservas em relação ao demais compulsórios reduziria a necessidade de utilização do redesconto.

Adicionalmente a este conjunto de variáveis relacionadas às reservas, a variável Logaritmo do saldo em reservas no início do dia (*ln_rsv11*) representa o montante de recursos mantidos em reservas no dia anterior ao início do período analisado, sendo esperada uma relação negativa com a utilização do redesconto.

A variável *taxa_rdc* corresponde ao custo de oportunidade entre a taxa do redesconto e o CDI, ao ano, sendo obtida a partir do seguinte cálculo:

$$(1 + taxa_rdc) = \frac{(1 + i_{OVER})}{(1 + i_{CDI})} \quad (39)$$

onde:

$$(1 + i_{OVER}) = (1 + i_{SELIC}) \cdot (1 + Penaliza\c{c}o)$$

A penalização, até 28 de junho de 2002 correspondia a uma sobretaxa punitiva de 1% a.a., sendo que a partir de 1º de julho de 2002, esta sobretaxa passou a ser de 6% a.a..

É esperado um comportamento descendente do número de utilizações do redesconto à medida que o custo de oportunidade entre a taxa de redesconto e o CDI aumenta.

Com relação ao conjunto de variáveis relacionadas aos lançamentos realizados na conta de reservas, espera-se uma relação negativa com a utilização do redesconto, visto que quanto maior o valor destas variáveis, maior o resultado líquido destas operações, gerando liquidez para o sistema e, portanto, reduzindo a necessidade de recursos provenientes do redesconto, os quais apresentam um custo elevado.

Em relação às variáveis indicadoras das semanas de movimentação, a sua interpretação no modelo se dará em relação ao grupo basal, ou seja o grupo de bancos não sujeitos ao recolhimento compulsório sobre os depósitos à vista, sendo esperado um sinal positivo para seus coeficientes.

4. Resultados

Desta forma, conforme observado no conjunto de dados, serão ajustados os modelos de Poisson para dados em painéis (Pooled Poisson), ZIP (*Zero Inflated Poisson*), modelo binomial negativa para dados em painéis (Pooled Negative Binomial), ZINB (*Zero Inflated Negative Binomial*), modelo de Poisson com efeitos aleatórios, modelo linear generalizado misto (GLMM - modelo de Poisson com efeitos aleatórios no intercepto e no coeficiente da variável taxa de redesconto), modelo linear generalizado misto com variáveis latentes (GLLAMM – modelo de Poisson com efeitos aleatórios no intercepto e um modelo para o coeficiente da variável exigibilidade do compulsório à vista com base na taxa de redesconto) e modelo

Tweedie. As tabelas 3 e 5 resumem, respectivamente, os resultados obtidos para os modelos completo e final¹⁰. As tabelas 4 e 6 apresentam os efeitos marginais (ou efeitos marginais médios) para cada modelo.

