

DETECÇÃO DE BOLHAS PARA AVALIAR A SUSTENTABILIDADE FISCAL NO BRASIL

Gleicimara dos Anjos França*

Diogo de Prince†

Resumo

Este trabalho propõe detectar a existência de bolhas na relação dívida pública/Produto Interno Bruto (PIB) e variáveis relacionadas como *Credit Default Swaps* (CDS) soberano de 5 anos, o *spread* do *yield* do título soberano e a taxa de inflação. Ainda pretende-se datar (caso houver) estes comportamentos explosivos. O estudo é feito para o Brasil no período de dezembro de 2001 a outubro de 2019. A metodologia empregada baseia-se nos testes Dickey-Fuller Aumentado (ADF), *Rolling* ADF (RADF), supremo ADF (SADF) (Phillips *et al.*, 2011), SADF generalizado (GSADF) (Phillips *et al.*, 2015) simulando os valores críticos por *bootstrap* combinando os procedimentos de Harvey *et al.* (2016) e Shi *et al.* (2018) ou baseado em Pedersen e Schütte (2017). Os testes indicaram comportamento explosivo para a série da dívida pública/PIB. O teste GSADF que tem um maior poder para detectar períodos de bolha, apresentou comportamento explosivo significativo no período de outubro de 2015 a outubro de 2019. As variáveis relacionadas estudadas não indicaram comportamento explosivo, mesmo que alguns testes apresentaram resultados significativos, os períodos de bolha foram menores do que devem ser considerados.

Abstract

This paper proposes to detect the existence of bubbles in the public debt in proportion of Gross Domestic Product (GDP) and related variables such as 5-years sovereign Credit Default Swaps (CDS), the bond yield spread and the inflation rate. We still date these explosive behaviors (if any). We study Brazilian data from December 2001 to October 2019. The methodology used is based on the tests of the Augmented Dickey-Fuller (ADF), Rolling ADF (RADF), Supremum ADF (SADF) (Phillips *et al.*, 2011), generalized SADF (GSADF) (Phillips *et al.*, 2015) simulating the critical values by bootstrap combining the procedures of Harvey *et al.* (2016) and Shi *et al.* (2018) or based on Pedersen and Schütte (2017). The tests indicated explosive behavior for the public debt/GDP series. The GSADF test, which has a greater power to detect periods of bubble, showed significant explosive behavior in the period from October 2015 to October 2019. The related variables studied did not indicate explosive behavior, even though some tests showed significant results, the periods of bubble were smaller than they should be considered.

Palavras-chave: Dívida/PIB, sustentabilidade fiscal, bolhas.

Keyword: Debt/GDP, fiscal sustainability, bubbles.

Classificação JEL: C12, C15, E60.

Área 4 – Macroeconomia, Economia Monetária e Finanças

* Mestranda em Economia e Desenvolvimento pela Universidade Federal de São Paulo.

† Professor da Universidade Federal de São Paulo (campus Osasco) e Pesquisador do Centro de Macroeconomia Aplicada da Fundação Getúlio Vargas de São Paulo.

1 Introdução

O endividamento do setor público e sua sustentabilidade é um tema discutido em vários países dado o seu comportamento ao longo dos anos. A insustentabilidade fiscal ocorre repetidamente ao longo do tempo em curtos episódios. Esses períodos de insustentabilidade (no caso de guerras ou governos fiscalmente irresponsáveis) tendem a ser sucedidos por períodos de maiores preocupações fiscais, segundo Bystrov e Mackiewicz (2016).

Uma maneira de encontrar momentos temporários de insustentabilidade é detectar a presença de bolhas. Testar a presença de bolhas é um tópico de pesquisa que teve seu interesse renovado, principalmente, após o colapso de preços de imóveis e de ações nos anos subsequentes a crise financeira de 2008. A partir da crise de 2008, muitos países demonstraram uma maior preocupação com relação ao endividamento, dado a maior aversão ao risco que se apresentava no mercado. Alguns países tiveram um expressivo aumento da dívida pública e apresentaram dificuldades fiscais, como os casos de Portugal, Irlanda, Itália, Grécia e Espanha, tal fato pode estar atrelado com a presença de bolhas.

Segundo Reinhart e Rogoff (2010), em países emergentes, elevados níveis de dívida pública estão atrelados com alta inflação. Ou seja, detectar possíveis bolhas na relação dívida/PIB pode estar associado com bolhas na inflação também. Conforme Reinhart e Rogoff (2010) tanto em países desenvolvidos como emergentes, um endividamento acima de 90% do PIB estaria associado a uma taxa de crescimento nitidamente menor, comparado a um país com um endividamento menor que 90%. Eberhardt e Presbitero (2015) encontraram evidências de relação negativa entre a dívida pública e o crescimento da economia, na linha do apontado por Reinhart e Rogoff (2010).

Conforme Chudik *et al.* (2017), uma persistência no longo prazo de aumento da dívida pública está associada a um menor nível de crescimento econômico. Há várias formas desta persistência de aumento da dívida prejudicar o crescimento econômico como o efeito “*crowding out*” do investimento privado, taxas de juros de longo prazo mais altas, perspectiva de uma maior tributação futura, e uma maior incerteza. Basicamente, a busca por bolhas na relação dívida/PIB pode estar associada com um menor crescimento econômico, um maior *Credit Default Swaps* (CDS) soberano, um maior *spread* do *yield* do título soberano e uma maior taxa de inflação, por exemplo.

O objetivo deste trabalho é testar se a dívida pública/PIB apresenta bolhas (uma bolha é definida como um período de insustentabilidade fiscal). Como a presença de bolha pode levar a bolhas pela insustentabilidade fiscal nas variáveis CDS, *spread* do *yield* do título soberano e taxa inflação, também testa-se a presença de bolhas nessas variáveis. Além disso, pretende-se datar o período das bolhas (se houver). O estudo é realizado para o Brasil com dados mensais de dezembro de 2001 a outubro de 2019. Na metodologia foram realizados os testes: Dickey-Fuller Aumentado (ADF), *Rolling* ADF (RADF), Supremo do Dickey-Fuller Aumentado (SADF) de Phillips *et al.* (2011), o SADF Generalizado (GSADF) desenvolvido por Philips *et al.* (2015) simulando os valores críticos por *bootstrap* a partir da combinação de Harvey *et al.* (2016) e Shi *et al.* (2018) ou a partir de Pedersen e Schütte (2017).

A contribuição do trabalho foi simular os valores críticos do teste GSADF usando *bootstrap* a la Pedersen e Schütte (2017) ou a la Harvey *et al.* (2016) e Shi *et al.* (2018) para as variáveis mencionadas. Considerando que não havia trabalhos até o momento que testaram o comportamento explosivo por tal teste considerando os valores críticos simulados por *bootstrap*. A simulação dos valores críticos dos testes por *bootstrap* pode ser considerado um avanço, em relação à obtenção de valores críticos por Monte Carlo, sendo o *bootstrap* mais robusto na presença de volatilidade não estacionária.

