

Ciclos de crescimento no Brasil: uma abordagem usando Análise do Espectro Singular

Fernando Cruz*
Hudson Torrent[†]
Danilo Matsuoka[‡]

Resumo

O presente trabalho estuda os ciclos de negócios no Brasil em sua interpretação de hiato do produto, conhecida na literatura como ciclos de crescimento ou ciclos de desvios. Para isto, a Análise do Espectro Singular (SSA) é empregada, seguindo o procedimento de agrupamento proposto por de Carvalho & Rua (2017). Os efeitos de variações na janela são estudados empiricamente e os resultados são comparados com os obtidos por outros filtros utilizados na literatura. A análise é conduzida com ênfase em três aspectos: a) características gerais dos ciclos, b) análise dos *turning points* e c) performance em tempo real. Os resultados indicam que a SSA, além de resultar em ciclos consistentes com outros métodos tradicionais, apresenta performance superior em tempo real. Os resultados são, contudo, sensíveis à escolha da janela.

Palavras-chave: Ciclos de crescimento, Análise do Espectro Singular, Hiato do Produto

Classificação JEL: E32, R1

Área 4: Macroeconomia, Economia Monetária e Finanças

Abstract

We study the Brazilian business cycles in the form of output gap known as growth cycles or deviation cycles using Singular Spectrum Analysis (SSA). Grouping is conducted following the procedure proposed by de Carvalho & Rua (2017). We empirically study the effects of window variations and compare the results with those from other filters. We emphasize three aspects of the cycles: a) general characteristics, b) turning points and c) real time performance. Results show that SSA not only produce cycles that are consistent with other traditional methods but have superior real time performance. However, those results are sensitive to the selection of the window length.

Key-words: Growth Cycles, Singular Spectrum Analysis, Output Gap

1 Introdução

Pesquisas sobre as flutuações econômicas no Brasil receberam uma importante contribuição a partir da criação do Comitê de Datação dos Ciclos Econômicos (CODACE-IBRE/FGV). Inspirado no *Business Cycle Dating Comitee* do NBER e em outras instituições, o CODACE divulga uma cronologia do ciclo de negócios brasileiro, apontando as datas de início e fim dos períodos recessivos e de expansão econômica no país desde o primeiro trimestre de 1980.

*Doutorando em Economia Aplicada (PPGE/UFRGS) e Pesquisador da Fundação de Economia e Estatística (FEE)

[†]Departamento de Economia - UFRGS.

[‡]Doutorando em Economia Aplicada (PPGE/UFRGS)

Existem duas características principais no procedimento de datação dos ciclos pelo CODACE. A primeira é o fato de as decisões sobre o *timing* dos pontos de virada dos ciclos serem tomadas com base não apenas no comportamento do PIB trimestral, mas de uma gama de outras estatísticas econômicas, de diferentes frequências. Este *modus operandi* do CODACE está de acordo com a visão de que os ciclos de negócios representam co-movimentos entre diferentes atividades e setores da economia (Burns & Mitchell (1946), Lucas (1977)). A segunda, e mais singular característica, é que o CODACE utiliza o conceito clássico dos ciclos de negócios como referência para caracterização das fases cíclicas. Em outras palavras, são os movimentos no nível de atividade – produção, emprego, vendas, etc. – que importam para a caracterização dos períodos cíclicos e determinação dos pontos de virada.

Embora as atenções para o ciclo clássico sejam importantes devido aos custos, em termos de bem-estar econômico e social gerados durante as recessões e depressões econômicas, períodos de aceleração e desaceleração, ainda que com taxas de crescimento positivas do produto, também se alternam, nem sempre mediados por quedas no nível de atividade. Estes “ciclos de crescimento” ou “ciclos de desvios” (Mintz 1969) também são alvo de monitoramento ao redor do mundo, por instituições como OCDE, através de seu Sistema de Indicadores Antecedentes. A cronologia das acelerações e desacelerações da atividade econômica em uma gama de países membros e não membros, incluindo o Brasil.

Estes ciclos de crescimento, contudo, por não serem observados diretamente, necessitam ser estimados. A variedade de métodos disponíveis para a execução de tal tarefa, contudo, pode gerar resultados bastante diversos. Desde a ampla revisão dos métodos de separação de tendência e ciclo realizada por Canova (1998), novas técnicas foram propostas, dentre as quais, a Análise de Espectro Singular (do inglês, *Singular Spectrum Analysis*, doravante, SSA).¹ A SSA é uma metodologia não-paramétrica que não exige a elaboração de um modelo estatístico *a priori* para análise e previsão de séries de tempo. A técnica, já altamente difundida em áreas como climatologia, meteorologia e geofísica, recentemente tem ganhado espaço em aplicações na Economia, em particular em pesquisas sobre ciclos econômicos. (Gonzalez et al. (2015), Groth et al. (2015), Sella & Marchionatti (2012), de Carvalho et al. (2012), de Carvalho & Rua (2017), Dumas et al. (2011)).

Uma das vantagens atribuídas ao método é seu caráter de adaptação aos dados. Conforme Hassani & Thomakos (2010), como não é necessário estimar nenhum coeficiente, a SSA lida melhor com quebras estruturais. Esta é uma característica importante para o estudo de séries econômicas brasileiras, permeadas por quebras estruturais, sobretudo nas décadas de 1980 e 1990, originadas em diversos choques externos e internos, tais como crises cambiais, financeiras, de dívida, ou mesmo os planos de estabilização monetária anteriores ao Plano Real.

Apesar de as características acima ilustrarem a flexibilidade da SSA para análise de séries de tempo, as estimativas obtidas dependem fundamentalmente da escolha de dois parâmetros: a escolha do tamanho da janela e o agrupamento das autotriplas. Em um trabalho recente, de Carvalho & Rua (2017) propõem um método para a escolha dos agrupamentos voltado para estudos de ciclos de negócios. A escolha da janela neste contexto, contudo, ainda permanece um procedimento *ad hoc*. Investigar as consequências de diferentes escolhas de janelas é, portanto, fundamental para avaliar a performance da SSA enquanto método de estimação dos ciclos econômicos.

Tendo em vista o exposto, o presente trabalho apresenta duas principais contribuições à literatura de ciclos de negócios no Brasil, em especial no que tange à sua interpretação em termos de hiato do produto, i.e., os ciclos de crescimento. Em primeiro lugar, a técnica básica de SSA univariado (*Single-Channel SSA*) é empregada, seguindo o procedimento de de Carvalho & Rua (2017), para isolar o componente cíclico relacionado à frequência do ciclo de negócios. A sensibilidade dos ciclos resultantes é explorada para diferentes tamanhos de janela. Até onde conhecemos, esta é a primeira aplicação sistemática de SSA para

¹Para uma revisão de alguns destes métodos, ver (Alexandrov et al. 2012).

análise histórica dos ciclos de crescimento no Brasil no período 1980-2017. ²

Em segundo lugar, a robustez dos "fatos estilizados" dos ciclos de crescimento do Brasil pela SSA é checada comparando seus resultados com os de outros métodos de remoção da tendência estabelecidos na literatura. Os picos e vales das séries filtradas são também contrastados à cronologia do CODACE, de modo a se estudar as relações entre os ciclos de negócios e os ciclos de crescimento. Por fim, uma vez que os diferentes métodos conferem algum grau de incerteza ao hiato do produto diante da incorporação de novas informações na ponta das séries (Orphanides & Norden (2002)), a consistência das estimativas dos ciclos com diferentes conjuntos informacionais é avaliada em um exercício em tempo real.

Com estes exercícios, é possível responder a uma gama de perguntas fundamentalmente empíricas, por exemplo, "A SSA é apropriada para analisar os ciclos brasileiros?", "Quais as propriedades dos ciclos gerados?", "Esses ciclos são sensíveis à janela escolhida?", "Como estes ciclos se comparam a outros filtros?", "Como esses ciclos se comportam com relação ao *benchmark* do CODACE?" e finalmente, "A SSA supera a performance de outros filtros em tempo real para o PIB brasileiro?". De modo a responder a tais perguntas, o trabalho está dividido em cinco seções, incluindo esta introdução. A segunda seção apresenta uma breve discussão sobre os ciclos de crescimento, enquanto a terceira sumariza a metodologia da SSA empregada. A quarta seção, contendo a análise dos resultados empíricos, está dividida em três subseções. Cada uma explora, respectivamente: i) as características dos ciclos extraídos com diferentes métodos de filtragem, ii) a análise de seus *turning points* e sua comparação com as datações dos ciclos clássicos estabelecida pelo CODACE e por fim, iii) sua performance em tempo real. Na última seção são expostas as conclusões do artigo.

