

MODELO DE ALOCAÇÃO ÓTIMA DOS GASTOS GOVERNAMENTAIS PARA A SAÚDE, EDUCAÇÃO E INFRAESTRUTURA

Dreyfuss Raphael Stege¹
Joanna Georgios Alexopoulos²

Resumo

A preocupação com os gastos públicos sempre estão em evidência graças à necessidade crescente de vários países em realizar ajustamentos fiscais. O objetivo deste artigo é analisar o comportamento dos agentes, famílias e setor público, em relação a gastos públicos específicos, os quais são diferenciados em três componentes de gastos: saúde, educação e infraestrutura e seus respectivos efeitos na utilidade das famílias e na produção das firmas. Para tanto, foi construído um modelo de equilíbrio parcial recursivo com a presença de um efeito de congestionamento na saúde pública e na educação, além de complementaridade entre capital físico público (infraestrutura) e capital humano. Foram obtidos quatro resultados inéditos. O primeiro resultado mostra a relação do efeito congestionamento entre saúde e educação, mostrando que o efeito congestionamento é maior para os gastos em saúde do que os gastos em educação. O segundo resultado mostra que em uma economia com alto nível de capital humano, o efeito congestionamento na educação é menor. O terceiro resultado mostra que quanto maior a qualificação do agente, maior sua demanda por educação privada quando na presença do efeito congestionamento na educação pública. Por fim, o último resultado implica que os gastos do governo em infraestrutura, mantendo os gastos com educação constantes, aumentam a desigualdade.

Palavras-chave: Gasto Público Ótimo; Efeito Congestionamento; Equilíbrio Parcial Recursivo

Abstract

The concern with public spending have always been in evidence thanks to the growing need of several countries to carry out fiscal adjustments. The objective of this paper is to analyze the behavior of agents, families and the public sector, in relation to specific public expenditures, which are differentiated into three spending components: health, education and infrastructure and their respective effects on the utility of families and on the production of firms. Therefore, a recursive partial equilibrium model was built with the presence of a congestion effect on public health and education, in addition to the complementarity between public physical capital (infrastructure) and human capital. Four unpublished results were obtained. The first result shows the relationship of the congestion effect between health and education, showing that the congestion effect is greater for health spending than spending on education. The second result shows that in an economy with a high level of human capital, the congestion effect on education is less. The third result shows that the higher the qualification of the agent, the greater his demand for private education when in the presence of the congestion effect on public education. Finally, the last result implies that government spending on infrastructure, keeping education spending constant, increases inequality.

Keywords: Public Optimal Spending; Congestion Effect; Recursive Partial Equilibrium

Classificação JEL: H50, D59, D61

Área de Submissão: Área 4 – Macroeconomia, Economia Monetária e Finanças.

¹ Mestre pelo Programa de Pós-graduação em Economia Regional da Universidade Estadual de Londrina (PPE/UEL). E-mail: dreyfuss.stege@gmail.com

² Professora do Departamento de Economia do Centro de Estudos Sociais Aplicados (Cesa) da Universidade Estadual de Londrina (UEL). E-mail: jalexpoulos@uel.br

1. Introdução

O estudo de gastos públicos ótimos é motivado pela necessidade crescente de vários países em realizar ajustamentos fiscais. Os gastos governamentais como: saúde, educação, lei e ordem, lazer, infraestrutura e investimentos diretos são pontos fundamentais da política fiscal do setor público. Desse modo, os serviços públicos influenciam em diversas áreas da economia.

Como os serviços públicos são diferenciados, podem ser divididos em dois grandes setores: i) bens e serviços produtivos, que funcionam como insumos facilitadores de produção e também serviços diretamente produtivos; e ii) aqueles serviços que estão ligados ao consumo e ao bem-estar das famílias, como saúde e educação. Já os serviços ligados ao consumo das famílias, são: saúde, educação e lazer, que estão vinculados ao bem-estar.

Os serviços públicos geram externalidades que afetam a produção e o bem-estar da economia. Alguns exemplos de externalidades causadas pelos serviços públicos estão na infraestrutura de um país, como: estradas, hidrovias, sistema ferroviário, sistema de energia e água, estes serviços estão ligados à produção da economia e facilitam a criação e circulação de bens e insumos pelo país. As externalidades das famílias associadas aos gastos públicos levam a uma interessante análise sobre a escolha de políticas fiscais, tamanho do governo e a taxa de crescimento econômico (BARRO, 1990). Entretanto, os serviços produtivos e de bem-estar podem trazer uma dualidade na função utilidade das famílias e na função de produção das firmas.

Outra importante característica do bem público é a presença do efeito congestionamento, este efeito ocorre quando o bem público é ofertado gratuitamente, logo, não existe o mecanismo de preços a fim de igualar a oferta e demanda do bem público para que se encontre o equilíbrio de mercado. Alguns exemplos do efeito congestionamento são: superlotação e filas para de leitos em hospitais, universidades superlotadas, engarrafamento de veículos (CHATTERJEE; GHOSH, 2011).

Pela ótica do crescimento econômico, os efeitos dos gastos do governo geram certa preocupação com a eficiência. Espera-se que os recursos estejam sendo utilizados da melhor maneira possível, possibilitando também a maior produtividade do setor privado. Isto é, os gastos do setor público buscam eficiência e externalidades positivas na sociedade. Alguns trabalhos em torno deste tema, já foram feitos para o Brasil, como o de Cândido (2001) onde estima o efeito das externalidades dos gastos do governo brasileiro e o diferencial de produtividade em relação ao setor privado. Os resultados mostram efeito negativo entre gastos e produtividade, indicam que os gastos geram impacto positivo no PIB, no curto prazo, mas no longo prazo este efeito se reverte, mostrando assim que a proporção do gasto público no Brasil está acima do seu nível ótimo.

Rocha e Giuberti (2007) analisaram entre 1986 e 2003, como categorias de gasto público influenciam o crescimento econômico dos estados brasileiros. Para a análise empírica das relações citadas foi utilizado um painel composto pelos estados brasileiros durante 1986-2003, avaliando como cada componente de gasto público está associado com a taxa de crescimento, os autores encontraram uma relação positiva entre gastos com educação, transporte e comunicação com o crescimento econômico, a relação entre os gastos correntes primários do governo e o crescimento econômico é positiva e não linear.

Apesar da crescente discussão sobre a necessidade de ajustes fiscais, ainda são poucos os trabalhos teóricos que analisam gastos ótimos do governo. Pode-se citar alguns trabalhos importantes nesta área, Samuelson (1954), Barro (1990) e, mais recentemente, Creedy e Moslehi (2008) e Chatterjee e Ghosh (2011).