Tabela 3. Estimativas dos coeficientes dos modelos completos ajustados

Variáveis	Poisson		ZIP		Binomial Negativa		ZINB		Poisson c/ ef. aleat.		GLMM		GLLAMM	
	coef.	p	coef.	p	coef.	p	coef.	p	coef.	p	coef.	p	coef.	p
ln_rsv1	-0,232	0,000	-0,172	0,332	-0,231	0,000	-0,394	0,000	-0,046	0,381	-0,090	0,039	-0,003	0,947
ln_sel	0,016	0,002	0,024	0,077	0,016	0,001	0,023	0,018	0,019	0,000	0,020	0,000	0,019	0,000
ln_cp	0,002	0,665	-0,010	0,157	0,002	0,678	0,002	0,753	-0,001	0,709	-0,003	0,427	0,000	0,940
ln_ca	0,000	0,977	0,021	0,004	0,000	0,955	0,013	0,013	0,003	0,361	0,002	0,662	0,002	0,622
ln_st1	-0,002	0,685	0,022	0,136	-0,003	0,632	0,005	0,594	-0,010	0,207	-0,012	0,089	-0,012	0,094
ln_st2	0,023	0,000	0,042	0,001	0,023	0,000	0,025	0,000	0,004	0,633	0,006	0,321	-0,004	0,618
ln_st3	0,018	0,007	-0,035	0,001	0,019	0,005	-0,001	0,932	0,000	0,995	-0,004	0,570	0,001	0,881
ln_so1	0,004	0,385	-0,008	0,382	0,004	0,370	0,002	0,725	0,006	0,148	0,008	0,059	0,006	0,162
ln_so2	0,006	0,135	-0,007	0,377	0,006	0,133	-0,004	0,448	-0,003	0,399	-0,002	0,550	-0,004	0,265
ln_so3	-0,010	0,005	0,008	0,339	-0,011	0,003	-0,001	0,919	-0,010	0,006	-0,012	0,001	-0,011	0,003
taxa_rdc	-0,246	0,000	-0,126	0,012	-0,244	0,000	-0,200	0,000	-0,251	0,000	-0,224	0,000	-0,260	0,000
dgb	-0,081	0,439	0,268	0,387	-0,086	0,407	-0,243	0,106	0,060	0,754	0,619	0,000	-0,543	0,004
ln_rsv_dp	0,305	0,000	0,248	0,176	0,307	0,000	0,499	0,000	0,193	0,000	0,186	0,000	0,190	0,000
ln_exigi	0,015	0,212	-0,040	0,157	0,015	0,219	-0,018	0,500	-0,015	0,335	-0,045	0,000	-0,005	0,767
excdefoc	-0,197	0,120	1,429	0,000	-0,195	0,126	0,814	0,100	-0,017	0,873	-0,014	0,893	-0,023	0,841
sem1	1,450	0,000	0,676	0,103	1,478	0,000	1,094	0,009	1,210	0,000	1,375	0,000	1,251	0,000
sem2	1,303	0,000	0,361	0,327	1,326	0,000	0,913	0,030	1,074	0,000	1,242	0,000	1,115	0,000
sem3	1,300	0,000	0,315	0,442	1,329	0,000	0,967	0,025	1,094	0,000	1,266	0,000	1,137	0,000
cons	-3,897	0,000	-3,091	0,012	-3,981	0,000	-4,023	0,000	-4,889	0,000	-4,705	0,000	-6,039	0,000
			logit				logit						2o. estágio	
ln_rsv1			0,056	0,773			-0,447	0,033						
ln_sel			0,012	0,585			0,032	0,603						
ln_cp			-0,019	0,044			-0,004	0,767						
ln_ca			0,030	0,003			0,044	0,003						
ln_st1			0,041	0,1270			0,018	0,7050						
ln_st2			0,028	0,1370			0,001	0,9770						
ln_st3			-0,087	0,0000			-0,109	0,0000						
ln_so1			-0,015	0,2090			-0,006	0,6940						
ln_so2			-0,020	0,0920			-0,030	0,0130						
ln_so3			0,027	0,0160			0,033	0,0230						
taxa_rdc			0,144	0,0280			0,050	0,6650					0,766	0,0035
dgb			0,561	0,2130			-0,540	0,5140						
ln_rsv_dp			-0,120	0,5440			0,235	0,1030						
ln_exigi			-0,068	0,0530			-0,073	0,3470						
excdefoc			1,928	0,0000			2,423	0,0930						
sem1			-0,896	0,1150			-0,430	0,6350						
sem2			-1,108	0,0280			-0,523	0,5490						
sem3			-1,230	0,0330			-0,435	0,6420						
cons			1,255	0,4750			1,186	0,6770						

¹⁰ Foi utilizado o método Backward para obtenção dos modelos finais, tendo sido eliminado todos os coeficientes não significativos ao nível de 5%.

Variáveis	Poisson		ZIP		Binomial Negativa		ZINB		Poisson c/ ef. aleat.		GLMM		GLLAMM		
	coef.	p	coef.	p	coef.	p	coef.	p	coef.	p	coef.	p	coef.	p	
												Nível 2: Estimativas das variâncias		Nível 2: Estimativas das variâncias	
												Var.	E.P.	Var.	E.P.
cons												2,336	0,382	3,310	0,751
taxa rdc												0,095	0,015		
ln_exigi														0,002	0,0005
log(L)	-3.424,63		-3.275,81		-3.359,37		-3.270,53		-2.958,38		-2.953,06		-2.948,90		
AIC	6.887,26		6.627,62		6.756,74		6.617,06		5.954,76		5.948,12		5.939,80		

