Seleção de Carteiras com Retornos Serialmente Correlacionados: uma Aplicação de Modelos Autoregressivos

Área 8: Microeconomia, Métodos Quantitativos e Finanças

Wallace Patrick Santos de Farias Souza
Doutorando em Economia Aplicada
Programa de Pós Graduação em Economia Universidade Federal do Rio Grande do Sul – PPGE/UFRGS
E-mail: wpsfarias@gmail.com

Ana Cláudia Annegues
Doutoranda em Economia Aplicada
Programa de Pós Graduação em Economia Universidade Federal do Rio Grande do Sul – PPGE/UFRGS
E-mail: annegues.ana@gmail.com

João Frois Caldeira
Doutor em Economia pela UFRGS
Professor do Programa de Pós Graduação em Economia Universidade Federal do Rio Grande do Sul – PPGE/UFRGS
E-mail: joao.caldeira@ufrgs.br

Lucas Lúcio Godeiro
Doutorando em Economia Aplicada
Programa de Pós Graduação em Economia Universidade Federal da Paraíba – PPGE/UFPB
Professor Assistente da Universidade Federal Rural do Semi-Árido - UFERSA
E-mail: lucasgodeiro@ufersa.edu.br

Seleção de Carteiras com Retornos Serialmente Correlacionados: uma Aplicação de Modelos Autoregressivos

Resumo: O objetivo do presente artigo consiste em analisar os possíveis ganhos de uma carteira de investimentos onde os pesos das ações são definidos de acordo com a previsão dos seus retornos futuros, condicionada ao desempenho passado dos retornos. A metodologia para tal baseou-se na estimação de um modelo de Vetores Autoregressivos (VAR) para descrever a dependência serial dos retornos das ações. Dado o grande número de parâmetros do VAR tradicional, aplicou-se também a abordagem bayesiana (BVAR), contornando os problemas de dimensionalidade e fornecendo estimadores mais estáveis. Aplicou-se também um modelo autoregressivo não paramétrico (NAR), a fim de verificar relações não lineares entre os retornos. Em seguida, procedeu-se a aplicação da estratégia de Média-Variância para seleção de carteiras ótimas com uma matriz de covariância dos retornos definida pelos estimadores dos modelos autorregressivos. Os resultados mostraram que, em comparação com portfólios conhecidos da literatura, os portfólios montados com base nos modelos autoregressivos apresentaram desempenho inferior aos portfólios das estratégias tradicionais.

Palavras-Chave: Seleção de Carteiras; Dependência Serial; Vetores Autoregressivos
Classificação JEL: G11, G17, G19

Abstract: The aim of this paper is to analyze the potential gains from an investment portfolio where the weights of stocks are defined according to the prediction of their future returns conditional on past performance of returns. The methodology for this estimation was based on a model of the Vector Autoregressive (VAR) for describing the serial dependence of stock returns. Given the large number of parameters of the traditional VAR, we also applied a Bayesian approach (BVAR), bypassing the problems of dimensionality and providing more stable estimates. We applied the Mean-Variance strategy for selection of optimal portfolios with a covariance matrix of returns defined by the estimators of autoregressive models. Results showed that compared with known literature portfolios, the portfolios assembled based on autoregressive models had a performance lower than the portfolios of traditional strategies.

Keywords: Portfolios Selection; Serial Dependence; Vector Autoregression
JEL Classification: G11,G17,G19

1 Introdução

Os modelos de otimização de carteiras têm sido desenvolvidos e muito difundidos ao longo das últimas décadas, dada a sua aplicabilidade em processos de alocação e gestão de carteiras de investimentos. Proposta inicialmente por Markowitz (1952), em seu artigo seminal "Portfolio Selection", essa abordagem transformou o processo de alocação de ativos em um processo de otimização, dando origem ao que é conhecido atualmente como Teoria Moderna do Portfólio e análise média-variância de carteiras de investimento.

Markowitz (1952) tentou responder como um investidor aloca seus fundos entre possíveis escolhas de investimentos, sugerindo que investidores preferem elevar sua riqueza e minimizar os riscos associados a qualquer ganho potencial. A ideia é a de que investidores deveriam considerar o *trade-off* fundamental entre retorno esperado e risco ao determinar qual a melhor alocação de suas carteiras. Dessa forma escolheriam a carteira com a menor variância entre um infinito número de carteiras que proporcionasse um mesmo nível de retorno determinado ou, de forma equivalente, para um determinado nível de aversão ao risco, deveriam escolher a carteira que maximizasse o retorno esperado. O retorno da carteira é caracterizado pelo retorno esperado e o risco é estimado pela matriz de covariância, sendo chamado segundo Markowitz (1952) de critério de média-variância.

A estimação é feita através de um problema de otimização que define os pesos apropriados da carteira de modo a maximizar o retorno para um dado nível de risco, ou minimizar a variância para um dado nível de retorno. É ainda possível maximizar uma função objetivo, sendo esta o retorno esperado da carteira menos um múltiplo da variância da carteira (parâmetro de aversão ao risco). Quando o parâmetro de aversão ao risco do indivíduo é infinito, tem-se a abordagem de mínima e variância, correspondendo ao caso onde a preocupação em minimizar o risco é o principal objetivo.

Entretanto, como destacado por Kritzman (2011) a abordagem de seleção de carteiras de Markowitz apresenta varias deficiências, sendo uma delas a elevada sensibilidade à incerteza quanto aos valores de entrada da estimação. Esta sensibilidade indica que pequenas alterações na média ou na variância dos retornos dos ativos podem causar grandes mudanças na carteira, seja na média, no risco ou na composição dos pesos. Além disso, erros de estimação podem causar flutuações significativas ao longo do tempo e fraco desempenho fora da amostra. Esses problemas de sensibilidade e erros de estimação tem sido tratados por uma vasta literatura empírica, como, por exemplo, Best e Grauer (1991a), Best e Grauer (1991b), Garlappi *et al* (2007), Chopra e Ziemba (1993), entre outros.

Dado o grande número de ativos disponíveis para a seleção da carteira atualmente, o problema da sensibilidade torna-se ainda mais relevante, sendo conhecido como a “maldição da dimensionalidade”. Em outras palavras, é necessário obter estimativas de retornos e covariância de um número cada vez maior de ativos. Para contornar o problema, Fan *et al* (2012), argumentam a existência de duas abordagens a seguir: a primeira consiste em alterar o estimador da matriz de covariância, em vez do amostral, seguindo a linha de minimizar o risco para um dado retorno. A segunda abordagem seria alterar o método de seleção da carteira, em consonância com a ideia de maximizar o retorno a um dado risco, abordagem que será utilizada no presente estudo.

No entanto, na prática é difícil de obter estimações precisas sobre os retornos dos ativos e sobre a matriz de covariâncias desses retornos. Como os erros de estimação nas médias são muito maiores do que os erros de estimação nas covariâncias, a estabilidade na composição da carteira de mínima-variância costuma ser maior em relação à carteira de média-variância. Inúmeras soluções têm sido propostas na literatura para atenuar o erro de estimação nas médias e/ou nas covariâncias. DeMiguel, Garlappi e Uppal (2009), por exemplo, encontram que a estimação de carteiras usando retornos esperados[1] tem um mau desempenho fora da amostra em comparação com carteiras que ignoram esses retornos como estratégia de composição. Por essa razão, existe uma gama muito maior de trabalhos focando na estimação das covariâncias, impondo a minimização do risco da carteira sem levar em consideração o retorno esperado.[2]

---

[1] Os autores encontraram que carteiras baseadas no retorno esperado têm um índice de Sharpe menor e um *turnover* maior.
[2] Para trabalhos sobre seleção de carteiras baseados na estimativa da matriz de covariâncias ver Ledoit & Wolf (2003, 2004), DeMiguel e Nogales (2009), entre outros.