O primeiro a trabalhar em torno de gasto ótimo de governo foi Samuelson (1954), que divide bens e serviços em duas categorias: bens de consumo privados e coletivos, este oriundo do

gasto governamental fazendo com que todos o possam consumir. O trabalho define a utilidade máxima pelo ponto ótimo de Pareto. A conclusão de Samuelson foi à ideia de explorar o problema dos gastos públicos, tanto na área social quanto na questão de políticas de bem-estar. Assim, se deu início às análises de alocação ótima de bens públicos na literatura.

Seguindo a ideia apresentada em Samuelson (1954), Barro (1990) então incorporou o setor público em um modelo endógeno de crescimento. Dado que as famílias estão sujeitas a externalidades associadas com o gasto público e a distorção causada pelos impostos, a decisão de poupar e o crescimento econômico podem não estar no ponto ótimo. Ao incluir o setor público, os serviços do governo causam um efeito dual na economia, pois afetam as famílias e a produção privada. A conclusão de Barro foi que diferentes valores de tributação e gastos públicos surtem efeito na taxa de crescimento. O modelo também diz que existem duas situações de governo: i) o benevolente, que busca maximizar o bem-estar das famílias e, ii) com interesse próprio, o qual busca maximizar seu próprio interesse, a reeleição.

No trabalho de Chatterjee e Ghosh (2011) foi abordada a ideia de dualidade do bem público, o congestionamento causado pelo uso de tais bens e também o papel da política fiscal na relação entre eles. Chatterjee e Ghosh (2011) consideram apenas um único bem público que é um insumo na produção e também um aumentador da utilidade das famílias. O objetivo do trabalho foi analisar o impacto da tributação no crescimento e no bem-estar na presença da dualidade e efeito congestionamento nos gastos públicos. Após experimentos numéricos constatou-se que o financiamento do aumento do gasto governamental via imposto de renda domina impostos do tipo *lump sum* e impostos sob o consumo, quando os bens públicos estão congestionados. Na presença de congestionamento, o imposto sob a renda é mais efetivo do que o imposto *lump sum*, para constantes gastos de governo o imposto sob a renda é mais eficiente em diminuir o congestionamento, assim aumentando o bem-estar. Já um imposto sob o consumo piora o bem-estar dado o aumento do congestionamento, quando a alternativa para o bem público congestionado é inviável. O trabalho mostra como o imposto sob consumo impacta o equilíbrio e o bem-estar da economia, mesmo com a ausência da escolha entre trabalho e lazer, levando em conta um bem público composto, abrindo assim a possibilidade de se focar em gastos públicos específicos.

Em relação aos diferentes tipos de gastos públicos, o trabalho de Creedy e Moslehi (2008) examina a alocação ótima da receita dos impostos entre pagamentos de transferência universal, um bem público puro e gastos na educação, dando ênfase no capital humano de cada indivíduo, o que ele chama de “habilidade”. Os resultados numéricos do trabalho mostram que um indivíduo com uma habilidade superior apresenta um ganho acima do ganho médio, e que quanto maior a sua renda maior a quantidade arrecadada de impostos, assim, elevando os gastos públicos em todas as áreas. Se o planejador social tiver uma aversão à desigualdade de renda, o padrão dos gastos é mais nivelado, o que leva a um aumento nas transferências e o gasto com educação, já que a habilidade básica gera um efeito investimento na produção. Outro resultado do trabalho, também implica que quando a educação não é eficiente em aumentar o nível médio de produtividade, o planejador reduz os gastos com educação. A redução com o gasto em educação deixa mais receita governamental disponível para ser aplicada a transferências universais e em outros bens públicos.

A diferença deste trabalho entre os citados acima é a especificação de certos tipos de gasto do governo enquanto deixa de lado a análise tributária, ao mesmo tempo que considera o efeito congestionamento, que afeta as decisões de alocação dentre os componentes do gasto do governo. O modelo considera três componentes do gasto público: saúde, educação e investimento em capital (infraestrutura). As firmas possuem função de produção definida em capital humano, único insumo demandado pelas firmas, e capital público. As famílias se diferem no seu nível de capital humano inicial e suas preferências são definidas em consumo, saúde pública e privada. Saúde pública e privada se diferem na função utilidade graças ao tamanho do efeito congestionamento na saúde pública. As famílias acumulam capital humano futuro através da escolha do tempo de educação e do

tipo de educação escolhida. Na presença do efeito congestionamento na educação pública, a educação privada é mais eficiente na acumulação de capital humano.

Desse modo, o objetivo deste trabalho é criar um modelo macroeconômico teórico, para abordar o comportamento dos agentes em relação a gastos públicos específicos, diferenciando-se três componentes de gastos públicos: saúde, educação e infraestrutura e seus respectivos efeitos tanto na utilidade das famílias quanto na produção das firmas. Apesar de o modelo ser de equilíbrio parcial, ele traz luz a alguns pontos essenciais à discussão dos gastos públicos. Primeiramente, ele mostra o porquê do efeito congestionamento ser maior na saúde pública do que na educação pública, explicando a discrepância entre gastos públicos na educação e na saúde e da existência de programas auxiliares que visam incentivar a demanda por educação gratuita. O modelo também apresenta outro cenário quanto a uma desigualdade inicial na demanda por bens e serviços públicos e o conseqüente efeito congestionamento desses bens. Economias mais desiguais tendem a ter uma menor eficiência na educação pública em relação à privada quanto à acumulação de capital humano. Além disso, investimentos públicos em infraestrutura sem a contrapartida de aumento dos gastos públicos em educação, tendem a aumentar a desigualdade.

A presente pesquisa divide-se em mais três seções além desta introdução, a segunda seção aborda a composição dos gastos do governo brasileiro para justificar a escolha das variáveis escolhidas para a criação do modelo. Na terceira seção será apresentado o modelo e seus resultados centrais. Finalmente, a última seção apresenta a conclusão.

2. Composição dos gastos do governo brasileiro e a escolha das variáveis

Justificando a escolha das variáveis para a criação do modelo, foi feita uma breve análise da composição dos gastos do governo brasileiro, e qual o “peso” que cada tipo de gasto tem sobre o total dos gastos.

Segundo o Ministério da Transparência e Controladoria-Geral da União, os gastos do governo brasileiro são divididos em vinte e sete setores, os quais são: Saúde, Assistência Social, Educação, Urbanismo, Transporte, Saneamento, Ciência e Tecnologia, Gestão Ambiental, Segurança Pública, Organização Agrária, Comércio e Serviços, Desporto e Lazer, Agricultura, Direitos a Cidadania, Indústria, Trabalho, Cultura, Habitação, Administração, Defesa Nacional, Previdência Social, Comunicações, Energia, Relações Exteriores, Judiciária, Legislativa e a função Essencial a Justiça. Dentro destes setores está os subsetores respectivos a função, por exemplo, alguns dos subsetores de saúde são Saneamentos Básicos Urbanos, Assistência Hospitalar e Ambulatorial entre outros.