■ - Coeficientes significantes ao nível de 5%

Tabela 4. Efeitos Marginais¹¹ dos modelos completos ajustados

Variáveis	Poisson		ZIP		Binomial Negativa		ZINB		Poisson com efeitos aleatórios		GLMM		GLLAMM	
	Ef.M	p	Ef.M	p	Ef.M	p	Ef.M	p	Ef.M	p	Ef.M	p	Ef.M	p
ln_rsv11	-0,0023	0,000	-0,0023	0,000	-0,0020	0,000	-0,0021	0,268	-0,0005	0,196	-0,0006	0,063	0,0000	0,474
ln_sel	0,0002	0,005	0,0001	0,155	0,0002	0,004	0,0001	0,847	0,0002	0,003	0,0001	0,001	0,0001	0,475
ln_cp	0,0000	0,666	0,0001	0,134	0,0000	0,692	0,0001	0,502	0,0000	0,361	0,0000	0,214	0,0000	0,470
ln_ca	0,0000	0,977	-0,0001	0,232	0,0000	0,913	-0,0002	0,263	0,0000	0,188	0,0000	0,332	0,0000	0,317
ln_st1	0,0000	0,686	-0,0002	0,240	0,0000	0,504	-0,0001	0,821	-0,0001	0,116	-0,0001	0,052	-0,0001	0,047
ln_st2	0,0002	0,000	0,0002	0,093	0,0002	0,000	0,0003	0,029	0,0000	0,316	0,0000	0,224	0,0000	0,309
ln_st3	0,0002	0,012	0,0005	0,003	0,0002	0,008	0,0009	0,007	0,0000	0,500	0,0000	0,284	0,0000	0,441
ln_so1	0,0000	0,393	0,0001	0,274	0,0000	0,342	0,0001	0,446	0,0001	0,089	0,0001	0,039	0,0000	0,081
ln_so2	0,0001	0,145	0,0001	0,062	0,0001	0,138	0,0002	0,110	0,0000	0,206	0,0000	0,299	0,0000	0,132
ln_so3	-0,0001	0,010	-0,0002	0,008	-0,0001	0,005	-0,0003	0,031	-0,0001	0,013	-0,0001	0,009	-0,0001	0,001
taxa_rdc	-0,0024	0,000	-0,0027	0,000	-0,0022	0,000	-0,0033	0,000	-0,0028	0,000	-0,0014	0,000	0,0031	0,000
dgb	-0,0008	0,432	-0,0024	0,142	-0,0008	0,349	0,0003	0,940	0,0007	0,372	0,0054	0,000	-0,0026	0,013
ln_rsv_dp	0,0030	0,000	0,0037	0,000	0,0028	0,000	0,0053	0,010	0,0022	0,001	0,0012	0,003	0,0012	0,000
ln_exigi	0,0002	0,227	0,0002	0,121	0,0001	0,243	0,0003	0,433	-0,0002	0,170	-0,0003	0,001	0,0000	0,383
excdefoc	-0,0019	0,123	-0,0038	0,173	-0,0018	0,148	-0,0076	0,217	-0,0002	0,436	-0,0001	0,455	-0,0001	0,420
sem1	0,0321	0,000	0,0346	0,000	0,0331	0,000	0,0389	0,000	0,0262	0,000	0,0185	0,000	0,0153	0,000
sem2	0,0264	0,000	0,0288	0,000	0,0269	0,000	0,0319	0,000	0,0215	0,000	0,0154	0,000	0,0126	0,000
sem3	0,0263	0,000	0,0310	0,000	0,0274	0,000	0,0326	0,000	0,0221	0,000	0,0160	0,000	0,0130	0,000

■ - Coeficientes significantes ao nível de 5%

Tabela 5. Estimativas dos coeficientes dos modelos finais ajustados

Variáveis	Poisson		ZIP		Binomial Negativa		ZINB		Poisson com efeitos aleatórios		GLMM		GLLAMM	
	coef.	p	coef.	p	coef.	p	coef.	p	coef.	p	coef.	p	coef.	p
ln_rsv11	-0,186	0,000	-0,202	0,000	-0,189	0,000	-0,166	0,000	-0,155	0,000	-0,088	0,003	-0,163	0,000
ln_sel	0,013	0,003	0,016	0,001	0,016	0,001	0,019	0,000	0,019	0,000	0,020	0,000	0,019	0,000
ln_cp														
ln_ca			0,024	0,002			0,013	0,013						
ln_st1									-0,016	0,032	-0,016	0,017	-0,018	0,016
ln_st2	0,017	0,000	0,041	0,000	0,016	0,001	0,019	0,000						
ln_st3	0,016	0,013			0,017	0,007								
ln_so1									0,011	0,005	0,015	0,000	0,012	0,003
ln_so2														
ln_so3	-0,009	0,004			-0,010	0,001			-0,007	0,044	-0,008	0,015	-0,007	0,043