Na tentativa de encontrar resultados mais precisos, Jagannathan & Ma (2003) propuseram a introdução de uma restrição de venda a descoberto em carteiras de mínima-variância como forma de induzir a estabilidade dos pesos. Jorion (1986) propôs um estimador mais robusto ao erro de estimação para as médias, enquanto Ledoit & Wolf (2003, 2004) propuseram um estimador robusto de encolhimento para a estimação da matriz de covariância. Na mesma linha da estimação de matrizes de covariância, outras abordagens são os Modelos GARCH, que tem o objetivo de modelar a variância condicional dos retornos dos ativos, e os modelos de fatores que permitem a previsão dos retornos de cada ativo com menos estimações utilizando poucas variáveis. Os modelos GARCH são amplamente utilizados nessa abordagem, como o estudo de Engle e Sheppard (2008), enquanto que uma aplicação empírica sobre modelos de fatores podem ser vistos em Fan *et al* (2008).

Por outro lado, existem vários métodos de otimização de carteiras, tal como como DeMiguel *et al* (2009b) que compara métodos alternativos de otimização com a carteira diversificada de modo ingênuo, i.e, igualmente ponderada. Em tal carteira, é atribuído pesos iguais a 1/N a cada ativo, e os autores concluem que esta estratégia é difícil de ser superada pelas demais. Outra mudança encontrada em aplicações de DeMiguel *et al* (2009a) e Caldeira *et al* (2013) é a utilização da otimização de mínima variância, em detrimento da média-variância.

Além disso, há muitas evidências empíricas de que os retornos dos ativos são serialmente correlacionados e por isso o foco do presente estudo será na análise e estimação desses retornos, deixando a estratégia estimação da matriz de covariância e minimização de risco em segundo plano. Lo e Mackinlay (1990), por exemplo, estimam as matrizes de correlação cruzadas entre os retornos de uma amostra do CRSP[3] e verificam que os retornos das grandes empresas conduzem os retornos das pequenas empresas. Em outras palavras, os autores mostram que o retorno das grandes empresas tem uma influência maior no retorno das pequenas do que o inverso, evidenciando uma relação *lead-lag* com base no tamanho da firma. Jegadeesh e Titman (1993) encontrar *momentum* no retorno dos ativos, i.e., ativos com alto (baixo) retorno nos últimos 12 meses tendem a ter alto (alto) retorno para os seis meses subsequentes.

Diante disso, o objetivo desse artigo é explorar a relação de dependência entre os retornos individuais, montando as carteiras de ativos com base neste critério, e verificar seu desempenho, dentro e fora da amostra. Para isso, serão utilizados três modelos autoregressivos. O primeiro será o Modelo de Vetores-Autoregressivos (VAR), para capturar a dependência linear dos retornos de uma carteira de arbitragem (com custo zero). Em seguida o mesmo procedimento será feito através da versão bayesiana do modelo autoregressivo, BVAR, dado o problema de dimensionalidade contido no VAR tradicional, que pode comprometer a estabilidade dos parâmetros estimados. Finalmente, a fim de capturar a ocorrência de relações não lineares entre os retornos, será estimado um modelo autoregressivo não paramétrico (NAR) [4]. O desempenho dessas carteiras será avaliado comparando as estratégias VAR, BVAR e NAR com *benchmarks* tradicionais da literatura, tal como a média-variância, mínima-variância e a carteira ingênua igualmente ponderada (1/N). Para encontrar o peso ótimo da carteira são utilizadas as previsões condicionais dos retornos esperados dos ativos individuais.

Dessa forma, o retorno de uma ação em um período t depende do retorno de todas as ações nos períodos anteriores, incluindo o valor defasado da própria ação, capturando qualquer relação existente entre os ativos. Existe uma grande variedade de explicações para as correlações entre os retornos, que vão desde os retornos esperados baseados no tempo, Conrad e Kaul (1988), à heterogeneidade entre investidores, tal como em Hong e Stein (1999).

[3] *Center for Research in Security Prices* da Universidade de Chicago.
[4] Nonparametric autoregressive model.

Para o desempenho fora da amostra, as diferentes técnicas de alocação de carteiras são baseadas nas seguintes medidas: retorno médio, desvio-padrão, Índice de Sharpe (IS), turnover e custo *breakeven* das carteiras otimizadas e o retorno acumulado em excesso ao CDI, considerando-se as diferentes frequências de rebalanceamento a janela temporal dos retornos. Também será realizada uma avaliação econômica baseada numa função quadrática seguindo Fleming (2001), como forma de comparar os ganho de desempenho dos modelos autoregressivos adotados.

O restante do artigo possui a seguinte estrutura, além desta introdução. A próxima seção traz uma explanação das técnicas de otimização de carteiras utilizadas e a terceira seção apresenta as diferentes modelagens de vetores autoregressivos adotadas. Na seção 4 é apresentada a base de dados e a metodologia empregada na avaliação de desempenho fora da amostra. A seção 5 apresenta os resultados obtidos e por fim, na seção 6 têm-se as conclusões do artigo.

2 Métodos de Otimização de Carteiras de Investimentos

Nesta seção, procurou-se fazer uma breve explanação das principais estratégias de composição de carteiras ótimas presentes na literatura. Primeiramente é apresentada a abordagem de Markowitz (1952) com o modelo de média-variância, que busca a carteira ótima ao longo da fronteira eficiente que minimiza o risco para um dado retorno. Em seguida é apresentado o modelo de mínima-variância, podendo ser considerado um caso particular de média-variância quando a aversão ao risco do agente é infinita. Ainda são apresentados o portfólio igualmente ponderado (ingênuo) com pesos iguais para todos os ativos e a estratégia *contrarian* que assume que um ativo que apresenta um alto retorno em um período recebe um peso negativo, pois espera-se que o seu retorno seja baixo no próximo período. Também é considerado o *momentum* dos ativos, que ao oposto do caso anterior, espera-se que ativos com altos retornos em períodos anteriores apresentarão alto retorno nos próximos períodos.

2.1 Carteira de Média-Variância

A abordagem de Média-Variância desenvolvida por Markowitz (1952) considera que o investidor tem suas preferências representadas por uma função a qual relaciona o retorno esperado e a variância (risco) da carteira de investimentos. Assim, o portfólio ótimo é definido como aquele que minimiza o risco a um dado retorno esperado, ou de forma análoga, para um determinado nível de aversão ao risco, o portfólio ótimo oferece o máximo retorno.

Em termos formais, considere um investidor interessado em alocar sua riqueza entre N fundos de investimento. Para isso, ele deve escolher que pesos w_i deve dar para cada fundo i de modo a obter um determinado retorno minimizando o risco da carteira. O vetor de pesos ótimo é dado por W = (w_1,...,w_N). O portfólio é totalmente investido, isto é, $\sum_{i=I}^{N} w_i = 1$, sem venda a descoberto, ou seja, não se admite pesos negativos na carteira ($w_i \geq 0$).

Seja R_{t+I} o retorno aleatório dos fundos de investimento, o retorno da carteira entre t e $t+I$ é dado por $R_{p,t+I} = \sum_{i=I}^{N} w_{i,t} R_{i,t+I} = w'R$. Admita que $R_t \sim N(\mu_t, \Sigma_t)$, com $\mu_t = \{\mu_{I,t}, ..., \mu_{N,t}\}$ e $\Sigma_t = \{\sigma_{ij,t}\}$ a média e a covariância, respectivamente. O retorno do portfólio $R_{p,t} = w_t ' R_t$ segue uma normal com média $\mu_{p,t} = w_t ' \mu_t$ e variância $\sigma_{p,t}^2 = w_t' \Sigma_t w_t$.