Por conveniência, Desporto e Lazer foram somados com os gastos destinados com Cultura e foram renomeados como Lazer, o restante dos gastos foram somados e renomeados como “Outros”. Esse último é responsável em média por 31,19% dos gastos totais, vale ressaltar que um subgrupo dentro deste setor é o da Assistência Social, a qual inclui os gastos com previdência social.

Na Tabela 1 mostra-se a evolução dos gastos em porcentagem em relação ao gasto total entre os anos de 2009 e 2017³, evidenciando a importância de dois componentes: i) saúde; e ii) educação.

³ Este período foi escolhido antes da atualização dos dados no Portal de Transparência, após sua atualização os gastos com Lazer e Cultura foram omitidos do banco de dados.

Tabela 1. Porcentagem de cada gasto em relação ao gasto total nos períodos de 2009 até 2017

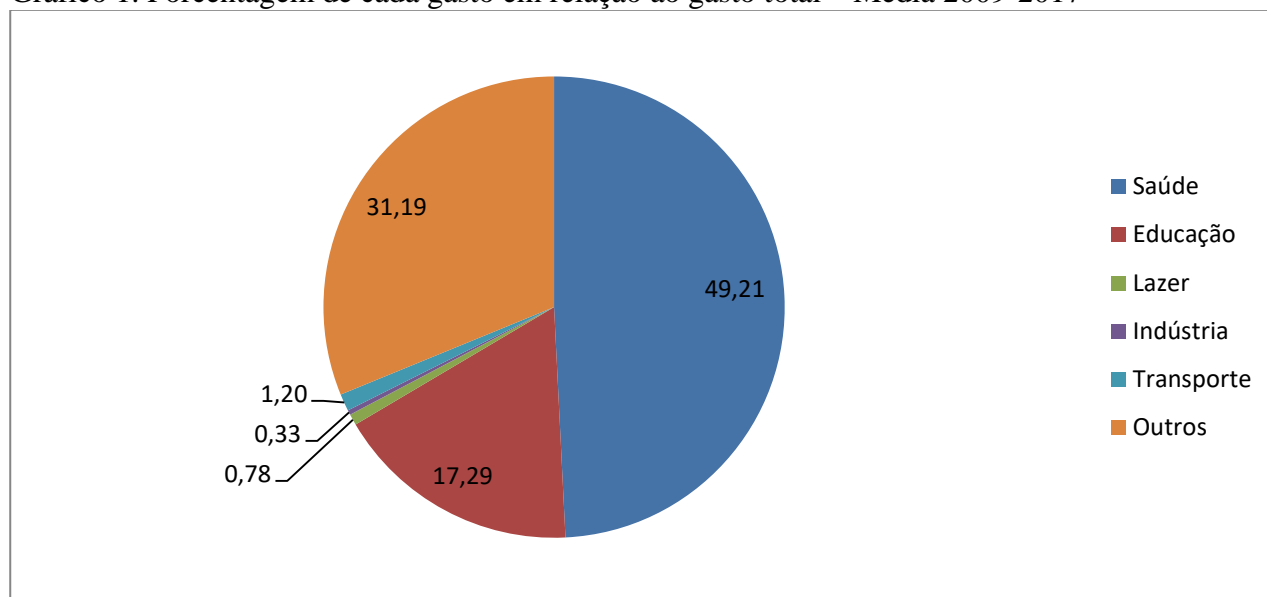
Período	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017
Saúde	52,8	48,9	48,0	47,1	45,6	48,7	51,1	48,3	52,4
Educação	11,9	15,8	18,6	20,3	19,1	18,5	17,7	17,6	16,1
Lazer	0,8	0,8	0,6	0,6	0,7	1,0	1,1	1,0	0,4
Indústria	0,3	0,3	0,3	0,4	0,3	0,4	0,3	0,4	0,3
Transporte	2,3	2,1	2,1	2,1	0,6	0,6	0,4	0,3	0,2
Outros	31,9	32,1	30,3	29,5	33,7	30,7	29,5	32,4	30,6

Fonte: Ministério da Transparência e Controladoria-Geral da União.

Elaborado pelos autores.

O Gráfico 1 mostra a média, em porcentagem, do gasto de cada componente com o gasto total, durante o período.

Gráfico 1. Porcentagem de cada gasto em relação ao gasto total – Média 2009-2017



Fonte: Ministério da Transparência e Controladoria-Geral da União.

Elaborado pelos autores.

Quanto aos componentes dos gastos que afetam diretamente as famílias, a área da saúde é responsável por quase metade dos gastos totais, 49,21%, enquanto que educação, na média, é responsável por 17,29% dos gastos totais. Ou seja, o governo brasileiro gasta, em média, quase três vezes mais em saúde do que educação.

A Tabela 2 mostra a correlação entre os gastos médios: Produto Interno Bruto real, o coeficiente de Gini, saúde, educação, lazer/cultura, industriais, transporte e “Outros” no período entre 2009 até 2017, que indica o grau de associação entre os gastos. Durante o período analisado, o PIB e a desigualdade, medida pelo coeficiente de Gini, apresentaram uma forte correlação negativa, indicando que o Brasil está à direita da curva de Kuznets onde um crescimento do PIB é acompanhado por uma menor desigualdade de renda.

Tabela 2. Correlação entre os gastos 2009-2017

	PIB	Gini	Sa.	Ed.	Lazer/Cult.	Ind.	Transp.	Outros
PIB(real)	1,00	-0,93	0,32	0,87	0,42	0,46	-0,73	0,54
Gini	-0,93	1,00	-0,37	-0,72	-0,58	-0,21	0,80	-0,29
Saúde	0,32	-0,37	1,00	0,36	0,78	0,47	-0,26	0,46
Educação	0,87	-0,72	0,36	1,00	0,16	0,77	-0,31	0,57
Lazer/Cult.	0,42	-0,58	0,78	0,16	1,00	0,00	-0,66	0,31
Indústria	0,46	-0,21	0,47	0,77	0,00	1,00	0,12	0,63
Transporte	-0,73	0,80	-0,26	-0,31	-0,66	0,12	1,00	-0,36
Outros	0,54	-0,29	0,46	0,57	0,31	0,63	-0,36	1,00

Fonte: Ministério da Transparência e Controladoria-Geral da União

Elaborado pelos autores.

Como esperado, a maioria dos gastos públicos é positivamente correlacionada com o PIB real, já que a arrecadação fiscal depende da renda e produção da economia. A exceção vem dos gastos com transporte. Vale ressaltar que os gastos com transporte sofreram uma diminuição considerável durante o período analisado com uma taxa de crescimento média negativa de -15,08%. Tem havido uma migração dos gastos com transporte do setor público para o setor privado a partir de 2010, sendo que, a partir de 2012, o gasto privado supera o gasto público no setor. Por outro lado, o gasto com educação é o que mais aumentou, na média, no período em relação aos outros gastos. Gastos públicos com educação apresentaram uma taxa de crescimento média de 5,45% ao ano.

