

Flutuações na aversão ao risco podem prever crises no mercado de ações brasileiro?

Marcos J Ribeiro*
FEARP-USP

Renilson R. da Silva †
UFSJ

6 de julho de 2021

Resumo

Flutuações na aversão ao risco são frequentemente associadas a quedas acentuadas nos mercados de ações. Se isso de fato ocorre, a aversão ao risco pode ser utilizada para antecipar crises no mercado de ações. Diante deste cenário, elaboramos uma medida empírica para a aversão ao risco variante no tempo, utilizando o Modelo de Heteroscedasticidade Condicional Autorregressivo Generalizado em Média (GARCH-M), para verificar se essa medida é capaz de antecipar crises no mercado ações brasileiro, entre os anos de 2000 e 2020. Para isso utilizamos dois métodos, o tradicional Logit e o método de Machine Learning Florestas Aleatórias (FAs). Os resultados demonstram que nossa medida de aversão ao risco variante no tempo é uma variável relevante para se prever crises, uma vez que melhora a capacidade preditiva de ambos os métodos. Além disso, mostramos também que as FAs apresentam melhor performance em antecipar crises quando comparado ao Logit.

Palavras chave: crises, risco, previsão

Área 4 - Macroeconomia, Economia Monetária e Finanças

Abstract

Fluctuations in risk aversion are often associated with sharp declines in equity markets. If this actually occurs, risk aversion can be used to anticipate stock market crises. Given this scenario, we developed an empirical measure for time-varying risk aversion, using the Generalized Average Autoregressive Conditional Heteroskedasticity Model (GARCH-M), to verify whether this measure is capable of anticipating crises in the Brazilian stock market, among the 2000 and 2020. For this we used two methods, the traditional Logit and the Random Forests Machine Learning (RFs) method. The results demonstrate that our time-varying risk aversion measure is a relevant variable to predict seizures, as it improves the predictive ability of both methods. In addition, we also show that RFs have better performance in anticipating crises when compared to Logit.

Keywords: crises, risk, forecast

JEL: G10, G12, F47

*Universidade Federal de São Paulo, Programa de Pós Graduação em Economia. Av. Bandeirantes, 3900 - Vila Monte Alegre, Ribeirão Preto - SP, CEP: 14040-905. Email: mjribeiro@usp.br

†Universidade Federal de São João del Rei, Departamento de Economia. Endereço: Campus Tancredo de Almeida Neves - CTAN - Avenida Visconde do Rio Preto, S/N - Colônia do Bengo - CEP: 36301-360. Email: renilsonsilva@ufs.edu.br.

1 Introdução

As crises financeiras podem ter consequências adversas na política e economia dos países, uma vez que são acompanhadas por grandes recessões (Barro e Ursúa, 2009). Soma-se a isso a possibilidade de haver contágio entre mercados, como foi o caso da crise do *Subprime* iniciada nos Estados Unidos em 2008. Logo, pesquisadores e instituições tem se debruçado sobre a tarefa de tentar prever tais crises para mitigar seus possíveis efeitos adversos (Berg et al., 2005; Coudert e Gex, 2008; Chatzis et al., 2018; Wang et al., 2020). A ideia central dessas pesquisas foi elaborar um Sistema de Alerta Precoce (SAP) que identifica e prevê crises nos mercados de ações.

Diferentes abordagens empíricas podem ser empregadas para isso. As principais são o tradicional modelo econométrico Logit e os métodos de Machine Learning e Deep Learning. Para implementar ambos os métodos, primeiro, é elaborada uma variável dependente categórica, que indica quais os períodos de crise, e "tranquilos". Em seguida, seleciona-se um conjunto de variáveis de controle e estima-se o modelo. Tal modelo, deve fornecer um vetor de probabilidades, que quando ultrapassa algum limite definido pelo pesquisador significa que o período é de crise.

Utilizando a primeira abordagem Bussiere e Fratzscher (2006) desenvolveram um SAP para prever crises cambiais em um grupo de 20 países emergentes. Os resultados apresentados por eles mostraram que no período de 1993 a 2001 o modelo desenvolvido previu a maioria das crises cambiais. Coudert e Gex (2008) também adotaram procedimento semelhante, porém, os autores inovaram ao adicionar junto as variáveis de controle indicadores de aversão ao risco. A pesquisa de Coudert e Gex (2008) abrangeu países desenvolvidos e subdesenvolvidos, entre 1995 a 2005. E o modelo estimado, para o mercado de ações, apresentou boa capacidade preditiva, principalmente o modelo cujo indicador de aversão ao risco foi o PCA¹.

No entanto, os métodos de Machine Learning tem se destacado cada vez mais em finanças, tanto na indústria quanto na academia. E embora o modelo Logit tenha apresentado bom desempenho na tarefa de prever crises financeiras, várias pesquisas tem demonstrado que algoritmos de Machine Learning e também Deep Learning tem boa performance, e em alguns casos, superior ao Logit.

Na pesquisa de Chatzis et al. (2018) o SAP global para crises no mercado de ações foi elaborado utilizando essa abordagem, e dados de 39 países entre 1996 e 2017. Segundo os autores, dentre os vários algoritmos testados dois tiveram melhor desempenho, redes neurais profundas e XGBoost². Já Bluwstein et al. (2020) utilizaram uma base de dados mais ampla, com 17 países e horizonte temporal de 146 anos. Os autores demonstraram que algoritmos de Machine Learning são bastante promissores na tarefa de prever crises. Outros exemplos de aplicações de métodos de Machine Learning na previsão de crises financeiras podem ser vistos em Lin et al. (2011).

Indo mais adiante, algumas pesquisas apontam que a aversão ao risco dos investidores e especuladores³ pode ser uma das principais causas de quedas acentuadas nos mercados financeiros (Coudert e Gex, 2008; Ouzan, 2020). Aversão ao risco no mercado de ações pode ser entendido como o sentimento que guia o investidor ao agir, sendo que o resultado dessa ação é incerto (Thomas, 2016). A definição mais precisa de aversão ao risco pode ser vista em mode-

¹Baseando-se na teoria de preços de arbitragem (APT) de Ross (1976), Coudert e Gex (2008) criaram um indicador de aversão ao risco utilizando análise dos componentes principais (PCA) em oito prêmios de risco. Os prêmios de risco foram escolhidos de modo a representar mudanças no mercado de renda fixa.

²Detalhes desse algoritmo podem ser vistos em Chen e Guestrin (2016).

³Investimento e especulação são duas atividades distintas nos mercados de ações. Graham e McGowan (2005) definem investimento como sendo uma operação que após análise minuciosa do ativo, este, promete segurança e retorno adequado. Operações que não atendem esses requisitos podem ser taxadas de especulativas.

los de precificação de ativos como o CCAPM⁴, onde o prêmio de risco é a quantidade de risco multiplicada pelo preço do risco, também conhecido por aversão ao risco. Logo, o preço do risco desse modelo reflete o sentimento dos investidores em relação ao risco diante da constante incerteza.

Se isso de fato ocorre, a aversão ao risco pode ser utilizada em modelos de previsão de crises financeiras. Uma vez que, em períodos de tolerância ao risco pode haver otimismo excessivo, e, conseqüentemente, bolhas especulativas⁵. No entanto, uma reversão nas preferências dos investidores e especuladores podem torná-los avessos ao risco, e por sua vez, ocasionar quedas acentuadas nos preços das ações (Gai e Vause, 2005; Coudert e Gex, 2008; Guiso et al., 2018).

