

DETECTANDO FRAUDES NOS SISTEMAS DE REGISTRO DE PREÇOS

Eduardo Carvalho Nepomuceno Alencar
University of California, Irvine
Especialista em Regulação de Serviços Públicos de Telecomunicações

Com base em dados de compras de 2019 compostos por quase 1,5 milhão de observações, este estudo emprega a Análise de Classe Latente (LCA) para investigar como os perfis latentes são definidos para representar o comportamento nas Atas de Registro de Preços. A abordagem LCA possibilita identificar algumas características que podem sugerir ou direcionar os esforços dos órgãos de controle na identificação de casos ilegais. A partir do LCA com variáveis binárias e contínuas, a solução de sete classes forneceu o ajuste ideal para nossos dados, com o menor valor de BIC e alto valor de entropia. Os sete fatores relevantes que aumentam os riscos de locação de atas de registro de preços são: (i) número de órgãos não participantes por licitação; (ii) valor relativo do item; (iii) valor de órgãos não participantes por fornecedor por licitação; (iv) distribuição dos vencedores; (v) proporção de quantidades aprovadas por item para órgãos não participantes por licitação; e (vi) licitação somente com órgão gerenciador e órgãos não participantes. A classe latente com alta presença de órgãos não participantes com poucos fornecedores (N=749) foi a que mais se destacou por ser mais favorável à venda de atas de registro de preços.

Based on 2019 procurement data composed of almost 1.5 million observations, this study employs Latent Class Analysis (LCA) to investigate how latent profiles are defined to represent behavior in the Price Registration minutes. LCA approach brought the possibility of identifying some characteristics that can suggest or direct the efforts of the control bodies in identifying illegal cases. From the LCA with binary and continuous variables, the seven-class solution provided the optimal fit for our data, with the lowest BIC value and a high entropy value. The seven relevant factors that increase the risks of renting price registration drafts are the: (i) number of Non-participant Bodies per tender; (ii) relative item value; (iii) amount of Non-participant Bodies per supplier per tender; (iv) distribution of winners; (v) proportion of approved quantities per item for Non-participant Bodies per tender; and (vi) tender with only Managing Body and Non-participant Bodies. The latent class with a high Non-participant Bodies presence with few suppliers (N=749) was the most salient to be more favorable for the sale of price registration minutes, intended to be carried out in future studies.

Análise de Classe Latente – Agrupamento – Registro de Preços – Fraude - Corrupção
Latent Class Analysis – Clustering – Price Registration – Fraud – Corruption

Indicação da Área ANPEC

Área 5 - Economia do Setor Público

Classificação JEL do trabalho

C38 Classification Methods • Cluster Analysis • Principal Components • Factor Models
C55 Large Data Sets: Modeling and Analysis
D73 Bureaucracy • Administrative Processes in Public Organizations • Corruption

1. Questão de pesquisa

A distorção dos propósitos perseguidos pelo Sistema de Registro de Preços (SRP) e a não observância dos requisitos obrigatórios para a viabilidade dos órgãos não participantes fizeram com que o TCU reavaliasse as regras estabelecidas no Decreto 7.892/2013, considerando os limites de adesão às atas de registro de preços. No entanto, o SRP não afasta toda a possibilidade de fraude ou, no mínimo, o comportamento suspeito visando atender aos interesses das empresas contratadas e não ao interesse público. Um exemplo é a venda de atas de registro de preços utilizadas por órgãos gerenciadores (Ger). Também pode haver um esforço dos fornecedores para convencer a administração a fazer grandes contratos. Outro comportamento anormal é o aluguel de atas de registro de preços. Isso ocorre quando o órgão gerenciador autoriza muitos órgãos não participantes (NP) e contrata um montante insignificante em relação ao valor total das respectivas atas de registro de preços. Essa prática pode desestimular o planejamento adequado das aquisições dos órgãos e abrir a possibilidade de atos ilícitos, especialmente quando o órgão gerenciador autoriza o NP e, posteriormente, o fornecedor aceita a sua adesão. Até o momento, nenhum estudo na literatura quantifica a existência de aluguel de atas de registro de preços ou indica o grau de risco desse tipo de comportamento.

Para o ano de 2019, o valor contratado para 14.635 atas de registro de preços atual foi de R\$ 3,7 bilhões (dados do Painel de Compras do Governo obtidos em 03/06/2021¹). Não há informações sobre o número estimado do aluguel de atas de registro de preços. Ressalta-se que o Comprasnet não detém o universo de atas de registro de preços, pois não contém um número relevante de documentos de Estados e municípios. O aluguel de atas de registro de preços (também conhecido como atas “barriga de aluguel”) pode gerar possibilidades de fraude e danos substanciais ao erário. Embora exista uma percepção dos órgãos de controle da relevância desse problema, este tema é relativamente novo e requer investigação para entender melhor o problema e priorizar recursos humanos, financeiros e tecnológicos para as atividades dos órgãos de controle. Nesse sentido, este estudo investiga se há padrões que sugerem a existência de atas barriga de aluguel a fim de entender como estes perfis latentes são definidos para representar o comportamento nas atas de Registro de Preços com base em um conjunto de variáveis selecionadas. Portanto, investigamos as seguintes hipóteses:

- H₁: Alguns atributos sinalizam potenciais atas barriga de aluguel.
- H₂: É possível identificar clusters de atas de registro de preços com potencial de serem alugadas significativamente diferentes das atas regulares de registro de preços.

2. Metodologia

Utilizamos as abordagens para detectar fraudes e conluios quando há poucos ou nenhum caso de fraude identificado. Nessas situações, quando não temos informações a priori sobre o comportamento investigado, métodos de triagem e abordagens não supervisionadas de aprendizagem de máquina são mais adequados para a análise, sendo que os indicadores considerados podem desencadear investigações preliminares e, posteriormente, até mesmo evidências. Um tipo de análise de fraude no registro de preços que ainda requer uma investigação mais detalhada é o aluguel de atas para órgãos não participantes. Assim, presume-se que existem diferentes agrupamentos (*clusters*) de atas de registro de preços e que um deles (ou talvez até dois ou três) são potencialmente fraudulentos. Nosso estudo considera fraudulenta as atas de registro de preços que foram alugadas a entidades não participantes. Diferentes técnicas podem ser usadas

¹ <http://painelcompras.economia.gov.br/ata-precos>

para a composição dos pesos para cada atributo candidato, incluindo engenharia de recursos (*feature engineering*). A escolha do método adequado de agrupamento em conjuntos de dados heterogêneos é um desafio. Para este estudo, utilizamos uma técnica de análise de *cluster*, a análise de classe latente (*Latent Class Analysis - LCA*), dividindo os dados em muitos grupos com base na análise conjunta dos atributos candidatos.

3. Dados

Utilizamos todas as aquisições realizadas em 2019 com pelo menos um órgão não participante, resultando em 5.554 pregões, 2.288 distintas unidades administrativas de serviços gerais (UASG), 59.264 produtos diferentes, 566 serviços diferentes e 9.543 fornecedores. Foram utilizadas informações de 10 tabelas da Comprasnet, cujos nomes são apresentados abaixo (Tabela 1). O Tribunal de Contas da União (TCU) forneceu as tabelas que, após a limpeza dos dados, resultou em 1.458.938 observações nas quais cada observação corresponde a uma UASG por ata por item. Cabe destacar que uma grande amostra fornece algumas vantagens, como poder estatístico. No entanto, também tem a desvantagem de precisar de grande capacidade computacional para realizar as estimativas.

A estratégia inicial seria utilizar todas as variáveis contínuas na estimativa do modelo LCA. Normalmente, um modelo com variáveis contínuas fornece uma análise mais detalhada do que modelos que usam apenas variáveis binárias. No entanto, estimar modelos utilizando variáveis contínuas leva mais tempo de processamento, o que foi confirmado no presente estudo. O processamento das estimativas usando apenas variáveis contínuas tornou-se muito longo devido à capacidade computacional limitada². Dessa forma, utilizamos algumas variáveis binárias no modelo por variáveis contínuas, selecionadas por meio de seleção de atributos e análise substantiva com os especialistas do TCU.