Os resultados indicaram comportamento explosivo nos testes feitos para a variável dívida pública em relação ao PIB. Todos os testes para a variável dívida apresentaram

comportamento explosivo de abril de 2018 a setembro de 2018. O teste GSADF tem um maior poder para detectar períodos de bolha, e o GSADF padrão, o GSADF por Harvey *et al.* (2016) e Shi *et al.* (2018) e o GSADF por Pedersen e Schütte (2017) apresentaram comportamento explosivo significativo no período de outubro de 2015 a outubro de 2019. As outras variáveis estudadas não indicaram comportamento explosivo, mesmo que alguns testes apresentaram resultados significativos, os períodos de bolha foram menores do que devem ser considerados.

Este trabalho é dividido em quatro seções, além desta introdução. Na segunda seção é apresentada a revisão de literatura, que retrata os principais trabalhos que estudaram bolhas, tanto para a variável dívida pública/PIB, bem como outras variáveis. A terceira seção apresenta a metodologia que foi utilizada no trabalho, retratando cada teste que foi usado e os dados que foram utilizados. A quarta seção apresenta os resultados obtidos a partir dos testes realizados e a análise desses resultados. Por fim, é apresentada a conclusão, com os principais resultados obtidos.

2 Revisão da Literatura

2.1 Sustentabilidade fiscal, relação dívida pública/PIB e teste de bolha

Bohn (2005) analisou a sustentabilidade da política fiscal dos EUA, no período de 1792-2003. Foi apresentado que historicamente, o crescimento dos EUA cobriu todo custo de juros da dívida do país. A partir disso, verificaram-se as condições de sustentabilidade com base nas restrições orçamentárias de valor esperado, e testaram as restrições de estacionariedade implícitas. Segundo o autor, foram encontradas evidências que a política fiscal dos EUA é sustentável. Concluiu-se que não há evidência de raízes unitárias nas relações dívida/PIB e déficit/PIB dos EUA. A principal evidência em relação à sustentabilidade é a resposta robusta positiva dos superávits primários às variações na dívida inicial.

Posteriormente, Bohn (2007) procurou demonstrar porque os testes de estacionariedade e cointegração são incapazes de rejeitar a sustentabilidade com Restrição Orçamentária Intertemporal (IBC). Uma das proposições estabelecidas por Bohn (2007) é que se uma série de dívida é integrada em qualquer ordem finita m ($b_t \sim I(m)$) para qualquer finito $m \geq 0$, então a dívida satisfaz a Condição de Transversalidade (TC) e a dívida, as receitas e os gastos satisfazem IBC. Como apresentado na equação 1.

$$\lim_{s \rightarrow \infty} e^{-(r-g)s} E_t b_{t+s} = 0 \quad (1)$$

No qual b_t representa a relação dívida/PIB no período t ; r é a taxa de juros; g é taxa de crescimento; E_t indica as expectativas no período t . Para violar a proposição indicada, o processo (b_t) tem que ser explosivo e crescer a um taxa de pelo menos $(r - g)$. A equação 2 demonstra, em termos da equação usual do tipo ADF.

$$\Delta b_t = \mu + \rho b_{t-1} + \sum_{j=1}^p \phi_j \Delta b_{t-j} + \varepsilon_t \quad (2)$$

Onde Δb_t indica a variação da relação dívida/PIB no período t ; μ é a constante; ρ é o coeficiente que indica a raiz unitária; b_{t-1} é a relação da dívida/PIB no período $t - 1$; ϕ_j é j -ésimo coeficiente do modelo; e ε_t é ruído branco.

Quando $\rho < 0$ ou $\rho = 0$ a série apresenta raiz unitária, ou seja, demonstra sustentabilidade fiscal. No caso de $\rho > 0$, significa um comportamento explosivo de b_t . Esta é uma condição para a insustentabilidade, uma vez que a condição de transversalidade (1) só é violada se $\rho > (r - g)$. Porém, valores positivos de ρ podem ser vistos como um forte argumento para a insustentabilidade (Bystrov; Mackiewicz, 2016).

Para Bohn (2007), testes para raízes unitárias em séries de dívida e/ou déficit e testes de cointegração entre receitas e despesas são comumente usados em trabalhos aplicados. As rejeições de sustentabilidade com base nos referidos testes são inválidas, dado que o IBC pode ser satisfeito mesmo que os componentes do orçamento não sejam cointegrados, e mesmo que as dívidas, os déficits, as receitas ou os gastos apresentam estacionariedade diferente. O autor conclui que a estacionariedade em níveis é a condição econométrica mais relevante, e outras restrições também podem ser aplicadas.

Yoon (2012) realizou um estudo para verificar a sustentabilidade na relação dívida pública/PIB dos Estados Unidos, com dados anuais que compreende o período de 1791 a 2009. O trabalho ampliou o período estudado por Bohn (2005). Além do teste ADF que foi utilizado por Bohn (2005), Yoon (2012) adotou o teste SADF de Phillips *et al.* (2011). O teste ADF apresentou raiz unitária, ou seja, não demonstrou insustentabilidade. No entanto, no teste SADF rejeita-se a hipótese nula de raiz unitária, sendo assim explosivo, considerando pelo menos 5 defasagens. E tal momento de insustentabilidade foi verificado no trabalho e associado pelo autor ao mesmo período da segunda guerra mundial.

Bystrov e Mackiewicz (2016) realizaram um estudo sobre o comportamento explosivo na relação dívida/PIB. Tal estudo foi testado para três países: Suécia, Reino Unido e EUA, foram utilizados dados anuais no período de 1792 a 2012. O teste utilizado por Bystrov e Mackiewicz (2016) é baseado no método GSADF de Phillips *et al.* (2015). Esse teste evita a distorção de tamanho dos testes tradicionais de sustentabilidade fiscal. Além disso, este teste possibilita verificar a potencial insustentabilidade como um fenômeno transitório e não algo permanente.

Em relação aos resultados obtidos por Bystrov e Mackiewicz (2016), o teste GSADF rejeita a hipótese nula da presença de raiz unitária, em favor da hipótese alternativa de dívida/PIB explosiva. Porém, o comportamento explosivo da relação dívida/PIB não segue sempre esse padrão, a insustentabilidade fiscal, em geral, ocorre em episódios de curta duração. Podendo ser causada por efeito de eventos extraordinários, como guerras, ou até mesmo resultado de ações estabelecidas por determinados governos que logo são substituídos (Bystrov; Mackiewicz, 2016).