O investidor, portanto, se defronta com o seguinte problema de minimização restrita:

$$
\begin{aligned}
&\min_{w} w'\Sigma w - \frac{1}{\gamma} E[R_{p,t+I}] \\
&s.a.\ \ l'w = 1 \qquad\qquad (1) \\
&w_i \geq o \quad \forall i = 1,\dots,N,
\end{aligned}
$$

Onde $w \in R^N$ é o vetor de pesos do portfólio, $E[R_{p,t+I}]$ é a média amostral dos retornos do portfólio, $w'\Sigma w$ a variância amostral dos retornos; γ representa o grau relativo de aversão ao risco e $w_i \geq o$ é a restrição de venda a descoberto. A restrição $l'w = 1$ indica que a soma dos pesos deve ser igual a um ($l \in R^N$ é um vetor N-dimensional de uns). Para cada grau de aversão ao risco γ, existe um portfólio ótimo de investimentos.

2.2 Carteira de Mínima-Variância

O portfólio de Mínima-Variância consiste em um caso específico da estratégia de Média-Variância, onde o grau de aversão ao risco do investidor é infinito ($\gamma = \infty$), de modo que sua atenção se volta completamente à minimização do risco associado à carteira:

$$
\begin{aligned}
&\min_{w} w'\Sigma w \\
&s.a.\ \ l'w = 1 \qquad\qquad (2) \\
&w_i \geq o \quad \forall i = 1,\dots,N,
\end{aligned}
$$

Como $\gamma = \infty$, a segunda parte da função objetivo do portfólio de Média-Variância $\left(\frac{1}{\gamma} E[R_{p,t+I}]\right)$ tende a zero, ou seja, a estratégia não leva em consideração o retorno esperado. Nos últimos anos, a literatura tem voltado sua atenção à estratégia de Mínima Variância, em razão das dificuldades atreladas à utilização dos retornos. Segundo Merton (1980), é mais difícil obter estimativas precisas da média dos retornos em comparação com a sua variância. Outras evidências empíricas corroboram esta posição, dentre as quais se podem citar Jagannathan e Ma (2003) e DeMiguel, Garlappi e Uppal (2009), que mostram que a carteira de variância mínima tem desempenho superior a carteiras que contam com estimativas de retornos esperados.

2.3 Carteira Igualmente Ponderada ou 1/N

O portfólio Igualmente Ponderado define a carteira de investimentos ótima atribuindo pesos iguais aos N fundos de investimento com $w_i = 1/N$. Algumas evidências empíricas mostram que carteiras montadas segundo esta estratégia apresentaram performance superior a carteiras formadas a partir das estratégias de Média-Variância e Mínima Variância, como DeMiguel, Garlappi e Uppal (2009).

2.4 Carteira Contrária

Esta estratégia de seleção de carteiras consiste em atribuir os menores pesos aos ativos com bom histórico de desempenho. Formalmente, considere o seguinte portfólio de arbitragem contrária presente no estudo de Lo e MacKinlay (1990). O objetivo dos autores foi testar se os lucros advindos dessa estratégia ocorriam unicamente em razão de *overreaction* no mercado:

$$
w_{c,t+1} = -\frac{1}{N}(r_t - r_{et}e)
$$

Onde $e \in \mathbb{R}^N$ é o vetor com elementos iguais a um e $r_{et}e = e^T \frac{r_t}{N}$ consiste no retorno do portfólio igualmente ponderado em t. O peso da ação dentro do portfólio é igual ao negativo do excesso de retorno da ação com relação ao retorno da carteira igualmente ponderada. Ou seja, se a ação obtém um alto retorno em t, a estratégia de composição contrária lhe atribuirá um peso negativo no tempo t+1.

Segundo Lo e MacKinlay (1990), o retorno esperado do ativo no portfólio de arbitragem contrária será dado por:

$$E[w'_{ct}r_t] = C + O - \sigma^2(\mu),$$

Onde: $C = \frac{1}{N^2}(e^T\Gamma_{1e} - tr(\Gamma_1))$,

$$O = -\frac{N-1}{N^2}tr(\Gamma_1),$$

$$\sigma^2(\mu) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(\mu_i - \mu_m)^2$$

μ_i é o retorno médio da i-ésima ação, μ_m é o retorno médio da carteira igualmente ponderada e "tr" é o traço da matriz.

3 Modelos de Vetores Autoregressivos (Dependência Serial dos Retornos)

Esta seção apresenta os modelos de Vetores Autoreressivos aplicados no presente estudo para explorar a relação entre os retornos. É introduzida a modelagem da correlação dos retornos através do VAR, tanto pela abordagem tradicional quanto pela abordagem bayesiana (BVAR), bem como o modelo autoregressivo não paramétrico NAR. Por fim, mostramos um portfólio de média-variância considerando a dependência serial dos retornos, cujo desempenho será comparado com os portfólios tradicionais.

Alguns trabalhos presentes na literatura já utilizaram os modelos Autoregressivos no contexto de alocação de ativos, dentre os quais é possível destacar, Campbell e Viceira (1999, 2002) e Campbell, Chan e Viceira (2003). O primeiro analisa a alocação da riqueza de um investidor entre diferentes tipos de ativos com base na maximização de uma função utilidade. Os autores assumem a existência de dois grupos de ativos, um livre de risco com retorno constante, e um ativo de risco, cujo retorno é modelado por um modelo AR(1). Já Campbell, Chan e Viceira (2003) introduzem um VAR em tempo contínuo para modelar os retornos dos ativos de risco. Balduzzi e Lynch (1999) procuram medir a perda de utilidade para o investidor que ignora os seguintes fatores em sua decisão de investimento: a natureza de múltiplos períodos característico do seu problema de escolha, a previsibilidade dos retornos dos ativos e os custos de transação.

Em comum, estes trabalhos têm por objetivo estudar como o investidor aloca dinamicamente sua riqueza ao longo do tempo, e empregam os modelos autoregressivos para capturar a capacidade de certas variáveis em explicar a previsão dos retornos dos ativos. O presente estudo, por outro lado, procura trazer os modelos autoregressivos para o centro da análise, utilizando esta abordagem como uma estratégia para composição de carteiras.

Conforme já argumentado, existem evidências empíricas da ocorrência de dependência serial entre os retornos das ações. Diante disso, seria possível prever o desempenho futuro destes ativos com base no seu histórico de retornos e assim compor o portfólio de investimentos com as ações de melhor desempenho. A dependência dos retornos é modelada pelo VAR, além da sua versão bayesiana, o BVAR, e uma versão não paramétrica, o NAR.

3.1 Modelos VAR e BVAR de Dependência Serial dos Retornos

A abordagem de Vetores Autoregressivos tem início a partir do trabalho de Sims (1980) e consistem em desenvolver modelos dinâmicos com o mínimo de restrições, nos quais todas as variáveis econômicas são tratadas como endógenas. Cada variável depende dela mesma defasada e das demais variáveis do modelo e seus valores passados, de modo que o modelo consegue identificar tanto a dependência dos retornos no tempo, quanto dos retornos de diferentes tipos ações.

Tal qual De Miguel, Nogales e Uppal (2014), para capturar a correlação serial entre os retornos das ações, o seguinte modelo VAR é estimado:

$$r_{t+1} = a + Br_t + \varepsilon_{t+1} \tag{3}$$

Onde $r_t \in$ representa o retorno da ação no tempo *t*, *a* é o vetor de interceptos, *B* consiste na matriz de coeficientes angulares e ε_{t+1} o vetor de erros, que são i.i.d com distribuição normal multivariada, de média zero e matriz de covariâncias $\sum_{\in} \in \square^{NxN}$ definida positiva.