Tabela 1: bases Comprasnet utilizadas na pesquisa

Nome da base de dados	Descrição do conteúdo
ATASRP_FORNECEDOR	Fornecedores de um item
ATASRP_ITEMATASRP	Itens na ata
ATASRP_ITEMSOLICITACAOADESAO	Solicitações de órgãos não participantes autorizados
ATASRP_LICITACAOSRP	Informações do Sistema de Registro de Preços
ATASRP_OCORRENCIAITEMSOLADESAO	Informações sobre itens
ATASRP_OCORRENCIASOLICITACAOADESAO	Informações sobre itens
ATASRP_RESUMOFORNECEDORITEM	Informações sobre itens e fornecedores
ATASRP_RESUMOASGITEM	Uma visão de aquisições (itens por UASG)
ATASRP_SOLICITACAOADESAO	Solicitações de quantidade por item
IRP_IRPITEM	Informações sobre itens

Fonte: Elaborado pelo autor

Segundo Oberski (2016), a LCA e a Análise de Perfil Latente (*Latent Profile Analysis - LPA*) reconstróem grupos ocultos a partir de dados observacionais. Eles são um tipo de modelo de mistura (*mixture model*). Seja em classes individuais ou perfis pessoais, esses grupos podem ser úteis quando considerados como componentes de mistura latente não observados (Ferguson et al., 2020). O método LPA busca restaurar grupos ocultos com base em variáveis contínuas e a

² 3.1 GHz Quad-Core Intel Core i7, 16 GB 2133 MHz LPDDR3

LCA faz o mesmo com variáveis categóricas. Ambos os métodos não assumem correlação entre as variáveis que antes dependiam da adesão ao grupo (Kubrin et al., 2021). A aplicação da LCA utilizando as variáveis candidatas foi extremamente demorada, mesmo utilizando Mplus, um dos aplicativos econométricos mais robustos para este tipo de análise. Então, criamos por simplicidade indicadores binários de nível de item para reduzir a complexidade e aumentar a convergência do modelo. A Tabela 2 apresenta as estatísticas descritivas das variáveis utilizadas nesta pesquisa.

Tabela 2: Estatísticas Descritivas das Variáveis Candidatas

Variável	Obs	Média	DP*	Min	Max
número de NP por Ata	1,458,938	24.235	19.431	0	83
proporção de quantidade aprovada por item por NP	1,458,938	0.094	2.298	0	1700
proporção da quantidade aprovada por item para NP por ata	1,458,938	1.463	8.551	0	1700
valor relativo do item	1,458,938	0.021	0.070	0	1
ata sem gerenciador (Ger)	1,458,938	0.005	0.070	0	1
ata com apenas Ger e NP	1,458,938	0.330	0.470	0	1
ata sem quantidade para Ger e com NP	1,458,938	0.004	0.066	0	1
quantidade de NP por fornecedor	1,458,938	131.012	153.516	0	948
quantidade de NP por fornecedor por Ata	1,458,938	16.327	18.295	0	83
número de propostas por pregoeiro	1,458,938	8.840	10.865	1	77
valor da oferta relacionada ao comprometimento total	1,458,938	2.283	7.644	0	171.68
valor total aprovado relacionado ao comprometimento total	1,458,938	8.596	18.197	0	171.68
distribuição de vencedores	1,458,938	0.202	0.175	0.001	2
f1: número de NP por Ata	1,458,938	0.023	0.149	0	1
f2: proporção de quantidade aprovada por item por NP	1,458,938	0.047	0.212	0	1
f3: proporção da quantidade aprovada por item para NP por Ata	1,458,938	0.099	0.298	0	1
f4: Valor relativo do item	1,458,938	0.131	0.337	0	1
f5: Ata sem Ger	1,458,938	0.005	0.070	0	1
f6: Ata com apenas Ger e NP	1,458,938	0.330	0.470	0	1
f7: Ata sem quantidade para Ger e com NP	1,458,938	0.004	0.066	0	1
f8: quantidade de NP por fornecedor	1,458,938	0.045	0.206	0	1
f9: quantidade de NP por fornecedor por Ata	1,458,938	0.053	0.224	0	1
f10: número de propostas por pregoeira	1,458,938	0.081	0.272	0	1
f11: valor da licitação referente ao comprometimento total	1,458,938	0.108	0.311	0	1
f12: valor total aprovado referente ao comprometimento total	1,458,938	0.158	0.364	0	1
f13: distribuição dos vencedores	1,458,938	0.046	0.210	0	1

* Desvio Padrão

A utilização do método LCA traz algumas vantagens. Uma característica convincente é que a LCA fornece uma solução de probabilidade de registro para calcular valores do Critério de Informação Bayesiana (BIC). Os pesquisadores podem escolher o melhor modelo com base no BIC de menor valor. Além disso, o BIC oferece penalidades para parâmetros adicionais (Kubrin et al., 2021). Em segundo lugar, o desafio dos algoritmos de *clustering* é a arbitrariedade inerente à estratégia, que começa com uma seleção aleatória de casos de sementes para formar o *cluster*

(Steinley, 2003). Com a abordagem da LCA, selecionar um "caso inicial" é desnecessário para evitar esse problema (Kubrin et al., 2021). Em última análise, se busca obter a melhor solução localmente, não globalmente (Hipp & Bauer, 2006) estimando o modelo várias vezes com diferentes valores de partida aleatórios. Esta abordagem é automatizada no Mplus (Muthen & Muthen, 1998-2017). Finalmente, a abordagem da LCA é conceitualmente atraente porque determina empiricamente classes potenciais com semelhanças com base na medida de interesse (Kubrin et al., 2021).

A distinção entre LCA e LPA é que os grupos são definidos com base nas variáveis observadas. Na LCA, as variáveis observadas são discretas e geralmente seguem o modelo binomial (Masyn, 2013, e Nylund-Gibson & Choi, 2018). No LPA, as variáveis observadas são contínuas e mais aderentes ao modelo gaussiano (Oberski, 2016). A LCA é comumente usada quando é necessário identificar classes latentes a partir de uma amostra, ou uma "regra de ouro" de classificar as pessoas não está prontamente disponível. As classes em LCA são latentes (não observadas) e são estabelecidas sobre as respostas dos indivíduos aos indicadores. Assim, a LCA é uma abordagem "centrada na pessoa" para criar tipologias empiricamente derivadas, diferindo da tradição dominante "centrada na variável" que normalmente requer cortes arbitrários para classificação entre casos individuais (Nylund, Bellmore, Nishina, & Graham, 2007). Nosso estudo combina as duas abordagens (*mixture model*), mas iremos denominar como LCA para simplificação. No entanto, em vez de analisar as pessoas, focamos na análise de entidades públicas. Como método de análise inferencial para o estudo, utilizamos o Mplus 8 (Muthén & Muthén, 1998-2017) com estimativa máxima de probabilidade. A LCA foi utilizada para explorar perfis latentes de órgãos públicos.

Passos da LCA

Em nosso estudo, classificamos as instituições públicas e não as variáveis. Existem etapas gerais no processo da LCA que detalharemos neste estudo. **Passo 1**, como em todas as análises, os dados devem ser limpos para análise e verificados para suposições estatísticas padrão (Osborne, 2012). Como as variáveis brutas são distorcidas, com muitos valores zero, criamos indicadores binários apresentados na Tabela 3. A Tabela 4 apresenta estatísticas adicionais para as variáveis binárias. É possível identificar que a maioria das variáveis são distorcidas, implicando problemas na estimativa dos modelos. No entanto, discutiremos uma alternativa a essa limitação.

Vale esclarecer as implicações da variável f6 porque é costume existir concursos com apenas Ger e NP. Um exemplo típico deste caso são as Centrais de Compras do governo. O Ministério da Economia possui um centro de compras que realiza licitações centralizadas para todo o Governo Federal, proporcionando economias de escala e economia na aquisição de produtos e serviços. Assim, os centros de compras do governo são lícitos e devem ser removidos da análise de comportamentos suspeitos.