Chen e Wu (2018) realizaram um estudo sobre a sustentabilidade do endividamento público. Os países selecionados para o trabalho foram: Alemanha, Canadá, Dinamarca, Estados Unidos, Finlândia, França, Itália, Japão e Reino Unido, os dados são trimestrais a partir de 1980T1 e todos são encerrados no 2016T3. O método utilizado foram os testes de detecção de bolhas, sendo estes os testes de raiz unitária de distribuição à direita, SADF de Phillips *et al.* (2011) e o GSADF Phillips *et al.* (2015), que considera uma hipótese nula de raiz unitária e uma hipótese alternativa de componentes explosivos. Além disso, foram realizados testes de raiz unitária de interrupção suave e autoregressiva do limiar de momento (MTAR), que verifica quebras estruturais nas séries. Com base nos resultados obtidos, com as exceções da Itália e dos EUA, as estatísticas do teste SADF fornecem evidências estatisticamente significativas de comportamento explosivo para a relação dívida pública/PIB. Os resultados do teste do GSADF, para os casos do Canadá, Dinamarca, França, Alemanha, Japão e EUA, fornecem evidências da existência de componentes explosivos. Os resultados do MTAR refletem os resultados do teste de raiz unitária tradicional, também realizados no trabalho, indicando que a relação dívida pública/PIB não são sustentáveis.

3 Metodologia e dados

O objetivo deste trabalho é verificar se existem bolhas na relação dívida pública/PIB do Brasil, no período de dezembro de 2001 a outubro de 2019. Para isso, foi realizado os testes ADF, *Rolling* ADF (RADF), o Supremo do Dickey-Fuller Aumentado (SADF) de Phillips *et al.* (2011), o SADF generalizado (GSADF) desenvolvido por Philips *et al.* (2015) e a simulação dos valores críticos do teste por *bootstrap* combinando os procedimentos de Harvey *et al.* (2016) e Shi *et al.* (2018) ou a la Pedersen e Schütte (2017).

Os testes de bolhas são baseados no teste monocausal à direita do teste de raiz unitária ADF para a série y conforme abaixo:

$$\Delta y_t = \mu + \rho y_{t-1} + \sum_{j=1}^p \phi_j \Delta y_{t-j} + \varepsilon_t \quad (3)$$

na qual Δy_t indica a variação da variável estudada (no caso a relação dívida/PIB) no período t ; μ é a constante; ρ é o coeficiente que indica a raiz unitária; y_{t-1} é a relação da dívida/PIB no período $t - 1$; p é o número de defasagens máxima; ϕ_i para $i = 1, \dots, p$ são os coeficientes das defasagens diferenciados; e o termo de erro ε_t .

No caso dos testes de bolhas, a hipótese nula é da presença de raiz unitária e a hipótese alternativa é de um coeficiente autorregressivo levemente explosivo (Phillips *et al.*, 2015).

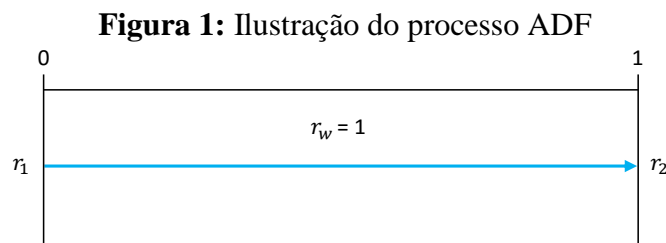
$$H_0: \rho = 0$$

$$H_1: \rho > 0$$

Mais detalhes serão tratados a seguir a respeito de cada variação do teste.

3.1 Teste ADF

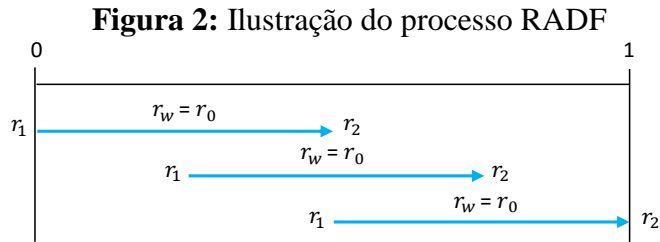
O processo do teste ADF para detecção de bolhas é apresentado na figura 1. O r_1 e o r_2 são fixos para a primeira e a última observação, respectivamente, de toda a amostra, dessa forma, $r_w = r_0 = 1$. É importante destacar que os valores críticos para o teste da hipótese nula são diferentes dos utilizados no teste da raiz unitária ADF usual por ser monocausal à direita, diferente do teste usual que é monocausal à esquerda. O valor crítico é obtido por simulação de Monte Carlo.



Fonte: Caspi (2017).

3.2 Teste RADF

O teste RADF é uma versão do teste ADF com janela rolante. Em cada etapa do processo RADF, o ponto inicial e final da janela (r_1 e r_2 , respectivamente) move a janela uma observação por vez. Cada estimativa produz uma estatística ADF, denotada como ADF_{r_1, r_2} . A estatística RADF é definida como o supremo da estatística ADF_{r_1, r_2} entre todas as janelas possíveis.



Fonte: Caspi (2017).

Os valores críticos são simulados por Monte Carlo e por *bootstrap*.

3.3 Teste SADF de Phillips *et al.* (2011)

O estudo de Phillips *et al.* (2011) foi baseado na ideia desenvolvida por Diba e Grossman (1988), mas em vez de executar um único teste em toda a amostra, eles implementam testes ADF usando subconjuntos dos dados incrementados por uma observação em cada execução, onde a maior dessas estatísticas de teste é usada para testar a capacidade de explosão. Phillips *et al.* (2011) nomearam esse método como o teste Dickey Fuller Aumentado Supremo (SADF) e mostram que o teste não apenas melhora a potência, mas também permite identificar a data inicial e final de uma bolha.

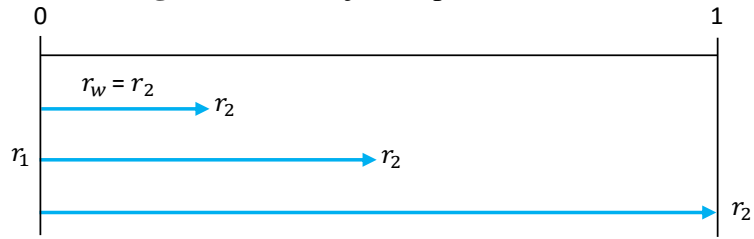
O teste SADF, sugerido por Phillips *et al.* (2011), tem como base estimar recursivamente a estatística ADF com um ponto inicial fixo e uma janela de expansão. Assim, estabelece-se que o ponto inicial da janela de regressão é igual à primeira observação (ou seja, $r_1 = 0$) e a janela de regressão termina em r_2 . Sejam r_1 e r_2 frações da amostra total com $r_2 = r_1 + r_w$ ($r_w > 0$) é o tamanho da janela fracionária utilizada nas regressões auxiliares embutidas no teste (Pedersen; Schütte, 2017). A regressão é estimada recursivamente, enquanto o tamanho da janela se move (Phillips *et al.*, 2011).