2 Ciclos de crescimento

Os ciclos de crescimento se relacionam com os ciclos clássicos, porém, diferem dos mesmos em alguns aspectos. Em primeiro lugar, os ciclos de crescimento são definidos como flutuações de curto prazo da série de referência em relação a sua tendência de longo prazo. De fato, é este o conceito de ciclo comumente utilizado na literatura macroeconômica moderna para estudar as flutuações econômicas, como evidenciado na literatura de ciclos reais de negócios e modelos dinâmico-estocásticos de equilíbrio geral (DSGE) ((Lucas 1977), (Kydland & Prescott 1982), (Long Jr & Plosser 1983), (Hirose & Naganuma 2010)). Portanto, exercícios de avaliação de políticas de estabilização e previsão do produto baseadas em simulações com estes modelos tem por base o ciclo de crescimento e não o ciclo de negócios clássico.

Ademais, neste conceito, os ciclos são mais frequentes e simétricos que os ciclos clássicos. Tipicamente, as fases de expansão inicial e intermediária no ciclo clássico coincidem com momentos acima da tendência de longo prazo no ciclo de crescimento, enquanto o *timing* do final das expansões econômicas e da fase de contração clássica correspondem à fase de crescimento abaixo da tendência ((Zarnowitz 1992)). Assim, os *downturns* nos ciclos de crescimento ocorrem tipicamente antes do que no ciclo de negócios clássico.

Moore (1983) destaca três outras características dos ciclos de crescimento: 1) os indicadores antecedentes do NBER são sensíveis a reduções no ritmo de atividade, sejam elas de caráter recessivo ou não, de modo que estes indicadores antevêm melhor os ciclos de crescimento do que os ciclos de negócios. 2) estes indicadores antecedentes apresentam características similares para diferentes países com respeito aos

²Gonzalez et al. (2015) utilizam SSA univariado no PIB trimestral brasileiro entre 1996 e 2013 para fins de ilustração da técnica em seu estudo *cross-country* do ciclo de negócios e do ciclo financeiro. A ênfase do estudo, contudo, recai sobre este último.

ciclos de crescimento. 3) Por fim, há uma relação próxima entre esta interpretação do ciclo econômico e a taxa de inflação. De fato, a definição de ciclo de crescimento corresponde essencialmente à mesma do hiato do produto, qual seja, a de flutuações cíclicas em torno de uma tendência de longo prazo.

As diferenças conceituais na definição de ciclo empregada se traduzem também em diferenças na sua forma de mensuração. Enquanto no ciclo clássico períodos de queda absoluta do nível de atividade, caracterizados como recessões, podem ser estudados nos indicadores dessazonalizados sem a necessidade de estimação – e remoção - de sua tendência de longo prazo, o mesmo não pode ser realizado na abordagem dos ciclos de crescimento. Isto impõe um grau de arbitrariedade maior na estimação dos ciclos de crescimento, uma vez que *os turning points*, a volatilidade, a correlação dos componentes cíclicos de diferentes indicadores econômicos e outros “fatos estilizados” dos ciclos podem ser sensíveis ao método empregado de remoção da tendência (Canova (1994), Canova (1998), Canova (1999), Burnside (1998)).

No caso do Brasil, diferenças nos fatos estilizados dos ciclos econômicos também já foram notadas entre métodos variados. Teles et al. (2005), por exemplo, estudam as propriedades dos ciclos econômicos em um conjunto de séries macroeconômicas brasileiras e mostram, quantitativa e qualitativamente, que estes “fatos” variam de maneira significativa entre distintos filtros. Em outro exercício, Oliveira & Portugal (2013) comparam a estimação estrutural do hiato do produto com a de filtros tradicionais da literatura utilizando dados do PIB trimestral no período 2002-2011 e mostram que os resultados são em geral, diversos, tanto em termos visuais quanto com relação a seu poder preditivo sobre a inflação.

É possível notar também esforços na literatura em busca de métodos mais adequados para a extração do componente cíclico em séries econômicas brasileiras, e.g., reduzindo a parcela de ruído remanescente após a extração da tendência. (Dias & Dias 2010), por exemplo, utilizam um procedimento recursivo a partir de um modelo ARIMA que permite quebras estruturais nos componentes de tendência e intercepto. Os ciclos são estimados como a soma da média e do desvio-padrão de cada uma das linhas da matriz de resíduos obtida com as regressões. Mais recentemente, (Lopes et al. 2017) combinam uma coleção de componentes cíclicos extraídos por filtro HP com diferentes valores do parâmetro de suavização para formar um componente cíclico, que teria maior sincronia com os pontos de virada identificados pelo CODACE. Outro destaque é (Chauvet 2002). Em uma abordagem distinta das demais, Chauvet estuda os ciclos de crescimento nos dados anuais do PIB brasileiro entre 1900 e 2000 utilizando um modelo univariado de mudança markoviana de regime com dois estados. A interpretação de ciclos de crescimento decorre do sinal estimado para a média dos dois regimes, ambas positivas.

Com intuito de investigar a adequação de novos métodos - em especial a Análise do Espectro Singular - para a extração do componente cíclico da série de PIB trimestral do Brasil, as próximas seções apresentam brevemente a estratégia de identificação utilizada a partir da SSA e seus resultados.

3 Estrutura básica da Análise do Espectro Singular

O método SSA em sua forma mais básica possui dois estágios - decomposição e reconstrução - cada um dos quais, por sua vez, segue dois passos. Estes são a) incorporação (*embedding*) e obtenção da matriz de trajetória, b) Decomposição do Valor Singular (*Singular Value Decomposition*, doravante SVD), c) Agrupamento (*Grouping*) e d) obtenção da média diagonal (*Diagonal Averaging*), onde a e b pertencem ao primeiro estágio e c e d ao segundo.

1. Decomposição

- Incorporação e Matriz de Trajetória

Seja $Y_N = (y_1, \dots, y_N)$ uma realização de um processo estocástico de tamanho N , $\{Y_t\}_{t \in \mathbb{Z}}$. Seja L uma janela, tal que $2 \leq L \leq N$ e seja $K = N - L + 1$. A incorporação ou *embedding* é um mapeamento da série unidimensional Y_t nas séries multidimensionais X_1, X_2, \dots, X_K , com vetores X_i , chamados vetores defasados ou L-defasados, da seguinte forma:

$$X_i = [y_i, y_{i+1}, y_{i+2}, \dots, y_{i+L-1}]^T \quad (1)$$

para $i = 1, 2, \dots, K$, onde T simboliza a transposta do vetor. Colecionamos então estes vetores numa matriz X , chamada Matriz de Trajetória,

$$X = [X_1, \dots, X_K] = (x_{i,j})_{i,j=1}^{L,K} = \quad (2)$$

$$\begin{bmatrix} y_1 & y_2 & y_3 & \dots & y_K \\ y_2 & y_3 & y_4 & \dots & y_{K+1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y_L & y_{L+1} & y_{L+2} & \dots & y_N \end{bmatrix}$$

Uma característica especial desta matriz é que todos os elementos da diagonal $i+j = \text{constante}$ são iguais, isto é, a matriz X é uma Matriz de Hankel.

- Decomposição do Valor Singular (SVD)

Seja $S = XX^T$. Seja $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_L$ os autovalores de S , dispostos em ordem decrescente, tal que $0 \leq \lambda_L \leq \lambda_{L-1}, \dots, \leq \lambda_2, \lambda_1$. Seja $d = \text{posto}(S) = \max(i, \text{tal que } \lambda_i > 0)$ (isto é, λ_i não-nulo) e U_1, U_2, \dots, U_L o sistema ortonormal de autovetores de S correspondente a esses autovalores. Considerando $V_i = X^T U_i / \sqrt{\lambda_i}$, a SVD da trajetória da matriz X pode ser escrita como:

$$X = X_1 + X_2 + \dots + X_d \quad (3)$$

onde $X_i = \sqrt{\lambda_i} U_i V_i^T$ e as matrizes X_i são elementares, de posto 1, portanto. A trinca (λ_i, U_i, V_i) é chamada de *eigen triple* da SVD. Assim, X pode ser reescrito como:

$$X = \sqrt{\lambda_1} U_1 V_1^T + \sqrt{\lambda_2} U_2 V_2^T + \dots + \sqrt{\lambda_d} U_d V_d^T \quad (4)$$

2. Reconstrução

- Agrupamento

Primeiramente, parte-se o conjunto de índices $\{1, 2, \dots, d\}$ em m conjuntos disjuntos I_1, I_2, \dots, I_m . Seja $I = \{i_1, \dots, i_p\}$. Seja a matriz resultante X_I correspondente ao grupo I , tal que $X_I = X_{i_1}, X_{i_2}, \dots, X_{i_p}$. Estas matrizes são computadas para cada um dos conjuntos, $I = I_1, I_2, \dots, I_m$. O procedimento de escolha dos conjuntos I_1, I_2, \dots, I_m é chamado *eigen triple grouping*.

