

# A PARIDADE DE RISCO NO CENÁRIO BRASILEIRO

---

## **Pierre Oberson de Souza**

Mestrando em Administração pelo Programa de Pós-Graduação em Administração da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS)  
Rua Washington Luís, 855 - Centro Histórico, Porto Alegre – RS – Brasil – CEP: 90010-460  
E-mail: pierreodesouza@gmail.com

## **Tiago Pascoal Filomena**

Doutorado em Engenharia pela George Washington University (GWU) - Estados Unidos.  
Professor do Departamento de Administração da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS)  
Rua Washington Luís, 855, sala 309 - Centro Histórico, Porto Alegre – RS – Brasil – CEP: 90010-460  
E-mail: tpfilomena@ea.ufrgs.br

## **João Fróis Caldeira**

Doutor em Economia pelo Programa de Pós-Graduação em Economia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS).  
Professor do Departamento de Economia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.  
Avenida João Pessoa, 52, sala 33B – Centro, Porto Alegre – RS – Brasil – CEP 90040-000  
E-mail: joao.caldeira@ufrgs.br

**Indicação da Área:** 08 – Microeconomia, métodos quantitativos e finanças.

**Classificação JEL:** G11; C44; C61.

### **Resumo:**

Este artigo se propõe a iniciar estudos no que toca à abordagem de otimização de portfólios de investimento conhecida como paridade de risco no contexto brasileiro. Neste trabalho, os índices setoriais da bolsa brasileira (BM&FBOVESPA) foram utilizados como ativos e com os seus dados foram estimadas carteiras com a abordagem de paridade de risco, mínima variância e pesos iguais. Obteve-se resultados de pesos e volatilidades intermediários referentes à paridade de risco em relação à mínima variância e pesos iguais, sendo condizente com os resultados verificados na literatura que utilizam como base de dados os mercados europeus e americanos. Verificou-se também que a forma de estimação da matriz de covariância exerce pouca influência no resultado final da abordagem de paridade de risco, resultado ainda não apresentado na literatura.

Palavras-chaves: Otimização de portfólios, Paridade de Risco, Matriz de covariância.

### **Abstract:**

This paper proposes to begin studies applying the risky parity portfolio strategy in Brazil. We choose BM&FBOVESPA's sector indexes as the assets to be used on the risky parity, minimum variance and equally weighted portfolios. We obtained intermediary results for weights and risk when risky parity is compared to minimum variance and equally weighted portfolios. This is in the same direction of previous results for the European and United States markets. Furthermore, it is shown that different estimation methods for the covariance matrix have very little influence on the risky parity portfolio. This result was not yet discussed in the current literature.

Key-words: Portfolios optimization, Risk Parity, covariance matrix.

# PARIDADE DE RISCO NO CENÁRIO BRASILEIRO

---

## **Resumo:**

Este artigo se propõe a iniciar estudos no que toca à abordagem de otimização de portfólios de investimento conhecida como paridade de risco no contexto brasileiro. Neste trabalho, os índices setoriais da bolsa brasileira (BM&FBOVESPA) foram utilizados como ativos e com os seus dados foram estimadas carteiras com a abordagem de paridade de risco, mínima variância e pesos iguais. Obteve-se resultados de pesos e volatilidades intermediários referentes à paridade de risco em relação à mínima variância e pesos iguais, sendo condizente com os resultados verificados na literatura que utilizam como base de dados os mercados europeus e americanos. Verificou-se também que a forma de estimação da matriz de covariância exerce pouca influência no resultado final da abordagem de paridade de risco, resultado ainda não apresentado na literatura.

Palavras-chaves: Otimização de portfólios, Paridade de Risco, Matriz de covariância.

## **Abstract:**

This paper proposes to begin studies applying the risky parity portfolio strategy in Brazil. We choose BM&FBOVESPA's sector indexes as the assets to be used on the risky parity, minimum variance and equally weighted portfolios. We obtained intermediary results for weights and risk when risky parity is compared to minimum variance and equally weighted portfolios. This is in the same direction of previous results for the European and United States markets. Furthermore, it is shown that different estimation methods for the covariance matrix have very little influence on the risky parity portfolio. This result was not yet discussed in the current literature.

Key-words: Portfolios optimization, Risk Parity, covariance matrix.