O **Passo 2** avalia vários modelos hipotéticos de LCA iterativos, começando com um modelo com uma classe latente e geralmente terminando com um modelo que estima um ótimo número de classes latentes. Desta forma, o modelo 1 foi estimado com apenas uma classe latente, modelo 2 com duas classes latentes, até o modelo 7, com sete perfis.

Tabela 3: Indicadores binários

	Variável	Significado	Intuição
f1	número de órgãos não participantes (NP) por ata	1 se a cerca interna superior (UIF) e 0 de outra forma	atas com muitos NP são mais propensos a ter fraudes. Licitações sem NP não possuem esse tipo de fraude
f2	proporção de quantidade aprovada por item por NP	1 se a cerca interna superior (UIF) e 0 de outra forma	o montante não pode exceder 50% de acordo com o art. 22 § 3º do Decreto nº 7.892/2013. Licitações com alto valor aprovado para NP têm maior probabilidade de fraude
f3	proporção da quantidade aprovada por item para NP por ata	1 se a cerca interna superior (UIF) e 0 de outra forma	valor não pode ser mais do que o dobro (2) pelo art. 22 § 3º do Decreto nº 7.892/2013
f4	valor relativo do item	1 se a cerca interna superior (UIF) e 0 de outra forma	Razão entre o valor do item e o valor do concurso. Ela pode ser tratada como uma <i>proxy</i> para o quão caro o item se tornou. Valores mais altos indicam maiores riscos de conluio
f5	ata sem órgão gerenciador (Ger)	1 se licitação sem Ger e 0 caso contrário	licitações sem órgão gerenciador (Ger) têm maiores chances de fraude
f6	ata com apenas Ger e NP	1 se for macio com apenas Ger e NP e 0 de outra forma	licitações com apenas Ger e NP têm maiores chances de fraude
f7	ata sem quantidade para Ger e com NP	1 se licitação sem quantidade para Ger e com NP e 0 caso contrário	licitações sem quantidade para Ger e com NP têm maiores chances de fraude
f8	quantidade de NP por fornecedor	1 se a cerca interna superior (UIF) e 0 de outra forma	fornecedores com muitos NP são mais propensos a fraudes
f9	quantidade de NPB por fornecedor por ata	1 se a cerca interna superior (UIF) e 0 de outra forma	fornecedores com muitos NP são mais propensos a fraudes
f10	número de propostas por pregoeiro	1 se a cerca interna superior (UIF) e 0 de outra forma	maior número de propostas por pregoeiro poderia sinalizar um <i>outlier</i>
f11	valor da oferta relacionada ao comprometimento total	1 se a cerca interna superior (UIF) e 0 de outra forma	alto valor poderia sinalizar um <i>outlier</i>
f12	valor total aprovado relacionado ao comprometimento total	1 se a cerca interna superior (UIF) e 0 de outra forma	alto valor poderia sinalizar um <i>outlier</i>
f13	distribuição de vencedores	1 se a cerca interna superior (UIF) e 0 de outra forma	caracteriza a distribuição de itens entre fornecedores. Quanto menor a relação entre o número de fornecedores diferentes (nV) e o número de itens (iC) em uma licitação, maior a concentração de mercado e a possibilidade de favorecer um determinado fornecedor

O **Passo 3** envolve avaliar modelos para identificar ajuste de modelo e interpretabilidade. O desafio para o LPA é determinar o número de perfis nos dados (Morin et al., 2016). Hayton et al. (2004) enfatizam que poucos fatores podem distorcer o carregamento de fatores, levando a uma solução combinada de fatores comuns, ocultando a solução do fator correto. Testes estatísticos e

indicadores estão disponíveis para facilitar essa decisão (McLachlan & Peel, 2000): Critério de Informação de Akaike (AIC). Critério de Informação Bayesiana (BIC); AIC consistente (CAIC); BIC Ajustado da Amostra (SABIC); Teste de Razão de Probabilidade (Lo, Mendell & Rubin, 2001); e *Bootstrap Likelihood Ratio Test* (BLRT). No geral, quanto menor os valores AIC, CAIC, BIC e SABIC, melhor será o ajuste do modelo. Tanto LMR quanto BLRT são testes que comparam o modelo de *k-perfis* com o modelo de perfil *k-1*. Um valor *p* significativo indica que o modelo de perfil *k-1* deve ser rejeitado, e o modelo de perfil *k* deve ser preferido. Estudos de simulação mostram que CAIC, BIC, SABIC e BLRT são particularmente eficazes na escolha de um modelo que melhor reflita os verdadeiros parâmetros da amostra e o AIC apresenta limitações (Henson, Reise e Kim, 2007; McLachlan & Peel, 2000; Nylund, Asparouhov, & Muthén, 2007; Peugh & Fan, 2015; Tein, Coxe, & Cham, 2013; Tofighi & Enders, 2008; Tolvanen, 2007). Por essa razão, o AIC é relatado apenas para garantir a divulgação completa dos resultados, mas não foi utilizado neste estudo. Morin et al. (2015) alertam que BIC e CAIC tendem a subestimar o número real de perfis e que o SABIC e BLRT tendem a superestimá-los se os indicadores recomendados não identificarem o modelo ideal.

Tabela 4: Estatísticas descritivas dos indicadores binários

Variável/ Tamanho da amostra	Média/ Variância	Skewness/ Kurtosis	Mínimo/ Máximo	Mediana
f1: número de NP por ata	0.023	6.417	0	0
1458938	0.022	39.175	1	
f2: proporção de quantidade aprovada por item por NP	0.047	4.26	0	0
1458938	0.045	16.15	1	
f3: proporção da quantidade aprovada por item para NP por ata	0.099	2.69	0	0
1458938	0.089	5.236	1	
f4: valor relativo do item	0.131	2.188	0	0
1458938	0.114	2.789	1	
f5: ata sem Ger	0.005	14.186	0	0
1458938	0.005	199.252	1	
f6: ata com apenas Ger e NP	0.33	0.723	0	0
1458938	0.221	-1.478	1	
f7: ata sem quantidade para Ger e com NP	0.004	15.096	0	0
1458938	0.004	225.886	1	
f8: quantidade de NP por fornecedor	0.045	4.411	0	0
1458938	0.043	17.455	1	
f9: quantidade de NP por fornecedor por ata	0.053	4	0	0
1458938	0.05	14	1	
f10: número de propostas por pregoeiro	0.081	3.08	0	0
1458938	0.074	7.486	1	
f11: valor da licitação referente ao comprometimento total	0.108	2.519	0	0
1458938	0.097	4.346	1	

f12: valor total aprovado referente ao comprometimento total		0.158	1.879	0	0
	1458938	0.133	1.532	1	
f13: distribuição dos vencedores		0.046	4.315	0	0
	1458938	0.044	16.617	1	

Como todos esses testes são variações de testes de significância estatística, o processo de enumeração da classe pode ser significativamente afetado pelo tamanho da amostra (Marsh et al., 2009). Ou seja, mesmo quando dada uma amostra suficientemente grande, esses indicadores adicionam perfis latentes ao modelo sem atingir o ponto mínimo (CAIC, BIC, SABIC) ou significância estatística (LMR, BLRT). Nesses casos, o critério de informação deve ser representado graficamente por um "gráfico de cotovelo" mostrando os ganhos associados ao perfil adicional (Morin et al., 2011; Morin & Marsh, 2015; Petras & Masyn, 2010). Nestes gráficos, o ponto onde a inclinação achata indica o número ideal de perfis nos dados. Dois critérios críticos adicionais utilizados nesta decisão são (a) significado relacionado ao conteúdo e concordância teórica do perfil (Marsh et al., 2009; Muthén, 2003) e (b) solução estatística. Por fim, também é reportada a entropia, que não deve ser usada para determinar o número ideal de perfis (Lubke & Muthén, 2007), mas fornece um valioso resumo da precisão da classificação. A entropia varia de 0 a 1, com valores mais elevados indicando menos erros de classificação.