Sendo assim, temos que as variáveis: saúde, educação e infraestrutura são as mais importantes dentro do sistema de gasto do governo brasileiro, excluindo a variável “Outros” a qual inclui a Previdência Social. Tendo em proposta isolar o efeito das três variáveis escolhidas, a previdência social ficou de fora do modelo.

3. O Modelo

O objetivo central deste modelo é analisar como os diferentes gastos do governo impactam no bem-estar e na produtividade, isto é, nas nos agentes família e indústria respectivamente, da economia. Os componentes analisados são divididos em dois tipos, (i) das famílias, representado pela demanda por educação e saúde pública, e (ii) das firmas, representado pela oferta de infraestrutura e capital público. Sendo que gastos públicos em saúde e educação pública apresentam o efeito do congestionamento, enquanto a tributação, por hipótese, é dada por uma taxa *lump-sum*⁴.

Nas próximas subseções será definido a estrutura do modelo.

⁴ A tributação *lump-sum* é considerada uma tributação neutra que não altera a estrutura de preços, ela elimina totalmente a perda de eficiência decorrente do efeito substituição, pois todos os agentes iram pagar uma quantia fixa de impostos independente da renda, esta tributação também é chamada de “tributação não distorcionária”(WILSON et al., 1991; LAGEMANN et al., 2004).

3.1. A Estrutura do Modelo

Os gastos do governo neste modelo são dados pela oferta de saúde, educação pública e investimento em infraestrutura:

$$G = s_g + e_g + I = \tau \quad (1)$$

onde s_g representa os gastos do governo com saúde; e_g representa os gastos com educação; e I representa o investimento em infraestrutura e capital público. A restrição de gastos balanceados do governo implica que os gastos totais, G , devem ser iguais a arrecadação total do governo, dada pelo imposto *lump sum*, τ .

A demanda das famílias por saúde é dada por:

$$S = s_p + s_g \quad (2)$$

Que é a soma dos gastos com saúde privada s_p e com os gastos com saúde pública s_g a qual é um bem público coletivo de livre acesso.

Já o custo privado da saúde é dado por: $p_s s_p$, com p_s sendo o preço que se paga pela saúde e s_p , a quantidade de saúde privada que se adquire, dado que s_g é a quantidade de saúde pública disponível gratuitamente.

A utilidade da saúde para as famílias é dada pela quantidade de saúde adquirida e pelo fator congestionamento, o qual está presente ao pensar em filas de atendimento e postos de saúde sobrelotados. A função de utilidade instantânea das famílias é dada por: $u(c, s_p, s_g)$.

A utilidade instantânea é uma função do consumo c a quantidade demandada de saúde privada s_p e saúde pública s_g do agente, entretanto, estas demandas entram de modo diferente na função utilidade por causa do efeito congestionamento. Assim, dentro da função, o parâmetro que governa a utilidade advinda da demanda de saúde pública, pode ser diferente do parâmetro que governa a utilidade da saúde privada. Isto porque o parâmetro que define a utilidade da demanda por saúde pública depende dos gastos do governo. Se o governo gasta relativamente menos que a demanda total dos agentes, então há o efeito congestionamento, por exemplo, filas em hospitais⁵. Também é importante salientar que o agente não leva em consideração que sua demanda afeta o congestionamento, assim, esse efeito, no problema das famílias, é exógeno e dado.

A educação da família é dada por $E = e_p + e_g$. Onde e_p são os gastos totais da economia em educação privada e e_g são os gastos do governo com educação pública. Quanto maior o nível de educação adquirida pelas famílias, maior a acumulação do capital humano que por consequência aumenta a renda futura do agente. O custo para adquirir educação privada é dado por: $p_e e_p$. Sendo p_e o preço da educação privada e e_p , a quantidade de educação privada escolhida.

Apesar da saúde e educação pública serem ofertadas gratuitamente para as famílias, educação pública apresenta um custo de oportunidade em termos de tempo gasto na educação.

⁵ Se o efeito congestionamento é nulo, então a saúde pública e privada seriam substitutos perfeitos. Assim, a função utilidade instantânea seria dada por:

$$u(c, s_p + s_g) = u(c, S)$$

Quanto mais capital humano maior o salário do agente, que é dado por: $wh(1 - e_g - e_p)$. Onde, w é a taxa de salário da economia por unidade de eficiência de trabalho, h é a quantidade de capital humano presente e $(1 - e_g - e_p)$ é o tempo gasto trabalhando, ou seja, a dotação de tempo de cada agente, 1, descontado o tempo gasto em educação pública e privada. As famílias decidem o quanto de acumulação de capital humano elas irão obter, essa escolha é dada pela lei de acumulação de capital humano futuro, que é uma função do quanto se decide adquirir de educação privada e_p e educação pública e_g .

$$h' = f(e_p, e_g) \quad (3)$$

O mesmo efeito congestionamento se dá na procura de educação pública versus educação privada. A diferença é que a educação não entra na função utilidade diretamente. O efeito congestionamento na educação se reflete na função de acumulação de capital humano futuro, que ficara exposto mais adiante na equação (8). A acumulação de capital humano pode se diferenciar se o agente estuda em escola pública ou privada. Essa diferença é dada pelo efeito congestionamento, dado por escolas públicas superlotadas, falta de estrutura e falta de professores⁶. Os indivíduos deverão optar pela forma de acumulação de capital.

Por simplificação, é assumido que saúde e educação privada tem a sua oferta exógena e perfeitamente elástica. Assim, o setor produtivo se resume a oferta do bem de consumo. As firmas demandam capital humano, H , e o único capital da economia é fornecido pelo governo, K_g . A função de produção é dada por:

$$Y = K_g H^\alpha \quad (4)$$

onde $\alpha \in (0, 1)$. Desse modo, não é possível assumir a substituição da infraestrutura pública pelo capital humano e nem pelo privado. Pois a infraestrutura pública é um bem complementar a economia, como estradas, ferrovias e portos.

3.2. O Problema das Famílias

Uma vez que temos a função de utilidade das famílias e a função de escolha futura usamos a programação dinâmica para buscar uma função invariante no tempo definida pelas variáveis de estado, nível de capital humano individual, h ; e o capital humano agregado, H . Com a utilização da Equação de Bellman para a iteração das funções de utilidade e da escolha de capital humano individual e agregado no próximo período, onde $\beta \in (0, 1)$ é um fator de desconto, encontraremos a demanda ótima dos serviços e bens públicos, obtendo um ponto de máximo para cada tipo de gasto.