O modelo assume que o retorno esperado em *t+1*, condicionado ao retorno em *t*, depende linearmente do retorno corrente para qualquer uma das ações. A dependência linear é caracterizada pela matriz *B*, cujos elementos $B_{i,j}$ representam os efeitos marginais de $r_{j,t}$ em $r_{i,t+1}$, condicional a r_t. Desse modo, a utilização do VAR torna possível capturar qualquer relação linear entre os retornos das ações em períodos consecutivos, como a relação *momentum* ou a relação *lead-lag*.

No entanto, a estimação de um VAR gera alguns problemas do ponto de vista econométrico. O principal deles consiste na sobreparametrização do modelo, em razão do elevado número de parâmetros a serem estimados, o que gera inconvenientes com os graus de liberdade. Além disso, a estrutura de autocorrelação que caracteriza as séries comumente incluídas no VAR tende a gerar multicolinearidade e *overfitting* (Jaramillo, 2009). Assim, a estimação via Mínimos Quadrados Ordinários (MQO) compromete a estabilidade dos estimadores. Para contornar esses problemas, De Miguel, Nogales e Uppal (2013) utilizam *ridge regression*, proposto por Hoerl and Kennard (1970), desenhado para fornecer parâmetros mais estáveis, inclusive em modelos que demandam um grande número de parâmetros.

Outra maneira de lidar com tais dificuldades consiste em inserir restrições probabilísticas sobre os parâmetros do modelo, conferindo uma abordagem Bayesiana ao VAR (BVAR). Este método, inicialmente proposto pelos trabalhos de Litterman (1984, 1986), Doan et al (1984) e Todd (1988), consegue fornecer previsões com um grau maior de precisão, e as restrições impostas aos parâmetros reduzem os problemas de dimensionalidade contidos no VAR tradicional. Além disso, no BVAR a hipótese de normalidade dos resíduos não é necessária, de modo que é possível fazer inferências *a priori* sobre a distribuição dos resíduos da regressão.

Para compreender as características do VAR bayesiano se faz necessária uma breve incursão nos conceitos referentes à Estatística Bayesiana. Esta abordagem parte da ideia de probabilidade como uma "crença" do pesquisador acerca da ocorrência de um evento incerto, dadas as informações disponíveis e algumas suposições aceitáveis (Hauer, 2007). As probabilidades *a priori* associadas ao evento se atualizam conforme os dados vão sendo obtidos, resultando em probabilidades *a posteriori*. Assim, diferentemente da estatística clássica, a abordagem bayesiana permite maior interferência do pesquisador, conferindo uma interpretação subjetiva à probabilidade, a qual será baseada na sua avaliação pessoal frente às informações disponíveis.

Alguns elementos do Teorema de Bayes ajudam a visualizar formalmente estes conceitos. Seja *y* um vetor de dados e *θ* um vetor que contém os parâmetros do modelo. Segundo a regra de Bayes, teríamos:

$$p(\theta \mid y) = \frac{p(y \mid \theta)\, p(\theta)}{p(y)} \tag{4}$$

A expressão acima pode ser interpretada como a probabilidade de ocorrência de *θ*, dado o conjunto de dados, onde o parâmetro não é mais tratado como constante e passa a ser considerado uma variável aleatória. Como estamos interessados em *θ*, a expressão pode ser reduzida para:

$$p(\theta \mid y) \propto p(y \mid \theta)\, p(\theta) \tag{5}$$

O termo $p(\theta \mid y)$ é conhecido como a função de densidade *posteriori*, enquanto que a função de densidade dados os parâmetros do modelo, $p(y \mid \theta)$, consiste na função de verossimilhança. A $p(\theta)$ representa a probabilidade *a priori*, uma vez que não depende da observação dos dados. Portanto, o processo de inferência sob a abordagem bayesiana resulta da combinação de informações inerentes aos dados com suposições sobre suas características, permitindo a inserção de conjecturas do pesquisador através da função *a priori*.

O presente artigo aplica o modelo BVAR com informação *a priori* de Minnesota[5], uma especificação desenvolvida por Doan, Litterman e Sims (1984), um dos primeiros esforços metodológicos a incorporar a abordagem bayesiana a experimentos de previsão. A *priori* de Minnesota se baseia na ideia de que cada série pode ser descrita por um passeio aleatório em torno de um componente determinístico desconhecido. Em outras palavras, os parâmetros das variáveis autodefasadas têm média igual a 1 e os parâmetros das demais variáveis possuem média 0. Isso indica a crença de que variáveis autodefasadas são variáveis explicativas importantes. As variâncias das distribuições são definidas segundo uma forma funcional que descreve a relação entre a variância e um conjunto de parâmetros denominado hiperparâmetros.

$$r_{n,t} = \mu_n + r_{n,t-1} + \varepsilon_{n,t} \tag{6}$$

Onde $r_{n,t}$ consiste no retorno da ação *n* no tempo *t.* Se os dados sugerem que existem efeitos fortes de outras autodefasagens além da primeira e de defasagens de outras variáveis no modelo isso se refletirá nas estimativas dos parâmetros (Kenny, Meyler e Quinn, 1998). Para evitar um número excessivo de hiperparâmetros, assume-se que a variância aumenta com a ordem de defasagem.

Inicialmente supõe-se que os coeficientes seguem a distribuição:

$$\theta_0 \sim N(\bar{\theta}, \Sigma_0) \tag{7}$$

com $\bar{\theta}$ sendo a *priori* de Minnesota, onde na primeira equação do sistema tem-se que $\bar{\theta} = (0 \;\; 1 \;\; \ldots \;\; 0)'$ e $\Sigma_0 = F(\pi)$ é a matriz de covariâncias inicial, que depende dos hiperparâmetros *π*. Os parâmetros do

[5] Sobre outras especificações de distribuições a priori, ver Hauer (2007), Jaramillo (2008) e Barráez, Bolívar e Cartaya (2008).

modelo se atualizam de acordo com um processo autoregressivo cuja forma funcional é definida pelos hiperparâmetros.

3.2 Modelo Autoregressivo Não Paramétrico (NAR)

O modelo VAR tradicional assume que a relação entre os retornos das ações no tempo é linear. Entretanto, existe a possibilidade de haver padrões de não linearidade entre os retornos que a abordagem linear claramente não consegue captar. Para avaliar isso, também foi considerado um modelo Autoregressivo Não Paramétrico (NAR) para modelar a dependência serial ente os retornos. Os modelos não paramétricos fazem frente à incerteza de como se dá a relação entre variáveis explicadas e explicativas, pois não necessitam de suposições acerca da forma funcional das relações a serem estimadas, bem como acerca da distribuição dos erros.

Os portfólios de média variância consistem nos portfólios de um investidor que acredita que os retornos das ações seguem um modelo autoregressivo não paramétrico. O problema de otimização é resolvido após substituir a média e a matriz de covariância dos retornos pelos seus estimadores obtidos através do modelo NAR.

Como já explicitado, os modelos autoregressivos serão utilizados para previsão dos retornos futuros das ações com base no seu histórico de retornos. Na subseção seguinte serão apresentados os procedimentos de otimização de carteiras pelo método de Média Variância, considerando a dependência serial dos retornos.

3.3 Portfólio de Média-Variância dos modelos Autoregressivos

O presente artigo explora a dependência dos retornos das ações utilizando um portfólio de Média-Variância baseado nos modelos VAR, BVAR e NAR. Segundo os autores, este portfólio se apresenta como ótimo para o investidor preocupado apenas com o retorno futuro (investidor míope), o qual acredita que os retornos dependem uns dos outros segundo cada modelo autoregressivo.