Na **Etapa 4** da LCA, o modelo retido é interpretado examinando os padrões dos perfis e os pesos das variáveis incluídas em cada perfil, conforme apresentado na próxima seção.

4. Resultados

Para identificar empiricamente o número ideal de classes, estimamos uma série de modelos de LCA com números sequencialmente mais significativos de classes especificadas (por exemplo, solução de três classes, quatro classes, cinco classes, etc.) e valores BIC modelo comparados, bem como as características substantivas da solução. Atualmente, os pesquisadores utilizam uma combinação de critérios para orientar suas decisões sobre o número de classes em modelagem de mistura (Nylund et al., 2007), dentre eles o AIC (Akaike, 1987) e o BIC (Schwartz, 1978) em conjunto com a teoria substantiva. Nylund et al. (2007) argumentam que o BIC ajustado (Sclove, 1987) é superior a outras estatísticas de critérios de informação para modelos LCA, mas também recomendam o uso do BIC como um bom indicador para a enumeração de classe (Collins et al., 1993; Hagenaars & McCutcheon, 2002; Magidson & Vermunt, 2004). Por essas razões, consideramos a BIC como parâmetro de decisão.

Atribuir nomes ou rótulos para os perfis com base nas diferenças observadas nas variáveis incluídas pode auxiliar na interpretação dos resultados. No entanto, é necessário cautela em dar nomes para evitar uma falácia de nomeação, sugerindo que o rótulo atribuído a um perfil é correto e claramente compreendido, ou um erro de reificação que representa uma construção real (Kline, 2011; Masyn, 2013).

Para se chegar no modelo apresentado, aplicamos a seleção de recursos usando o ganho de informações por meio do Weka, considerado um poderoso software de mineração de dados com múltiplos algoritmos de agrupamento e seleção de recursos. No entanto, o Weka não suporta grandes conjuntos de dados porque só suporta execução sequencial em um único nó. Assim, o tamanho dos conjuntos de dados e tarefas de processamento que o Weka pode lidar dentro de seu ambiente existente é limitado pela quantidade de memória em um único nó e execução sequencial (Parmar et al., 2017). Desta forma, extraímos uma subamostra de 1,5% dos dados para aplicar a

seleção de recursos, resultando em uma lista de 3 variáveis para usar: número de órgãos não participantes por Ata (f1); a proporção da quantidade aprovada por item para NP por Ata (f3); e quantidade de NP por fornecedor por Ata (f9). Em seguida, aplicamos análise substantiva para incluir as variáveis item valor relativo (f4), Ata com apenas Ger e NP (f6), e distribuição de vencedores (f13). Para equilibrar os benefícios de uma grande amostra com as limitações de poder computacional nesta pesquisa, criamos *Z-scores*³ para as variáveis f1, f4, f9 e f13. O uso de pontuações *z* padronizadas facilita a interpretação. Um valor de zero representa o valor médio entre as medidas. Em contrapartida, valores positivos indicam valores superiores à média grandiosa, e valores negativos indicam valores inferiores à média grandiosa. Como resultado, a análise a seguir é focada na LCA com variáveis binárias e contínuas. As variáveis binárias são f3 e f6 e as variáveis contínuas estão apresentadas na Tabela 5, com suas respectivas estatísticas descritivas.

Tabela 5: Variáveis pontuadas em Z Estatísticas Descritivas

Variável/ Tamanho da amostra	Média/ Variação	Especto/ Curtose	Mínimo/ Máximo	% com Min/Max	20% /60%	Percentis 40%/80%	Mediana
número de NP por Ata (zf1)	0	0.978	-1.247	0.0012	0.887	-0.475	-0.269
14566	1.013	0.16	3.024	0.0028	0.064	0.863	
valor relativo do item (zf4)	-0.004	0.893	-1.276	0.0172	0.936	-0.473	-0.203
14566	0.996	0.367	3.69	0.0008	0.091	0.82	
quantidade de NP por fornecedor por Ata (zf9)	-0.016	1.42	-0.892	0.202	0.892	-0.564	-0.4
14566	1.004	1.397	3.644	0.0008	0.127	0.693	
distribuição de vencedores (zf13)	0.001	1.454	-1.15	0.001	0.796	-0.494	-0.296
14566	1.005	2.594	10.291	0.0001	-0.1	0.752	

A LCA sugere que a solução de sete classes forneceu o ajuste ideal para nossos dados (Tabela 6), apresentando o menor valor BIC e um alto valor de entropia (implicando que o modelo é relativamente bom em colocar cada unidade em uma classe latente particular). Os valores AIC e SABIC também fornecem evidências de um bom ajuste, porém os testes LMR e BLRT sugerem uma solução de seis classes. No entanto, como a maioria dos pesquisadores usa o valor do BIC como o teste estatístico de ajuste primário, seguiremos essa estratégia. O modelo com uma solução de oito classes não convergiu, e não foi reportado⁴. Uma descrição mais detalhada das classes está prevista na Tabela 7, que apresenta a média de *Z-scores* para cada subamostra de classe e, para fins comparativos, para a amostra geral. Os *Z-scores* padronizados dão uma noção relativa de cada medida. Conforme mostrado na Figura 1, que acompanha a Tabela 7, as sete classes apresentaram padrões variados em todo o espectro de Registro de Preços.

³ Calculamos os *z-scores* usando a fórmula: $[(class\ mean(var) - grand\ mean(var)) / grand\ standard\ deviation(var)]$

⁴ O Mplus informou o aviso: 281 execuções de valor inicial perturbadas não convergiram nas otimizações da etapa inicial. Os valores de *loglikelihood* da fase final tem maxima locais, sementes e números iniciais de início do estágio: 200 execuções de valor inicial perturbadas não convergiram ou foram rejeitadas na terceira etapa. A estimativa do modelo não terminar normalmente devido a um erro no cálculo. Altere seu modelo e/ou valores de partida.

Tabela 6: Resumo do modelo LCA misto

M	Probabilidade de registro	AIC	BIC	SABIC	Entropia	Menor classe
1	-96707.703	193435.405	193511.27	193479.49	-	-
2	-85534.01	171110.02	171269.335	171202.60	0.81	0.474
3	-81191.326	162446.652	162689.418	162587.73	0.83	0.260
4	-77842.622	155771.244	156097.461	155960.81	0.82	0.200
5	-76689.97	153487.939	153897.607	153726.00	0.81	0.106
6	-75583.516	151297.032	151790.151	151583.59	0.80	0.062
7	-74988.198	150128.396	150704.966	150463.45	0.81	0.051

M	Valor p LMR	LMR significado	BLRT p-valor	BLRT significado	Tempo decorrido
1	-	-	-	-	0:00:03
2	<0.001	2>1	<0.001	2>1	0:02:35
3	0.015	3>2	0.0154	3>2	0:03:38
4	<0.001	4>3	<0.001	4>3	0:04:39
5	0.004	5>4	0.004	5>4	0:09:06
6	<0.001	6>5	<0.001	6>5	0:09:43
7	0.4361	7<6	0.4384	7<6	0:09:26

Após a aplicação dos algoritmos de *clustering* nos indicadores, consultamos especialistas do TCU para analisar os resultados. Esta análise foi realizada subjetivamente com base nos aspectos que podem levar a um ambiente mais favorável à presença de atas barriga de aluguel. As descrições para cada um dos agrupamentos são apresentadas a seguir.

A classe com *presença muito baixa de NP com poucos fornecedores* (N=2718) é caracterizada por órgãos governamentais que participaram de Atas de Registro de Preços com baixo número de NP (zf1), baixo valor de NP por fornecedor (zf9) e baixa distribuição de vencedores (zf13). Lembre-se que uma baixa distribuição de vencedores é equivalente a uma alta concentração deles. Nesse sentido, o indicador zf13 sinaliza a concentração de mercado. Esta classe tem um valor relativo de item (zf4) em torno da média geral e não parece ser um grupo suspeito de ocorrência de atas barriga de aluguel.