Embora cada crise financeira tenha sua dinâmica própria e o comportamento humano seja imprevisível, os custos de não se prever tais eventos e até quando irão perdurar, podem ser maiores do que de uma previsão incorreta. Logo, prever tais eventos pode ser bastante útil para os formuladores de políticas e gestores de risco. Uma vez que, ao antecipar crises nos mercados de ações medidas preventivas podem ser adotadas no sentido de mitigar seus efeitos adversos.

Diante desse cenário, esse artigo tem três objetivos relacionados ao mercado de ações brasileiro. O primeiro é construir uma medida empírica para a aversão ao risco variante no tempo utilizando o modelo GARCH-M⁶ na forma de espaço de estado, baseado em Chou et al. (1992). Esse modelo decompõe o retorno das ações em duas partes, aversão ao risco e a volatilidade, ambos variantes no tempo. E pode prover uma medida de aversão ao risco com maior poder de explicar a percepção de risco dos investidores do que as medidas propostas por Coudert e Gex (2008).

O segundo objetivo é verificar se essa medida de fato pode antecipar crises financeiras entre os anos 2000 e 2020 usando o Logit e o algoritmo de Machine Learning Florestas Aleatórias (FAs). E o último objetivo é comparar a performance desses dois modelos na tarefa de prever crises, uma vez que, o interesse por algoritmos de Machine Learning vem crescendo devido a sua capacidade de reconhecer padrões em conjuntos de dados que não necessitam de especificações prévias⁷. Logo, essa pesquisa pode fornecer *insights* importantes aos gestores financeiros sobre o uso dessas técnicas em dados do mercado de ações.

Para cumprir os objetivos propostos este artigo é composto de mais cinco seções além desta introdução. Na seção 2 é apresentado a definição mais precisa de aversão ao risco partindo-se do modelo CCAPM. Na seção 3 é descrito o método de estimação da *proxy* para a aversão ao risco no mercado de ações brasileiro, e também é apresentado as demais variáveis de controle. A seção 4 descreve os modelos Logit e FAs. Já a seção 5 traz os resultados, e por fim, a seção 6 apresenta as conclusões do artigo.

2 Aversão ao risco no Modelo CCAPM

O CCAPM é o modelo referência na precificação de ativos financeiros. Neste modelo, partindo-se do problema do investidor, que consiste em maximizar sua utilidade sujeita a restrições de consumo, o prêmio de risco é definido como a aversão ao risco multiplicado pela quantidade de risco. Logo, o CCAPM é o ponto de partida para entender como essas variáveis se relacionam e o guia para a construção da medida empírica para a aversão ao risco descrita

⁴*Consumption Capital Asset Pricing.*

⁵Bolhas acontecem quando há aumentos acentuados no preço das ações. Conseqüentemente, esses preços ultrapassam os respectivos valores intrínsecos das empresas (Brunnermeier, 2016).

⁶Modelo de Heteroscedasticidade Condicional Autorregressivo Generalizado em Média.

⁷Uma discussão mais detalhada sobre as diferenças entre modelos econométricos e algoritmos de Machine Learning pode ser vista em Mullainathan e Spiess (2017). Nesse artigo os autores também mostram que as FAs tem performance melhor em prever preços de casas do que o modelo de Mínimos Quadrados Ordinários.

na seção 3.2.

Suponha que o investidor aja livremente e possa comprar ativos no período t pelo preço p_t , e vendê-los em $t + 1$ e obter a renda bruta⁸ $x_{t+1} = p_{t+1} + d_{t+1}$, onde d_{t+1} é o dividendo pago pelo ativo. Seja e_t a renda não financeira desse investidor e ξ a quantidade de ativos que ele escolhe comprar. Logo, seu problema consiste em maximizar sua utilidade, que é do tipo von Neumann-Morgenstern, sujeito a restrições de consumo.

$$\begin{aligned} \text{Max}_{\xi} \quad & u(c_t) + \delta E_t[u(c_{t+1})] \\ \text{S.a} \quad & c_t = e_t + p_t \xi \\ & c_{t+1} = e_{t+1} + x_{t+1} \xi \end{aligned} \quad (1)$$

Neste modelo δ pode ser entendido como o fator de desconto subjetivo, que por sua vez, captura as preferências de consumo do investidor pelo presente. Note que, se δ for igual a zero o investidor é impaciente, ou seja, irá preferir consumir mais no presente do que no futuro.

Ao derivar a função objetivo em relação a ξ e igualar a zero obtém-se a condição de primeira ordem para o consumo e escolha de portfólio.

$$p_t = E_t \left[\delta \frac{u'_t(c_{t+1})}{u'_t(c_t)} x_{t+1} \right] \quad (2)$$

Isso quer dizer que o investidor continuará comprando e vendendo ativos até o ponto em que a perda marginal seja igual ao ganho marginal. A equação 2 pode ser reescrita como:

$$p_t = E_t(m_{t+1} x_{t+1}) \quad (3)$$

onde:

$$m_{t+1} \equiv \delta \left[\frac{u'_t(c_{t+1})}{u'_t(c_t)} \right] \quad (4)$$

é a taxa marginal de substituição do consumo intertemporal, também conhecido por fator estocástico de desconto.

Na ausência de risco, dividindo ambos os lados da equação 3 por p_t obtém se o retorno bruto do ativo livre de risco.

$$R_{t+1}^f = \frac{1}{E_t(m_{t+1})} \quad (5)$$

Três conclusões derivam da equação 5: (i) quanto menor a taxa de impaciência δ , maior será a taxa de juros real; (ii) aumentos no consumo estão associados a maior taxa de juros; (iii) se a função de utilidade for do tipo CRRA (*Constant Relative Risk Aversion*), $u(c_t) = c_t^{1-\lambda}/(1-\lambda)$, então a taxa de juros será sensível ao coeficiente de aversão ao risco λ (Cochrane, 2009).

Por definição, o prêmio de risco é a diferença entre o retorno esperado do ativo de risco e o ativo livre de risco, $E_t(R_{t+1}) - R_{t+1}^f$. Logo, considerando a equação 5 e o fato de que $E_t(m_{t+1} R_{t+1}) = 1$ tem-se que:⁹

$$E_t(R_{t+1}) - R_{t+1}^f = -Cov(m_{t+1}, R_{t+1}) R_{t+1}^f \quad (6)$$

Assumindo que há $i = 1, 2, \dots, N$ ativos de risco na economia, pode-se reescrever a equação 6 da seguinte forma:

⁸A renda bruta pode ser considerada estocástica, uma vez que o investidor não sabe qual será o rendimento futuro dos seus investimentos.

⁹Note que $Cov_t(m_{t+1}, R_{t+1}) = 1 - E_t(m_{t+1})E_t(R_{t+1})$.

$$E_t(R_{t+1}^i) - R_{t+1}^f = \left(\frac{-Cov_t(m_{t+1}, R_{t+1}^i)}{Var_t(m_{t+1})} \right) \left(\frac{Var_t(m_{t+1})}{E_t(m_{t+1})} \right), \quad \forall i$$

$$E_t(R_{t+1}^i) - R_{t+1}^f = \gamma_m \beta_{i,m} \quad (7)$$

onde:

$$\beta_{i,m} = \left(\frac{-Cov_t(m_{t+1}, R_{t+1}^i)}{Var_t(m_{t+1})} \right) \quad (8)$$

$$\gamma_m = \left(\frac{Var_t(m_{t+1})}{E_t(m_{t+1})} \right) \quad (9)$$

Aqui, γ_m é considerado o preço do risco ou aversão ao risco¹⁰, comum a todos os ativos i . E $\beta_{i,m}$ é a quantidade de risco de cada ativo i .