O problema de otimização restrita é o mesmo do portfólio de Média Variância tradicional mostrado em (1) substituindo a média e a matriz de covariância dos retornos pelos seus estimadores condicionais obtidos a partir dos modelos. Este portfólio é montado com base na média dos retornos futuros condicional aos retornos correntes:

$$\mu_v = a + Br_t \tag{8}$$

Onde *B* é a matriz dos estimadores. A matriz de covariância dos retornos assume a forma

$$\Sigma_V = \frac{1}{T}\sum_{i=t-T+1}^{t}(r_i - a - Br_{i-1})(r_i - a - Br_{i-1})^{\mathrm{T}} \tag{9}$$

Para garantir a estabilidade dos estimadores, lançamos mão do instrumental bayesiano para contornar os problemas de dimensionalidade produzidos pelo grande número de parâmetros do VAR, e estimamos um NAR para possíveis padrões de não linearidade, conforme já exposto anteriormente. As carteiras selecionadas pela presente estratégia serão comparadas com os portfólios usualmente presentes na literatura de seleção de carteiras com base em alguns indicadores, como o índice de Sharpe.

4 Dados e Avaliação Empírica

4.1 Dados

A base de dados empregada na construção dos fatores consiste de observações diárias dos preços de fechamento de ações que fizeram parte do Índice Ibovespa durante o período analisado, de 01/01/2004 até 20/03/2015. Foram excluídas aquelas que não apresentavam cotações diárias para o período dos 12 meses anteriores ou posteriores de formação das carteiras.

Dessa forma, as estimações foram realizadas com as 32 ações sobreviventes da composição do IBOVESPA de março de 2015, sendo estas negociadas durante todo o período. Para o preenchimento dos dados faltantes foi utilizado um modelo de nível local e a partir dos preços de fechamento diário foi calculado o retorno composto de cada ação. A Tabela 1 abaixo apresenta a estatística descritiva dos dados, com a média, os valores mínimo e máximo e o desvio padrão dos retornos dos ativos.

Observa-se que o ativo CCRO3 obteve o maior retorno médio para o período, com um valor de 0.0941%. O mesmo apresentou um retorno mínimo e máximo de -12.90% e 17,93%, respectivamente, e um desvio padrão de 2.20%. Assim, constata-se que apesar da CCRO ter apresentado o maior retorno médio, a mesma foi uma das menos arriscadas, contrariando um pouco a relação positiva entre risco e retorno. Cabe destacar que a ação que apresentou o desvio padrão (risco) mais elevado foram os papéis da OI (OIBR4) com um desvio padrão diário de 3%. Com relação ao retorno máximo, a Tractebel (TBLE3) atingiu a maior alta diária, chegando a subir 30% em um dia. Por outro lado, o retorno mínimo foi verificado nas ações da TIM (TIMP3), que caíram 25.74% num único pregão.

Tabela 1: Estatística Descritiva

Ativo	Média	Min	Max	DP
ABEV3	0,0878%	-19,4156%	14,8181%	1,6954%
BBAS3	0,0622%	-16,6832%	18,8256%	2,5183%
BBDC3	0,0785%	-10,1003%	15,4641%	2,0631%
BBDC4	0,0738%	-12,2123%	19,9889%	2,1090%
BRAP4	0,0306%	-21,0833%	14,0528%	2,4716%
BRKM5	-0,0056%	-22,0420%	19,2583%	2,5923%
CCRO3	0,0941%	-12,9057%	17,9314%	2,2082%
CMIG4	0,0575%	-21,9578%	10,9434%	2,1821%
CPLE6	0,0461%	-18,2258%	15,5564%	2,2093%
CRUZ3	0,0724%	-10,4557%	12,4076%	2,0157%
CSNA3	0,0254%	-18,7713%	19,6276%	2,7814%
ELET3	-0,0253%	-16,3180%	15,5241%	2,7076%
ELET6	-0,0053%	-16,7603%	21,1553%	2,5592%
EMBR3	0,0191%	-13,2506%	11,0785%	2,1937%
GGBR4	0,0287%	-16,1351%	16,8867%	2,5353%
GOAU4	0,0326%	-15,9603%	17,6704%	2,5411%
ITSA4	0,0727%	-12,2788%	22,4319%	2,1792%
ITUB4	0,0619%	-12,9425%	21,0039%	2,2066%
LAME4	0,0782%	-17,3953%	24,7200%	2,4788%
LIGT3	-0,0011%	-21,5328%	17,3769%	2,5420%
OIBR4	-0,0745%	-18,2322%	20,9546%	3,0013%
PCAR4	0,0382%	-9,0108%	14,1696%	1,9703%
PETR3	0,0064%	-14,9114%	14,1134%	2,4714%
PETR4	0,0135%	-14,8035%	14,3870%	2,3992%
SBSP3	0,0511%	-16,1522%	15,5740%	2,3623%
SUZB5	0,0215%	-13,0496%	14,5270%	2,3082%

TBLE3	0,0732%	-12,5398%	30,6083%	2,2455%
TIMP3	0,0513%	-25,7412%	26,1930%	2,9109%
USIM5	0,0005%	-15,9676%	16,6281%	2,9387%
VALE3	0,0256%	-20,5516%	13,5558%	2,3482%
VALE5	0,0268%	-16,4432%	12,5657%	2,2266%
VIVT4	0,0442%	-8,3502%	8,7655%	1,7674%

Fonte: Elaboração dos autores

4.2 Medidas de Avaliação de desempenho

Seguindo De Miguel, Nogales e Uppal (2013), os critérios de avaliação que serão utilizados para comparar o desempenho das estratégias tradicionais com a estratégia dos modelos autoregressivos são: o retorno médio das carteiras, a variância e o Índice de Sharpe (SR). Tais medidas são calculadas através das seguintes fórmulas:

$$\hat{\mu}_p = \frac{1}{T-\tau} \sum_{t=\tau}^{T-1} w_t^T R_{t+1} \tag{10}$$

$$\hat{\sigma}_p^2 = \frac{1}{T-\tau-1} \sum_{t=\tau}^{T-1} (w_t^T R_{t+1} - \hat{\mu})^2 \tag{11}$$

$$SR = \frac{\hat{\mu}_p}{\hat{\sigma}_p} \tag{12}$$

Onde $w_t^T R_{t+1}$ é o retorno fora da amostra das carteiras.

O Índice de Sharpe indica o *trade-off* existente entre a média e a variância dos retornos e mostra a quantidade média de retornos que a série obtém para cada unidade de variância.

4.3 Avaliação Econômica

Conforme já explanado anteriormente, além da análise de desempenho baseada em medidas como o Índice de Sharpe, a estratégia empírica do artigo engloba também uma avaliação econômica das carteiras montadas pelas estratégias VAR, BVAR e NAR. Nos moldes de Naiber e Caldeira (2015), utiliza-se uma função de utilidade quadrática para mensurar o valor dos ganhos do portfólio proposto pelo presente estudo em comparação com os portfólios tradicionais da literatura.

Sendo R_{p1t} e R_{p2t} os retornos obtidos para duas diferentes estratégias, a avaliação econômica de trocar uma estratégia pela outra é feita calculando-se o valor da constante Δ que satisfaz a seguinte igualdade:

$$\sum_{t=1}^{T} U\left(R_{p1t}\right) = \sum_{t=1}^{T} U(R_{p2t} - \Delta) \tag{13}$$

Essa constante representará o sacrifício em termos de retorno ao qual o investidor está disposto em incorrer a cada período t para obter o ganho de desempenho associado à troca do primeiro para o segundo portfólio.