A classe com *baixa presença de NP com poucos fornecedores* (N=4106) é parecida com a classe anterior em termos de polaridade das variáveis, mas com valores menos extremos. Embora essa classe seja composta por órgãos públicos que lidam com poucos fornecedores, também possui poucos NP, não caracterizando um ambiente propício à ocorrência de atas barriga de aluguel.

A classe com *baixa presença de NP e vários fornecedores* (N=2230) tem um baixo número de NP (zf1) e uma baixa quantidade de NP por fornecedor (zf9). O alto valor relativo do item (zf4) pode indicar atas com menor quantidade de itens. Essa classe também possui uma ampla distribuição de fornecedores. Essas características nos levam a considerar esse grupo com uma natureza mais competitiva.

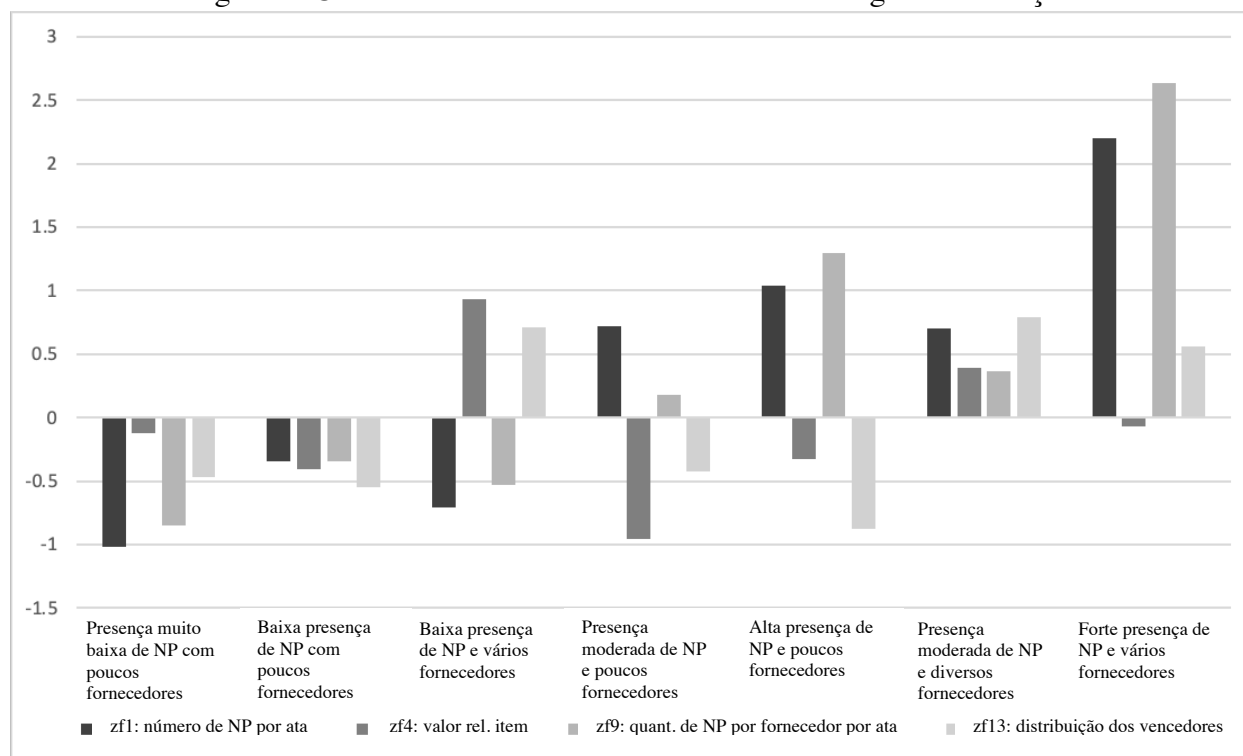
A classe com *presença moderada de NP e poucos fornecedores* (N=1222) representa órgãos que aderem às atas de registro de preços que possuem alta quantidade de NP (zf1) e baixa distribuição de vencedores (zf13), o que significa alta concentração de fornecedores. Além disso,

o valor relativo do item (zf4) também é o menor entre as sete classes. Este parece-nos ser uma das classes com potencial para comportamentos suspeitos.

Tabela 7: Média dos Z-scores do modelo LCA

Variáveis	<i>Presença muito baixa de NP com poucos fornecedores</i>	<i>Baixa presença de NP com poucos fornecedores</i>	<i>Baixa presença de NP e vários fornecedores</i>	<i>Presença moderada de NP e poucos fornecedores</i>	<i>Alta presença de NP e poucos fornecedores</i>	<i>Presença moderada de NP e diversos fornecedores</i>	<i>Forte presença de NP e vários fornecedores</i>
zf1: número de NP por ata	-1.014	-0.345	-0.71	0.724	1.042	0.702	2.2
zf4: valor relativo do item	-0.124	-0.407	0.931	-0.957	-0.326	0.396	-0.065
zf9: quantidade de NP por fornecedor por ata	-0.847	-0.34	-0.531	0.183	1.294	0.369	2.631
zf13: distribuição dos vencedores	-0.468	-0.543	0.715	-0.42	-0.873	0.791	0.565
Tamanho da amostra	N=2718 18.7%	N=4106 28.2%	N=2230 15.3%	N=1222 8.4%	N=749 5.1%	N=2647 18.2%	N=894 6.1%

Figura 1: Classes estimadas com base nas Atas de Registro de Preços



Nota. Eixo Y apresentado em unidades de desvio padrão.

A classe com *alta presença de NP e poucos fornecedores* (N=749) tem uma alta quantidade de NP (zf1) e NP por fornecedor (zf9) e é a classe com maior concentração de fornecedores (zf13). O valor relativo do item (zf4) é baixo. A composição dos indicadores nessa classe nos leva a crer ser mais favorável para a ocorrência de atas barriga de aluguel. É um ambiente com vários NP, poucos fornecedores e com muitos itens por ata. Esta classe é a mais proeminente a ser considerada para análise posterior de atividades suspeitas.

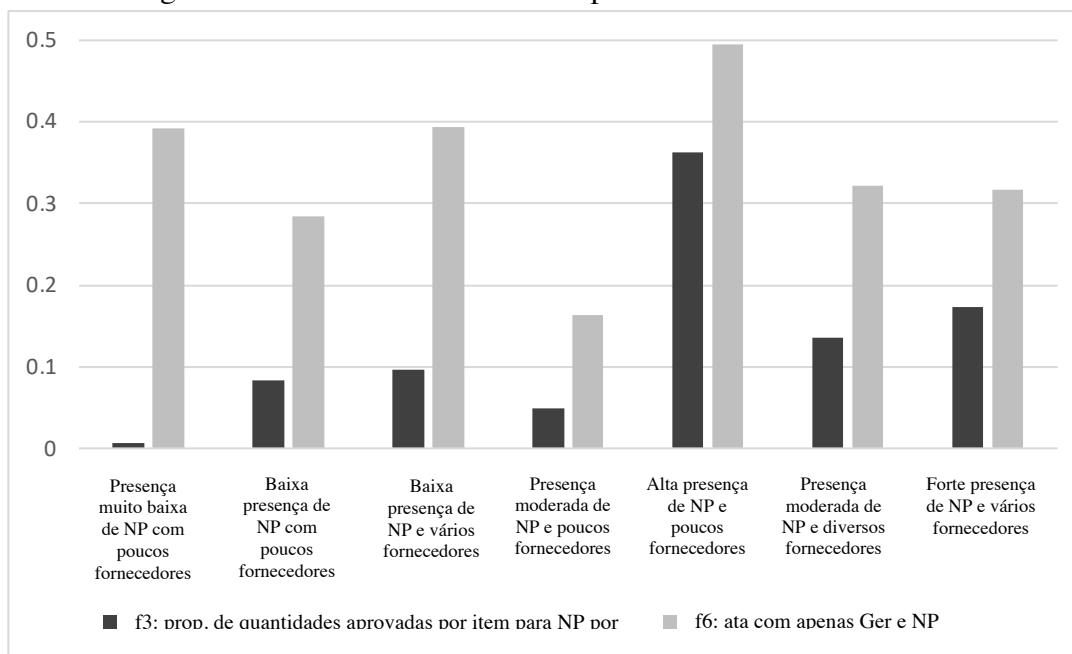
A classe com *presença moderada de NP e diversos fornecedores* (N=2647) possui todos os indicadores com polaridade positiva, indicando que é composta por organizações que participam de licitações com presença considerável de NP, relativamente poucos itens e uma diversificação de fornecedores. Esses elementos nos levam a descartar essa classe como foco de nossa análise do ambiente mais favorável para a ocorrência de atas barriga de aluguel.