Agora considere que a utilidade seja do tipo CRRA, isso faz com que $m_{t+1} = \delta(c_{t+1}/c_t)^{-\lambda}$. Então, utilizando a expansão de Taylor em $u'(c_{t+1})$ em torno de c_t obtém-se:

$$\frac{u'(c_{t+1})}{u'(c_t)} \approx 1 + \frac{u''(c_t)(c_{t+1} - c_t)}{u'(c_t)} \quad (10)$$

substituindo essa expressão na equação 6 e dividindo e multiplicando o lado direito por $Var_t(g_{t+1})$ obtém-se¹¹:

$$E_t(R_{t+1}) - R_{t+1}^f = \lambda Var_t(g_{t+1}) \left(\frac{Cov_t(g_{t+1}, R_{t+1})}{Var_t(g_{t+1})} \right) \quad (11)$$

sendo que $g_{t+1} = (c_{t+1} - c_t)/c_t$ é a taxa de crescimento do consumo. Logo, a equação 7 pode ser reescrita em termos de g_{t+1} :

$$E_t(R_{t+1}^i) - R_{t+1}^f = \gamma_{g_{t+1}} \beta_{i,g_{t+1}} \quad (12)$$

em que:

$$\beta_{i,g_{t+1}} = \left(\frac{Cov_t(g_{t+1}, R_{t+1}^i)}{Var_t(g_{t+1})} \right) \quad (13)$$

e

$$\gamma_{g_{t+1}} = \lambda Var_t(g_{t+1}) \quad (14)$$

Nota-se pela equação 12 que tanto aumentos na volatilidade quanto na aversão ao risco aumentam o prêmio de risco. Pelo lado da volatilidade, em períodos de alto consumo os ativos de risco que tem alta correlação com o consumo oferecem retornos maiores, o que por sua vez aumenta o prêmio de risco. Já a aversão ao risco altera o prêmio de risco de acordo com a variância da taxa de crescimento do consumo e do parâmetro λ .

¹⁰Embora esta definição também seja utilizada para o λ , parâmetro da função de utilidade do tipo CRRA, trata-se de parâmetros distintos.

¹¹Supõe-se que $E_t[u'(c_{t+1})] \approx u'(c_t)$.

3 Seleção de variáveis

O primeiro passo da abordagem empírica foi selecionar as variáveis para compor os modelos de previsão de crises. Primeiro elaborou-se uma variável *dummy* para servir de *proxy* para crises no mercado de ações brasileiro. Em seguida, com base no modelo CCAPM descrito na seção anterior, utilizou-se o modelo GARCH-M na forma de espaço de estado que permite que o coeficiente de aversão ao risco varie no tempo e possa ser estimado para o prêmio de risco brasileiro. Por fim, selecionou-se um conjunto de variáveis de controle que são relevantes na literatura que trata da construção de sistemas de alerta precoce. Neste artigo, utilizou-se o período de março de 2000 a dezembro de 2020. Esse período abrange as principais crises ocorridas no mercado de ações mundial e brasileiro.

3.1 *Proxy* para crises no mercado de ações brasileiro

Para identificar crises no mercado de ações brasileiro, primeiro, utilizou-se o algoritmo *CMAX* no índice representativo do mercado de ações brasileiro, o Ibovespa¹². Esse algoritmo capta níveis de preços extremos nos dados, em uma determinada janela de tempo, que pode ser 12 meses por exemplo. Como pode ser visto na equação 15, o *CMAX* para um ativo qualquer é nada mais que o seu preço atual dividido pelo valor máximo dos últimos 12 meses¹³. Note que, quanto mais o *CMAX* aproxima-se de zero é porque houve quedas significativas no preço do ativo, caso se aproxime da unidade houve alta. Logo, quando o *CMAX* está abaixo de um certo limite, pode-se definir que o período é de crise.

$$CMAX_t = \frac{p_t}{\text{Max}(p_{t-12}, \dots, p_t)} \quad (15)$$

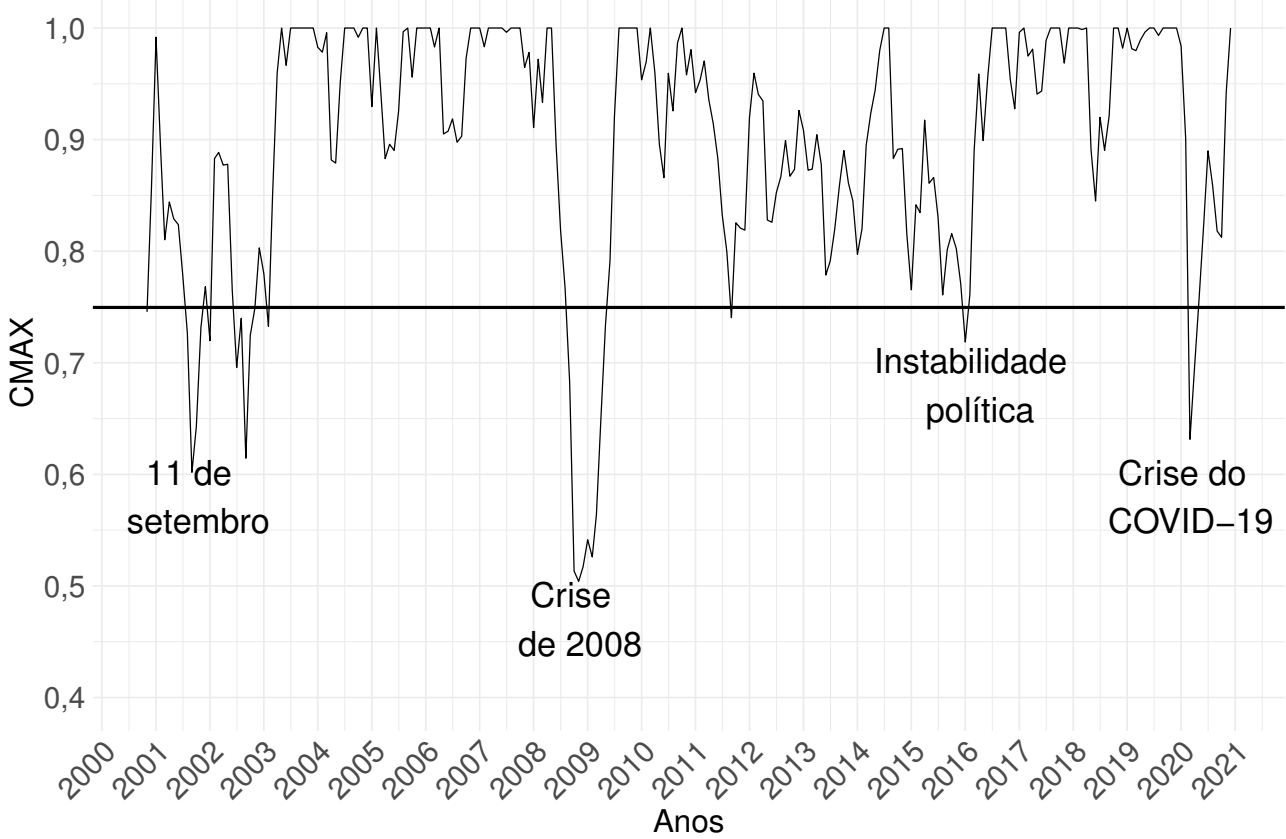
Neste artigo utilizou-se o *CMAX* no Ibovespa mensal no período de março de 2000 a dezembro de 2020, com janela de tempo de 12 meses, isso pode ser visto na Figura 1. O limite para definir crises foi o $VaR_{10\%}$ (*Value at Risk*) do *CMAX*, que é 0,75, representado pela linha horizontal na Figura 1. Como pode ser visto, há quatro períodos de queda acentuada no Ibovespa. Essas quedas foram ocasionadas pelos seguintes eventos: atentado terrorista de 11 de setembro as Torres Gêmeas nos Estados Unidos, a crise do *Subprime* de 2008, a instabilidade política no Brasil¹⁴, iniciada em 2015, e a crise do COVID-19.