A estatística de teste SADF é o supremo da estatística ADF para as diversas janelas consideradas¹. Cada uma das estatísticas de teste do ADF obtidas a partir da sequência recursiva é indicada pelo $ADF_0^{r_2}$ e a estatística do teste SADF é definida como o supremo dessa sequência:

$$SADF(r_0) = \sup_{r_2 \in [r_0, 1]} \{ADF_0^{r_2}\} \quad (4)$$

¹ Caspi (2017) apresenta testes de bolhas com EViews utilizando os testes: SADF de Phillips *et al.* (2011) e o GSADF de Phillips *et al.* (2015).

Figura 3: Ilustração do processo SADF



Fonte: Caspi (2017).

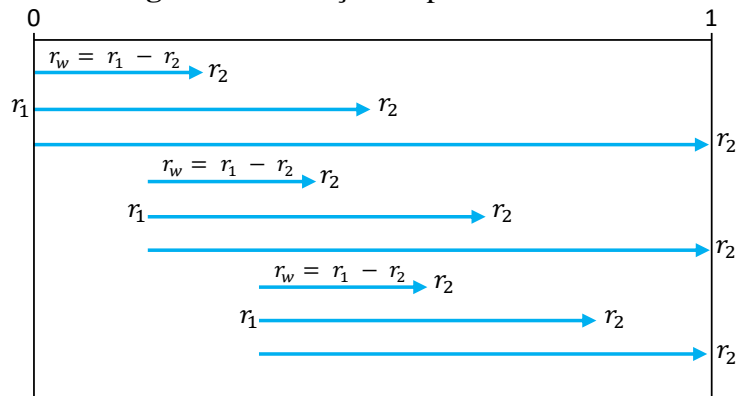
A estatística do teste SADF segue uma distribuição não padronizada, os valores críticos são obtidos através de simulação de Monte Carlo e por *bootstrap*. O teste SADF tem como hipótese nula a presença de raiz unitária, ou seja, não apresenta bolhas. A hipótese alternativa do teste SADF é a presença de apenas um período de bolha.

3.4 Teste GSADF de Phillips *et al.* (2015)

Posteriormente, Phillips *et al.* (2015) desenvolvem o teste SADF generalizado (GSADF), no qual permite-se que as janelas utilizadas na estimação sejam mais flexíveis, permitindo que os pontos, inicial (r_1) e final (r_2), variem. Assim, para um dado r_0 , o teste GSADF implicará um esquema de recursão dupla permitindo que o ponto final da janela de regressão r_2 varie de r_0 a 1 e o ponto inicial r_1 varie de 0 a $r_2 - r_0$. Conforme Phillips *et al.* (2015), o teste GSADF tem um maior poder em detectar períodos de bolhas

$$GSADF(r_0) = \sup_{\substack{r_2 \in [r_0, 1] \\ r_1 \in [0, r_2 - r_0]}} \{ADF_{r_1}^{r_2}\} \quad (5)$$

Figura 4: Ilustração do processo GSADF



Fonte: Caspi (2017).

A estatística do teste GSADF segue uma distribuição não padronizada, os valores críticos são obtidos através de simulação de Monte Carlo e por *bootstrap*, como no caso do SADF. A hipótese nula do teste GSADF é da presença de raiz unitária e a hipótese alternativa é da presença de múltiplos períodos de bolhas. Diferente do teste SADF que pode apresentar inconsistência em período de amostragem que inclui múltiplos episódios de bolhas, o teste GSADF apresenta consistência.

3.5 Simulação dos valores críticos por *bootstrap* combinando os procedimentos de Harvey *et al.* (2016) e Shi *et al.* (2018) para o teste GSADF

Uma alternativa é simular os valores críticos por *bootstrap* combinando os procedimentos de Harvey *et al.* (2016) e Shi *et al.* (2018). Este método foi projetado para mitigar a influência potencial da heterocedasticidade não condicional. Considere $\tau_0 = [T\tau_0]$ e τ_b o número de observações presentes na janela para a estimação (Phillips; Shi, 2018). Conforme Phillips e Shi (2018), o procedimento é realizado em 4 passos:

Passo 1: Utilizando o período amostral completo, estime o modelo de regressão sob a imposição da hipótese nula de $\rho = 0$ e obtenha o resíduo estimado \hat{v}_t .

$$\Delta y_t = \mu + \rho y_{t-1} + \sum_{j=1}^p \phi_j \Delta y_{t-j} + v_t \quad (6)$$

Passo 2: Para um tamanho amostral $\tau_0 + \tau_b - 1$, obtenha uma amostra por *bootstrap* dada por

$$\Delta y_t^b = \sum_{j=1}^p \hat{\phi}_j \Delta y_{t-j}^b + v_t^b \quad (7)$$

com valores iniciais $y_i^b = y_i$, onde $i = 1, \dots, j+1$, e $\hat{\phi}_j$ são estimativas do Mínimos Quadrados Ordinários (MQO) do passo 1. Os resíduos $v_t^b = w_t v_t$ onde w_t é obtido de forma aleatória a partir de uma distribuição normal padrão e v_t é obtido aleatoriamente com reposição a partir de v_t .

Passo 3: Usando a série simulada por *bootstrap* obtida no passo anterior, calcula-se a sequência da estatística de teste PSY $\{GSADF_t^b\}_{t=\tau_0}^{\tau_0+\tau_b-1}$ e o valor máximo da sequência da estatística de teste, será:

$$M_t^b = \max_{t \in [\tau_0, \tau_0 + \tau_b - 1]} (GSADF_t^b) \quad (8)$$

Passo 4: Usa-se $B=999^2$ replicações de *bootstrap*.

Passo 5: A partir das replicações por *bootstrap* calcula-se o valor crítico do teste GSADF, e é dado com percentil 95 da sequência $\{M_t^b\}_{b=1}^B$.

3.6 Simulação dos valores críticos por *bootstrap* a la Pedersen e Schütte (2017) para o teste GSADF

Alternativamente, Pedersen e Schütte (2017) propõem simular o valor crítico do teste GSADF por *bootstrap* considerando os erros autocorrelacionados e a série apresentar raiz unitária, diferentemente do procedimento combinado de Harvey *et al.* (2016) e Shi *et al.* (2018), consistindo nos seguintes passos:

Passo 1: Com base na estimativa total da amostra por MQO da regressão ADF, obtém-se estimativas $\hat{\psi}_i$ e os resíduos:

$$\hat{\varepsilon}_t = y_t - \hat{\alpha} - \hat{\beta} y_{t-1} - \sum_{i=1}^{k^*} \hat{\psi}_i \Delta y_{t-i}, \quad t = k^* + 1, \dots, T \quad (9)$$

² Com base no artigo de Phillips e Shi (2018).

no qual obtém-se a defasagem ótima, k^* , através dos critérios de informação *Akaike Information Criterion* (AIC) ou *Bayesian Information Criterion* (BIC) a partir de uma determinada defasagem máxima estipulada, k_{max} , para a autorregressão.