Finalmente, para a classe com *forte presença de NP e vários fornecedores* (N=894), há maior participação de NP e grande quantidade de NP por fornecedor, que é compensada pela maior distribuição de fornecedores. A princípio, essa classe não seria a primeira da lista a ser analisada em casos suspeitos.

Considerando as variáveis binárias no modelo (f3: proporção de quantidades aprovadas por item para NP por ata e f6: ata com apenas Ger e NP), o objetivo é focar na comparação relativa (figura 2). A classe com *alta presença de NP e poucos fornecedores* têm uma probabilidade muito maior de ambas as variáveis do que as demais classes. Esse resultado sustenta a identificação desses indicadores como importante na análise de casos suspeitos. O indicador f3 reflete o descumprimento das disposições do artigo 22. § 4º, Decreto 7892/2013:⁵

§ 4º O instrumento convocatório preverá que o quantitativo decorrente das adesões à ata de registro de preços não poderá exceder, na totalidade, ao dobro do quantitativo de cada item registrado na ata de registro de preços para o órgão gerenciador e para os órgãos participantes, independentemente do número de órgãos não participantes que aderirem.

Figura 2: Probabilidades estimadas para variáveis binárias = 1



A variável atas com apenas Ger e NP (f6) é o principal elemento que caracteriza um ambiente propício à ocorrência de atas barriga de aluguel. Assim, esse indicador reforça ainda mais o grau de risco dessa classe.

⁵ http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2011-2014/2013/decreto/d7892.htm

5. Limitações

Os resultados devem ser interpretados no contexto das limitações do estudo. A principal limitação deste estudo é a falta de uma variável de resultado. Especialistas do TCU afirmam que essa prática fraudulenta de atas barriga de aluguel pode resultar em milhões de prejuízos aos cofres públicos. Além disso, há o alto custo de oportunidade de não utilizar esses recursos em programas e políticas públicas que atendam às necessidades críticas da população, como saúde, educação e segurança pública.

Uma possibilidade de melhorar o modelo para permitir a análise de regressão seria identificar *proxies* para atas barriga de aluguel. Um possível *proxy* seria a detecção de atas barriga de aluguel em nível estadual ou municipal. Em 2019, a mídia noticiou que a prefeitura de Caravelas copiou licitação da cidade de Marataízes para servir de barriga de aluguel para empresa ligada a políticos capixabas⁶. Outra possibilidade seria identificar atas que tiveram a participação de NP e apresentaram alguma irregularidade relacionada aos preços contratados ou à prática de conluio, já que a concentração de mercado e os preços altos podem incentivar a presença de atas barriga de aluguel. Sendo possível identificar uma *proxy*, poderíamos estimar modelos de regressão binomial, incluindo as classes latentes como covariáveis nesses modelos. A segunda limitação é que os dados são transversais, limitando nossa compreensão temporal de como essas UASGs evoluem. Estudos futuros devem utilizar uma abordagem centrada na UASG em outros ambientes onde a trajetória de longo prazo da participação em atas de registro de preços pode produzir diferenças nas classes latentes detectadas. Outro ponto a destacar é o nosso escopo em analisar atas com pelo menos um NP. Mesmo com essa limitação de escopo, os dados foram compostos por 1.458.938 observações, nas quais cada observação corresponde a uma UASG por ata por item. Esta grande amostra fornece algumas vantagens, como poder estatístico. No entanto, também tem a desvantagem de necessitar de poder computacional para as estimativas.

É importante também considerar a distinção entre erros de predição falso-positivo e falso-negativo. O resultado falso-positivo significa que o algoritmo marca uma ata como problemática, embora não tenha ocorrido ata barriga de aluguel. Do ponto de vista de órgão de auditoria e controle, isso pode levar a investigações injustificadas e parece ser o pior cenário. Em contrapartida, um falso-negativo significa que o método não marcará a licitação como fraudulenta, mesmo que ocorra a ata barriga de aluguel. Técnicas com muitos resultados falso-negativos não parecem valer a pena ser implementadas devido à sua falta de capacidade estatística para detectar esse tipo de fraude, por isso o falso-negativo não é desejável. Portanto, um método atraente para os órgãos de controle deve ter um desempenho falso-positivo e falso-positivo equilibrado com desempenho geral aceitável fora da amostra.

Cabe destacar também que a classificação correta não é garantida e as atribuições de classes são baseadas em probabilidades, por isso não é possível determinar o número exato ou porcentagem dos membros da amostra em cada classe. Além disso, os pesquisadores normalmente atribuem nomes a classes identificadas. Devido à complexidade da classe, é possível se engajar erroneamente em uma "falácia de nomeação" onde o nome da classe não reflete com precisão a adesão da classe (Weller et al., 2020). Outra limitação deve-se ao fato de não haver garantia de que diferentes estratégias produzirão resultados semelhantes se os algoritmos de *clustering* disponíveis forem diferentes. Utilizamos uma técnica popular com propriedades desejáveis, mas

⁶ <https://www.zerohoraneews.com.br/noticia/3025/barriga-de-aluguel-prefeitura-de-caravelas-copiou-licitacao-da-cidade-de-marataizes-para-favorecer-empresarios-e-politicos-capixaba-em-esquema-de-venda-de-atas>

devemos ter em mente a relativa ambiguidade de todos os métodos de agrupamento. Finalmente, a falta de teoria e pesquisa de atas barriga de aluguel nos levou a usar a experiência do TCU e teorias indiretamente correlacionadas (como a formação de cartéis) para construir o modelo.

6. Conclusões e implicações para política pública

Esse tipo de pesquisa tem potencial de alto impacto público, pois poderia ser utilizada em outros setores no Brasil e poderia ser adaptada para outros países, permitindo que os governos evitassem a perda de recursos públicos destinados a outros projetos. Em vez de apenas publicar informações sobre compras públicas em formato aberto, os tomadores de decisão poderiam dar um passo para adotar padrões internacionais para compras públicas e implementar um portal de *e-procurement* totalmente digital e automatizado nos moldes da Coreia do Sul, Filipinas e Cingapura, dentre outros (Argüello & Ziff, 2019). Parece que o governo brasileiro está seguindo essa estratégia.

O sistema de compras públicas contém procedimentos vitais, documentos padrão, regras e o arcabouço legal correspondente (Dello & Yoshida, 2017). Herrera Murillo (2019) defende a obtenção de uma adoção uniforme de termos, idiomas e fases de compras públicas. Podemos ver que os documentos para os processos de aquisição no Brasil não são totalmente padronizados. Isso gere desafios adicionais para detectar fraudes.

Outra extensão significativa de um sistema de compras públicas é o módulo de gestão de contratos, pois permite controlar a qualidade e produtividade do trabalho. Os dados históricos gerados poderiam, então, melhorar as escolhas dos futuros fornecedores (Dello & Yoshida, 2017). Nesse caso, o governo brasileiro precisa fortalecer seu Sistema para incorporar, por exemplo, todas as propostas de licitação no quadro de dados.