¹¹ Para os modelos que apresentam efeitos aleatórios, foram calculados os Efeitos Marginais Médios, Wooldridge (2002)

Variáveis	Poisson		ZIP		Binomial Negativa		ZINB		Poisson com efeitos aleatórios		GLMM		GLLAMM		
	coef.	p	coef.	p	coef.	p	coef.	p	coef.	p	coef.	p	coef.	p	
taxa_rdc	-0,271	0,000	-0,081	0,037	-0,270	0,000	-0,258	0,000	-0,288	0,000	-0,348	0,000	-0,282	0,000	
dgb															
lnsv_dp	0,272	0,000	0,320	0,000	0,280	0,000	0,310	0,000	0,168	0,000	0,172	0,000	0,179	0,000	
ln_exigi							-0,075	0,000					0,017	0,332	
excdefoc			1,504	0,000											
sem1	1,407	0,000	1,526	0,000	1,455	0,000	1,349	0,000	1,304	0,000	1,239	0,000	1,535	0,000	
sem2	1,248	0,000	1,352	0,000	1,278	0,000	1,191	0,000	1,150	0,000	1,100	0,000	1,403	0,000	
sem3	1,208	0,000	1,359	0,000	1,260	0,000	1,172	0,000	1,150	0,000	1,054	0,000	1,352	0,000	
constante	-3,925	0,000	-5,264	0,000	-4,042	0,000	-3,513	0,000	-2,886	0,000	-4,499	0,000	-4,497	0,000	
			logit				logit						2o. estágio		
ln_rsv11															
ln_sel															
ln_cp															
ln_ca			0,031	0,0010			0,046	0,0000							
ln_st1															
ln_st2			0,024	0,0280											
ln_st3			-0,027	0,0010			-0,094	0,0000							
ln_so1															
ln_so2															
ln_so3			0,014	0,0010			0,028	0,0010							
taxa_rdc			0,203	0,0000									0,037	0,4120	
dgb															
lnsv_dp															
ln_exigi							-0,226	0,0010							
excdefoc			1,882	0,0000											
sem1															
sem2															
sem3															
constante			-1,382	0,0040			0,825	0,0010							
												Nível 2: Estimativas das variâncias		Nível 2: Estimativas das variâncias	
												Var.	E.P.	Var.	E.P.
constante												0,611	0,0667	2,112	0,2592
taxa_rdc												0,239	0,0420		
ln_exigi														0,005	0,0008
log(L)	-4.292,69		-3.290,97		-4.067,61		-4.031,93		-3.562,83		-3.578,33		-3.528,24		
AIC	8.623,38		6.657,95		8.173,21		8.139,87		7.163,65		7.198,67		7.086,47		

Tabela 6. Efeitos Marginais¹² dos modelos finais ajustados

Variáveis	Poisson		ZIP		Binomial Negativa		ZINB		Poisson com efeitos aleatórios		GLMM		GLLAMM	
	Ef.M	p	Ef.M	p	Ef.M	p	Ef.M	p	Ef.M	p	Ef.M	p	Ef.M	p
ln_rsv1	-0,0021	0,000	-0,0019	0,000	-0,0020	0,000	-0,0027	0,000	-0,0018	0,001	-0,0004	0,029	-0,0005	0,000
ln_sel	0,0001	0,006	0,0002	0,005	0,0002	0,002	0,0003	0,002	0,0002	0,001	0,0001	0,000	0,0001	0,000
ln_cp														
ln_ca			0,0000	0,656			0,0000	0,638						
ln_st1									-0,0002	0,028	-0,0001	0,029	-0,0001	0,016
ln_st2	0,0002	0,001	0,0002	0,001	0,0002	0,003	0,0003	0,001						
ln_st3	0,0002	0,017	0,0002	0,004	0,0002	0,010	0,0005	0,002						
ln_so1									0,0001	0,009	0,0001	0,000	0,0000	0,004
ln_so2														
ln_so3	-0,0001	0,006	-0,0001	0,005	-0,0001	0,003	-0,0002	0,015	-0,0001	0,033	0,0000	0,015	0,0000	0,033
taxa_rdc	-0,0031	0,000	-0,0024	0,000	-0,0029	0,000	-0,0042	0,000	-0,0034	0,000	-0,0016	0,000	-0,0001	0,018
dgb														
lnsv_dp	0,0031	0,000	0,0030	0,000	0,0030	0,000	0,0050	0,000	0,0020	0,001	0,0008	0,000	0,0005	0,000
ln_exigi							0,0000	0,917					0,0000	0,163
excddefoc			-0,0005	0,801										
sem1	0,0347	0,000	0,0340	0,000	0,0354	0,000	0,0459	0,000	0,0317	0,000	0,0112	0,000	0,0103	0,000
sem2	0,0279	0,000	0,0271	0,000	0,0280	0,000	0,0368	0,000	0,0255	0,000	0,0091	0,000	0,0086	0,000
sem3	0,0264	0,000	0,0273	0,000	0,0273	0,000	0,0358	0,000	0,0255	0,000	0,0085	0,000	0,0081	0,000