¹²Essa abordagem também foi utilizada por Coudert e Gex (2008).

¹³Assumiu-se que a janela de tempo é de 12 meses.

¹⁴Este período de instabilidade política no Brasil culminou no impeachment da então presidente Dilma Rousseff.

Figura 1: Evolução do CMAX para o Ibovespa



Fonte: Elaborado pelos autores.

Logo, construiu-se uma variável *dummy*, denominada D_t , composta por 0 e 1. Nos 12 meses que precedem a crise (ou seja, quando o C_{MAX} está abaixo de 0,75) e durante a crise essa variável toma o valor 1, e nos períodos de estabilidade do mercado toma o valor 0. Vale destacar que crises são eventos raros, logo é natural que haja mais 0's do que 1's na variável D_t . Tal fato pode comprometer o processo de treinamento de algoritmos de Machine Learning uma vez que tal algoritmo aprenderá mais sobre a classe marjoritária. Essa pode ser uma das possíveis causas do *post-crisis bias*¹⁵ relatado por [Bussiere e Fratzscher \(2006\)](#).

Para resolver esse problema, utilizou-se a abordagem proposta por [Menardi e Torelli \(2014\)](#), que consiste em um método, de subamostragem utilizando *bootstrap*, que cria amostras balanceadas por exemplos marjoritários.

3.2 Medida empírica para a aversão ao risco variante no tempo

No modelo CCAPM apresentado na 2 a aversão ao risco γ é considerado invariante no tempo. No entanto, assume-se que o apetite pelo risco, dos investidores e especuladores, varia no tempo. Para construir uma medida empírica para a aversão ao risco, o modelo GARCH-M pode ser utilizado. Tal modelo é definido pelas seguintes equações:

$$r_t = \gamma\sigma_t^2 + \epsilon_t \quad (16)$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \epsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \theta_j \sigma_{t-j}^2 \quad (17)$$

¹⁵Esse viés surge quando o modelo não consegue distinguir os períodos de crises financeiras e os de estabilidade, no qual os fundamentos econômicos são sólidos.

onde r_t é o retorno de um ativo qualquer no tempo t , ϵ_t é um termo de erro Gaussiano não autocorrelacionado com média zero, e σ_t é a variância condicional de r_t . A equação 17 é conhecida como GARCH(p, q). Nota-se que a variância condicional do retorno de um ativo é composta por uma constante, um termo de erro quadrático e a variância condicional passada. O coeficiente de aversão ao risco é dado por γ , que também é conhecido por coeficiente de prêmio de risco. Esse parâmetro mostra o prêmio de risco requerido para cada unidade adicional de risco. Se $\gamma > 0$ então há aversão ao risco neste mercado, se $\gamma < 0$ há tolerância ao risco, e se $\gamma = 0$ há indiferença em relação ao risco.

Para permitir que γ varie no tempo¹⁶ o modelo GARCH-M pode ser reescrito na forma de espaço de estado:

$$r_t = \gamma_{t-1}\sigma_t^2 + \epsilon_t \quad (18)$$

$$\gamma_t = \rho_1\gamma_{t-1} + \mu_t \quad (19)$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \epsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^p \theta_j \sigma_{t-j}^2 \quad (20)$$

Assume-se que os erros ϵ_t e μ_t são Gaussianos, não autocorrelacionados e tem média zero e variância σ_t e v , respectivamente. Além disso, restrições de não negatividade são impostas a equação de variância condicional (equação 20) de modo que α_0 seja não negativo e α_i e θ_j estejam entre zero e um.

A equação 18 é conhecida na literatura como equação de observação e a 19 como equação de estado, e γ_t é chamado de variável latente que neste modelo representa a aversão ao risco variante no tempo. Nota-se que há três parâmetros da equação de variância condicional, a equação de estado e v , para serem estimados. Isto pode ser feito utilizando-se o Filtro de Kalman e máxima verossimilhança.

O Filtro de Kalman é um algoritmo recursivo que neste contexto é utilizado para avaliar os momentos do vetor de estado γ_t condicionado aos dados observados r_t . Em cada iteração do Filtro de Kalman e do modelo GARCH(p,q) o valor da verossimilhança é computado, e o processo é repetido até a convergência do algoritmo¹⁷. A função de máxima verossimilhança L pode ser escrita como¹⁸:

$$L = \sum_t L_t = \sum_t -\frac{1}{2} \left(\log H_t + \frac{\epsilon_t^2}{H_t} \right) \quad (21)$$

sendo que H_t é a variância de $r_t - \mathbb{E}_{t-1}(r_t)$. Para maximizar essa função o algoritmo de quasi-Newton pode ser utilizado.

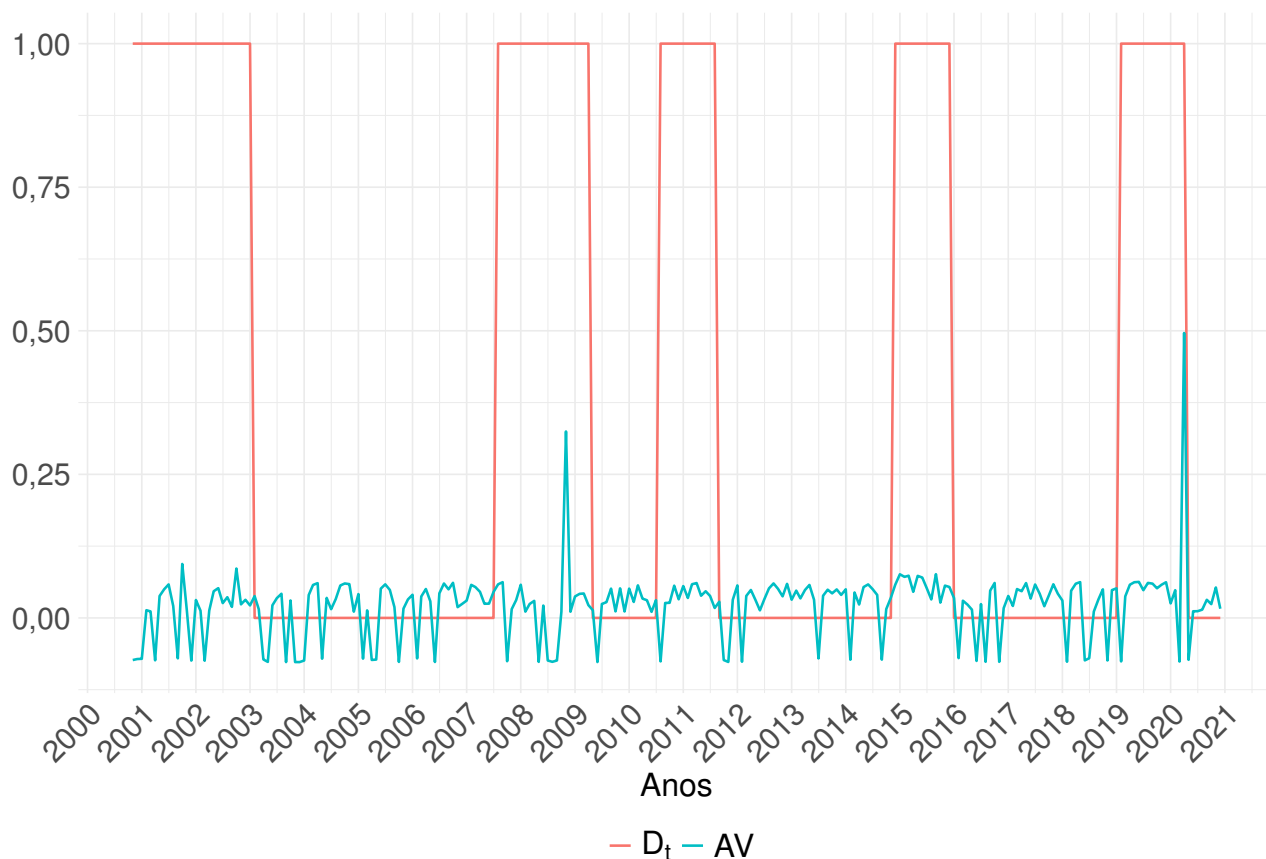
Para obter o coeficiente de aversão ao risco variante no tempo, γ_t , para o mercado de ações brasileiro, estimou-se as equações 18, 19 e 20 utilizando o prêmio de risco, calculado como o retorno do Ibovespa menos a taxa CDI. A evolução do γ_t estimado pode ser visto na Figura 2. Nota-se que, nos períodos de crise, quando $D_t = 1$, há um aumento na aversão ao risco, ou seja, o retorno exigido por uma unidade adicional de risco é alto.