3. Média Diagonal

O último passo é transformar cada matriz de (3) em uma nova série de tamanho N . Seja \tilde{X} uma matriz $L \times K$ com elementos $y_{i,j}$ $1 \leq i \leq L, 1 \leq j \leq K$. Seja $L^* = \min(L, K), K^* = \max(L, K)$ e $N = L + K - 1$. Seja

$$y_{i,j}^* = \begin{cases} y_{i,j} & \text{se } L < K, \\ y_{j,i} & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad (5)$$

A média diagonal transfere a matriz \tilde{X} para as séries g_0, g_1, \dots, g_{N-1} pela seguinte fórmula:

$$g_k = \begin{cases} \frac{1}{k+1} \sum_{m=1}^{k+1} y_{m,k-m+2}^* & \text{para } 0 \leq k < L^* - 1, \\ \frac{1}{L^*} \sum_{m=1}^{L^*} y_{m,k-m+2}^* & \text{para } L^* - 1 < k \leq K^*, \\ \frac{1}{N-k} \sum_{m=k-K^*+2}^{N-K^*+1} y_{m,k-m+2}^* & \text{para } K^* \leq k < N. \end{cases} \quad (6)$$

A expressão acima corresponde à média dos elementos da matriz sobre as diagonais $i + j = k + 2$. Para $k = 0$, $g_0 = y_{11}$, para $k = 1$, $g_1 = (y_{12} + y_{21}/2)$, etc.

O procedimento aplicado a uma matriz resultante X_{I_k} produz séries $\tilde{F}^{(k)} = \tilde{f}_0^{(k)}, \dots, \tilde{f}_{N-1}^{(k)}$, de forma que a série inicial f_0, \dots, f_{N-1} é decomposta na soma de m séries:

$$f_n = \sum_{k=1}^m \tilde{f}_n^k \quad (7)$$

3.1 Parâmetros da SSA e identificação dos ciclos

A identificação dos componentes de interesse na análise, i.e., tendência, ciclo e ruído³ através da SSA exige tanto a especificação adequada do tamanho da janela, L , na fase de decomposição, quanto a identificação correta dos grupos para a reconstrução da série, de forma a garantir a separabilidade das séries (Golyandina et al. 2001), (Golyandina 2010). Neste processo, a definição dos componentes de interesse também pode auxiliar na escolha destes parâmetros.

Na fase de decomposição, a escolha da janela L , referente ao número de linhas da matriz de trajetória, envolve algum grau de subjetividade, devendo ser grande o suficiente para captar a dinâmica das séries, e.g. $L \sim N/2$ (Golyandina et al. 2001) mas limitada o bastante para permitir um número alto de repetições da característica da série que se deseja estudar. Ademais, a janela deve ser um múltiplo do componente periódico de interesse (Hassani 2007) - por exemplo, sazonalidade ou, no nosso caso, ciclo econômico. A escolha deve se relacionar aos objetivos da análise (Golyandina (2010)).⁴

Por sua vez, a fase de agrupamento das autotriplas após a decomposição do valor singular também não é trivial e em geral depende do objetivo do estudo. (Golyandina et al. 2001) sugerem uma série de diagnósticos visuais para identificação e agrupamento de componentes oscilatórios baseados no conceito de separabilidade. Por exemplo, a visualização do autoespectro, isto é, dos valores singulares em ordem decrescente, pode ajudar a identificar componentes harmônicos. Valores singulares iguais formam degraus no autoespectro e cada par de autotripla relacionado a esses degraus formam uma base para potenciais componentes harmônicos no sinal.

Outra forma de diagnóstico são os gráficos de autovetores correspondentes aos valores singulares no autoespectro. A forma de cada autovetor reflete a dinâmica da série de tempo associada a cada autotripla, sendo portanto úteis na identificação de tendências e harmônicos. Pares de autovetores associados com componentes harmônicos oscilam na mesma frequência na quadratura de fase.

Além disso, diagramas dos sucessivos autovetores pareados associados a oscilações harmônicas puras, como senos e cossenos, resultam em formas poligonais exatas. O número de vértices dos polígonos indica

³Como a série analisada é ajustada sazonalmente, assume-se que o componente sazonal foi totalmente removido.

⁴(Golyandina & Korobeynikov 2014) ressaltam que na hipótese de existência de uma estrutura complexa na série sob análise, a chamada SSA sequencial pode ser recomendável. Esta consiste em dois estágios: extração de tendência com uma janela pequena e posterior detecção e extração dos resíduos com $L \sim N/2$

o período de oscilação associado. Assim, um hexágono formado pelos pares de autovetores representa um ciclo de seis períodos, por exemplo.⁵

No contexto de identificação do componente de ciclo de negócios, contudo, formas sinoidais exatas são raras. A estratégia de identificação adotada na maior parte dos trabalhos na área se concentra em eliminar apropriadamente a tendência da série, interpretando o resíduo como ciclo (Sella & Marchionatti 2012), (Groth et al. 2015). Contudo, uma estratégia interessante, que permite focar diretamente na identificação do componente cíclico, é sugerida em (de Carvalho et al. 2012) e posteriormente formalizada em (de Carvalho & Rua 2017).

A idéia central é, dada uma janela escolhida na fase de decomposição, agrupar as autotriplas associadas a oscilações na frequência dos ciclos de negócios; no caso de dados trimestrais, entre 6 e 32 trimestres. de Carvalho et al. (2012) sugerem acessar a periodicidade através de uma inspeção visual da representação em série de tempo de cada uma das autotriplas reconstruídas. Buscando formalizar este procedimento, de Carvalho & Rua (2017) propõem um pseudo-algoritmo baseado na estimação dos periodogramas, identificação de seu pico e avaliação de sua significância estatística baseado na estatística-g de Fisher. Se significativo o componente é retido para fazer parte do agrupamento e reconstrução do componente cíclico. O pseudo-código é formado por seis passos:

Dado o conjunto de autotriplas existentes, parte-se de um conjunto vazio de autotriplas selecionadas. Deseja-se selecionar aquelas que atendem aos critérios descritos anteriormente. Para isso, o algoritmo é dividido em seis passos.

- Passo 1 - Obtem-se o periodograma da autotripla X_i , denotado por $P(\omega)$, e calcula-se a frequência associada ao seu pico. Isto é,

$$\omega_i^* = \operatorname{argmax}_{\omega \in \omega_1, \dots, \omega_j} P_i(\omega) \quad (8)$$

- Passo 2 - Se $\omega \in \Omega$, sendo $\Omega \subset (0, \pi)$ o conjunto de frequências de interesse, ir para o passo 3, caso contrário, voltar ao passo 1, incrementando i em uma unidade.
- Passo 3 - Computa-se a estatística g associada à autotripla i salvando o resultado em g_i .
- Passo 4 - Computa-se o p-valor correspondente no passo anterior salvando o resultado no vetor p_i .
- Passo 5 - Se p_i calculado anteriormente é significativo a um nível predeterminado, α , ou seja, $p_i < \alpha$, retem-se a autotripla reconstruída juntamente com as selecionadas anteriormente, caso contrário, descarta-se a autotripla sob avaliação.
- Passo 6 - Se $i = L$, $S_g = S^i$ e o algoritmo é terminado. Caso contrário incrementa-se i e retorna-se ao passo 1.

4 Resultados empíricos

4.1 Inspeção visual e estatísticas descritivas

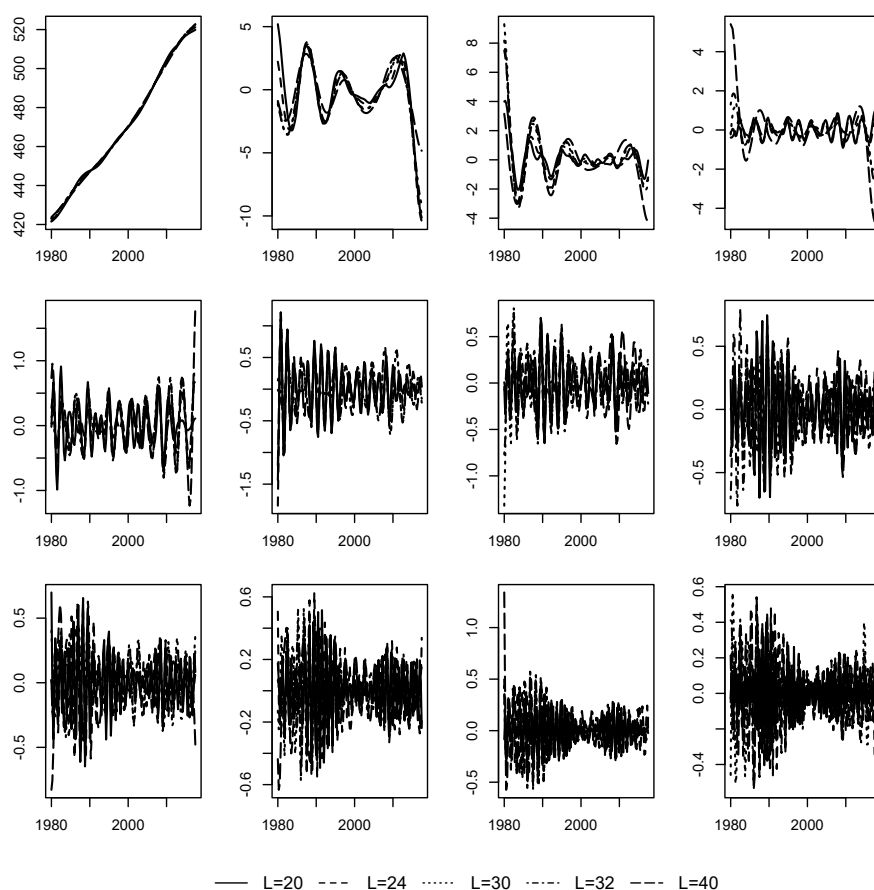
Para construção da série histórica do PIB trimestral entre 1980.I e 2017.III as séries históricas do PIB com ajuste sazonal disponíveis no site do IPEADData (1980.I a 2014.II) e do IBGE (2002.I a 2017.III) foram encadeadas, retropolando-se esta última para trás utilizando-se as variações da primeira. Em seguida, o logaritmo neperiano foi aplicado.