Etapa 2: Posteriormente, uma amostra independente e identicamente distribuída de erros por *bootstrap* é gerada a partir da escolha aleatória com reposição dos erros, ε_t , que leva a, ε_t^* , a partir de

$$\varepsilon_t^* = \hat{\varepsilon}_t - (T - k^*)^{-1} \sum_{t=1+k^*}^T \hat{\varepsilon}_t \quad (10)$$

Passo 3: Assim, constrói-se u_t^* recursivamente a partir do ε_t^* que foi obtido anteriormente

$$u_t^* = \sum_{i=1}^{k^*} \hat{\psi}_i u_{t-i}^* + \varepsilon_t^* \quad (11)$$

A obtenção da amostra por *bootstrap* necessita eliminar a parte inicial, ou seja, é extraído $(T - k^*) + b$ erros gerados por *bootstrap* no segundo passo e depois descarta-se os primeiros valores de $b - k^*$ de u_t^* . Com u_t^* podemos construir y_t^* como $y_t^* = y_{t-1}^* + u_t^*$, $t = 1, \dots, T$ com $y_0^* = 0$. O passo 3 tem como finalidade controlar a autocorrelação nos resíduos.

Passo 4: Usando y_t^* , calcula-se as estatísticas de teste por *bootstrap*:

$$SADF^*(r_0) = \sup_{r_2 \in [r_0, 1]} ADF_0^{*r_2} \quad (12)$$

$$GSADF^*(r_0) = \sup_{\substack{r_2 \in [r_0, 1] \\ r_1 \in [0, r_2 - r_0]}} \{ADF_{r_1}^{*r_2}\} \quad (13)$$

A defasagem utilizada nas regressões auxiliares do teste ADF deve ser fixada em k^* , com no primeiro passo.

Passo 5: Calcula-se os valores críticos dos testes SADF e GSADF por *bootstrap* respectivamente $cv(q)^{SADF^B}$ e $cv(q)^{GSADF^B}$ para o nível de significância nominal q , repetindo os passos de 2 a 4 M^* vezes (número de replicações por *bootstrap*), obtém-se os valores críticos. Especificamente, para $m = 1, \dots, M^*$, estima-se $\{SADF_m^*(r_0)\}_{m=1}^{M^*}$ ou $\{GSADF_m^*(r_0)\}_{m=1}^{M^*}$ e calcula-se $cv(q)^{SADF^B}$ ou $cv(q)^{GSADF^B}$ como:

$$cv(q)^{SADF^B} = \max \left\{ x: M^{*-1} \sum_{m=1}^{M^*} I(SADF_m^*(r_0) < x) \leq q \right\} \quad (14)$$

$$cv(q)^{GSADF^B} = \max \left\{ x: M^{*-1} \sum_{m=1}^{M^*} I(GSADF_m^*(r_0) < x) \leq q \right\} \quad (15)$$

no qual I é a função indicadora.

Passo 6: As estatísticas de teste, $SADF^B(r_0)$ e $GSADF^B(r_0)$, são calculadas a partir da série y_t com uma defasagem k^* na especificação, como determinado no passo 1. Rejeita-se o valor

nulo de ausência de bolhas se a estatística de teste for maior que o valor crítico simulado por *bootstrap* obtido no passo 5.

O método de simulação dos valores críticos por *bootstrap* que combina os procedimentos de Harvey *et al.* (2016) e Shi *et al.* (2018) apresenta uma melhoria sobre os testes SADF e GSADF ao analisar os efeitos heterocedásticos sobre estes. Entretanto, os referidos autores não examinam os efeitos da autocorrelação sobre tais testes. A partir disso, Pedersen e Schütte (2007) propõem os valores críticos do teste GSADF simuladas por *bootstrap* que tem propriedades de tamanho de amostra finitas moderadamente melhor e consideram a presença de erros autocorrelacionados ao gerar y como uma variável com raiz unitária e erros autocorrelacionados.

3.7 Dados

As variáveis que foram utilizadas para realização dos testes propostos foram à relação dívida/PIB, que consiste na Dívida Líquida do Governo Geral em relação ao PIB do Brasil, a série foi extraída da base de dados do Banco Central do Brasil (BCB), os dados são mensais de dezembro de 2001 a outubro de 2019. A série do *Credit Default Swaps* (CDS)³ soberano de 5 anos, obtidos na *Bloomberg*, os dados são mensais de outubro de 2001 a outubro de 2019. O *spread bond yield* do título soberano de 10 anos do Brasil em relação ao EUA, também obtidos na *Bloomberg*, os dados são mensais de janeiro de 2007 a outubro de 2019. O Índice Nacional de Preços ao Consumidor Amplo (IPCA) foi extraído da base de dados do BCB, os dados são mensais de dezembro de 2001 a outubro de 2019.

4 Resultados dos testes de detecção de bolhas para as variáveis analisadas

Esta seção de resultados apresenta os testes de detecção de bolhas ADF, RADF, SADF e GSADF. A seção é dividida em 4 subseções, no qual cada subseção refere-se a uma variável testada. A próxima subseção apresenta os resultados para a variável dívida pública/PIB.

4.1. Variável dívida pública/PIB

Foram estabelecidas 6 defasagens para o número de defasagens máxima na realização dos testes, e foram consideradas 2.000 replicações nas simulações por *bootstrap*. Os testes realizados para a relação dívida pública/PIB foram feitos adotando tendência determinista, pois no teste ADF a tendência foi significativa. Os resultados obtidos para os testes ADF, RADF, SADF e GSADF para a série dívida pública/PIB são demonstrados na tabela 1.

³ O prêmio de risco do CDS soberano deve ser igual ao *spread* entre o rendimento do título do governo e a taxa livre de risco pela teoria de não arbitragem segundo Acharya *et al.* (2002) e Hull e White (2000).

Tabela 1 – Resultados dos testes realizados para a relação dívida pública/PIB

Testes	ADF	RADF	SADF	GSADF
Estatística t	0.2339***	3.0874***	0.9790**	3.6134***
Prob.	0.001	0	0.0155	0
Valores críticos				
1%	-0.2527	-0.1798	1.1114	1.6607
5%	-0.926	-0.8269	0.5918	1.2428
10%	-1.2445	-1.1557	0.3204	1.0146
Estatística t	3.0874***	0.9790***	3.6134**	
Valores críticos simulados por <i>wild bootstrap</i>				
1%		-0.0213	-0.05	3.8416
5%		-0.8317	-0.5895	2.6492
10%		-1.1632	-0.7618	2.1942
Estatística t	3.0874***	0.9790**	3.6134***	
Valores críticos simulados por <i>sieve bootstrap</i>				
1%		-0.136	1.7281	3.2253
5%		-0.8336	0.8244	2.0298
10%		-1.1492	0.4465	1.6246
Valores críticos simulados por <i>sieve bootstrap</i> (Pedersen e Schütte (2017))				
	SADFB	p-valor	GSADFB	p-valor
	-0.0083	0.6014	2.8345	0.0894*

(***) Nível de significância=1%; (**) Nível de significância=5%.