¹⁶Abordagem semelhante foi utilizada por Chou et al. (1992) e Liu et al. (2014).

¹⁷Mais detalhes sobre o Filtro de Kalman podem ser vistos em Harvey (1990).

¹⁸Para mais detalhes ver Chou et al. (1992).

Figura 2: Evolução da aversão ao risco e da *proxy* para crise



Fonte: Elaborado pelos autores.

Notas: AV = aversão ao risco; $D_t = 1$ se o período é de crise e zero se o período for de estabilidade.

3.3 Variáveis de controle

Com base em Coudert e Gex (2008) e Chatzis et al. (2018) selecionou-se as seguintes variáveis como variáveis de controle:¹⁹

Tabela 1: Variáveis de controle

Variável	Fonte
Preço do ouro em dólares	Yahoo Finanças
Risco Brasil (EMBI)	IPEA / JP Morgan & Chase
Taxa CDI	Banco Central do Brasil
Preço do barril de petróleo bruto em dólares	Yahoo Finanças
Índice da taxa de câmbio real (INPC)	Banco Central do Brasil

Fonte: Elaborado pelos autores.

Notas: IPEA = Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada.

4 Desenvolvimento dos modelos

Neste artigo, utilizou-se dois modelos para acessar a capacidade da aversão ao risco em antecipar crises no mercado de ações brasileiro, o tradicional modelo econométrico Logit e

¹⁹As estatísticas descritivas dessas variáveis e seus respectivos gráficos podem ser vistos no Apêndice B.

o método de Machine Learning Florestas Aleatórias²⁰. Para verificar qual dos métodos tem melhor performance utilizou-se as métricas propostas por Bekkar et al. (2013), descritas no Apêndice A, e também a curva ROC. A curva ROC (*Receiving Operating Characteristics*) é um gráfico bidimensional com os eixos X e Y representando a especificidade e a sensibilidade, respectivamente²¹. Quanto mais inclinada para esquerda e para cima estiver a curva ROC, melhor será a capacidade do classificador em distinguir as classes (Bekkar et al., 2013).

No intuito de verificar se a aversão ao risco melhora a capacidade preditiva dos dois modelos três diferentes especificação foram estimadas. Na primeira especificação utilizou-se somente as variáveis de controle descritas na seção 3.3 (Sem AV). Na segunda especificação adicionou-se à essas variáveis de controle a métrica para a aversão ao risco descrita na seção 3.2 (Com AV), e na terceira especificação somente a aversão ao risco foi utilizada (Somente AV).

Em relação ao ajuste dos modelos, empregou-se o *k-fold cross validation*, com $k = 10$. Essa técnica consiste em iterar um determinado algoritmo k vezes no conjunto de dados. Em cada iteração o conjunto de dados é dividido em k partes, então, ajusta-se o modelo em $k - 1$ partes e a validação do modelo é feita na parte restante.

4.1 Logit

O Logit é um modelo de resposta binária, uma vez que a variável dependente D_t toma os valores 0 e 1. Então, a probabilidade P_t de $D_t = 1$, condicionado ao conjunto de informação Ω_t é dado por:

$$P_t = Pr(D_t = 1|\Omega_t) = E(D_t|\Omega_t) \quad (22)$$

Logo, o modelo Logit pode ser visto como um problema de esperança condicional. A equação 22 também pode ser escrita como:

$$E(D_t|\Omega_t) = F(\mathbf{X}_t\beta) \quad (23)$$

onde $F(x)$ é a função de transformação, \mathbf{X}_t é o vetor de variáveis independentes e β é o vetor de parâmetros. A função de transformação $F(x)$ do modelo Logit é dado pela função logística:

$$F(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}} \quad (24)$$

O vetor de parâmetros β pode ser obtido utilizando-se o método de máxima verossimilhança (Davidson et al., 2004).

4.2 Florestas Aleatórias

As florestas aleatórias são uma combinação de árvores de decisão. A árvore de decisão é um algoritmo de classificação que divide recursivamente um conjunto de dados em subconjuntos menores e pode ser representada na forma de grafo. A árvore é composta por um nó raiz, um conjunto de nós de divisão e um conjunto de nós folhas. A estrutura de decisão é definida no nó raiz e nos nós de divisão, os quais contém testes condicionais baseados nos atributos da variável dependente. Já o nó folha contém somente o valor da variável alvo, que neste contexto é: $D_t = 0$ para períodos de estabilidade e $D_t = 1$ para períodos de crise no mercado de ações brasileiro (Breiman et al., 1984).

²⁰Dentre os métodos de Machine Learning testados na base de dados utilizada neste artigo (Naive Bayes, árvores de decisão, *Support Vector Machines* (SVM), *k-nearest neighbors* (KNN)), o algoritmo Florestas Aleatórias, com 65 árvores, foi o que obteve melhor performance. Logo, optou-se por utilizá-lo.

²¹Neste contexto, sensibilidade e especificidade se referem as acurácias dos modelos em prever períodos de estabilidade (0) e de crises (1) no mercado de ações brasileiro respectivamente

Para cada árvore de decisão aleatória, um vetor aleatório Θ_k é gerado, esses vetores são independentes entre si e possuem a mesma distribuição. A árvore utiliza o conjunto de dados de treinamento e Θ_k e gera um classificador $h(\mathbf{X}_t, \Theta_k)$, onde \mathbf{X}_t é o vetor de entrada. Então a árvore "vota" na classe mais popular de \mathbf{X}_t . Esse método tem a vantagem de não ajustar-se demais aos dados (*overfitting*) e ter melhor acurácia que as árvores de decisão (Breiman, 2001).

5 Resultados

Nota-se na Tabela 2 que nas estimações sem a *proxy* para a aversão ao risco (Sem AV) as Florestas Aleatórias (FAs) apresentaram melhor performance que o modelo Logit. Isso fica evidente ao observar-se a sensibilidade e a especificidade, que são as acurácias do período de estabilidade e de crise no mercado de ações brasileiro, respectivamente. Além disso, de acordo com a média geométrica (G) e com a precisão balanceada (BA) as FAs também apresentam melhor capacidade de distinguir os períodos de crise e estabilidade. O discriminante (DP) também aponta que as FAs tem ótimo desempenho e o Logit desempenho ruim.