A função de utilidade quadrática pode ser vista como uma aproximação de segunda ordem da verdadeira utilidade do investidor. Sendo assim, a utilidade realizada do investidor em t+1 pode ser escrita como:

$$U(W_{t+1}) = W_t R_{p,t+1} - \frac{aW_t^2}{2} R_{p,t+1}^2 \tag{14}$$

Onde W_{t+1} é a riqueza do investidor em t+1, a é o seu índice de aversão absoluta ao risco e $R_{p,t} = 1 + w_t' r_{t+1}$ é o retorno bruto em t+1 da carteira que foi selecionada em t. Seja o índice de aversão relativa ao risco dado pela expressão:

$$\gamma_t = \frac{aW_t}{(1-aW_t)} \tag{15}$$

Para facilitar a comparação das carteiras, aW_t é mantido constante, implicando que o índice de aversão ao risco terá um valor fixo γ em cada período. Com a aversão ao risco constante, é possível utilizar uma utilidade média para estimar consistentemente a utilidade realizada do investidor gerada por um dado nível de riqueza inicial:

$$\overline{U}(\cdot) = W_0 \left[\sum_{t=1}^{T} \left(R_{p,t+1} - \frac{\gamma}{2(1+\gamma)} R_{p,t+1}^2\right)\right] \tag{16}$$

Assim, estima-se o valor econômico da troca de uma estratégia para outra igualando as utilidades médias fornecidas por duas carteiras alternativas. A igualdade é o ponto no qual o investidor é indiferente entre as carteiras, de modo que Δ pode ser interpretado como a taxa a qual o investidor está disposto a trocar de estratégia. Tomando por base a expressão em $\overline{U}(\cdot)$, calcula-se o valor da taxa que satisfaz a equação:

$$\sum_{t=1}^{T} \left[\left(R_{1,t+1}\right) - \frac{\gamma}{2(1+\gamma)} R_{1,t+1}^2\right] = \sum_{t=1}^{T} \left[\left(R_{2,t+1} - \Delta\right) - \frac{\gamma}{2(1+\gamma)} (R_{2,t+1} - \Delta)^2\right] \tag{17}$$

Primeiramente, define-se $g = \frac{\gamma}{2(1+\gamma)}$. Substituindo na expressão acima, temos:

$$\sum_{t=1}^{T}\left[\left(R_{1,t+1}\right) - gR_{1,t+1}^2\right] = \sum_{t=1}^{T}\left[\left(R_{2,t+1} - \Delta\right) - g(R_{2,t+1} - \Delta)^2\right] \tag{18}$$

Definindo $k = \sum_{t=1}^{T}[R_{1t} - gR_{1t}^2$ e distribuindo o somatório pelos elementos do lado direito:

$$k = \sum_{t=1}^{T} R_{2t} - \sum_{t=1}^{T} \Delta - g\sum_{t=1}^{T} R_{2t}^2 - g\sum_{t=1}^{T} \Delta^2 + 2\mathrm{g}\sum_{\mathrm{t}=1}^{\mathrm{T}} \mathrm{R}_{2\mathrm{t}}\Delta \tag{19}$$

Defina $\sum_{t=1}^{T} R_{2t} = M_1$ e $\sum_{t=1}^{T} R_{2t}^2 = M_2$ e obtenha:

$$k = M_1 - T\Delta - gM_2 - gT\Delta^2 + 2\mathrm{g}M_1\Delta \tag{20}$$

Reorganiza-se os termos de modo a formar uma equação do segundo grau tendo Δ como variável:

$$gT\Delta^2 + \Delta(\mathrm{T} - 2\mathrm{g}M_1) + k - M_1 + gM_2 = 0$$
$$a = gT$$
$$b = T - 2gM_1$$
$$c = k - M_1 + gM_2$$

A solução da equação será dada por:

$$\Delta = \frac{-\mathrm{b} \pm \sqrt{\mathrm{b}^2 - 4\mathrm{ac}}}{2\mathrm{a}} \tag{21}$$

Tal qual em Naibert e Caldeira (2005), calculamos Δ para os valores de $\gamma = 1$ e $\gamma = 10$.

5 Resultados Estimados

Aqui serão apresentados os resultados da aplicação das estratégias empíricas descritas nas seções acima. O artigo tem como objetivo estimar os retornos das carteiras ótimas segundo as estratégias presentes na literatura e a estratégia que explora a dependência serial dos retornos das ações. Dada a dependência serial dos retornos, as quais podem ser não lineares, foi utilizada uma defasagem para os modelos VAR e NAR, para controlar a equação da média dos ativos.

A partir do VAR e BVAR, foram estimados os modelos e realizada a previsão dentro da amostra. A partir da previsão, o retorno médio e a matriz de variância-covariância foram estimados para os modelos de fronteira eficiente descritos na seção 2, e escolhida a carteira de média-variância para análise e comparações dos resultados.

A tabela 2 contém os valores das medidas de desempenho descritas na seção 4 para as carteiras montadas segundo as estratégias de Markowitz, o portfólio Igualmente Ponderado, a Carteira Contrária e a estratégia considerando a dependência entre os retornos modelada pelo VAR tradicional, sua versão Bayesiana, o BVAR, e sua versão não paramétrica, o NAR. Os modelos BVAR e VAR apresentaram resultados semelhantes entre si, mas com retornos inferiores às carteiras do NAR e de Markowitz. No entanto, ressalta-se que o BVAR e VAR conseguem gerar uma carteira com menor risco, denotando uma ferramenta a ser considerada na gestão de portfólio, principalmente se o investidor é avesso ao risco e tem como função objetivo a sua minimização, deixando o retorno esperado em segundo plano. Ao aumentar a ordem de defasagem no modelo, o desempenho em termo de retorno pouco se altera e o risco da carteira se eleva fortemente.

Ao considerar o valor do índice de Sharpe, assim como no retorno esperado, os portfólios tradicionais e o NAR apresentaram um desempenho visivelmente superior. Um elevado índice de Sharpe, indica um retorno esperado elevado relativamente ao risco incorrido pela carteira, de modo que os portfólios dos modelos autoregressivos apresentaram valores muito baixos para essa relação. Este panorama é facilmente verificado analisando o Coeficiente de Variação das carteiras, que consiste no inverso do Índice de Sharpe. Tanto o VAR quanto o BVAR apresentaram CV elevados, mostrando que, embora apresentem baixo risco, o baixo retorno associado não tornaria a carteira vantajosa ao investidor.

Foram feitas também simulações de carteiras a partir dos retornos obtidos pela previsão um passo a frente (fora da amostra). Verifica-se que as carteiras com previsão gerada fora da amostra dos modelos autoregressivos não apresentaram desempenho superior às carteiras montadas com base nas estratégias tradicionais. Os portfólios do VAR e do BVAR não apresentaram grandes diferenças nos critérios de avaliação.

A tabelas 3 apresenta a taxa máxima que um investidor com utilidade quadrática e coeficiente de aversão ao risco constante $\gamma = 1$ e $\gamma = 10$, respectivamente, estaria disposto a pagar para mudar da estratégia tradicional de Markowitz para a estratégia de seleção baseada nos modelos autoregressivos. O investidor está disposto a pagar uma taxa para adotar a política de investimento alternativa. Esse resultado fica ainda mais evidente quando eleva-se o coeficiente de aversão ao risco.

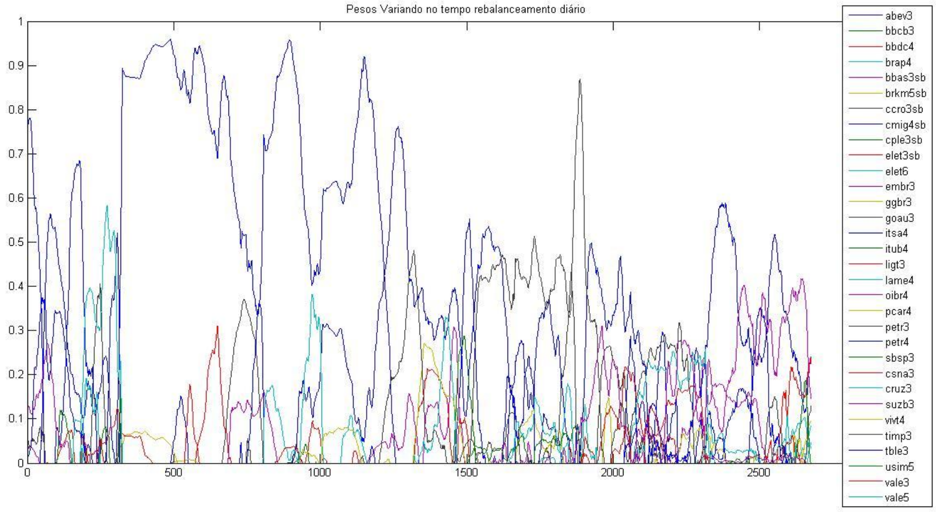
.