⁵Outras discussões e ilustrações das diversas escolhas envolvendo a SSA, bem como exemplos de aplicações computacionais podem ser obtidos em Huffaker et al. (2017)

Conforme discutido anteriormente, a estratégia adotada por (de Carvalho & Rua 2017), apesar de fornecer um método para agrupamento dos componentes principais em aplicações da SSA voltadas à análise dos ciclos de negócios, ainda deixa a escolha do tamanho da janela L como um procedimento *ad hoc*. Os autores justificam o tamanho de janela de 32 trimestres baseados no *cut-off* superior comumente utilizado na literatura para expurgar ciclos não relacionados à frequência dos ciclos de negócios, isto é, maiores do que 8 anos. No entanto, diversos outros valores podem ser encontrados na literatura.

De modo a visualizar o efeito de diferentes escolhas de janela na decomposição do PIB brasileiro, a Figura 1 apresenta as séries de tempo reconstruídas com os autovetores obtidos no passo de decomposição do valor singular - os componentes principais - para diferentes janelas encontradas na literatura aplicada a flutuações econômicas: $L = 20$ ((Gonzalez et al. 2015)), $L = 24$ ((Groth et al. 2015)), $L = 30$ ((Sella & Marchionatti 2012)), $L = 32$ ((de Carvalho et al. 2012),(de Carvalho & Rua 2017)), $L = 40$ ((Dumas et al. 2011)). Nota-se que a maior parte destas janelas também obedece ao critério sugerido por Golyandina et al. (2001), uma vez que os dados são trimestrais e as janelas são em sua maioria múltiplas de quatro.

Figure 1: 12 primeiros componentes principais

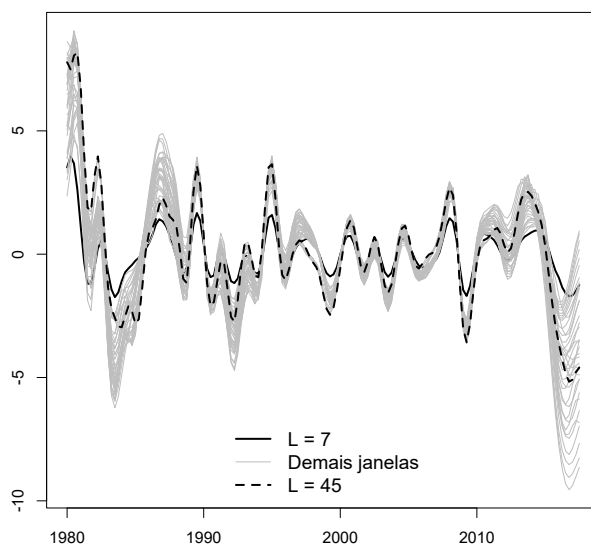


Fonte: Elaboração própria.

Como pode ser observado, o primeiro componente principal responde pela maior parte da variância dos dados, caracterizando a tendência crescente do PIB ao longo do tempo, com poucas oscilações, havendo poucas diferenças notáveis entre as distintas janelas. A partir do segundo componente principal, a simples inspeção visual já permite identificar discrepâncias causadas por mudanças nas janelas. Estas diferenças se mostram mais nítidas, sobretudo, nas pontas das séries, justamente onde há maior necessidade de acurácia

quanto à a magnitude do hiato do produto e ao *timing* de virada dos ciclos.

Figure 2: Séries reconstruídas



Fonte: Elaboração própria.

De modo a tornar a análise mais minuciosa, podemos expandir a grade de janelas estudadas. A figura 2 mostra as série de tempo do PIB reconstruída para todas as janelas entre 7 e 45 trimestres, utilizando para agrupamento o pseudo-algoritmo de (de Carvalho & Rua 2017). Note que essa grade abrange todas as janelas utilizadas na literatura anteriormente citadas. O primeiro fato a se observar, novamente, é a grande variabilidade das estimativas de ciclo nas pontas das séries em relação ao centro da amostra. O hiato do produto, se interpretado desta forma, varia, por exemplo entre +2,35% e +8,62% no primeiro trimestre de 1980 e entre -8,34% e +0,9% no terceiro trimestre de 2017. Ademais, é importante notar que não parece haver uma relação direta entre o limite inferior ou superior dos ciclos estimados e o tamanho da janela. Em diversos períodos, outras janelas apresentam valores do ciclo estimado maiores (menores) do que as janelas mínima e máxima analisadas.

De forma a sumarizar as propriedades dos ciclos obtidos com as diferentes janelas, computamos diversas estatísticas descritivas, tais como média, desvio padrão, coeficiente de autocorrelação, coeficiente de assimetria e de curtose. Como forma de comparação, computamos as mesmas estatísticas para uma série de outros filtros utilizados na literatura. Os filtros considerados foram: Tendência Linear (LT), Tendência Quadrática (QT), Primeira Diferença (FD), Filtro Hodrick-Prescott (HP), Filtro Christiano-Fitzgerald (CF), Método dos Componentes Não-Observáveis (UC) e Filtro de Regressão de Hamilton (HRF). A tabela 1 expõe os resultados.

Table 1: Estatísticas Descritivas

	Mínimo	Máximo	Média	Desvio-Padrão	Autocorrelação	Assimetria	Curtose
L=7	-1.74	1.67	-0.05	0.80	0.88	-0.04	-0.57
L=8	-2.73	3.10	-0.08	1.19	0.83	0.06	-0.21
L=9	-3.29	2.74	-0.11	1.29	0.89	-0.17	-0.27
L=10	-3.97	3.82	-0.16	1.60	0.86	-0.17	-0.10
L=11	-4.63	3.47	-0.20	1.74	0.91	-0.43	0.05
L=12	-5.39	3.27	-0.24	1.89	0.94	-0.63	0.38
L=13	-6.18	3.45	-0.28	2.03	0.96	-0.80	0.73
L=14	-6.82	3.85	-0.32	2.29	0.95	-0.79	0.65
L=15	-7.47	3.91	-0.36	2.43	0.96	-0.91	0.91
L=16	-8.12	4.12	-0.40	2.57	0.98	-0.99	1.14
L=17	-8.53	4.64	-0.44	2.78	0.97	-0.94	1.00
L=18	-9.05	4.69	-0.47	2.91	0.98	-0.99	1.10
L=19	-9.55	4.90	-0.50	3.03	0.99	-1.02	1.16
L=20	-3.23	3.05	-0.08	1.30	0.82	-0.03	-0.19
L=21	-3.50	2.96	-0.10	1.33	0.84	-0.11	-0.25
L=22	-3.80	2.96	-0.12	1.37	0.86	-0.16	-0.20
L=23	-4.07	2.95	-0.14	1.41	0.87	-0.22	-0.13
L=24	-4.26	3.28	-0.16	1.53	0.87	-0.18	-0.13
L=25	-4.51	3.31	-0.18	1.58	0.88	-0.20	-0.12
L=26	-4.66	3.35	-0.20	1.62	0.89	-0.20	-0.15
L=27	-4.67	3.36	-0.22	1.66	0.90	-0.21	-0.24
L=28	-4.88	3.61	-0.23	1.75	0.90	-0.20	-0.22
L=29	-5.06	3.64	-0.24	1.81	0.91	-0.22	-0.26
L=30	-5.04	3.63	-0.26	1.86	0.92	-0.23	-0.37
L=31	-5.30	3.76	-0.27	1.95	0.92	-0.25	-0.36
L=32	-5.50	3.99	-0.28	2.05	0.91	-0.25	-0.31
L=33	-5.31	3.79	-0.29	2.07	0.93	-0.30	-0.42
L=34	-5.40	3.74	-0.31	2.15	0.94	-0.34	-0.40
L=35	-5.65	3.86	-0.32	2.25	0.95	-0.39	-0.32
L=36	-6.09	3.90	-0.34	2.35	0.95	-0.46	-0.19
L=37	-6.69	3.94	-0.36	2.44	0.95	-0.52	-0.06
L=38	-7.13	3.93	-0.38	2.54	0.96	-0.58	0.03
L=39	-7.32	4.16	-0.40	2.64	0.97	-0.63	0.11
L=40	-4.09	3.28	-0.23	1.58	0.90	-0.29	-0.10
L=41	-4.27	3.48	-0.24	1.66	0.90	-0.31	-0.08
L=42	-4.61	3.50	-0.25	1.72	0.91	-0.37	-0.03
L=43	-4.95	3.62	-0.25	1.76	0.90	-0.34	-0.07
L=44	-4.91	3.63	-0.26	1.81	0.92	-0.41	-0.02
L=45	-5.17	3.65	-0.27	1.85	0.92	-0.44	0.06
LT	-9.02	8.99	-0.30	4.94	0.95	0.32	-1.11
QT	-11.91	8.74	-0.11	4.86	0.95	-0.13	-0.58
FD	-4.70	7.10	0.59	1.75	0.09	-0.10	1.96
HP	-5.78	5.43	-0.08	2.37	0.76	0.01	0.05
CF	-3.94	4.29	-0.12	1.64	0.86	0.18	-0.27
UC	-0.16	0.16	-0.00	0.11	0.92	0.05	-1.49
HRF	-13.31	11.00	-0.00	5.29	0.83	-0.38	-0.28