No segundo caso, em que adicionou-se a *proxy* para a aversão ao risco (Com AV), a performance do modelo Logit melhorou em relação ao primeiro caso. Nota-se que sua acurácia e especificidade aumentaram. Adicionar a aversão ao risco ao Logit também melhorou a sua capacidade de distinguir os períodos de crise e estabilidade, conforme o G e o BA. No entanto, o modelo continua tendo desempenho ruim uma vez que $DP < 1$. Já a performance das FAs aumentou, uma vez que algoritmo apresentou melhora em todas as medidas de validação, em relação ao primeiro caso.

Por fim, no terceiro caso (Somente AV) ambos os modelos apresentaram queda no desempenho, sendo que o Logit continua sendo o de pior performance dentre os dois. Ou seja, as evidências apontam que somente a aversão ao risco não é capaz de antecipar crises. Logo, é necessário adicionar variáveis de controle ao modelo para melhorar a performance.

A Figura 3 apresenta a curva ROC para os três casos. Nota-se que nos três casos as FAs apresentam maior capacidade de distinguir as classes do que o Logit, confirmando os resultados das medidas de validação. Isso pois, quanto mais inclinada para esquerda e para cima estiver a curva ROC melhor será a capacidade do classificador em distinguir as classes.

Tabela 2: Medidas de validação

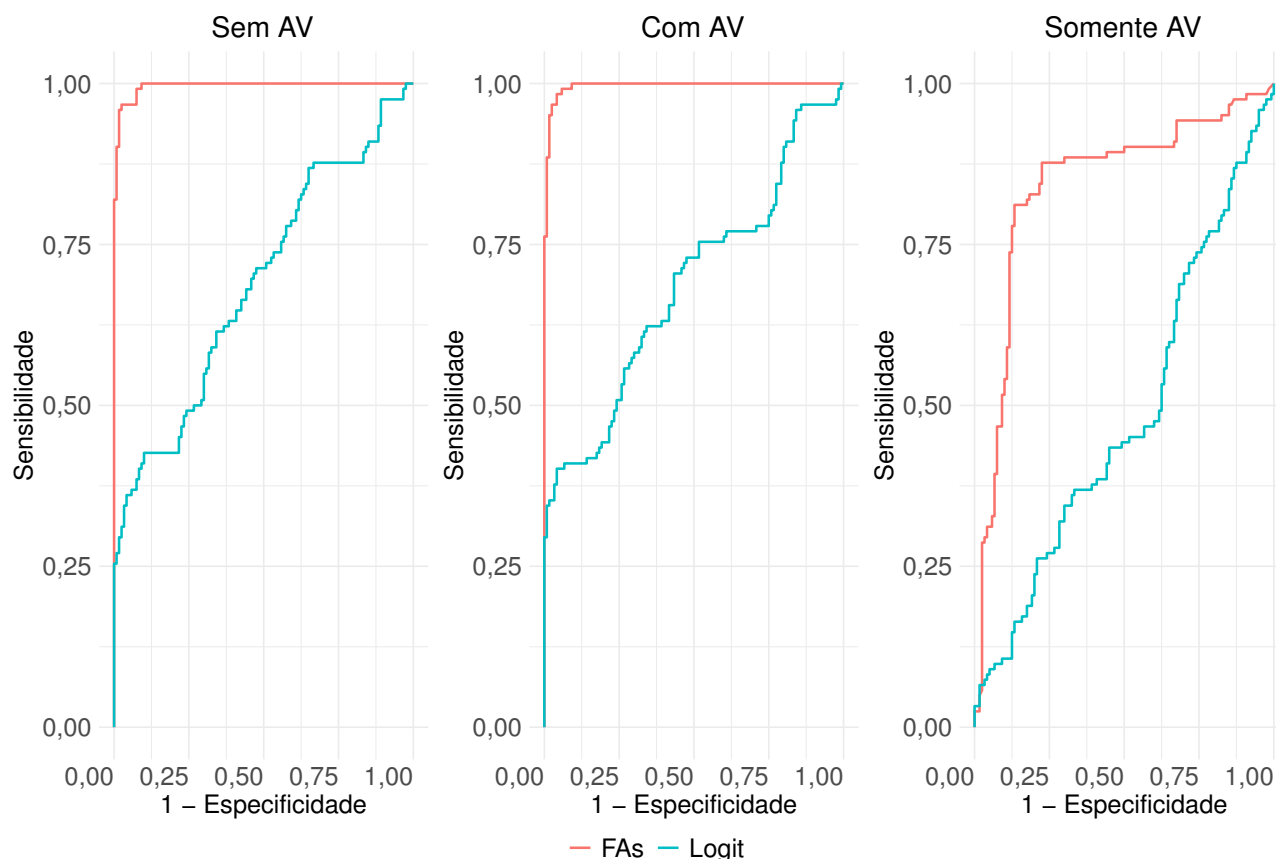
Medidas de validação	Sem AV		Com AV		Somente AV	
	Logit	FAs	Logit	FAs	Logit	FAs
Acurácia	0,6174	0,9570	0,6322	0,9640	0,4913	0,8169
Sensibilidade	0,7108	0,9283	0,7033	0,9400	0,2550	0,8025
Especificidade	0,5254	0,9852	0,5623	0,9877	0,7238	0,8311
G	0,6111	0,9564	0,6289	0,9636	0,4296	0,8167
LP	1,4978	62,9204	1,6069	76,4533	0,9231	4,7527
LR	0,5504	0,0727	0,5276	0,0607	1,0293	0,2376
DP	0,5522	3,7284	0,6143	3,9371	-0,0599	1,6524
Y	0,2362	0,9136	0,2656	0,9277	-0,0212	0,6336
BA	0,6181	0,9568	0,6328	0,9639	0,4894	0,8168

Fonte: Elaborado pelos autores.

Notas: O método de cálculo e a interpretação dessas medidas de validação podem ser vistos no Apêndice A.

AV = aversão ao risco; FAs = florestas aleatórias; G = média geométrica; LP = razão de verossimilhança positiva; LR = razão de verossimilhança negativa; DP = discriminante; Y = índice de Youden; BA = precisão balanceada.

Figura 3: Curvas ROC



Fonte: Elaborado pelos autores.

Notas: AV = aversão ao risco; FAs = Florestas Aleatórias.

Na Tabela 3 tem-se a estimação do modelo Logit²² com todas as variáveis da amostra. Nota-se que a aversão ao risco (AV) é uma variável relevante para explicar crises no mercado de ações brasileiro²³. E se relaciona positivamente com tais eventos. Esses resultados estão em consonância com os resultados encontrados por Coudert e Gex (2008).

Tabela 3: Modelo Logit com todas as variáveis

	Parâmetro	Desvio Padrão	Estatística z	Pr(> z)
AV	4,6919	1,7735	2,6455	0,0082***
Ouro	-0,0008	0,0006	-1,3756	0,1690
CDI	-2,1858	0,7207	-3,0329	0,0024***
INPC	-0,0437	0,0127	-3,4530	0,0006***
Petróleo	-0,0115	0,0097	-1,1868	0,2353
EMBI	0,0060	0,0013	4,4979	0,0000***

Fonte: Elaborado pelos autores.

Notas: AV = aversão ao risco; Ouro = preço do ouro em dólares; CDI = certificado de depósito interbancário; INPC = índice da taxa de câmbio real; Pétroleo = preço do barril de petróleo bruto em dólares; EMBI = risco Brasil.

Asterisco simples (*), duplo (**) e triplo (***) indicam significância a 10%, 5% e 1% respectivamente.

²²Neste caso não utilizou-se *cross validation*.

²³Na especificação do Logit somente com a aversão ao risco (não reportado), essa variável continua sendo importante para se prever crises.