Tabela 2: Desempenho dentro e fora da amostra (retorno médio, desvio padrão dos retornos, Índice de Sharpe, Coeficiente de variação, Retorno médio anualizado). 1/N indica a carteira ingênua igualmente ponderada e a *contrarian* indica a carteira ponderada com os menores pesos para os ativos que apresentaram maiores retornos nos períodos anteriores.

	Markowitz	NAR	BVAR	VAR	VAR(fora amostra)	BVAR(fora da amostra)	1/N	NAR10	VAR(h=2)	BVAR(h=2)	Contrarian
lédia	1,1800%	0,8501%	0,1401%	0,1403%	0,1403%	0,1401%	0,0363%	0,8305%	0,14%	0,14%	0,0000
P	0,0587%	0,0614%	0,0484%	0,0486%	0,2941%	0,2936%	1,5600%	0,3012%	0,11%	0,10%	0,0001191
harpe Ratio	19,25	13,03	1,87	1,86	0,31	0,31	-0,01	2,59	0,86	0,87	-4,25
V	0,05	0,07	0,35	0,35	2,10	2,10	42,96	0,36	0,76	0,74	-11,16
lédia Anual	18,73%	13,49%	2,22%	2,23%	2,23%	2,22%	0,58%	13,18%	2,23%	2,22%	-0,02%
P Anual	0,93%	0,98%	0,77%	0,77%	4,67%	4,66%	24,76%	4,78%	1,68%	1,65%	0,19%

A Figura 1 mostra a evolução dos pesos das ações nas carteiras considerando a estratégia de dependência serial pelo VAR. São apresentados tanto o rebalanceamento mensal quanto diário. É possível notar a grande instabilidade derivada do intenso rebalanceamento das ações dentro dos portfólios ocorrida nos últimos anos.

Figura 1: Pesos dos ativos na carteira variando no tempo para o Modelo de Vetores Autoregressivos (VAR) tradicional com rebalanceamento diário e mensal



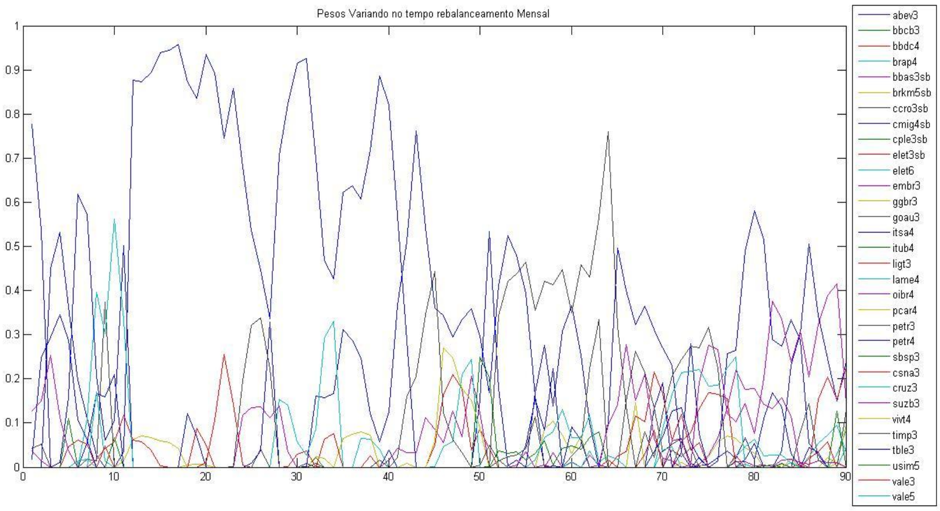


Tabela 3: O valor econômico da previsão. Esta tabela apresenta a taxa anualizada Δ_γ, em pontos base, que um investidor com utilidade quadrática e coeficiente de aversão ao risco constante estaria disposto a pagar para mudar da estratégia *benchmark.* A estratégia *benchmark* foi a carteira de mínima variância. Foi utilizado um parâmetro de aversão ao risco $\gamma = 1$ e $\gamma = 10$.

	Markowitz	VAR	BVAR	NAR
gamma=1	959,66	695,48	688,90	861,82
gamma=10	2788,73	2283,46	2273,83	2504,69

Esse resultado para o mercado brasileiro contrapõe as evidências encontradas pelo estudo de De Miguel, Nogales e Uppal (2013), no qual os portfólios com base nos modelos autoregressivos apresentaram performance superior em todos os critérios de avaliação. O que pode explicar, então, o fato de a dependência serial não ter poder de explicação sobre a formação de carteiras ótimas no caso brasileiro? Uma explicação possível para este fenômeno seria a alta volatilidade do mercado brasileiro, comparativamente ao mercado internacional, o que dificultaria uma previsão do comportamento dos retornos com base simplesmente nos seus históricos.

A Figura 1 apresenta a correlação condicional entre o mercado de ações brasileiro e o mercado americano, bem como as volatilidades de cada mercado. A correlação foi estimada através de um MGARCH-GJR (1), cujos resultados estão nas Tabelas 6, 7 e 8. Verifica-se que a assimetria foi significante para a série do S&P 500, indicando um maior peso dos retornos negativos na equação da variância. No entanto, o mercado brasileiro apresenta uma maior dependência em relação à volatilidade passada. A correlação entre o mercado brasileiro e o americano foi de 0,65. A matriz de correlação passada tem um beta de 0,85, mostrando uma significante dependência temporal, ou seja, uma correlação maior entre os mercados em t-1, indicando que em t também haverá uma alta correlação.

Tabela 6: Resultados da estimação – S&P 500

	Coefficient	Std,Error	t-value	t-prob
Cst(V) x 10^4	0,967734	0,73313	1,320	0,1892
ARCH(Alpha1)	-0,058095	0,091807	-0,6328	0,5280
GARCH(Beta1)	0,79601	0,12372	6,4340	0,0000
GJR(Gamma1)	0,362873	0,15199	2,3880	0,0184

Fonte: Elaboração dos autores com base nas estimações.

Tabela 7: Resultados da estimação - Ibovespa

	Coefficient	Std,Error	t-value	t-prob
Cst(V)	0,001061	0,0006126	1,731	0,0858
ARCH(Alpha1)	0,024392	0,12492	0,1953	0,8455
GARCH(Beta1)	0,644858	0,22203	2,9040	0,0043
GJR(Gamma1)	0,160458	0,2021	0,7940	0,4287

Fonte: Elaboração dos autores com base nas estimações.