De uma forma geral, a partir dos modelos finais, verifica-se que os coeficientes apresentaram, em sua grande maioria, os sinais esperados, tendo sido observado que dentre as variáveis analisadas, não influenciaram no número de utilizações do redesconto em nenhum dos modelos avaliados apenas as variáveis referentes ao valor líquido das operações junto à câmara de compensações e de ativos¹², ao valor líquido das demais operações na 2ª. janela, a variável indicadora do grupo B, o valor da exigibilidade do compulsório sobre depósito à vista e ao excesso/deficiência nos demais compulsórios¹³.

Comparando-se os diferentes modelos, a partir do AIC (Akaike's information criterion), verifica-se que, dentre os modelos completos, o modelo GLLAMM (AIC = 5.939,80) foi o que apresentou o melhor ajuste, sendo seguido pelo modelo GLMM (AIC = 5.948,12) e de Poisson com efeitos aleatórios (AIC = 5.954,76). Dentre os modelos finais, o modelo ZIP foi o que apresentou o melhor grau de ajuste (AIC = 6.657,95) seguido pelo modelo GLLAMM (AIC = 7.086,47).

Ainda em termos de comparação entre os modelos completos ajustados, avaliando-se o teste de Vuong no modelo Pooled Negative Binomial, verifica-se que o valor do teste (4.48, $p < 0,001$) foi altamente significativo, indicando a existência de um processo inflado de zeros, sendo portanto recomendado o modelo ZINB ao modelo Pooled Negative Binomial. Além disso, analisando-se, neste mesmo modelo o parâmetro α , percebe-se que o seu intervalo de confiança não engloba o valor 0 (ou o $\ln(\alpha)$ não engloba o valor 1; IC=(1,34;3,02)), apontando para a existência de uma variância na parte do modelo de Poisson diferente de sua média, e portanto uma maior adequacidade do modelo ZINB em relação ao ZIP. Quando avaliado o teste de Vuong para o modelo ZIP, novamente observa-se um valor significativo (7,05 , $p < 0,001$), evidenciando que o modelo ZIP apresenta um melhor ajuste do que o modelo Pooled Poisson.

¹² Apesar da variável valor líquido das operações junto à câmara de ativos (ln_ca) ter sido significativa nos modelos ZIP e ZINB, quando avaliado o efeito marginal desta variável, as mesmas não foram significantes.

¹³ Analogamente ao ocorrido com a variável ln_ca, a exigibilidade foi significativa nos modelos ZINB e GLLAMM, o mesmo ocorrendo com relação à variável excddefoc no modelo ZIP, contudo seus efeitos marginais não apresentaram significância. Ressalta-se, entretanto, que o efeito da exigibilidade foi capturado pelas variáveis indicadoras de semanas.

Ainda em relação aos modelos completos, o modelo GLLAMM apresentou a presença de efeitos aleatórios tanto no intercepto como no coeficiente da exigibilidade sobre os depósitos à vista. Adicionalmente, encontrou-se um coeficiente significativo da variável taxa de redesconto no coeficiente da exigibilidade do compulsório sobre depósito à vista, indicando que, a taxa de redesconto, além de seu efeito direto sobre o número de operações de redesconto, apresenta também um efeito indireto através da exigibilidade, aumentando o efeito desta última à medida que esta taxa aumenta.