6 Conclusão

A aversão ao risco é frequentemente associada a crises nos mercados de ações. Logo, neste artigo, construiu-se uma medida empírica para a aversão ao risco e analisou-se sua capacidade de antecipar crises no mercado de ações brasileiro, entre 2000 e 2020. Analisou-se também a performance de dois modelos nessa tarefa, o tradicional modelo econométrico Logit e o método de Machine Learning Florestas Aleatórias (FAs).

Dos resultados encontrados, dois pontos merecem destaque: (i) A aversão ao risco melhora a capacidade preditiva de ambos os modelos e está relacionada positivamente com crises no mercado de ações brasileiro. Logo, a aversão ao risco é uma variável relevante para antecipar crises. (ii) O método de Machine Learning Florestas Aleatórias tem melhor performance que o Logit. Destaca-se que [Coudert e Gex \(2008\)](#) encontraram resultado semelhante utilizando o Logit e afirmaram que a aversão ao risco é uma variável relevante para se prever crises no mercado de ações. Embora tenham utilizado outras *proxies* para aversão ao risco os resultados podem ser sensíveis ao método utilizado.

Embora os resultados sejam satisfatórios, uma vez que as FAs apresentam boa performance, destaca-se que os modelos estimados não identificam o exato momento onde haverá quedas acentuadas no mercado de ações brasileiro e conseqüentemente crises financeiras. O que esse método faz, na maioria das vezes, é identificar quando o mercado de ações está em crise e a possível continuidade dessa crise. Prever o exato momento em que haverá crises é um exercício bastante desafiador e complexo, dado que cada crise econômica tem sua dinâmica própria e o comportamento humano é imprevisível. Essa lacuna do presente artigo pode ser preenchida por pesquisas futuras.

Referências

- Barro, R. J. e Ursúa, J. F. (2009). Stock market crashes and depressions.
- Bekkar, M., Djemaa, H. K., e Alitouche, T. A. (2013). Evaluation measures for models assessment over imbalanced data sets. *J Inf Eng Appl*, 3(10).
- Berg, A., Borensztein, E., e Pattillo, C. (2005). Assessing early warning systems: how have they worked in practice? *IMF staff papers*, 52(3):462–502.
- Bluwstein, K., Buckmann, M., Joseph, A., Kang, M., Kapadia, S., e Simsek, Ö. (2020). Credit growth, the yield curve and financial crisis prediction: evidence from a machine learning approach.
- Breiman, L. (2001). Random forests. *Machine learning*, 45(1):5–32.
- Breiman, L., Friedman, J., Stone, C. J., e Olshen, R. A. (1984). *Classification and regression trees*. CRC press.
- Brunnermeier, M. K. (2016). Bubbles. In *Banking Crises*, pages 28–36. Springer.
- Bussiere, M. e Fratzscher, M. (2006). Towards a new early warning system of financial crises. *journal of International Money and Finance*, 25(6):953–973.
- Chatzis, S. P., Siakoulis, V., Petropoulos, A., Stavroulakis, E., e Vlachogiannakis, N. (2018). Forecasting stock market crisis events using deep and statistical machine learning techniques. *Expert Systems with Applications*, 112:353–371.

- Chen, T. e Guestrin, C. (2016). Xgboost: A scalable tree boosting system. In *Proceedings of the 22nd acm sigkdd international conference on knowledge discovery and data mining*, pages 785–794.
- Chou, R., Engle, R. F., e Kane, A. (1992). Measuring risk aversion from excess returns on a stock index. *Journal of Econometrics*, 52(1-2):201–224.
- Cochrane, J. H. (2009). *Asset pricing: Revised edition*. Princeton university press.
- Coudert, V. e Gex, M. (2008). Does risk aversion drive financial crises? testing the predictive power of empirical indicators. *Journal of Empirical Finance*, 15(2):167–184.
- Davidson, R., MacKinnon, J. G., et al. (2004). *Econometric theory and methods*, volume 5. Oxford University Press New York.
- Gai, P. e Vause, N. (2005). Measuring investors risk appetite. *Financial Stability Review*.
- Graham, B. e McGowan, B. (2005). *The intelligent investor*. Harper Collins.
- Guiso, L., Sapienza, P., e Zingales, L. (2018). Time varying risk aversion. *Journal of Financial Economics*, 128(3):403–421.
- Harvey, A. C. (1990). *Forecasting, structural time series models and the Kalman filter*. Cambridge university press.
- Lin, W.-Y., Hu, Y.-H., e Tsai, C.-F. (2011). Machine learning in financial crisis prediction: a survey. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part C (Applications and Reviews)*, 42(4):421–436.
- Liu, Z., Zhang, T., e Wen, F. (2014). Time-varying risk attitude and conditional skewness. *Abstract and Applied Analysis*, 2014:1–11.
- Menardi, G. e Torelli, N. (2014). Training and assessing classification rules with imbalanced data. *Data Mining and Knowledge Discovery*, 28(1):92–122.
- Mullainathan, S. e Spiess, J. (2017). Machine learning: an applied econometric approach. *Journal of Economic Perspectives*, 31(2):87–106.
- Ouzan, S. (2020). Loss aversion and market crashes. *Economic Modelling*, 92:70–86.
- Ross, S. A. (1976). The arbitrage theory of capital asset pricing. *Journal of Economic Theory*, 13(3):341–360.
- Thomas, P. (2016). Measuring risk-aversion: The challenge. *Measurement*, 79:285–301.
- Wang, P., Zong, L., e Ma, Y. (2020). An integrated early warning system for stock market turbulence. *Expert Systems with Applications*, page 113463.

Apêndice A Medidas de validação

Crises no mercado de ações são eventos raros de acontecer, logo, ocorre o problema de desbalanceamento de classes na variável dependente utilizada, D_t . Então, para avaliar o modelo Logit e o algoritmo Florestas Aleatórias utilizados neste artigo seguiu-se a abordagem proposta por Bekkar et al. (2013). Tal abordagem é adequada para esse caso pois fornece medidas de avaliação mais confiáveis quando há classes desbalanceadas na variável dependente.

Considere a Sensibilidade ($Sens$) e a Especificidade (Esp), acurácias dos períodos de estabilidade (0) e de crises (1) no mercado de ações brasileiro respectivamente, calculadas a partir da matriz de confusão abaixo:

Matriz de confusão

Previsto	Referência	
	0	1
0	EPC	CPI
1	EPI	CPC

$$Esp = \frac{CPC}{CPC + CPI} \quad (25)$$

$$Sens = \frac{EPC}{EPC + EPI} \quad (26)$$

onde:

EPC : períodos de estabilidade classificados corretamente.

EPI : períodos de estabilidade classificados incorretamente.

CPC : períodos de crise classificados corretamente.

CPI : períodos de crise classificados incorretamente.

Utilizando-se essas duas medidas calculou-se várias outras medidas de avaliação, que são descritas a seguir.