Também é evidente que há muito espaço para uma melhor cooperação intersetorial, dados mais precisos e melhor uso dos dados disponíveis entre os países e entre os três níveis de governo em cada país. Argüello e Ziff (2019) afirmam que esses tipos de parcerias podem acelerar o dimensionamento de programas de testes eficazes. Além disso, aplicativos de tecnologia civil e plataformas centrais frequentemente publicam dados do governo de forma transparente, mas em escala limitada. Um desafio significativo é criar laços mais profundos entre organizações da sociedade civil que coletam, extraem e publicam dados governamentais para detectar corrupção e órgãos governamentais - regulatórios, legais ou judiciais - para apoiar a troca de informações e melhores práticas (Argüello & Ziff, 2019).

Outra possibilidade seria identificar conjuntos de dados cruzados consistentes. No entanto, a qualidade dos dados governamentais ainda varia enormemente, contendo muitas vezes dados incompletos, inverificáveis, ilegíveis, desagregados ou desatualizados. Em geral, há muitas lacunas nas informações regionais. Adicionalmente, mesmo quando as informações de compras públicas se tornam publicamente disponíveis, elas podem estar espalhadas por vários bancos de dados, dificultando a referência e a detecção de corrupção ou sinais de crime. A falta de transparência nas compras públicas é reforçada pelos "compradores de acessibilidade" ou adições de mudanças incluídas durante a renegociação de contratos que podem abrir vulnerabilidades à corrupção. Além disso, em muitos países, essas mudanças não estão sujeitas aos mesmos requisitos de transparência do processo e contratos originais de aquisição (Argüello & Ziff, 2019).

Outra oportunidade de melhoria seria a publicação de dados com um objetivo claro de combate à corrupção. A estratégia de comunicação e a concepção dos portais públicos devem ser desenvolvidas considerando a necessidade da sociedade de acessar, interpretar e avaliar informações sobre compras públicas de forma fácil. Os órgãos governamentais também poderiam

ter um ponto de contato claro para tratar de indicadores de tecnologia e promover práticas de transparência.

O objetivo deste estudo tem sido desafiar a abordagem centrada nas variáveis para estudar atividades suspeitas de atas barriga de aluguel no contexto das compras públicas no Brasil. Apesar da ausência de casos concretos processados pelo TCU, o órgão de controle afirma que uma linha de investigação para identificar comportamentos suspeitos poderia gerar uma economia sem precedentes de recursos na espera pública.

Aqui adotamos uma abordagem "centrada na UASG". Coletivamente, os achados revelam uma ampla gama de tipos de UASG com diferentes nuances na estrutura de registro de preços, o que ressalta a importância de tratar os pregões de forma holística. Aplicamos a engenharia de recursos (*feature engineering*) para identificar as variáveis mais relevantes e rodar um modelo misto de LCA com quatro indicadores contínuos e dois binários. A LCA sugere que a solução de sete classes forneceu o ajuste ideal. Os achados ressaltam conclusões mais amplas que servem como pontos de partida para estudos mais proeminentes.

A classe com *alta presença de NP e poucos fornecedores* (N=749) tem uma alta quantidade de NP (zf1) e NP por fornecedor (zf9) e é a classe com maior concentração de fornecedores (zf13). O valor relativo do item (zf4) é baixo. A composição dos indicadores nessa classe nos leva a crer ser mais favorável para a ocorrência de atas barriga de aluguel. É um ambiente com vários NP, poucos fornecedores e com muitos itens por ata. Esta classe é a mais proeminente a ser considerada para análise posterior de atividades suspeitas.

Considerando a dificuldade em obter casos identificados e julgados de atas barriga de aluguel e a falta de estudos específicos nessa área, o uso da LCA trouxe a possibilidade de identificar algumas características que possam sugerir ou direcionar os esforços dos órgãos de controle na identificação de casos ilegais. Utilizando o modelo LCA, foram identificadas 749 observações com atributos suspeitos para análise posterior, destinadas a serem realizadas em estudos futuros.

Também foi possível identificar erros nas bases de dados relatadas ao TCU para correção durante a pesquisa, além da construção de um painel dinâmico baseado em indicadores binários utilizados pelo TCU. Outro resultado prático desta pesquisa é o interesse do TCU em incorporar parte dos indicadores estabelecidos neste projeto, particularmente a proporção de quantidade aprovada por item por NP (f2) e a proporção do valor aprovado por item para NP por ata (f3) nas faixas do Sistema de Notificação Pública e Análise de Licitações (Alice). Esse sistema de inteligência artificial escaneia editais públicos para licitação na busca de irregularidades.

Este estudo tem como objetivo utilizar técnicas estatísticas e de aprendizagem de máquina para sinalizar atas com potencial para fraudes. Fornecemos ao TCU uma lista detalhada de propostas suspeitas com potencial para serem problemáticas. Esta lista não é apresentada neste estudo para garantir a confidencialidade das informações. Esperamos que os resultados desta pesquisa beneficiem os órgãos públicos. Considerando a parceria com o TCU, esperamos que a instituição se beneficie da realização deste projeto por meio da identificação de:

- formas preventivas para o TCU agir;
- grupos com potencial mais significativo de ocorrência de atas barriga de aluguel para ação do TCU;
- padrões de ocorrência de atas barriga de aluguel por órgão, fornecedor, produto e serviço;
- comportamento sistemático de atas barriga de aluguel;
- melhorias na qualidade dos procedimentos de compras públicas;

- novas percepções sobre as compras públicas;
- novas tipologias e classificações específicas para o sistema Alice;
- novas bases de dados a serem adicionadas aos sistemas do TCU; e
- oportunidades de melhoria na alocação de recursos financeiros, tecnológicos e humanos do TCU.

Para finalizar, reconhecemos que os modelos apresentados não são perfeitos, mas fornecem uma direção sobre quais atas investigar. Embora seja difícil gerenciar grandes quantidades de dados, a análise de dados apresenta resultados promissores (Singh et al., 2019). A análise de dados pode testar transações, manter a qualidade da auditoria, detectar fraudes de forma mais eficaz (Earley, 2015) e criar novas formas de evidência de auditoria. O sistema de fraude está em constante mudança e é dinâmico. Portanto, novas regras devem ser desenvolvidas continuamente para monitorar novas tentativas de fraude. Nesses cenários, uma abordagem baseada em classificação é essencial para identificar transações anômalas pois nem sempre é possível confiar em uma abordagem baseada em regras. Portanto, é urgente a necessidade de adotar uma abordagem baseada em classificação para rastrear transações anormais ou fraudulentas sem regras (Singh et al., 2019).

Pesquisas futuras poderiam se concentrar na aplicação da abordagem centrada na UASG para iniciar uma nova agenda de pesquisa que possa ajudar os órgãos públicos a aprimorar a vigilância de atividades suspeitas de atas barriga de aluguel. Nossos resultados destacam que tal abordagem pode fornecer *insights* não aparentes na abordagem mais comum centrada em variáveis.

Referências

- Akaike, H. (1987). Análise de fatores e AIC. *Psychometrika*, 52, 317-332.
- Argüello, M. F. P., & Ziff, T. (2019). *Hacking Corruption: Ferramentas tecnológicas para combater o enxerto nas Américas*. Washington, D.C.: Diálogo Interamericano e o Conselho Atlântico dos Estados Unidos.
- Collins, L.M., Fidler, P. L., Wugalter, S. E., & Long, J. D. (1993). Teste de bondade de ajuste para modelos de classe latentes. *Pesquisa Comportamental Multivariada*, 28, 375-389.
- Dello, A., & Yoshida, C. (2017). Concursos online e avaliação para compras públicas na Tanzânia. 18ª Conferência Internacional IEEE/ACIS sobre Engenharia de Software, Inteligência Artificial, Networking e Computação Paralela/Distribuída (SNPD), Kanazawa, pp. 137-141, DOI: 10.1109/SNPD.2017.8022713.
- Earley, C. E. (2015). Análise de dados na auditoria: Oportunidades e desafios. *Business Horizons*, 58, 493-500.
- Ferguson, S.L., G. Moore, E. W., & Hull, D.M. (2020). Encontrar grupos latentes em dados observados: Uma cartilha sobre análise de perfil latente no Mplus para pesquisadores aplicados. *International Journal of Behavioral Development*, 44(5), 458-468. <https://doi.org/10.1177/0165025419881721>
- Hagenaars, J., & McCutcheon, A. (Eds.). (2002). *Modelos de análise de classe latente aplicados*. Nova Iorque: Cambridge University Press.
- Hayton, J.C., Allen, D.G., & Scarpello, V. (2004). Decisões de retenção de fatores na análise de fatores exploratórios: Um tutorial sobre análises paralelas. *Métodos de Pesquisa Organizacional*, 7(2), 191-205. <https://doi.org/10.1177/1094428104263675>.
- Henson, J.M., Reise, S. P., & Kim, K. H. (2007). Detectando misturas a partir de diferenças estruturais do modelo de mistura variável usando modelagem de mistura