No modelo GLMM, observa-se a existência de efeitos aleatórios tanto no intercepto como no coeficiente da variável taxa de redesconto, motivando seu melhor desempenho no AIC em relação ao modelo apenas com o efeito aleatório no intercepto (Poisson com efeitos aleatórios) e obviamente sobre o modelo *Pooled Poisson*.

Em relação aos modelos finais, verifica-se, de modo análogo aos modelos completos, que o teste de Vuong apontou um melhor ajuste do modelo ZIP em relação ao Pooled Poisson (6,92, $p < 0,001$), o mesmo ocorrendo entre o ZINB e o modelo da Binomial Negativa (4,77, $p < 0,001$). Contudo, quando avaliado o parâmetro alpha, verifica-se que seu valor é significativamente diferente de zero, indicando a melhor performance do modelo ZINB em relação ao ZIP (devido à existência de efeitos aleatórios), fato este não comprovado pelo AIC.

Dentre os demais modelos com efeitos aleatórios (Poisson, GLMM e GLLAMM), verifica-se que o modelo GLLAMM apresentou uma variância positiva no intercepto, indicando a existência de efeitos aleatórios, fato este não observado na equação para o coeficiente da exigibilidade. Além disso, foi identificado que o coeficiente da variável taxa de redesconto nesta mesma equação não foi significativa, o que torna este modelo similar ao GLMM. Já em relação ao modelo GLMM, assim como no modelo completo, verifica-se a existência de efeitos aleatórios tanto no intercepto como no coeficiente da taxa de redesconto.

Ainda em relação aos modelos finais, de uma forma geral é possível identificar, a partir dos efeitos marginais (tabela 6), uma semelhança bastante acentuada entre os 4 primeiros modelos (Pooled Poisson, Pooled Binomial Negativa, ZIP e ZINB) e entre os 2 últimos (GLMM e GLLAMM), tanto em termos dos sinais como em termos da magnitude dos efeitos. O modelo de Poisson com efeitos aleatórios apresenta, dentre as variáveis de lançamentos (\ln_st1 , \ln_st2 , \ln_st3 , \ln_so1 , \ln_so2 , \ln_so3) um comportamento similar ao segundo grupo, sendo nas demais variáveis semelhante ao primeiro.

Já em relação ao efeito de cada variável individualmente, para a variável saldo em reserva no início do dia – \ln_rsv11 – detectou-se, à exceção apenas do modelo completo Poisson com efeitos aleatórios, a significância deste coeficiente, o qual apresentou, conforme esperado, um sinal negativo, indicando que a existência de saldos mais elevados no início do dia, reduzem a utilização média do redesconto. Adicionalmente, avaliando-se a tabela 6, verifica-se que os efeitos marginais apresentam magnitudes similares em todos os modelos finais, exceto nos modelos GLMM e GLLAMM, onde seus efeitos são sensivelmente menores.

Diferentemente ao esperado, verificou-se a existência de vários coeficientes associados a lançamentos nas contas de reservas significativos contudo com sinal positivo, indicando que com o aumento destes lançamentos, a utilização média aumenta. Nos modelos ZIP e ZINB completos, na parte logística, verifica-se que parte dos coeficientes associados aos lançamentos apresentam um coeficiente positivo (\ln_ca , \ln_st1 , \ln_st2), indicando que o aumento destes lançamentos aumenta a chance da instituição financeira ser do grupo de não utilizadores estruturais e, portanto, apresentando valores esperados. Em termos dos modelos finais, este mesmo comportamento (parte dos coeficientes positivos e parte negativo) pode ser observado, sendo entretanto, verificado que a magnitude dos efeitos são similares (exceto para \ln_so3). É interessante notar que, apesar do coeficiente da variável \ln_ca ter sido significativo em alguns modelos, quando analisado o seu efeito marginal, o mesmo torna-se irrelevante estatisticamente. Assim,

de uma forma geral, verifica-se que os valores líquidos dos lançamentos junto ao SELIC apresentam um efeito de aumentar o número de utilizações deste mecanismo, o mesmo ocorrendo para \ln_st2 e \ln_st3 nos 4 primeiros modelos e para \ln_so1 e \ln_so3 nos dois últimos.