Fonte: elaboração própria, a partir dos resultados obtidos nos testes realizados, 2020.

Observa-se que os modelos ADF, RADF e GSADF com valores críticos baseados na simulação de Monte Carlo rejeitaram a hipótese nula, de presença de raiz unitária ao nível de significância de 1%, apresentando assim comportamento explosivo. Já o teste SADF com valores críticos baseados na simulação de Monte Carlo foi significativo a 5%. Os testes RADF e SADF com valores críticos simulados por *wild bootstrap* pelo procedimento combinado por Harvey *et al.* (2016) e Shi *et al.* (2018) rejeitaram a hipótese nula, indicando comportamento explosivo ao nível de 1% de significância. Rejeita-se a hipótese nula do teste GSADF a 5% de significância estatística com base nos valores críticos simulados por *wild bootstrap*. Rejeita-se a hipótese nula pelos testes RADF e GSADF, baseados nos valores críticos simulados por *sieve bootstrap*, com nível de significância ao nível de 1%, ao passo que, rejeita-se a hipótese nula ao nível de 5% pelo teste SADF, indicando comportamento explosivo.

O teste SADF estabelecido por Pedersen e Schütte (2017), não apresentou resultado significativo, enquanto, o teste GSADF (por Pedersen e Schütte (2017)) demonstrou significância para comportamento explosivo, sendo este de 10%.

A tabela 2 apresenta os períodos de bolha, na relação dívida pública/PIB para o Brasil de dezembro de 2001 a outubro de 2019 dos testes RADF, SADF e GSADF.

Tabela 2 – Períodos de bolha, na relação dívida pública/PIB para o Brasil, no período de dezembro de 2001 a outubro de 2019

Períodos de bolha			
	RADF	SADF	GSADF
Valores críticos por simulação de Monte Carlo	02/2009 – 03/2009		
	10/2014 – 01/2015		02/2009 – 02/2009
	06/2015 – 06/2015	06/2016 – 10/2019*	12/2014 – 01/2015
	12/2015 – 10/2016*		04/2015 – 10/2019*
	12/2016 – 12/2016		
04/2018 – 09/2018*			
Valores críticos simulados por <i>wild bootstrap</i>	02/2009 – 03/2009		12/2006 – 03/2007
	10/2014 – 02/2015*		02/2009 – 02/2009
	05/2016 – 10/2016*	02/2016 – 10/2019*	10/2014 – 02/2015*
	02/2018 – 02/2018		04/2015 – 10/2019*
04/018 – 09/2018*			
Valores críticos simulados por <i>sieve bootstrap</i>	02/2009 – 03/2009		02/2009 – 02/2009
	10/2014 – 01/2015		01/2015 – 01/2015
	12/2015 – 10/2016*	06/2016 – 10/2019*	04/2015 – 10/2019*
	12/2016 – 12/2016		
04/2018 – 09/2018*			
Valores críticos simulados por <i>sieve bootstrap</i> (Pedersen e Schütte (2017))			05/2005 – 07/2005
			11/2005 – 11/2005
			06/2007 – 09/2007
			10/2008 – 11/2008
			09/2011 - 10/2011
			12/2011 – 12/2011
			04/2012 – 07/2012
			01/2014 – 01/2014
		10/2015 – 10/2019*	

(*) Períodos de bolhas de pelo menos 5 meses.

Fonte: elaboração própria, a partir dos resultados obtidos nos testes realizados, 2020.

Conforme os resultados obtidos, tanto no teste RADF como no GSADF, independente dos valores críticos considerados (exceto os valores críticos simulados por *sieve bootstrap* por Pedersen e Schütte (2017)), apresentaram bolha em fevereiro de 2009 e janeiro de 2015. Entretanto, conforme Phillips *et al.* (2015) períodos de bolhas menores do que o \ln do número de observações ($\ln(215) \approx 5,4$) não devem ser considerados, pois não são duradoras. Assim, os períodos de bolhas que devem ser considerados são os com pelo menos 5 meses. Todos os testes demonstraram a existência de bolha no período de abril de 2018 – setembro de 2018. Já no período de junho de 2016 – outubro de 2019, tanto o teste SADF, como o GSADF

demonstram comportamento explosivo. Também é importante ressaltar que as estimativas das estatísticas do teste GSADF são geralmente maiores do que as estatísticas do teste SADF, isso se deve ao GSADF ser mais poderoso, cobrindo mais subamostras de dados e com uma maior flexibilidade (como salientado por Chen e Wu, 2018). Isso pode observado nos resultados de tais testes para o período de outubro de 2014 a fevereiro de 2015, que o teste GSADF (GSADF com valores críticos simulados por *wild bootstrap*) apresentou um comportamento explosivo, enquanto o SADF não.

Assim, o teste GSADF tem um maior poder para detectar períodos de bolha, e comparando o resultado do teste GSADF por Harvey *et al.* (2016) e Shi *et al.* (2018) e o resultado conforme Pedersen e Schütte (2017), o primeiro demonstrou mais períodos de comportamento explosivo (outubro de 2014 – fevereiro de 2015; abril de 2015 – setembro de 2015). Mas, o GSADF padrão, o GSADF por Harvey *et al.* (2016) e Shi *et al.* (2018) e o GSADF por Pedersen e Schütte (2017), apresentaram comportamento explosivo significativo no período de outubro de 2015 a outubro de 2019.

Como foi demonstrado comportamento explosivo em alguns períodos da relação dívida pública/PIB, foram realizados os mesmos testes de bolhas para variáveis relacionadas. Dessa forma, foram feitos tais testes para as séries do CDS, *spread* e IPCA.

4.2 Variável CDS

No caso do CDS, os testes não foram realizados adotando tendência e constante, dado que no teste ADF a tendência e a constante não apresentaram significância. Os resultados obtidos para os testes para a série do CDS são exibidos na tabela 3.

Tabela 3 – Resultados dos testes realizados para o CDS

Testes	ADF	RADF	SADF	GSADF
Estatística t	-2.401	2.2294**	-0.7294	2.4409
Prob.	0.9885	0.3235	0.982	0.2905
Valores críticos				
1%	2.1747	2.2659	3.4664	4.364
5%	1.3342	1.4583	2.7066	3.4493
10%	0.9704	1.0411	2.3646	3.1139
Estatística t		2.2294***	-0.7294	2.4409
Valores críticos simulados por <i>wild bootstrap</i>				
1%		2.2183	1.4989	3.8958
5%		1.5429	1.0623	3.2338
10%		1.1904	0.8438	2.9698
Estatística t		2.2294***	-0.7294	2.4409
Valores críticos simulados por <i>sieve bootstrap</i>				
1%		2.0477	3.9431	4.2728
5%		1.4443	2.8287	3.3084
10%		1.129	2.4017	2.9811
Valores críticos simulados por <i>sieve bootstrap</i> (Pedersen e Schütte (2017))				
	SADFB	p-valor	GSADFB	p-valor
	-1.5017	0.9784	2.4857	0.3664

(***) Nível de significância=1%; (**) Nível de significância=5%.