Os resultados são bastante diversos. Os valores mínimos oscilam entre -13,31 (HRF) e -0,16 (UC), enquanto os máximos estão entre 0,16 (UC) e 11,00 (HRF). Dentre as diferentes estimativas utilizando a SSA, os valores mínimos variam entre -9,55 (L=19) e -1,74 (L=7), e os máximos entre 1,67 e 4,9 para as mesmas janelas, respectivamente. As médias de todos os filtros são próximas de zero, enquanto o desvio-padrão varia entre 0,11 (UC) e 5,29 (HRF). É importante observar também que existe uma alta autocorrelação de ordem 1 para todos os filtros estimados, exceto para o filtro de primeira diferença (FD). Ademais, a maior parte dos filtros mostra-se levemente assimétrica à esquerda, com excessão dos filtros LT, HP, CF e UC. Por fim, há grande heterogeneidade nos valores das estatísticas de curtose, mesmo dentre as SSA, onde alguns filtros sugerem distribuições leptocúrticas, com excesso de valores extremos e outras sugerem distribuições platicúrticas. Utilizando-se um teste de Jarque-Bera para checagem da hipótese de normalidade dos dados, ao nível de 10%, os únicos filtros para os quais a hipótese de normalidade dos dados não é rejeitada são: LT, FD, UC e os SSA com janelas L=11 e L=19, inclusive, e L=35, L=36, L=37, L=38, L=39 e L=45.

É interessante computar também os coeficientes de correlação de Pearson entre os ciclos de cada uma das janelas e outros filtros utilizados na literatura (2). Percebemos que a maior correlação existente se dá entre as janelas 21 e 22 e o filtro CF, com coeficiente de 0,95, enquanto a menor correlação ocorre entre as janelas 16 e 19, com o método UC, com coeficiente de 0,13. Outro fato notável é que o próprio o padrão de correlação apresenta "ondas" ou "degraus". Por exemplo, conforme a janela aumenta, a correlação da SSA com os métodos de tendência linear e quadrática aumenta entre as janelas 7 e 19, cai bruscamente na janela 20 e volta a subir novamente até a janela 39, quando novamente cai e reinicia seu crescimento. Padrão similar, porém inverso, é encontrado no filtro CF. A correlação decresce inicialmente, sobe um "degrau" nas janelas 20 e 39 e volta a cair. No método UC este padrão se mostra presente também, com alguns repiques de crescimento, por exemplo entre as janelas 20 a 23. A partir da janela 40, contudo, a correlação se estabiliza entre 0,15 e 0,17. Já os métodos FD e HP apresentam coeficientes de correlação com comportamento cíclico, onde os ciclos no coeficiente de correlação são mais curtos no primeiro método do que no segundo. Por fim, o filtro HRF apresenta padrão semelhante ao dos filtros LT e QT, porém a correlação se estabiliza entre 0,55 e 0,56 após a janela 39.

Table 2: Correlação

	LT	QT	FD	HP	CF	UC	HRF
L= 7	0.66	0.72	0.16	0.82	0.88	0.22	0.55
L= 8	0.64	0.69	0.21	0.84	0.89	0.19	0.55
L= 9	0.68	0.75	0.18	0.84	0.88	0.20	0.60
L= 10	0.69	0.77	0.21	0.85	0.86	0.18	0.61
L= 11	0.72	0.80	0.19	0.83	0.84	0.18	0.63
L= 12	0.74	0.83	0.17	0.81	0.81	0.17	0.65
L= 13	0.75	0.84	0.17	0.79	0.77	0.16	0.66
L= 14	0.75	0.85	0.19	0.81	0.78	0.14	0.65
L= 15	0.76	0.86	0.17	0.79	0.75	0.14	0.65
L= 16	0.76	0.87	0.17	0.77	0.72	0.13	0.65
L= 17	0.77	0.88	0.18	0.78	0.72	0.13	0.66
L= 18	0.77	0.88	0.17	0.76	0.70	0.13	0.66
L= 19	0.77	0.88	0.17	0.75	0.68	0.13	0.66
L= 20	0.49	0.53	0.19	0.82	0.94	0.17	0.50
L= 21	0.52	0.56	0.18	0.84	0.95	0.18	0.52
L= 22	0.54	0.60	0.16	0.85	0.95	0.19	0.54
L= 23	0.57	0.62	0.16	0.86	0.94	0.19	0.55
L= 24	0.59	0.65	0.16	0.88	0.94	0.18	0.56
L= 25	0.60	0.67	0.14	0.88	0.93	0.17	0.56
L= 26	0.62	0.69	0.14	0.88	0.92	0.17	0.57
L= 27	0.64	0.71	0.13	0.88	0.90	0.16	0.58
L= 28	0.66	0.73	0.14	0.90	0.90	0.16	0.58
L= 29	0.67	0.74	0.13	0.89	0.89	0.15	0.59
L= 30	0.69	0.77	0.13	0.89	0.87	0.15	0.60
L= 31	0.71	0.79	0.14	0.89	0.86	0.15	0.60
L= 32	0.72	0.80	0.15	0.89	0.85	0.15	0.62
L= 33	0.73	0.82	0.14	0.87	0.83	0.15	0.62
L= 34	0.75	0.83	0.14	0.86	0.81	0.15	0.63
L= 35	0.76	0.85	0.15	0.86	0.80	0.14	0.63
L= 36	0.76	0.85	0.15	0.85	0.78	0.14	0.64
L= 37	0.77	0.86	0.15	0.83	0.76	0.14	0.65
L= 38	0.77	0.87	0.15	0.82	0.75	0.14	0.64
L= 39	0.78	0.88	0.16	0.81	0.73	0.14	0.65
L= 40	0.61	0.70	0.17	0.74	0.87	0.15	0.56
L= 41	0.63	0.71	0.17	0.75	0.86	0.17	0.56
L= 42	0.64	0.72	0.16	0.74	0.86	0.17	0.56
L= 43	0.64	0.73	0.16	0.76	0.86	0.16	0.56
L= 44	0.65	0.74	0.15	0.76	0.85	0.17	0.55
L= 45	0.67	0.75	0.14	0.76	0.83	0.16	0.56

4.1.1 Análise dos *turning points*

Utilizando como *benchmark* a cronologia dos ciclos do CODACE, o *timing* cíclico obtido com os diferentes filtros é avaliado, computando-se diversas estatísticas, tais como número de *turning points*, percentual de alarmes falsos, percentual de sinais perdidos, número de vezes em que o pico ou o vale corresponde exatamente à data do *benchmark*, média e desvio padrão da distância, em trimestres, entre a data do ponto de virada no componente cíclico e aquela do *benchmark*. Seguindo (Canova 1999), considera-se um sinal emi-

tido - um pico ou um vale - como falso, caso não exista um sinal correspondente na cronologia do CODACE em um intervalo de até ± 3 trimestres ao redor da data do sinal emitido pelo filtro. Já um sinal perdido é computado caso não haja nenhum *turning point* emitido pelo filtro em um intervalo de até ± 3 trimestres ao redor da data sinalizada pelo CODACE. Os pontos de virada são computados aplicando-se o algoritmo Bry-Boschan trimestral (Harding & Pagan 2002) aos componentes cíclicos obtidos através dos diferentes filtros. Apesar de o algoritmo ser tradicionalmente aplicado às séries em nível, o conjunto de regras permite identificar pontos de mínimos e máximos locais associados a *turning points* nos ciclos de crescimento (ver, por exemplo, (Pagan 1997), para o caso de países desenvolvidos e (Campelo Jr et al. 2013) para o caso do Brasil).