Em relação à taxa de redesconto – $taxa_rdc$ – em todos os modelos, verificou-se um sinal negativo, indicando que o aumento do custo desta operação, reduz a sua utilização. Ressalta-se que, nos modelos ZIP e ZINB, adicionalmente ao efeito supra mencionado, observa-se também um efeito positivo na parte logística do modelo, indicando que não apenas a taxa repercute na diminuição da utilização dentre os tomadores, mas também reduz a chance de um banco ser um potencial tomador deste recurso. Adicionalmente, avaliando-se a magnitude dos efeitos marginais, verifica-se que, dentre as variáveis contínuas, a taxa de redesconto, juntamente com a volatilidade do saldo em reservas, é a que apresenta os maiores valores.

Para a variável indicadora do grupo B (dgb), o coeficiente foi significativo e positivo apenas nos modelos completos GLMM, GLLAMM e Tweedie, não sendo significativo nos demais modelos. A não significância de tal coeficiente indica apenas uma não diferenciação entre os bancos dos grupos A e B relativamente ao comportamento no que diz respeito aos recursos do redesconto.

Em relação à variável volatilidade do saldo em reservas - \lnrsv_dp – também conforme esperado, foi observado um coeficiente significativo e positivo (exceto no modelo completo ZIP), indicando que a presença de uma maior incerteza nos saldos das reservas acaba provocando uma utilização média maior do mecanismo de redesconto. Tal comportamento pode ser visto também a partir dos efeitos marginais.

Em relação ao excesso/deficiência nos demais compulsórios – $excdefoc$, verifica-se que apenas no modelo completo ZIP foi possível a identificação de um efeito significativo, sendo observado um sinal positivo deste coeficiente na parte relacionada à logística, indicando que a existência de excessos nas reservas para os demais compulsórios aumenta a chance da instituição ser classificada como pertencente ao grupo de não utilizadores estruturais, sendo entretanto que, se apesar deste excesso/deficiência o banco for classificado como um potencial utilizador, a existência deste excesso/deficiência passa a apresentar um comportamento oposto, aumentando a utilização média do redesconto conforme esta variável aumenta. Em termos dos efeitos marginais, não foi observado nenhum valor significativo.

Para as variáveis indicadoras de semana – $sem1$, $sem2$ e $sem3$ – pode-se verificar que em todos os modelos (completos e finais) os coeficientes associados a estas variáveis foram significativos e positivos. Tendo em vista a adoção do grupo não sujeito ao recolhimento compulsório sobre o depósito à vista como grupo basal, a significância destes coeficientes pode ser interpretada como uma confirmação da maior utilização média superior pelas entidades obrigadas ao cumprimento deste recolhimento compulsório. Nos modelos ZIP, ressalta-se que apesar da não significância dos parâmetros associados a estas variáveis na parte relativa à Poisson, na parte do modelo relativo à logística nota-se que o coeficiente das variáveis indicadoras $sem2$ e $sem3$ mostraram-se negativos, indicando uma menor chance de classificação no grupo de não tomadores estruturais quando trata-se de uma instituição sujeita ao recolhimento compulsório durante as semanas de movimentação pura (sem a sobreposição com o período de cálculo). Tal resultado concorda com os obtidos nos demais modelos, sendo, entretanto, observado a não significância do coeficiente associado a $sem1$, indicando uma semelhança entre os bancos sujeitos ao recolhimento ou não durante o período de sobreposição, fato este podendo ter sido motivada pela predisposição das instituições, mediante a incerteza dos valores a serem depositados, de estarem previamente municiadas com reservas suficientes, ou ainda, dado ao fato de estarem iniciando o período de movimentação, disporem de tempo hábil para compensarem eventuais faltas, sem a necessidade de tomadas no redesconto a um custo elevado.

5. Conclusões

O presente estudo teve por objetivo estudar as variáveis que influenciam no número de vezes que cada instituição financeira utiliza o mecanismo de redesconto. Estudos similares realizados por Costa Pinto e Coelho (2004) e Umezú e Nakane (2005) identificaram que a influência do período de cumprimento do compulsório sobre depósitos à vista e da taxa de redesconto. Tendo sido ajustado um total de 7 modelos para o número de utilizações (*Pooled* Poisson, *Pooled* Binomial Negativa, ZIP, ZINB, Poisson com efeitos aleatórios, GLMM e GLLAMM), verificou-se que, de uma forma geral, as variáveis determinantes do comportamento da variável resposta são sempre as mesmas, ocorrendo apenas pequenas variações em relação às variáveis correspondentes aos lançamentos nas contas de reservas.