- variável latente: Uma comparação das estatísticas relativas de ajuste do modelo. *Modelagem de Equação Estrutural*, 14, 202-226.
- Herrera Murillo, D. J. (2019). Utilização da análise de redes sociais em dados de contratação aberta para detectar riscos de corrupção e conluio. Universidade de Tecnologia de Eindhoven. Setembro.
- Hipp, J. R., & Bauer, D. J. (2006). Soluções locais na estimativa de modelos de mistura de crescimento. *Métodos Psicológicos*, 11, 36-53.
- Kubrin, C. E., Branic, N., & Hipp, J. R. (2021). (Re)conceituar a Ecologia de Vizinhança na Teoria da Desorganização Social: De uma Abordagem Centrada em Variáveis a uma Abordagem Centrada no Bairro. *Crime & Delinquência*. <https://doi.org/10.1177/00111287211041527>
- Lo, Y., Mendell, N., & Rubin, D. (2001). Testando o número de componentes em uma mistura normal. *Biometrika*, 88, 767-778.
- Lubke, G., & Muthén, B. O. (2007). Desempenho dos modelos de mistura de fatores em função do tamanho do modelo, efeitos de medida de critério e parâmetros específicos da classe. *Modelagem da Equação Estrutural*, 14, 26-47.
- Magidson, J., & Vermunt, J. (2004). Modelos de classe latentes. Em D. Kaplan (Ed.), *Manual da metodologia quantitativa para as ciências sociais* (pp. 175-198). Newbury Park, CA: Sage.
- Marsh, H. W., Lüdtke, O., Trautwein, U., & Morin, A. J. S. (2009). Análise clássica de perfil latente das dimensões do autoconceito acadêmico: Sinergia de abordagens centradas em pessoas e variáveis aos modelos teóricos de autoconceito. *Modelagem da Equação Estrutural*, 16, 191-225.
- Masyn, K. E. (2013). Análise de classe latente e modelagem de mistura finita. Em T. Little (Eds.), *o manual de Oxford de métodos quantitativos* (pp. 551-611). Nova Iorque, NY: Oxford University Press.
- McLachlan, G., & Peel, D. (2000). *Modelos de mistura finita*. New York: Wiley.
- Morin, A. J. S., Meyer, J. P., Creusier, J., & Biétry, F. (2016). Análise de múltiplos grupos de similaridade em soluções de perfil latentes. *Métodos de Pesquisa Organizacional*, 19(2), 231-254. <https://doi.org/10.1177/1094428115621148>
- Morin, A. J. S., Maiano, C., Nagengast, B., Marsh, H. W., Morizot, J., & Janosz, M. (2011). Análise geral da mistura de crescimento das trajetórias de desenvolvimento dos adolescentes de ansiedade: O impacto de suposições de invariância não testadas nas interpretações. *Modelagem da Equação Estrutural*, 18, 613-648.
- Morin, A. J. S., & Marsh, H. W. (2015). Dissentando a forma dos efeitos de nível em análises centradas nas pessoas: Uma ilustração baseada em perfis multidimensionais de eficácia de professores universitários. *Modelagem da Equação Estrutural*, 22, 33-59.
- Muthén, B. O. (2003). Verificação estatística e substantiva na modelagem da mistura de crescimento: Comentário sobre Bauer e Curran (2003). *Métodos Psicológicos*, 8, 369-377.
- Muthén, L. K., & Muthén, B. O. (2017). *Guia do usuário Mplus (8ª ed.)*. Los Angeles, CA: Muthén & Muthén. (Trabalho original publicado em 1998).
- Nylund, K., Bellmore, A., Nishina, A., & Graham, S. (2007). Subtypes, severity, and structural stability of peer victimization: What does latent class analysis say? *Child Development*, 78, 1706–1722. <https://doi.org/10.1111/j.1467-8624.2007.01097.x>
- Nylund-Gibson, K., & Choi, A. Y. (2018). Dez perguntas frequentemente feitas sobre análise de classe latente. *Questões Translacionais em Ciências Psicológicas*, 4, 440-461. doi:10.1037/tps0000176

- Nylund, K. L., Asparouhov, T., & Muthén, B. O. (2007). Decidindo o número de aulas em análise de classe latente e modelagem de mistura de crescimento: Um estudo de simulação de Monte Carlo. *Modelagem da Equação Estrutural*, 14, 535-569.
- Oberski, D. (2016). Modelos de mistura: perfil latente e análise de classe latente. Em J. Robertson & M. Kaptein (Eds.), *métodos estatísticos modernos para HCI* (pp. 275-287). Cham, Suíça: Springer International Publishing.
- Osborne, J. W. (2012). *Melhores práticas na limpeza de dados: Um guia completo de tudo o que você precisa fazer antes e depois de coletar seus dados*. Thousand Oaks, CA: Sage.
- Parmar, A., Chauhan, D. & Bansal, K.L. (2017). Performance Evaluation of Weka Clustering Algorithms on Large Datasets. *International Journal of Advanced Research (IJAR)*. 5 (Jun). 2209-2216] (ISSN 2320-5407).
- Petras, H., & Masyn, K. (2010). Análise geral da mistura de crescimento com antecedentes e consequências da mudança. Em A. R. Piquero & D. Weisburd (Eds.), *Manual de criminologia quantitativa* (pp. 69-100). Nova Iorque, NY: Springer.
- Peugh, J., & Fan, X. (2015). Desempenho do índice de enumeração em modelos de mistura de crescimento generalizado: Um teste de Monte Carlo da hipótese de Muthén (2003). *Modelagem da Equação Estrutural*, 22, 115-131. DOI: 10.1080/10705511.2014.919823
- Schwarz, G. (1978). Estimando a dimensão de um modelo. *Os Anais das Estatísticas*, 6, 461-464.
- Sclove, S. L. (1987). Aplicação de critérios de seleção de modelos para alguns problemas na análise multivariada. *Psicometrika*, 52, 333-343.
- Singh, N., Lai, K., Vejvar, M., & Cheng, T.C. (2019). Auditoria baseada em dados: Uma abordagem de modelagem preditiva para detecção e classificação de fraudes. *Journal of Corporate Accounting & Finance*.
- Steinley, D. (2003). Optima local em agrupamento K-Means: O que você não sabe pode machucá-lo. *Métodos Psicológicos*, 8, 294-304.
- Tein, J. Y., Coxe, S., & Cham, H. (2013). Poder estatístico para detectar o número correto de classes na análise de perfil latente. *Modelagem da Equação Estrutural*, 20, 640-657. doi:10.1080/10705511.2013.824781
- Tofighi, D., & Enders, C. (2008). Identificando o número correto de classes em modelos de mistura de crescimento. Em G. R. Hancock & K.M. Samuelsen (Eds.), *Avanços em modelos de mistura variável latente* (pp. 317-341). Charlotte, NC: Informação Age Publishing.
- Tolvanen, A. (2007). *Modelagem da mistura de crescimento latente: Estudo de simulação (dissertação de doutorado inédita)*. Departamento de Matemática da Universidade de Jyväskylä, Jyväskylä, Finlândia.
- Weller, B.E., Bowen, N.K., & Faubert, S. J. (2020). Análise de classe latente: Um guia para as melhores práticas. *Journal of Black Psychology*, 46(4), 287-311.