Fonte: elaboração própria, a partir dos resultados obtidos nos testes realizados, 2019.

De acordo com resultados obtidos para a variável CDS, somente o teste RADF rejeitou a hipótese nula. A partir de valores críticos simulados por Monte Carlo apresentou comportamento explosivo ao nível de 5% de significância, e por valores críticos simulados por *wild bootstrap* e *sieve bootstrap*, rejeitou-se a presença de raiz unitária ao nível de significância de 1%. Observa-se que os testes SADF e GSADF, estabelecidos por Pedersen e Schütte (2017), não apresentaram comportamento explosivo.

A tabela 4 apresenta os períodos de bolha, para a variável CDS, para o Brasil de outubro de 2001 a outubro de 2019 dos testes RADF, SADF e GSADF.

Tabela 4 – Períodos de bolha, para o CDS, no período de outubro de 2001 a outubro de 2019

Períodos de bolha para o CDS			
	RADF	SADF	GSADF
Valores críticos por simulação de Monte Carlo	02/2009 – 02/2009		09/2015 – 09/2015
	09/2015 – 10/2015	-	12/2015 – 12/2015
	12/2015 – 12/2015		
Valores críticos por simulação por <i>wild bootstrap</i>	02/2009 – 02/2009		09/2015 – 09/2015
	09/2015 – 09/2015	-	
Valores críticos por simulação por <i>sieve bootstrap</i>	02/2009 – 02/2009		09/2015 – 09/2015
	09/2015 - 10/2015	-	12/2015 – 12/2015
	12/2015 – 12/2015		

(*) Períodos de bolhas de pelo menos 5 meses

Fonte: elaboração própria, a partir dos resultados obtidos nos testes realizados, 2019.

Considerando a restrição atribuída por Phillips *et al.* (2015), para períodos de bolhas menores do que o \ln do número de observações ($\ln(217) \approx 5,4$) não devem ser considerados períodos de bolhas com menos de 5 meses, pois não são duradoras. Com base nisso, as bolhas que foram apresentadas a variável CDS no período estudado não devem ser consideradas.

4.3 Variável *spread*

Outra variável estudada foi o *spread* dos *bond yields* dos títulos de 10 anos do Brasil em relação aos EUA. Foram feitos os testes ADF, RADF, SADF e GASDF para a série do *spread*. Os testes foram realizados adotando tendência determinística, dado que no teste ADF tradicional a tendência apresentou significância. Os resultados obtidos para os testes da série do *spread* são exibidos na tabela 5.

Tabela 5 – Resultados obtidos pelos testes realizados para a variável do *spread*

Testes	ADF	RADF	SADF	GSADF
Estatística t	-1.7542	-0.0153***	-1.3647	-0.0153
Prob.	0.2825	0.353	0.8405	0.576
Valores críticos				
1%	-0.365	-0.174	0.9718	1.529
5%	-0.9011	-0.8178	0.4495	1.0736
10%	-1.2092	-1.1486	0.1923	0.8843
Estatística t		-0.0153***	-1.3647	-0.0153
Valores críticos simulados por <i>wild bootstrap</i>				
1%		-0.1304	1.3965	3.0577
5%		-0.837	0.5663	1.988
10%		-1.1467	0.1407	1.54
Estatística t		-0.0153***	-1.3647	-0.0153
Valores críticos simulados por <i>sieve bootstrap</i>				
1%		-0.1816	1.107	1.8396
5%		-0.8379	0.486	1.2133
10%		-1.1607	0.2277	0.9844
Valores críticos simulados por <i>sieve bootstrap</i> (Pedersen e Schütte (2017))				
	SADFB	p-valor	GSADFB	p-valor
	-0.7513	0.8396	0.8966	0.555

(***) Nível de significância=1%; (**) Nível de significância=5%.

Fonte: elaboração própria, a partir dos resultados obtidos nos testes realizados, 2019.

Observa-se na tabela 5, que o teste RADF, independente dos valores críticos considerados, rejeita a hipótese nula de raiz unitária ao nível de 1% de significância, demonstrando um comportamento explosivo. Os testes SADF e GSADF não rejeitam a hipótese nula, em nenhum dos valores críticos considerados, demonstrando assim raiz unitária.

Na tabela 6 são exibidos os períodos de bolha, para a variável do *spread*, no período de janeiro de 2007 a outubro de 2019 dos testes RADF, SADF e GSADF.

Tabela 6 – Períodos de bolha para a variável do *spread*, no período de janeiro de 2007 a outubro de 2019

Períodos de bolha para o <i>Spread</i>			
	RADF	SADF	GSADF
Valores críticos por simulação de Monte Carlo	07/2012 – 08/2012		
	10/2012 – 10/2012		
	02/2014 – 03/2014	-	02/2014 – 02/2014
	12/2016 – 03/2017		10/2015 – 10/2015
	05/2018 – 05/2018		
	08/2018 – 09/2018		
Valores críticos por simulação por wild bootstrap	12/2016 – 03/2017	-	-
Valores críticos por simulação por sieve bootstrap	07/2012 – 08/2012		
	10/2012 – 10/2012		02/2014 – 02/2014
	02/2014 – 03/2014	-	10/2015 – 10/2015
	12/2016 – 03/2017		12/2015 – 12/2015
	05/2018 – 05/2018		09/2018 – 09/2018
	08/2018 – 09/2018		

Fonte: elaboração própria, a partir dos resultados obtidos nos testes realizados, 2020.

Como no caso do CDS, considerando a restrição atribuída por Phillips *et al.* (2015), para períodos de bolhas menores do que o \ln do número de observações, que neste caso é $\ln(154) \approx 5,04$, não devem ser considerados períodos de bolhas com menos 5 meses, pois não são duradoras. Com base nisso, as bolhas que foram apresentadas para o *spread* no período estudado não devem ser considerada.

4.4 Variável inflação

O estudo realizado por Reinhart e Rogoff (2010) evidencia a existência de relação entre elevados níveis de dívida pública e alta inflação, o que indica que detectar possíveis bolhas na relação dívida/PIB pode estar associado com bolhas na inflação. Assim, também foram feitos os testes ADF, RADF, SADF e GASDF para a série do IPCA. Os testes foram realizados considerando a constante. Os resultados obtidos para os testes da variável inflação são exibidos na tabela 7.