Assim, nos modelos finais, o saldo em reserva no início do dia, os valores líquidos das operações junto ao SELIC, os valores líquidos das demais operações (não relacionadas à câmara de pagamento, à câmara de ativos, nem à BMF de câmbio) na 3ª. janela, a taxa de redesconto, a volatilidade do saldo em reservas e a necessidade de cumprimento do recolhimento do compulsório sobre depósitos à vista foram diagnosticadas como sendo as variáveis relevantes, por todos os modelos para o comportamento da utilização do mecanismo de redesconto. Ressalta-se, entretanto, a diferença na magnitude dos efeitos marginais entre os modelos tradicionais (*Pooled* Poisson, *Pooled* Binomial Negativa, ZIP, ZINB, Poisson com efeitos aleatórios) em relação aos modelos GLMM e GLLAMM. Estes últimos, apesar de apresentarem efeitos com sinais similares aos primeiros, mostram uma magnitude relativamente menor de tais efeitos, em especial para o saldo das reservas no início do dia, a volatilidade do saldo das reservas e das variáveis indicadoras da necessidade de cumprimento do compulsório sobre depósitos à vista, para os quais os efeitos marginais dos modelos GLMM e GLLAMM são da ordem de 1/3 dos obtidos para os modelos tradicionais. Em relação às demais variáveis de lançamentos nas contas de reservas, pode-se notar uma mudança de comportamento em relação tanto às variáveis significativas como em relação aos sinais das mesmas, sendo os únicos com sinais destoantes em relação ao esperado.

A comparação entre os diferentes modelos identificou, a partir do AIC para os modelos completos, o melhor ajuste do modelo GLLAMM, ao passo que nos modelos finais, o modelo ZIP foi o que apresentou os melhores resultados. Assim, a existência de efeitos aleatórios (tanto no intercepto como nos coeficientes), bem como da influência do número excessivo de zeros, mostram a necessidade de utilização de modelos mistos que possibilitem a incorporação tanto de variáveis latentes como a mistura de distribuições (binomial-Poisson, Poisson-Normal) para o estudo de fenômenos relacionados à utilização das operações de redesconto. Desta forma, tais resultados parecem indicar a importância, não apenas de incluir características individuais de cada instituição financeira, mas também a sua forma peculiar de resposta a mudanças ocorridas no ambiente macroeconômico.

Referências

Costa Pinto, J. C., Coelho, C. A. (2004), “Modelagem do comportamento ótimo dos bancos no mercado de reservas brasileiro”, Não publicado.

Dionne, G., Vanasse, C. (2000) “A generalization of automobile insurance rating models: the negative binomial distribution with a regression component”, mimeo, Université de Montreal, Canada. Disponível em <http://www.crt.umontreal.ca/en/publications/listepub.php?page%20=3&tri=titre>.

Hall, D.H. (2000) “Zero-inflated Poisson and Binomial regression with random effects: a case study”, *Biometrics*, **56**, 1030-1039.

McCullagh, P., Nelder, J.A. (1982) *Generalized Linear Models*, Chapman & Hall, London.

- McCulloch, C.E., Searle, S.R. (2001) *Generalized, Linear, and Mixed Models*, John Wiley & Sons, New York.
- Ridout, M. S. ; Demétrio, C. G. B. ; Hinde, J. (1998) “Models For Count Data With Many Zeros”, *Proceedings of The XIXth International Biometric Conference - IBC 98*, Cape Town, África do Sul, 179-192.
- Skrondal, A., Rabe-Hesketh, S. (2004) *Generalized latent variable modeling: multilevel, longitudinal, and structural equation models*, Chapman & Hall, New York.
- Umezú, F., Nakane, M.I. (2005) “A Utilização das Operações de Redesconto pelos Bancos com Carteira Comercial no Brasil”, mimeo.
- Vieira, A. M. C. ; Hinde, J. ; Demétrio, C. G. B.(2000) “Zero-inflated proportion data models applied to a biological control assay”, *Journal of Applied Statistics*, **27**, 373-389.
- Wooldridge, J. M. (2002), *Econometric Analysis of Cross Section and Panel Data*, The MIT Press, Cambridge.
- Yip, K.C.H., Yau, K.K.W. (2003) “Application of zero-inflated models for claim frequency data in general insurance”, *European Applied Business Research Conference*, Venece.