O objetivo será resolver o problema recursivamente, que é a maximização da Equação de Bellman sujeita a restrição orçamentária e a lei de acumulação de capital humano. Matematicamente, o problema das famílias é dado por:

$$V(h, H) = \max_{\{c, s_p, s_g, e_p, e_g, h'\}} \{u(c, s_p, s_g) + \beta V(h', H')\} \quad (5)$$

⁶ Se o efeito congestionamento é nulo, então a educação pública e privada dariam o mesmo nível de capital humano futuro. Assim, a função de acumulação de capital humano seria dada por:

$$h' = f(e_p + e_g) = f(E).$$

sujeito às restrições:

$$(i) \quad c + p_s s_p + p_e e_p = wh(1 - e_g - e_p) - \tau \quad (6)$$

$$(ii) \quad h' = f(e_p, e_g) \quad (7)$$

O agente escolhe as variáveis de controle: consumo, demanda por saúde pública e privada, educação pública e privada e nível de capital humano futuro de forma a maximizar a equação funcional de Bellman. As escolhas das variáveis de controle devem respeitar equação (i) que é a restrição orçamentária e equação (ii) que é a lei de acumulação de capital humano. A restrição orçamentária mostra que os gastos com consumo, saúde e educação privada devem ser iguais a renda do trabalho livre do imposto *lump sum*. O bem de consumo é escolhido ser o bem numerário, ou seja, seu preço é igual a 1 e todos os outros preços são preços reais em termos do bem de consumo⁷. Note que, nesse modelo, a única maneira do agente fazer poupança é através do investimento em educação. Por investir seu tempo em educação, mesmo que pública, o agente abre mão de renda presente e, portanto, consumo presente, porém, aumenta o nível de capital humano futuro e, conseqüentemente, renda e consumo futuro. Assim, mesmo que educação pública não apresente um custo direto, o agente se depara com um *trade-off* de tempo entre trabalhar e se qualificar em escolas privadas ou públicas, $(1 - e_g - e_p)$, mesmo na ausência de lazer. Por motivos de simplificação, a acumulação de capital humano futuro não depende do capital humano presente, h . A ideia por trás dessa hipótese está relacionada a intervalos de tempo de longo prazo entre os períodos da equação de Bellman ou diferentes gerações da família. Por fim, deve-se ressaltar que todos os preços, em equilíbrio, são função da variável de estado agregado, $p_s(H)$, $p_e(H)$ e $w(H)$.

Assumindo uma função de utilidade contínua, crescente e estritamente côncava nos seus argumentos e considerando que a restrição orçamentária define um conjunto compacto, pelo teorema de mapeamento de contração, a solução do problema das famílias existe e é único. Desse modo, as condições de primeira ordem são condições necessárias e suficientes para o ótimo. No apêndice, foi montado e retirada as condições de ótimo, assim como, aplicado o teorema de Benveniste – Scheinkman a fim de resolver para o multiplicador da acumulação de capital.

No apêndice, é mostrado que a demanda por saúde privada segue a condição de ótimo de tangência entre a curva de indiferença e a restrição orçamentária:

$$\frac{u_{s_p}(c, s_p, s_g)}{u_c(c, s_p, s_g)} = p_s \quad (A10)$$

Por outro lado, a equação (A4) define o uso do bem público, saúde:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial s_g} = u_{s_g}(c, s_p, s_g) = 0 \quad (A4)$$

Como o bem público não tem custo privado, o agente o utiliza ao máximo, ou seja, no ótimo, há uma superutilização do bem público levando a um efeito congestionamento máximo, o

⁷ Pela Lei de Walras, apenas preços reais ou relativos são determinados em equilíbrio, assim, pode-se sempre escolher um bem numerário.

que leva ao porquê de usar os bens privados. Em outras palavras, os agentes esgotarão o bem público ao ponto de que um aumento na demanda desse bem não aumentará a utilidade.

As equações (A5) e (A6) mostram a demanda ótima por educação privada e pública, respectivamente:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial e_p} = -\lambda wh - \lambda p_e + \mu f_{e_p}(e_p, e_g) = 0 \quad (\text{A5})$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial e_g} = -\lambda wh + \mu f_{e_g}(e_p, e_g) = 0 \quad (\text{A6})$$

O primeiro termo das duas equações ($-\lambda wh$) são iguais e mostram o custo de oportunidade em se educar. Ao utilizar uma parte do tempo disponível se educando, seja em escola pública ou privada, o agente abre mão de trabalhar nesse tempo e, portanto, de receber o salário. Por outro lado, existem duas grandes diferenças nas equações (A5) e (A6). Primeiro, a equação (A5) apresenta um termo negativo adicional ($-\lambda p_e$) à equação (A6), o custo direto da educação privada. Segundo, o benefício de se educar, ou seja, o aumento do capital humano futuro por se educar em escolas privadas ou públicas, f_{e_p} e f_{e_g} . Se existir efeito congestionamento em escolas públicas, então $f_{e_g} < f_{e_p}$.

Ao comparar equações (A4) e (A6) que definem a demanda ótima dos agentes por saúde e educação pública, respectivamente, tem-se o primeiro resultado original desse modelo. Para dados gastos públicos em saúde e educação, o efeito congestionamento na saúde é maior do que na educação. Esse resultado vem do fato de que ao aumentar sua demanda por educação pública, os agentes incorrem em um custo de oportunidade, definido pelo termo negativo da equação (A6), no caso seria melhor trabalhar do que se educar de maneira não eficiente na educação pública. Enquanto que o custo de um aumento da demanda por saúde pública é nulo. Assim, há uma maior superutilização na saúde do que na educação pública. Desse modo, pode-se entender o porquê de políticas públicas na saúde diferirem radicalmente entre países. Esse resultado mostra que, se o Estado provê saúde pública universalmente, os gastos com esse componente serão maiores graças ao efeito congestionamento. Em países como Suécia, Dinamarca e Noruega, reconhecidos pelo tamanho da arrecadação do governo, o mercado de saúde privada é quase inexistente, uma vez que o governo oferta toda a demanda da população por saúde. Já, nos Estados Unidos, a política de saúde pública é oposta, a saúde é fornecida apenas pelo setor privado para a grande maioria da população.

A equação (A18) mostra os benefícios, em termos de utilidade marginal futura, de se educar em escolas públicas:

$$u_c(c, s_p, s_g)wh = \beta u_c(c', s'_p, s'_g)w'(H')(1 - e'_p - e'_g)f_g(e_p, e_g) \quad (\text{A18})$$

Note que esses benefícios e portanto, a demanda dependem da taxa de salário que, por sua vez, dependem do capital humano agregado futuro. Assim, o modelo apresenta o segundo resultado: uma economia com alto nível de capital humano, por apresentar um prêmio à qualificação baixo, diminui o efeito congestionamento na educação pública. Em outras palavras, quanto maior o prêmio à qualificação (quando o nível de capital humano médio é muito baixo), maior a demanda por educação pública e, dado o nível de gastos, maior o efeito congestionamento na educação, ou seja, pior a qualidade da educação pública.