No que tange a características dos *turning points*, existe pouca variabilidade na maior parte das estatísticas computadas para as diferentes janelas da SSA. Enquanto o número de picos encontrados varia entre 12 e 13, o número de vales gravita entre 13 e 14. A diferença ocorre porque o primeiro pico não foi captado pelo algoritmo Bry-Boschan por estar situado no início da amostra, havendo, portanto mais vales do que picos. O CODACE, contudo, aponta a existência de apenas 9 picos e 9 vales no ciclo clássico brasileiro até o momento. Conforme discutido na seção 2, o fato de haver mais pontos de virada em nossas estimativas deve ser visto como uma característica dos ciclos de crescimento. No que tange aos demais métodos, o número de picos varia entre 7 (QT) e 14 (FD) e de vales entre 7 (QT) e 13 (FD e CF). Ademais, os únicos filtros que apresentaram o mesmo número de picos e vales foram QT, UC e HRF.

Com relação ao percentual de alarmes falsos, 27 das 39 janelas testadas apontam que de 12 picos encontrados, 4 não possuem correspondência com algum pico do CODACE. Os percentuais variam entre 30, 77% (L=10) e 41, 67% (L=17). Já os percentuais de alarmes falsos nos vales apresentam maior variabilidade, não havendo uma frequência tão alta para um mesmo valor. Os valores variam entre 35, 71% (L=10) e 64, 29% (L=33 e L=34). Em comparação com os demais filtros testados, a amplitude de valores de percentuais falsos obtidos pelas diferentes janelas da SSA é menor do que a amplitude obtida com os demais filtros, tanto para os picos como para os vales. Os valores variam entre 12, 50% (LT) e 55, 60% (UC) no caso dos picos e entre 28, 57% (QT) e 88, 89% (UC) nos vales.

Enquanto a ocorrência de sinais falsos pode indicar apenas o surgimento de períodos de desaceleração na atividade sem que necessariamente isto se transforme em queda na atividade econômica, a existência de sinais perdidos pode indicar a falha de um método em alertar ou confirmar a ocorrência de uma recessão. Para todas as janelas testadas, contudo, o percentual de sinais perdidos é menor do que o de sinais falsos, tanto para os picos quanto para os vales. No caso dos picos, 38 das 39 janelas testadas apontam um percentual de sinais perdidos de 11, 11%, isto é, dos 9 picos datados pelo CODACE, apenas um - o de 1980.IV - não foi captado. A única exceção é a janela L=17, em que o pico de 1997.IV também foi tido como perdido, uma vez que o sinal surge em 1996.IV, logo com antecedência maior do que 3 trimestres. Considerando-se os demais métodos, a SSA, juntamente com o filtro CF obtiveram o menor percentual de sinais perdidos. O maior percentual de sinais perdidos (55, 56%), por outro lado, ocorre com o método UC.

Por fim, para aqueles pontos de virada identificados com uma diferença de até 3 trimestres computamos também a média e o desvio padrão da diferença em trimestres entre a data do *turning point* nos ciclos de crescimento - de cada um dos filtros - e as datas dos *turning points* do CODACE. Os resultados mostram que, em média, os ciclos de crescimento antecipam os picos dos ciclos de negócios. Por outro lado, seus vales ocorrem, em média, menos de um trimestre após as datas do CODACE. Como os dados são trimestrais, pode-se dizer, portanto, que os vales são coincidentes. Este resultado está em conformidade com os registros da literatura, conforme discutido na seção 2.

Table 3: Análise dos Pontos de Virada - Picos

	Metodo	Numero	Perc_Alarme_Falso	Perc_Missings	Num_Acertos	Media_do_Sinal	DP_Sinal
1	L= 7	12	33.33	11.11	1.00	-0.50	1.41
2	L= 8	12	33.33	11.11	1.00	-0.25	1.58
3	L= 9	12	33.33	11.11	1.00	-0.50	1.41
4	L= 10	13	30.77	11.11	1.00	-0.75	0.89
5	L= 11	12	33.33	11.11	1.00	-0.38	1.30
6	L= 12	12	33.33	11.11	1.00	-0.62	1.19
7	L= 13	12	33.33	11.11	1.00	-0.62	1.19
8	L= 14	12	33.33	11.11	1.00	-0.88	1.46
9	L= 15	12	33.33	11.11	2.00	-1.00	1.31
10	L= 16	12	33.33	11.11	1.00	-1.00	1.20
11	L= 17	12	41.67	22.22	1.00	-1.00	1.15
12	L= 18	12	33.33	11.11	1.00	-1.38	1.41
13	L= 19	12	33.33	11.11	1.00	-1.25	1.39
14	L= 20	12	33.33	11.11	2.00	-0.38	1.41
15	L= 21	12	33.33	11.11	1.00	-0.88	1.46
16	L= 22	12	33.33	11.11	1.00	-1.00	1.60
17	L= 23	12	33.33	11.11	2.00	-1.12	1.46
18	L= 24	12	33.33	11.11	1.00	-0.88	1.46
19	L= 25	12	33.33	11.11	1.00	-1.12	1.25
20	L= 26	12	33.33	11.11	1.00	-1.25	1.39
21	L= 27	12	33.33	11.11	1.00	-1.25	1.39
22	L= 28	12	33.33	11.11	1.00	-1.12	1.25
23	L= 29	12	33.33	11.11	1.00	-1.00	1.20
24	L= 30	12	33.33	11.11	1.00	-1.12	1.25
25	L= 31	12	33.33	11.11	1.00	-1.12	1.25
26	L= 32	12	33.33	11.11	1.00	-1.12	1.25
27	L= 33	13	38.46	11.11	1.00	-1.12	1.25
28	L= 34	13	38.46	11.11	1.00	-1.12	1.25
29	L= 35	12	33.33	11.11	1.00	-1.00	1.20
30	L= 36	13	38.46	11.11	1.00	-1.12	1.25
31	L= 37	12	33.33	11.11	1.00	-1.12	1.25
32	L= 38	13	38.46	11.11	2.00	-1.00	1.31
33	L= 39	12	33.33	11.11	1.00	-1.00	1.20
34	L= 40	13	38.46	11.11	1.00	-1.12	1.25
35	L= 41	13	38.46	11.11	1.00	-1.12	1.25
36	L= 42	13	38.46	11.11	1.00	-1.25	1.28
37	L= 43	13	38.46	11.11	1.00	-1.12	1.25
38	L= 44	13	38.46	11.11	1.00	-1.12	1.25
39	L= 45	12	33.33	11.11	1.00	-1.00	1.20
40	LT	8	12.50	22.22	3.00	-0.86	1.07
41	QT	7	14.29	33.33	3.00	-0.50	0.55
42	FD	14	42.86	33.33	1.00	-1.33	2.42
43	HP	9	22.22	22.22	4.00	-0.43	0.53
44	CF	12	33.33	11.11	1.00	-0.50	1.41
45	UC	9	55.56	55.56	0.00	-1.50	1.73
46	HRF	10	40.00	33.33	4.00	0.00	0.63