- **Acurácia:** Essa medida avalia a eficácia geral do algoritmo e estima a probabilidade da classificação estar correta.

$$\frac{EPC + CPC}{EPC + CPC + EPI + CPI} \quad (27)$$

- **Média Geométrica (G):** Essa medida indica o equilíbrio entre o desempenho de classificação, entre as classes. Um desempenho ruim do algoritmo em prever os períodos de estabilidade levará a um G baixo, mesmo que os períodos de crise sejam classificados corretamente pelo modelo.

$$G = \sqrt{Sens * Esp} \quad (28)$$

- **Razão de verossimilhança positiva (LP):** Representa a razão entre a probabilidade de prever um período como estabilidade quando ele é de fato um período de estabilidade, e a probabilidade de prever um período como sendo de estabilidade quando na verdade é um período de crise.

$$LP = \frac{P(estabilidade|estabilidade)}{P(estabilidade|crise)} = \frac{Sens}{1 - Esp} \quad (29)$$

- Razão de verossimilhança negativa (LR): Representa a razão entre a probabilidade de prever um período como sendo crise quando este é de estabilidade, e a probabilidade de prever um período como sendo de crise quando ele é de fato um período de crise.

$$LR = \frac{P(\text{crise}|\text{estabilidade})}{P(\text{crise}|\text{crise})} = \frac{1 - Sens}{Esp} \quad (30)$$

- Discriminante (DP): Esta medida resume a sensibilidade e especificidade ao avaliar o quão bem o modelo distingue períodos de crise e estabilidade. Se $DP < 1$ o desempenho do modelo é ruim; se $1 < DP < 2$ é limitado; se $2 < DP < 3$ é razoável; e se $DP > 3$ é ótimo.

$$DP = \frac{\sqrt{3}}{\pi} \left[\log \left(\frac{Sens}{1 - Sens} \right) + \log \left(\frac{Esp}{1 - Esp} \right) \right] \quad (31)$$

- Índice de Youden (Y): Avalia a capacidade do algoritmo de evitar falhas. Altos valores de Y denotam maior capacidade de evitar previsões incorretas.

$$Y = Sens - (1 - Esp) \quad (32)$$

- Precisão balanceada (BA): Consiste na média entre sensibilidade e especificidade. Caso o desempenho do algoritmo seja igual para as duas classes BA se reduz a acurácia do modelo. No entanto, se o algoritmo tiver boa capacidade preditiva apenas para períodos de estabilidade, ou apenas para períodos de crise, então BA cairá. Neste contexto, BA também pode ser usado como medida para a área abaixo da curva ROC (AUROC).

$$BA = \frac{1}{2}(Sens + Esp) \quad (33)$$

Apêndice B Descrição da variáveis

Tabela B1: Estatísticas descritivas das variáveis utilizadas na pesquisa

Variáveis	Máximo	Mínimo	Média	Variância	Assimetria	Curtose
Petróleo	140,000	18,8400	62,3188	25,9282	0,3672	2,3139
Ouro	1967,6000	257,900	1005,657	476,4480	-0,1173	1,8220
AV	1,5461	1,0531	1,0849	0,0404	7,6653	81,6495
EMBI	2213,0000	136,0000	399,7107	324,9611	2,7017	11,6376
CDI	0,0208	0,0015	0,0096	0,0038	0,2880	2,9040
INPC	202,5300	59,9700	101,9494	28,7367	0,7900	3,1100

Fonte: Elaborado pelos autores.

Notas: Pétroleo = preço do barril de petróleo bruto em dólares; Ouro = preço do ouro em dólares; AV = aversão ao risco; EMBI = risco Brasil; CDI = certificado de depósito interbancário; INPC = índice da taxa de câmbio real.

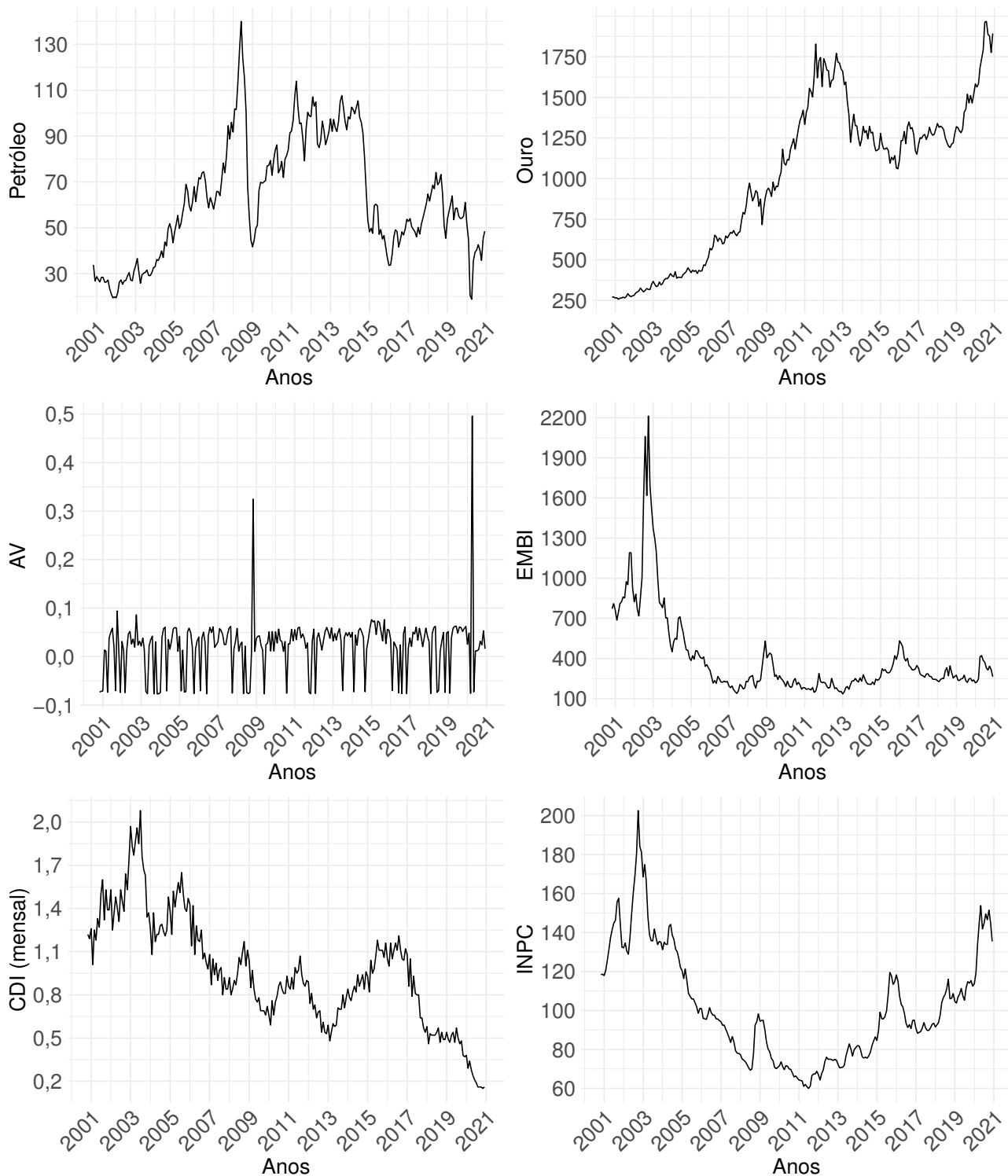
Tabela B2: Correlação entre as variáveis utilizadas na pesquisa

	Petróleo	Ouro	AV	EMBI	CDI	INPC
Petróleo	1,0000					
Ouro	0,4901	1,0000				
AV	-0,0355	0,1187	1,0000			
EMBI	-0,6355	-0,6226	-0,0325	1,0000		
CDI	-0,4009	-0,8188	-0,1489	0,6260	1,0000	
INPC	-0,8290	-0,5272	0,0272	0,8101	0,4246	1,0000

Fonte: Elaborado pelos autores.

Notas: Pétroleo = preço do barril de petróleo bruto em dólares; Ouro = preço do ouro em dólares; AV = aversão ao risco; EMBI = risco Brasil; CDI = certificado de depósito interbancário; INPC = índice da taxa de câmbio real.

Figura B1: Evolução das variáveis utilizadas na pesquisa



Fonte: Elaborado pelos autores.