Ao dividir a equação (A18) pela equação (A17), tem-se:

$$\frac{1}{\frac{p_e}{wh} + 1} = \frac{f_{e_g}(e_p, e_g)}{f_{e_p}(e_p, e_g)} < 1 \quad (8)$$

Na presença de retornos marginais decrescentes à educação, o benefício marginal da educação, f_{e_g} e f_{e_p} , é positivo, porém decrescente, implicando que quanto maior o nível de educação, maior o benefício em capital humano futuro, porém a taxas decrescentes. Assim, equação (8) define o terceiro resultado deste trabalho, quanto maior o capital humano inicial, maior a demanda por educação privada e menor a demanda por educação pública na presença do efeito congestionamento nas escolas públicas. Quanto maior o capital humano inicial e, conseqüentemente, maior a renda do indivíduo, maior o lado esquerdo da equação (8). No ótimo, o agente irá escolher educação pública e privada de tal modo a aumentar o lado direito da equação (8) a fim de manter a igualdade. Isso implica em aumentar f_{e_g} e diminuir f_{e_p} . Como ambas funções são decrescentes, quanto mais capacitado o indivíduo hoje e, portanto, mais rico, menos ele escolhe educação pública e mais educação privada.

Em suma, o gasto com educação depende da riqueza do agente, isso porque a acumulação de capital humano age como uma poupança, assim, agentes mais ricos se educam mais a fim de suavizar seu consumo no tempo. Além do mais, para esses agentes mais ricos, o custo de oportunidade de se educar, wh , é relativamente mais caro do que o custo direto da educação privada, p_e , desse modo, eles têm mais incentivo em se educar em escolas privadas ao invés de escolas públicas que apresentam o efeito congestionamento.

3.3. O Problema das Firms

O quarto e último resultado vêm das firms, onde por suposição estão em concorrência perfeita, e irão maximizar seu lucro escolhendo a demanda por capital humano, H , dados os gastos do governo em infraestrutura, K_g . O custo total é dado pelos salários, wH . Sua função lucro é dada por:

$$\pi = K_g H^\alpha - wH \quad (9)$$

Onde $0 < \alpha < 1$, define rendimentos decrescentes do capital humano. Aplicando as condições de primeira ordem na equação (9) para encontrar a demanda de capital humano no ótimo das firms, H^* :

$$\frac{\partial \pi}{\partial H} = K_g \alpha H^{\alpha-1} - w = 0 \quad (10)$$

$$H^* = \left(\frac{K_g \alpha}{w} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \quad (11)$$

Por fim chega-se ao ultimo resultado, dado pela demanda de capital humano no ótimo das firms, equação (11). Conforme o governo aumenta os gastos públicos em infraestrutura, K_g , as firms aumentam sua demanda por capital humano, H^* , se a oferta de capital humano pelas famílias é constante, em equilíbrio, a taxa de salário real aumenta, w'^* , aumentando a demanda por

educação, que aumenta o efeito congestionamento e assim diminui a qualidade da educação pública. Portanto, agentes mais ricos que demandam educação privada acumularão maior nível de capital humano, aumentando a desigualdade de renda. O Milagre Econômico brasileiro ocorrido entre 1969 e 1973 corrobora tal resultado. O grande investimento em infraestrutura no período levou ao aumento da concentração de renda no país.

No período do “Milagre” brasileiro houve uma negligência ao salário dos trabalhadores pouco qualificados, pois a disparidade salarial não era um problema para o governo, juntamente com maiores salários para técnicos de nível médio e superior, conforme a importação de tecnologias chegava ao país e expandia a demanda por capital humano, levando assim a uma concentração de renda via salários (HOFFMANN, 1973). Essa concentração de renda em relação à população economicamente ativa pode ser observada pelo Índice de Gini que aumentou de 0,59 para 0,63 do período de 1960 até 1970 (FISHLOW, 1972).

As principais fontes do crescimento no Milagre econômico foram causadas pela acumulação do capital físico, aumento da intensidade do capital por trabalhador e o aumento da participação da força de trabalho na população, em contraste com o milagre econômico ocorrido na Ásia, onde a maior parte do crescimento se deu pela acumulação de capital humano (BARBOSA e BARBOSA FILHO, 2014).

4. Conclusão

Política fiscal sempre foi um assunto dentro da teoria macroeconômica dos mais discutidos. Apesar do trabalho de Ramsey em 1927, política fiscal ótima apenas recentemente tem sido pesquisada mais a fundo. Quanto à tributação ótima podem-se citar alguns trabalhos seminais (STOKEY e LUCAS JR et al., 1983; CHAMLEY et al., 1986; JONES, MANUALLI e ROSSI et al., 1993; CHARI, CHRISTIANO e KEHOE et al., 1994; STOKEY e REBELO et al., 1995; AIYAGARI, MARCET, SARGENT e SEPPALA et al., 2002; SHIN et al., 2004). Porém, os estudos de gastos públicos ótimos, ou alocação ótima dos recursos, têm sido um objetivo pouco comum na literatura apesar da necessidade crescente de vários países de realizar ajustamentos fiscais.

A fim de contribuir com a discussão sobre gastos ótimos do governo, o presente trabalho propõe um modelo que considera três principais componentes do governo: gastos com saúde pública, educação pública e investimento em infraestrutura ou capital público. Tanto saúde como educação pública apresentam o efeito congestionamento. Como em nosso modelo a arrecadação é não distorcionária (imposto tipo *lump sum*), os resultados advêm puramente de como os gastos públicos são realizados, por isso a utilização de um modelo de equilíbrio parcial.

Através apenas de análise de equilíbrio parcial, quatro resultados devem ser destacados. O primeiro resultado mostra que o efeito congestionamento na saúde pública é maior que o efeito congestionamento na educação pública. Isso ocorre porque, apesar de ambos serem ofertados sem custo direto às famílias, a demanda por educação pública apresenta um custo de oportunidade. Esse resultado pode explicar porque a saúde é o maior componente dos gastos do governo, responsável por aproximadamente 50% da média dos gastos totais. Ainda, esse resultado indica que deveria haver mais políticas públicas visando os gastos em saúde, para que o efeito congestionamento neste setor diminuísse.

O segundo resultado mostra que, para uma economia com alto nível agregado de capital humano e, portanto, baixa desigualdade de renda, o efeito congestionamento na educação é menor do que em uma sociedade com baixo nível de capital humano e, portanto, alto prêmio à qualificação. O terceiro resultado mostra que quanto maior a qualificação do agente e, portanto, maior sua renda, mais ele demanda educação privada e menos educação pública, já que essa última apresenta um efeito congestionamento que diminui a acumulação de capital humano.