Table 4: Análise dos Pontos de Virada - Vales

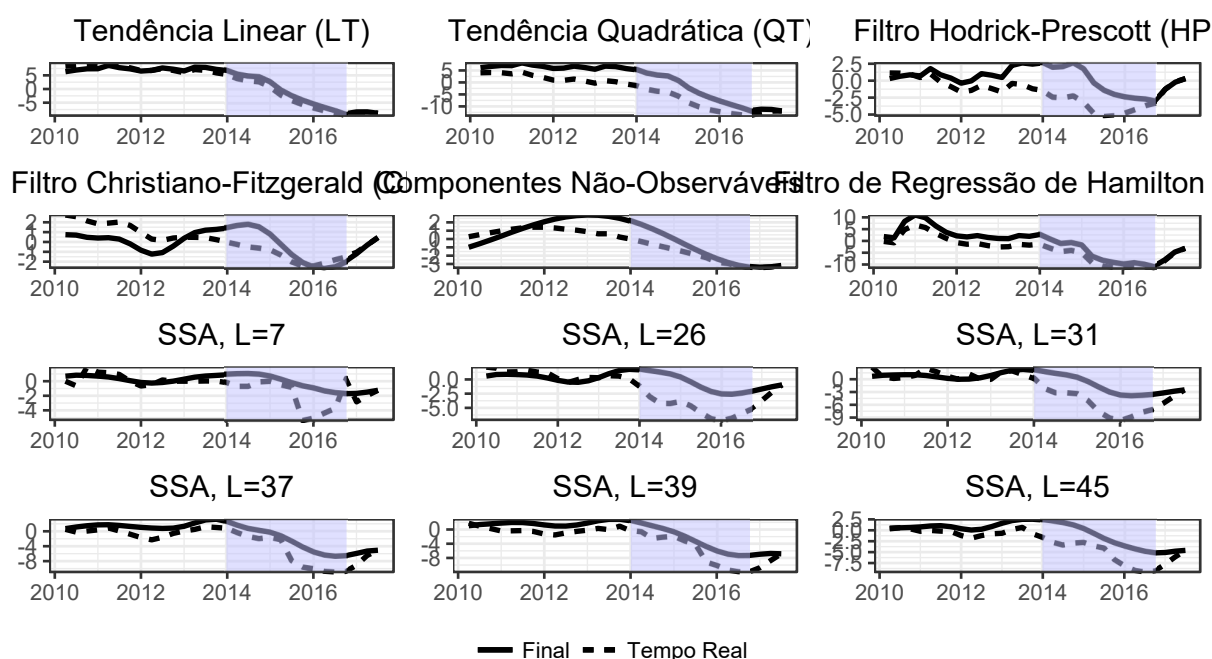
	Metodo	Numero	Perc_Alarme_Falso	Perc_Missings	Num_Acertos	Media_do_Sinal	DP_Sinal
1	L= 7	13	46.15	22.22	2.00	0.78	0.97
2	L= 8	13	46.15	22.22	3.00	0.89	0.78
3	L= 9	13	46.15	22.22	1.00	0.67	1.12
4	L= 10	14	35.71	0.00	3.00	0.67	0.50
5	L= 11	13	46.15	22.22	3.00	0.89	0.78
6	L= 12	13	46.15	22.22	3.00	0.89	0.78
7	L= 13	13	46.15	22.22	2.00	0.78	0.97
8	L= 14	13	46.15	22.22	3.00	0.89	0.78
9	L= 15	13	46.15	22.22	3.00	0.89	0.78
10	L= 16	13	46.15	22.22	2.00	0.78	0.97
11	L= 17	13	46.15	22.22	3.00	0.89	0.78
12	L= 18	13	46.15	22.22	3.00	0.89	0.78
13	L= 19	13	46.15	22.22	3.00	0.89	0.78
14	L= 20	13	53.85	33.33	1.00	0.44	1.59
15	L= 21	13	53.85	33.33	1.00	0.56	1.33
16	L= 22	13	53.85	33.33	1.00	0.56	1.33
17	L= 23	13	53.85	33.33	1.00	0.56	1.33
18	L= 24	13	53.85	33.33	1.00	0.56	1.33
19	L= 25	13	53.85	33.33	1.00	0.56	1.33
20	L= 26	13	53.85	33.33	1.00	0.56	1.33
21	L= 27	13	61.54	44.44	1.00	0.67	1.41
22	L= 28	13	53.85	33.33	1.00	0.56	1.33
23	L= 29	13	61.54	44.44	1.00	0.67	1.41
24	L= 30	13	53.85	33.33	1.00	0.78	1.20
25	L= 31	13	53.85	33.33	2.00	0.67	1.22
26	L= 32	13	53.85	33.33	2.00	0.67	1.22
27	L= 33	14	64.29	44.44	2.00	0.78	1.30
28	L= 34	14	64.29	44.44	2.00	0.78	1.30
29	L= 35	13	53.85	33.33	2.00	0.67	1.22
30	L= 36	14	57.14	33.33	2.00	0.89	1.05
31	L= 37	13	53.85	33.33	2.00	0.89	1.05
32	L= 38	14	50.00	22.22	2.00	0.78	0.97
33	L= 39	13	46.15	22.22	2.00	0.78	0.97
34	L= 40	14	57.14	33.33	1.00	0.56	1.33
35	L= 41	14	50.00	22.22	2.00	1.00	0.71
36	L= 42	14	50.00	22.22	2.00	1.00	0.71
37	L= 43	14	50.00	22.22	3.00	1.00	1.00
38	L= 44	14	50.00	22.22	2.00	1.11	0.93
39	L= 45	13	46.15	22.22	3.00	0.75	0.71
40	LT	9	33.33	33.33	6.00	0.62	1.19
41	QT	7	28.57	44.44	5.00	0.71	1.25
42	FD	13	69.23	55.56	2.00	-0.50	0.58
43	HP	10	40.00	33.33	6.00	0.62	1.19
44	CF	13	53.85	33.33	2.00	0.44	1.33
45	UC	9	88.89	88.89	0.00	-0.50	2.81
46	HRF	10	60.00	55.56	3.00	-0.33	1.63

4.1.2 Performance em tempo real

Na seção anterior foi analisada a sensibilidade dos ciclos de crescimento a diferentes métodos de estimação, com ênfase na escolha do tamanho de janela da SSA, utilizando-se o conjunto de informação completo até o fim da amostra. Estimativas dos ciclos, contudo, estão sujeitas a incerteza em tempo real, advindas não apenas da atualização dos valores divulgados pelos órgãos de informações estatísticas mas também devido ao recômputo das estimativas dos ciclos com a inclusão de observações adicionais (Orphanides & Norden 2002). Acessar o grau de confiabilidade nas estimativas dos ciclos em tempo real, portanto, é de particular importância para *policy makers* preocupados com o *timing* das políticas monetária e fiscal, bem como de empresas e famílias em suas decisões de consumo e investimento. Neste trabalho, o foco é voltado para a sensibilidade das estimativas em relação ao método/janela utilizada. Em face disso, nesta seção são conduzidos alguns exercícios em tempo real onde a única fonte de alteração nos dados provém do recômputo das estimativas de ciclo com a inclusão de observações adicionais e não da divulgação de revisões nos dados pelo IBGE. Seguindo a nomenclatura de (Orphanides & Norden 2002), este é um exercício em quase-tempo real.

O exercício é conduzido sobre os 20% finais da amostra (2010.II a 2017.III): a cada novo trimestre o hiato do produto é recomputado e a última observação é salva. A série formada por estas observações salvas é chamada de série de estimativas em tempo real. A mesma é contrastada com a série de estimativa finais, que consiste nos 20% finais da série de hiato obtido utilizando-se o conjunto de informações até 2017.III. As diferenças podem ser visualizadas na Figura 3 para os métodos LT,QT,FD,HP,CF,UC e SSA com janelas selecionadas.

Figure 3: Estimativas Finais e em Tempo Real - 2010.II a 2017.III



Fonte: Elaboração própria.

Adicionalmente, três estatísticas de confiabilidade das estimativas em quase tempo real são reportadas na tabela 5: o coeficiente de correlação entre as estimativas final e em tempo real, a razão ruído-sinal - computada como a divisão entre duas outras estatísticas: o desvio padrão da distância vertical entre a estimativa final e a estimativa em tempo real e o desvio padrão da estimativa final - e o grau de concordância, isto é, o percentual do tempo em que as estimativas final e em tempo real apresentam o mesmo sinal.

Table 5: Estatísticas de Confiabilidade

	Correlacao	Razao_Ruido_Sinal	Concordancia
SSA 7	0.64	1.53	0.53
SSA 8	0.79	1.30	0.73
SSA 9	0.74	1.11	0.67
SSA 10	0.63	1.04	0.67
SSA 11	0.84	0.81	0.77
SSA 12	0.88	0.67	0.67
SSA 13	0.90	0.56	0.60
SSA 14	0.91	0.50	0.57
SSA 15	0.92	0.44	0.60
SSA 16	0.93	0.40	0.63
SSA 17	0.93	0.39	0.57
SSA 18	0.93	0.39	0.57
SSA 19	0.94	0.36	0.63
SSA 20	0.76	3.77	0.63
SSA 21	0.77	3.00	0.63
SSA 22	0.74	2.42	0.70
SSA 23	0.69	1.44	0.67
SSA 24	0.74	1.49	0.70
SSA 25	0.70	1.62	0.77
SSA 26	0.69	1.70	0.77
SSA 27	0.71	1.51	0.67
SSA 28	0.73	1.37	0.57
SSA 29	0.80	1.19	0.67
SSA 30	0.82	1.13	0.70
SSA 31	0.84	1.18	0.83
SSA 32	0.89	0.83	0.57
SSA 33	0.90	0.71	0.53
SSA 34	0.92	0.63	0.60
SSA 35	0.93	0.59	0.63
SSA 36	0.94	0.51	0.63
SSA 37	0.96	0.43	0.70
SSA 38	0.96	0.38	0.63
SSA 39	0.96	0.35	0.53
SSA 40	0.86	1.25	0.57
SSA 41	0.87	0.94	0.67
SSA 42	0.88	0.61	0.63
SSA 43	0.80	0.74	0.50
SSA 44	0.83	0.72	0.43
SSA 45	0.88	0.62	0.50
LT	0.99	0.17	1.00
QT	0.97	0.26	0.77
FD	1.00	0.00	1.00
HP	0.53	1.04	0.57
CF	0.53	1.00	0.67
UC	0.88	0.48	0.73
HRF	0.99	0.20	0.60

O coeficiente de correlação mais alto corresponde ao método FD (1,00), seguido pelos métodos LT e HRF (0,99) e QT (0,97). Estes resultados são esperados, uma vez que a adição de uma nova observação - excetuando-se o caso de *outliers* - não altera o valor da primeira diferença das observações passadas e pouco altera a soma do quadrado dos resíduos nas regressões lineares, não movimentando, portanto, a reta de regressão. No caso da SSA, as janelas que apresentam maior correlação entre as séries final e em tempo real são $L = 37$, $L = 38$ e $L = 39$, todas com coeficiente de 0,96. Nota-se ainda que para qualquer uma das janelas consideradas, a correlação é maior do que no caso dos tradicionais filtros HP e CF, os quais apresentam a menor correlação entre os métodos apresentados (0,53).