Tabela 7 – Resultados obtidos pelos testes realizados para a variável Inflação

Testes	ADF	RADF	SADF	GSADF
Estatística t	-6.1289	-1.2832	-2.1202	-1.2832
Prob.	1.0000	1.0000	0.9955	1.0000
Valores críticos				
1%	0.7225	0.7244	2.0027	2.8856
5%	-0.055	0.0006	1.4422	2.1674
10%	-0.4127	-0.3732	1.143	1.886
Estatística t		-1.2832	-2.1202	-1.2832
Valores críticos simulados por <i>wild bootstrap</i>				
1%		0.7883	1.3402	3.5133
5%		0.0155	0.7264	2.6492
10%		-0.3611	0.2997	2.3495
Estatística t		-1.2832	-2.1202	-1.2832
Valores críticos simulados por <i>sieve bootstrap</i>				
1%		0.718	1.9556	2.865
5%		-0.0027	1.382	2.2082
10%		-0.3706	1.141	1.9154
Valores críticos simulados por <i>sieve bootstrap</i> (Pedersen e Schütte (2017))				
	SADFB	p-valor	GSADFB	p-valor
	-2.0555	0.9956	-1.2356	1

Fonte: elaboração própria, a partir dos resultados obtidos nos testes realizados, 2020.

Conforme os resultados apresentados na tabela 7 nenhum dos testes realizados (independentemente dos valores críticos) demonstram a existência de bolhas para a variável inflação no período estudado, dezembro de 2001 – outubro de 2019. Indo em linha diferente do que foi apresentado no trabalho de Reinhart e Rogoff (2010).

5 Conclusão

A presença ou não de comportamento explosivo na razão dívida pública/PIB do Brasil foi analisada empiricamente através dos testes de detecção de bolha: ADF, RADF, SADF de Phillips *et al.* (2011), o GSADF desenvolvido por Phillips *et al.* (2015) simulando os valores críticos por *bootstrap* a la Harvey *et al.* (2016) e Shi *et al.* (2018) ou a la Pedersen e Schütte (2017) como forma de avaliar a sustentabilidade fiscal brasileira. Além disso, testou-se se esse comportamento também existia em variáveis relacionadas como CDS soberano, *spread* do *yield* e a taxa de inflação.

Os resultados indicaram comportamento explosivo nos testes feitos para a variável dívida pública/PIB. Dentre os testes para essa variável, apenas o teste SADF com valores críticos simulados por *bootstrap* a la Pedersen e Schütte (2017) não apresentou resultado significativo de pelo menos 10%. O teste GSADF que tem o maior poder de detecção teve resultado significativo considerando as diferentes maneiras de obtenção de valores críticos (inclusive com os valores críticos simulados por *bootstrap*). Em todas as formas do teste GSADF, a evidência foi que o período de outubro de 2015 a outubro de 2019 teve um comportamento explosivo. O comportamento explosivo neste período delimitado pode estar associado à recessão brasileira ocorrida entre o segundo trimestre de 2014 e o quarto trimestre de 2016, a elevação da taxa de juros entre 2015 e 2016 e a recorrência de déficits primários

desde 2014. Além disso, ainda que o Brasil venha apresentando crescimento do PIB desde 2017, este ainda é abaixo de 2%.

Apesar dos testes terem indicado comportamento explosivo para a dívida pública brasileira, as variáveis CDS e *spread* não apresentaram comportamento explosivo, mesmo que o teste RADF apresentou resultados significativos, os períodos de bolha foram menores do que devem ser considerados, conforme Phillips *et al.* (2015). Esse resultado difere do apresentado no trabalho do Phillips (2017) que encontra evidências de comportamento explosivo para os países Grécia, Portugal, Itália, Espanha e Irlanda para as variáveis *spread* do *yield* e CDS.

Em relação à inflação, nenhum dos testes realizados rejeitou a hipótese nula de raiz unitária, não evidenciando comportamento explosivo. O resultado da inflação foi divergente do esperado, já que difere da relação entre dívida pública e inflação apresentada por Reinhart e Rogoff (2010).

Referências bibliográficas

ACHARYA, V. V.; DAS, S. R.; SUNDARAM, R. K. Pricing credit derivatives with rating transitions. *Financial Analysts Journal* 58 (3), 28–44, 2002.

BOHN, H. Are stationarity and cointegration restrictions really necessary for the intertemporal budget constraint? *Journal of Monetary Economics* 54 (2007) 1837–1847.

BOHN, H. The sustainability of fiscal policy in the United States. CESifo Working Paper no. 1446. A pril, 2005.

BYSTROV, V.; MACKIEWICZ, M. Recurrent explosive behaviour of debt-to-GDP ratio. University of Lodz, Faculty of Economics and Sociology. November, 2016.

CASPI, I. Rtdf: Testing for Bubbles with EViews. *Journal of Statistical Software*, v. 81, Code Snippet 1, November, 2017.

CHEN, S. W.; WU, A. C. Is there a bubble component in government debt? New international evidence. *International Review of Economics and Finance* 58 (2018) 467–486.

CHUDIK, A.; MOHADDES, K.; PESARAN, M. H.; RAISSI, M. Rising Public Debt to GDP Can Harm Economic Growth. 2017.

EBERHARDT, M.; PRESBITERO, A. F. Public debt and growth: Heterogeneity and non-linearity. *Journal of International Economics*, v. 97, n. 1, p. 45-58, 2015.

HARVEY, D.I.; LEYBOURNE, S.J.; SOLLIS, R.; TAYLOR, A. M. R. Tests for explosive financial bubbles in the presence of non-stationary volatility. *Journal of Empirical Finance*, 38, 548-574, 2016.

HULL, J. C.; WHITE, A. D. Valuing credit default swaps I: No counterparty default risk. *The Journal of Derivatives* 8 (1), 29–40, 2000.

PEDERSEN, T. Q.; SCHÜTTE, E. C. M. Testing for Explosive Bubbles in the Presence of Autocorrelated Innovations. September, 2017.

- PESARAN, M. H. Estimation and inference in large heterogeneous panels with a multifactor error structure. *Econometrica* 74 (4), 967–1012, 2006.
- PHILLIPS, P. C. B.; SHI, S. Detecting Financial Collapse and Ballooning Sovereign Risk. September, 2017.
- PHILLIPS, P. C. B.; SHI, S. Real Time Monitoring of Asset Markets: Bubbles and Crises. November, 2018.
- PHILLIPS, P.C.B., SHI, S., YU, J. Testing for multiple bubbles: historical episodes of exuberance and collapse in the S&P 500, *International Economic Review*, 56(4), 1043-1077, 2015.
- PHILLIPS, P.C.B., WU, Y., YU, J. Explosive behavior in the 1990s NASDAQ: When did exuberance escalate asset value? *International Economic Review*, 52(1), 201-226, 2011.
- REINHART, C. M.; ROGOFF, K. S. Growth in a Time of Debt. *American Economic Review*, v. 100, n. 2, p. 573-78, 2010.
- SHI, S., HURN, S., PHILLIPS, P.C.B. Causal change detection in possibly integrated systems: Revisiting the money-income relationship. Macquarie University Faculty of Business & Economics Research Paper, 2018.
- YOON, G. War and peace: Explosive U.S. public debt, 1791-2009. *Economics Letters* 115 (2012) 1–3.