O último resultado advém do investimento em infraestrutura. Ao considerar que o investimento em capital público desloca a função de produção, existe certa complementariedade entre infraestrutura pública e demanda das firmas por capital humano. Essa complementariedade implica que se o governo decide investir mais em infraestrutura e não aumentar, em contrapartida, os gastos com educação, a desigualdade deve aumentar, assim, como o efeito congestionamento nas escolas públicas, por causa do aumento do prêmio à qualificação.

5. Referências

AFONSO, A.; AUBYN, M, S. **Non-parametric Approaches to Education and Health Expenditure Efficiency in OECD Countries.** Journal of Applied Economics, Vol VIII, n. 2, p. 227-246, nov. 2005.

AIYAHARI, S. R.; MARCET, A.; SARGENT, T, J.; SEPPALA, J. **Optimal Taxation without State Contingent Debt.** Journal of Political Economy. Vol. 110, No.6 , p. 1220-1254. 2002.

BARBOSA, F. D.; BARBOSA FILHO, F. D. **O Brasil pode repetir o milagre econômico?** Revista de Economia Política, Vol. 34, No. 4, p. 608-627, out-dez. 2014.

BARRO, R. J. **Economic Growth in a Cross Section of Countries.** The Quarterly Journal of Economics, Vol. 106, No. 2 , p. 407-443, mai. 1991.

BARRO, R. J. **Government Spending in a Simple Model of Endogeneous Growth.** Journal of Political Economy 98(S5): p. 103-125. 1990.

BARTH, J. R.; BRADLEY, M. D. **The impact of Government on Economic Activity.** Manuscript. Whashington: George Washington University, 1987.

BERTUSSI, G, L.; JUNIOR, R, E. **Infraestrutura de transporte e crescimento econômico no Brasil.** Journal of Transport Literature Vol. 6, n. 4, p. 101-132, out. 2012.

CAMPS NETO, C, A, S. **Reflexões sobre Investimento em Infraestrutura de Transporte no Brasil.** RadarN. 47, p. 07-21, nov. 2016.

CÂNDIDO JR, J. O. **Os Gastos Públicos no Brasil são Produtivos?** Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada. Texto para discussão No. 781, fev. 2001.

CHAMLEY, C. **Optimal Taxation of Capital Income in General Equilibrium with Infinite Lives.** Econometrica. Vol. 54, No. 3, p. 607-622, mai. 1986.

CHATERJEE, S.; GHOSH, S. **The Dual Nature of Public Goods and Congestion: The Role of Fiscal Policy Revisited.** Canadian Journal of Economics. Vol. 44, n.4, p. 1471-1496, nov. 2011.

CHARI, V.; CHRISTIANO, L.; KEHOE, P. **Optimal Fiscal Policy in a Business Cycle Model.** Journal of Political Economy. Vol. 102, No. 4, p. 617-657, 1994.

CREEDY, J.; MOSLEHI, S. **The Optimal Composition of Government Expenditure among Transfers, Education and Public Goods.** The University of Melbourne, jan. 2008.

- FISHLOW, A. **Brazilian Size Distribution of Income**. The American Economic Review. Vol. 62, No.1/2, p. 391-402, mar. 1972.
- HOFFMAN, R. **Considerações sobre a Evolução Recente da Distribuição de Renda no Brasil**. Revista de Administração de Empresas. Vol. 13, No.4, p. 07-17, out./dez. 1973.
- JONES, L. E.; MANUALLI, R. E.; ROSSI, P. E. **Optimal Taxation in Models of Endogenous Growth**. The Journal of Political Economy. Vol. 101, No. 3, p. 487-517, jun. 1993.
- LAGEMANN, E. **Tributação Ótima**. Ensaios FEE, Porto Alegre, Vol. 25, No.2. p.403-426, out. 2004.
- LJUNGQVIST, L.; SARGENT, T. J. **Recursive Macroeconomics Theory**. The MIT Press, Cambridge, Massachusetts. 2000.
- LUCAS JR, R. E; STOKEY, N. L. **Optimal Fiscal and Monetary Policy in a Economy without Capital**. Journal of Monetary Economics. Vol. 12, No. 1, p. 55-93. 1983.
- MENDES, M. **A Despesa Federal em Educação: 2004-2014**. Senado Federal, Boletim Legislativo, No. 26, 2015.
- RAMSEY, F. **A Contribution to the theory of taxation**. Economic Journal, Vol. 37, p. 37-61. 1927.
- ROCHA, F.; GIUBERTI, A. C. **Composição do Gasto Público e Crescimento Econômico: Uma avaliação macroeconômica da qualidade dos gastos dos Estados Brasileiros**. Economia Aplicada. São Paulo, Vol. 11, No. 4, p. 463-485, out-dez 2007.
- SAMUELSON, P. A. **The Pure Theory of Public Expenditure**. The Review of Economics and Statistics, Vol. 35, No. 4, p. 387-389, nov. 1954.
- SHIN, Y. **Optimal Fiscal Policy with Incomplete Markets**. Stanford University Dept. of Economics. 2004.
- STOKEY, N.; REBELO, S. **Growth Effects of Flat-Rate Taxes**. Journal of Political Economy, Vol. 103, No. 3, p. 519-550. 1995.
- WILSON, J, D. **Optimal Public Good Provision with Limited Lump-Sum Taxation**. The American Economic Review, Vol. 81, No. 1 (Mar., 1991), p. 153-166. 1991.

6. Apêndice

A fim de resolver a equação de Bellman do problema das famílias, monta-se o Lagrangeano:

$$\mathcal{L} = u(c, s_p, s_g) + \beta V(h', H') + \lambda [wh(1 - e_g - e_p) - \tau - c - p_s s_p - p_e e_p] - \mu [f(e_p, e_g) - h'] \quad (A1)$$

Onde λ é o multiplicador de Lagrange para a restrição orçamentária e μ é o multiplicador de Lagrange para a lei de acumulação do capital humano. É importante ressaltar que, ao montar o Lagrangeano, estamos procurando por soluções interiores do problema de maximização. As condições de primeira ordem são:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial c} = u_c(c, s_p, s_g) - \lambda = 0 \quad (\text{A2})$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial s_p} = u_{s_p}(c, s_p, s_g) - \lambda p_s = 0 \quad (\text{A3})$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial s_g} = u_{s_g}(c, s_p, s_g) = 0 \quad (\text{A4})$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial e_p} = -\lambda w h - \lambda p_e + \mu f_{e_p}(e_p, e_g) = 0 \quad (\text{A5})$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial e_g} = -\lambda w h + \mu f_{e_g}(e_p, e_g) = 0 \quad (\text{A6})$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial h'} = \beta V_{h'}(h', H') - \mu = 0 \quad (\text{A7})$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = w h (1 - e_g - e_p) - \tau - c - p_s s_p - p_e e_p = 0 \quad (\text{A8})$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \mu} = -h' + f(e_p, e_g) = 0 \quad (\text{A9})$$

A equação (A1) define o multiplicador de Lagrange, λ , como a utilidade marginal do consumo presente. O multiplicador mostra quanto um aumento da renda presente aumenta a utilidade dos agentes, no ótimo.