A razão ruído-sinal permite captar os efeitos de revisões persistentes para cima ou para baixo nas reestimativas dos ciclos. Quanto menor esta estatística, maior a consistência entre as estimativas final e em tempo real. Assim, pelos mesmos motivos, novamente os filtros lineares FD, LT, HRF e QT apresentaram as menores razões ruído-sinal. No entanto, 22 das 39 estimativas com SSA superaram, por este critério, os filtros CF e HP, cujas razões eram 1,00 e 1,04, respectivamente. Os menores valores obtidos com a SSA foram para as janelas $L = 19$ (0,36), $L = 38$ (0,38) e $L = 39$ (0,35).

Finalmente, o grau de concordância indica se a informação acerca do sobreaquecimento ou subaquecimento da economia - isto é, se o produto efetivo é maior ou menor que o potencial - é consistente entre as estimativas final e em tempo real. Os filtros FD e LT apresentaram concordância em 100% do tempo. Já os filtros CF e HP tiveram as piores performances em tempo real, com grau de concordância de 0,67 e 0,57, respectivamente. Por outro lado, a janela $L = 31$ obteve a segunda melhor performance dentre todos os filtros considerados, com coeficiente de concordância de 0,83. Já empatados em terceiro lugar estão as janelas $L = 11$, $L = 25$, $L = 26$ e o filtro QT, todos com coeficiente de 0,77.

5 Conclusão

Flutuações cíclicas são características da maior parte das séries de tempo macroeconômicas. Estes movimentos de curto prazo que ocorrem nos principais indicadores das economias de mercado são conhecidos como ciclos de negócios. Neste trabalho, em complementação à abordagem dos ciclos clássicos utilizada pelo CODACE-IBRE/FGV, propõe-se estudar as flutuações do PIB trimestral do Brasil em torno de sua tendência de longo prazo, conhecidas como ciclos de crescimento, no período entre 1980 e 2017. Para tanto, a Análise do Espectro Singular (SSA) é empregada, utilizando-se o procedimento de agrupamento de de Carvalho & Rua (2017).

Ao explorar diversas características dos ciclos obtidos com diferentes tamanhos de janela e contrastá-las a outros filtros utilizados na literatura, pode-se constatar que: i) os ciclos gerados pelo método da SSA são, em geral, sensíveis à escolha do tamanho da janela, ii) dos filtros tradicionais, a SSA apresenta resultados em maior conformidade com o filtro CF, característica também encontrada por de Carvalho et al. (2012), levando-se em consideração tanto os momentos estimados para os ciclos, quanto ao *timing* dos *turning points* e, por fim, iii) utilizando como critério a correlação, razão ruído-sinal e a concordância entre as séries final e em tempo real, e levando-se em consideração os benefícios e limitações de cada um dos métodos, é possível argumentar que a SSA, para algumas janelas, apresenta performance em tempo real superior à dos principais filtros da literatura.

Referências

Alexandrov, T., Bianconcini, S., Dagum, E. B., Maass, P. & McElroy, T. S. (2012), 'A review of some modern approaches to the problem of trend extraction', *Econometric Reviews* **31**(6), 593–624.

- Burns, A. F. & Mitchell, W. C. (1946), 'Measuring business cycles', *Nber Books* .
- Burnside, C. (1998), 'Detrending and business cycle facts: A comment', *Journal of Monetary Economics* **41**(3), 513–532.
- Campelo Jr, A., Sima-Friedman, J., Lima, S., Ozyildirim, A. & Picchetti, P. (2013), 'Tracking business cycles in brazil with composite indexes of coincident and leading economic indicators'.
- Canova, F. (1994), 'Detrending and turning points', *European Economic Review* **38**(3-4), 614–623.
- Canova, F. (1998), 'Detrending and business cycle facts', *Journal of monetary economics* **41**(3), 475–512.
- Canova, F. (1999), 'Does detrending matter for the determination of the reference cycle and the selection of turning points?', *The Economic Journal* **109**(452), 126–150.
- Chauvet, M. (2002), 'The brazilian business and growth cycles', *Revista Brasileira de Economia* **56**(1), 75–106.
- de Carvalho, M., Rodrigues, P. C. & Rua, A. (2012), 'Tracking the us business cycle with a singular spectrum analysis', *Economics Letters* **114**(1), 32–35.
- de Carvalho, M. & Rua, A. (2017), 'Real-time nowcasting the us output gap: Singular spectrum analysis at work', *International Journal of Forecasting* **33**(1), 185–198.
- Dias, M. H. A. & Dias, J. (2010), 'Measuring the cyclical component of a time series: a new proposed methodology', *Brazilian Review of Econometrics* **30**(1), 91–122.
- Dumas, P., Ghil, M., Groth, A. & Hallegatte, S. (2011), 'Dynamic coupling of the climate and macroeconomic systems', *Math. Social Sci* .
- Golyandina, N. (2010), 'On the choice of parameters in singular spectrum analysis and related subspace-based methods', *Statistics and its Interface* **3**, 259–279.
- Golyandina, N. & Korobeynikov, A. (2014), 'Basic singular spectrum analysis and forecasting with r', *Computational Statistics & Data Analysis* **71**, 934–954.
- Golyandina, N., Nekrutkin, V. & Zhigljavsky, A. A. (2001), *Analysis of time series structure: SSA and related techniques*, Chapman and Hall/CRC.
- Gonzalez, R. B., Lima, J., Marinho, L. et al. (2015), Business and financial cycles: an estimation of cycles' length focusing on macroprudential policy, Technical report.
- Groth, A., Ghil, M., Hallegatte, S. & Dumas, P. (2015), 'The role of oscillatory modes in us business cycles', *OECD Journal. Journal of Business Cycle Measurement and Analysis* **2015**(1), 63.
- Harding, D. & Pagan, A. (2002), 'Dissecting the cycle: a methodological investigation', *Journal of monetary economics* **49**(2), 365–381.
- Hassani, H. (2007), 'Singular spectrum analysis: methodology and comparison', *Journal of Data Science* **5**(2), 239–257.
- Hassani, H. & Thomakos, D. (2010), 'A review on singular spectrum analysis for economic and financial time series', *Statistics and its Interface* **3**(3), 377–397.
- Hirose, Y. & Naganuma, S. (2010), 'Structural estimation of the output gap: A bayesian dsge approach', *Economic Inquiry* **48**(4), 864–879.

- Huffaker, R., Bittelli, M. & Rosa, R. (2017), *Nonlinear Time Series Analysis with R*, Oxford University Press.
- Kydland, F. E. & Prescott, E. C. (1982), 'Time to build and aggregate fluctuations', *Econometrica: Journal of the Econometric Society* pp. 1345–1370.
- Long Jr, J. B. & Plosser, C. I. (1983), 'Real business cycles', *Journal of political Economy* **91**(1), 39–69.
- Lopes, L. S., Chauvet, M. & de Lima, J. E. (2017), 'Trend-cycle decomposition of the brazilian gdp: New facts for the period between 1947 and 2012', *Encontro Nacional de Economia* .
- Lucas, R. E. (1977), Understanding business cycles, in 'Carnegie-Rochester conference series on public policy', Vol. 5, Elsevier, pp. 7–29.
- Mintz, I. (1969), Dating postwar business cycles: Methods and their application to western germany, 1950–67, in 'Dating Postwar Business Cycles: Methods and Their Germany, 1950–67', NBER, pp. 55–111.
- Moore, G. H. (1983), Growth cycles: A new-old concept, in 'Business Cycles, Inflation, and Forecasting, 2nd edition', Ballinger, pp. 61–64.
- Oliveira, L. P. & Portugal, M. S. (2013), 'Structural estimation of output gap: The case of brazil'.
- Orphanides, A. & Norden, S. v. (2002), 'The unreliability of output-gap estimates in real time', *Review of economics and statistics* **84**(4), 569–583.
- Pagan, A. (1997), 'Towards an understanding of some business cycle characteristics', *Australian Economic Review* **30**(1), 1–15.
- Sella, L. & Marchionatti, R. (2012), 'On the cyclical variability of economic growth in italy, 1881–1913: a critical note', *Cliometrica* **6**(3), 307–328.
- Teles, V., Springer, P., Gomes, M., Paes, N. & Cavalcanti, A. (2005), 'Ciclos econômicos e métodos de filtragem: "fatos estilizados" para o caso brasileiro', *Revista EconomiA* **6**, 291–328.
- Zarnowitz, V. (1992), Macroeconomics and business cycles: an overview, in 'Business Cycles: Theory, History, Indicators, and Forecasting', University of Chicago Press, pp. 1–19.