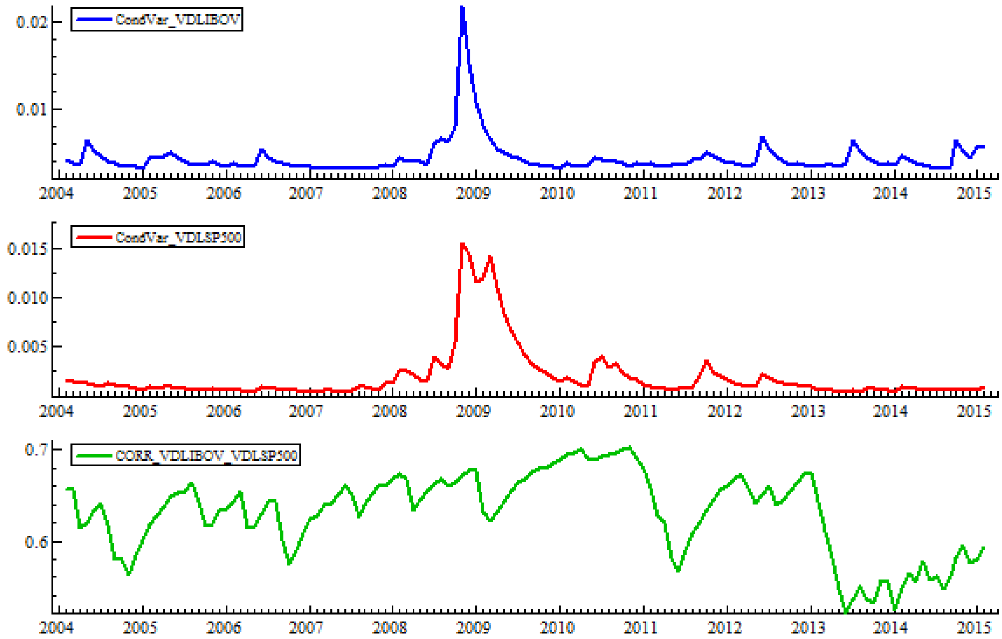
Tabela 8: Resultados do MGARCH

	Coefficient	Std,Error	t-value	t-prob
ρ_{21}	0,657277	0,051303	12,810	0,0000
α	0,027182	0,039561	0,6871	0,4933
β	0,853992	0,29355	2,9090	0,0043

Fonte: Elaboração dos autores com base nas estimações.

A análise da correlação condicional confirma o descolamento recente dos mercados de ações brasileiro e americano, refletindo uma piora no cenário macroeconômico brasileiro nos últimos anos.

Figura 1: Correlação condicional entre o Ibovespa e o S&P500 e as variâncias condicionais de cada mercado.



Fonte: Elaboração dos autores com base nas estimações.
As correlações condicionais foram estimadas com as séries mensais entre janeiro/2004 e fev/2015.

5 Considerações Finais

O presente estudo procurou investigar o desempenho de portfólios baseados no uso de modelos autoregressivos que exploram a dependência serial entre os retornos das ações presente na literatura. Para modelar a correlação serial utilizou-se um VAR, assumindo uma forma funcional linear. Aplicou-se também uma abordagem bayesiana do modelo VAR tradicional, o BVAR, para contornar os problemas de dimensionalidade que afetam a estabilidade dos parâmetros. Tendo em vista a possibilidade de haver relações não lineares entre os retornos, utilizamos um modelo autoregressivo não paramétrico (NAR), o qual não necessita de suposições acerca de formas funcionais e da distribuição dos componentes aleatórios. A pesquisa foi realizada com as 32 ações sobreviventes da composição do IBOVESPA de Março de 2015 em um período que vai de 01/01/2004 até 20/03/2015. Para preencher os dados faltantes foi utilizado um modelo de nível local, obtendo, assim, a amostra completa para todo período.

Os resultados dentro da amostra apontaram que a seleção de carteiras com base na estratégia de média-variância tradicionalmente presente da literatura apresentou melhor desempenho em termos de retorno, embora a estratégia via NAR tenha mostrado performance semelhante. Os modelos VAR e BVAR conseguiram montar carteiras com menor risco, o que denota uma importante ferramenta na gestão de portfólio, sobretudo para investidores avessos ao risco. Analisando a relação risco retorno, os métodos tradicionais ainda se sobressaem, com índice de Sharpe e coeficiente de variação favoráveis. O mesmo resultado foi encontrado considerando previsões um passo à frente.

Uma das hipóteses que poderia explicar a baixa performance de carteiras baseadas na dependência serial dos retornos seria a volatilidade do mercado de ações brasileiro, que reflete a piora no cenário macroeconômico brasileiro nos últimos anos. Dado que os retornos apresentam grandes mudanças entre os períodos, isso dificulta a previsão dos retornos com base no seu histórico, afetando de forma adversa o desempenho dos portfólios dos modelos autoregressivos.

6 Referências

Barráez, D., Bolívar, W. E. N. D. Y. e Cartaya, V. (2008). Un modelo macroeconómico BVAR de predicción para la economía venezolana.*Documento presentado en la XIII Reunión de la Red de Investigadores de Bancos Centrales del Continente Americano*, 1-28.

Conrad, J. e Kaul, G. (1988). Time-Variation in Expected Returns. *Journal of Business*, 61, 409-425.

Demiguel, V., Garlappi, L. e Uppal, R. (2009). Optimal versus naive diversification: how inefficient is the 1/N portfolio strategy? *Review of Financial Studies*, *22*(5), 1915-1953.

DeMiguel, V., Nogales, F. J., e Uppal, R. (2014). Stock return serial dependence and out-of-sample portfolio performance. *Review of Financial Studies*, hhu002.

Doan, T. Litterman, R. Sims, C. (1984). .Forecasting and Conditional Projection using Realistic Prior Distributions. NBER Working Paper Series, Working Paper 1202, September.

Hauer, M. (2007). Os modelos VAR e VEC espaciais: uma abordagem bayesiana. Disponível em < http://hdl.handle.net/10183/12585>. Acesso em 12 out. 2014.

Hoerl, A. E. e R. W. Kennard. (1970). Ridge Regression: Applications to Nonorthogonal Problems. *Technometrics*, 12, 69-82.

Hong, H., e Stein, J. C. (1999). A United Theory of Underreaction, Momentum Trading, and Overreaction in Asset Markets. *Journal of Finance*, 54, 2143-84.

Jagannathan, R. e Ma, T. (2003). Risk reduction in large portfolios: why imposing the wrong constraints helps. *Journal of Finance*, *58*(4), 1651-1684.

Jaramillo, P. (2009). Estimación de VAR bayesianos para la economía chilena. *Revista de análisis económico*, *24*(1), 101-126.

Kenny, G., Meyler, A., & Quinn, T. (1998). Bayesian VAR Models for Forecasting Irish Inflation. Disponível em <http://mpra.ub.uni-muenchen.de/11360/1/MPRA_paper_11360.pdf>. Acesso em 02 nov. 2014.

Ledoit, O. & Wolf, M. (2004). Honey, I Shrunk the Sample Covariance Matrix. *Journal of Portfolio Management*, 30(4):110-119.

Ledoit, O., e Wolf, M. (2003). Improved Estimation of the Covariance Matrix of Stock Returns with an Application to Portfolio Selection. *Journal of Empirical Finance*, 10, 603-621.

Litterman, R. (1984). Specifying vector autoregressions for macroeconomic forecasting. Staff Report 92, Federal Reserve Bank of Minneapolis.

Litterman, R. (1986). Forecasting with Bayesian Vector Autoregressions-Five Years of Experience. *Journal of Business & Economic Statistics*. American Statistical Association, vol. 4(1), pages 25-38, January.

Lo, A.,e MacKinlay, A. C. (1990). When Are Contrarian Prots Due to Stock Market Overreaction?. *The Review of Financial Studies*, 3, 175-205.

Markowitz, H. (1952). Portfolio selection. *Journal of Finance, 7*, 77-91.

Merton, R. C. (1980). On Estimating the Expected Return on the Market: An Exploratory Investigation. *Journal of Financial Economics*, 8, 323—361.

Todd, R. (1988) .Implementing Bayesian Vector Autoregressions.Federal Reserve Bank of Minneapolos, Research Department, Working Paper 384, September.

Tse, Y. K. e Tsui, A. K. C. (2002). A Multivariate Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity Model with Time-Varying Correlations. Journal of Business & Economic Statistics, v. 20, n. 3, p. 351-36.