Substituindo equação (A2) em (A3), e isolando o preço da saúde privada, tem-se o resultado central da teoria microeconômica onde utilidade marginal de dois bens deve ser igual a razão de preços:

$$\frac{u_{s_p}(c, s_p, s_g)}{u_c(c, s_p, s_g)} = p_s \quad (\text{A10})$$

Equação (5) define o multiplicador de Lagrange, μ ; equação (6) e (7) são as restrições orçamentária e de acumulação do capital humano, respectivamente. A fim de resolver equação (A1) utiliza-se o Teorema de Benveniste – Scheinkman, também conhecido como Teorema do Envelope, para encontrar o μ , que traz para o valor presente o ganho de utilidade futura por aumentar o capital humano, h' . Em outras palavras, encontrar a derivada da função ótima aplicando outra condição de primeira ordem (LJUNGQVIST; SARGENT, 2000).

Para aplicar a condição de primeira ordem supõem-se que as variáveis de escolha estão todas no ótimo: $c^* = c(h, H)$; $s_p^* = s_p(h, H)$; $s_g^* = s_g(h, H)$; $e_p^* = e_p(h, H)$; $e_g^* = e_g(h, H)$; $h'^* = g(h, H)$, uma vez no ótimo substitui-se no Lagrange:

$$V(h, H) = \mu \left(c(h, H), s_p(h, H), s_g(h, H) \right) + \beta V(h'(h, H), H') \quad (\text{A11})$$

$$+ \lambda \left[wh \left(1 - e_p(h, H) - e_g(h, H) \right) - \tau - c(h, H) - p_s s_p(h, H) - p_e e_p(h, H) \right] + \mu \left[f \left(e_p(h, H), e_g(h, H) \right) - h'(h, H) \right]$$

Uma vez substituído no Lagrange deriva-se em relação ao capital humano presente, h .

$$V_h(h, H) = u_c \left(c(h, H), s_p(h, H), s_g(h, H) \right) \frac{\partial c^*}{\partial h} + u_{s_p} \left(c(h, H), s_p(h, H), s_g(h, H) \right) \frac{\partial s_p^*}{\partial h} \quad (\text{A12})$$

$$+ u_{s_g} \left(c(h, H), s_p(h, H), s_g(h, H) \right) \frac{\partial s_g^*}{\partial h} + \beta V_{h'}(h', H') \frac{\partial h'^*}{\partial h}$$

$$+ \lambda w \left(1 - e_p^* - e_g^* \right) - \lambda wh \frac{\partial e_p^*}{\partial h} - \lambda wh \frac{\partial e_g^*}{\partial h} - \frac{\lambda \partial c^*}{\partial h} - \lambda p_s \frac{\partial s_p^*}{\partial h} - \lambda p_e \frac{\partial e_p^*}{\partial h}$$

$$+ \mu f_{e_p} \left(e_p(h, H), e_g(h, H) \right) \frac{\partial e_p^*}{\partial h} + \mu f_{e_g} \left(e_p(h, H), e_g(h, H) \right) \frac{\partial e_g^*}{\partial h} - \mu \frac{\partial h'^*}{\partial h}$$

O próximo passo é fazer manipulações algébricas com base nas condições de primeira ordem para cancelar grande parte da equação e isolar o efeito da derivada da equação de Bellman em relação ao capital humano e encontrar a escolha do próximo período:

$$V_h(h, H) = \left[u_c \left(c(h, H), s_p(h, H), s_g(h, H) \right) - \lambda \right] \frac{\partial c^*}{\partial h} \quad (\text{A13})$$

$$+ \left[u_{s_p} \left(c(h, H), s_p(h, H), s_g(h, H) \right) - \lambda p_s \right] \frac{\partial s_p^*}{\partial h}$$

$$+ u_{s_g} \left(c(h, H), s_p(h, H), s_g(h, H) \right) \frac{\partial s_g^*}{\partial h}$$

$$+ \left[-\lambda p_e - \lambda wh + \mu f_{e_p} \left(e_p(h, H), e_g(h, H) \right) \right] \frac{\partial e_p^*}{\partial h}$$

$$+ \left[-\lambda wh + \mu f_{e_g} \left(e_p(h, H), e_g(h, H) \right) \right] \frac{\partial e_g^*}{\partial h} + [\beta V_{h'}(h', H') - \mu] \frac{\partial h'^*}{\partial h}$$

$$+ \lambda w \left(1 - e_p^* - e_g^* \right)$$

A equação acima simplificada pelas condições de primeira ordem das equações (A4), (A5), (A6), (A7), (A8) e (A9) resulta na equação de Bellman com relação ao capital humano futuro e o capital humano agregado futuro:

$$V_h(h, H) = \lambda w \left(1 - e_p^* - e_g^* \right) \quad (\text{A14})$$

Ao usar o Teorema do Envelope, o λ , que mostrava à utilidade marginal presente, de agora em diante mostra a utilidade marginal do consumo, saúde e do capital humano agregado futuro (A15):

$$V_{h'}(h', H') = u_c(c', s_p', s_g') w(H') \left(1 - e_p' - e_g' \right) \quad (\text{A15})$$

Substituindo a equação (A15) na equação (A7), temos:

$$\mu = \beta u_c(c', s'_p, s'_g) w(H') (1 - e'_p - e'_g) \quad (\text{A16})$$

A equação (A16) define o μ , que traz para o valor presente o ganho de utilidade futura por aumentar o capital humano no próximo período.

Substituindo (A16) em (A5):

$$u_c(c, s_p, s_g) (p_e + wh) = \beta u_c(c', s'_p, s'_g) w'(H') (1 - e'_p - e'_g) f_{e_p}(e_p, e_g) \quad (\text{A17})$$

Onde: $w' = w(H')^*$

A equação (A17) define o quanto o indivíduo escolhe de educação privada no ponto ótimo. Ela pode ser considerada como uma versão da famosa equação de Euler que mostra como o agente troca consumo no tempo. Também deixa ressaltados os benefícios de quando se escolhe aumentar o capital humano.

Substituindo a equação (A16) em (A6), temos:

$$u_c(c, s_p, s_g) wh = \beta u_c(c', s'_p, s'_g) w'(H') (1 - e'_p - e'_g) f_g(e_p, e_g) \quad (\text{A18})$$