## **1. Introdução**

A busca por eficiência na alocação de recursos escassos é tema de notável importância em finanças e economia, razão pela qual a literatura que se refere a destinação de recursos em carteiras de investimento é vasta, não somente havendo muitos trabalhos neste sentido no passado como também recentemente, onde pequenos avanços resultam em ganhos significativos. A abordagem de média variância, apresentada por Markovitz (1952), é considerada aquela mais comumente aplicada, conforme defendem Levy e Levy (2014), sendo utilizada como referência para novos enfoques em diversos trabalhos, como por exemplo, em Fliege e Werner (2014), Kolm et al. (2014), Nguyen e Lo (2012) e Behr et al. (2013). Na abordagem de média variância a carteira é obtida através de um processo de otimização que busca a forma mais adequada de alocação dos recursos levando em consideração a estimação do retorno futuro, a expectativa de volatilidade, bem como a correlação entre os diversos ativos. Esta perspectiva possui algumas limitações, principalmente no que tange aos erros de estimação da matriz de covariância e da expectativa de retornos futuros, conforme observado por Fliege e Werner (2014) e Levy e Levy (2014). Ainda, segundo Nguyen e Lo (2012), Behr et al. (2013) e Merton (1980), os erros de

estimação da expectativa dos retornos futuros tende a influenciar mais drasticamente os resultados.

Considerando-se este aspecto negativo verificado na abordagem de média variância de Markovitz, têm-se observado a predominância de abordagens baseadas apenas na estimação da matriz de covariância, isto é, fundamentados na expectativa das volatilidades dos ativos e das correlações entre as mesmas. Neste arcabouço se encontra a perspectiva de mínima variância, verificada em Caldeira et al. (2013) e Clarke et al. (2006). Podem ser apurados na literatura diversos trabalhos que demonstram a superioridade, em relação ao critério de média variância, de abordagens nas quais é apenas estimada a matriz de covariância, como nos estudos de Engle e Sheppard (2008), Santos e Tessari (2012) e Demiguel, Garlappi, & Uppal (2009). Tal fato corrobora com a tendência da academia de colocar em destaque as estratégias desta espécie.

Na busca por abordagens alternativas, que utilizem unicamente a estimação das volatilidades e suas correlações, foram desenvolvidos outros estudos, nos quais se desenvolveram abordagens como a de mínima variância com limitação mínima e máxima aos pesos dos ativos. Esta última pode ser vista em Behr et al. (2013), caracterizando-se pelo objetivo de obtenção de uma carteira de mínima variância mais diversificada que o usual. Tal artifício, no entanto, encontra dificuldade na definição destes limites, visto que para cada caso de estudo será obtido um limite mais adequado, tornando difícil definir de forma geral quais os limites mais apropriados.

Outra abordagem, a qual recentemente foi desenvolvida e é descrita por Maillard et al. (2010), Thiagarajan e Schachter (2011), Clarke et al. (2013) e Qian (2011) é a de paridade de risco, a qual é o foco deste estudo. Bem como na perspectiva de mínima variância, a abordagem de paridade de risco utiliza apenas a estimação da matriz de covariância para a obtenção do portfólio ideal, no entanto não busca a minimização da volatilidade, mas sim a máxima diversificação do risco. Outro ponto que diferencia a paridade de risco da mínima variância é a presença de todos os ativos pré selecionados na carteira quando a paridade de risco é utilizada, fato que não ocorre quando é utilizado o critério de mínima variância.

Esta pesquisa tem dois objetivos principais, sendo o primeiro é a análise do portfólio de paridade de risco no cenário brasileiro, contexto para o qual não foram encontrados estudos sobre o tema. Nesta análise se busca verificar o comportamento da paridade de risco com dados da BM&FBOVESPA, tornando possível investigar se as conclusões obtidas por Maillard et al. (2009), Richard e Roncalli (2013) e Lee (2011), autores que analisaram os mercados europeus e americano em relação à estratégia de paridade de risco, podem ser igualmente observadas no cenário brasileiro. Tal tarefa igualmente foi empreendida por Piccoli et al. (2015), mas não para a paridade de risco e sim para as estratégias de momento, tendo o autor concluído que resultados baseados em dados estrangeiros são em grande parte reproduzidos no cenário brasileiro, o que dá validade ao que se pretende fazer neste estudo.

O segundo objetivo é a busca pela forma mais eficaz de estimação das matrizes de covariância para a abordagem de paridade de risco, estudo que igualmente não foi encontrado na literatura e se mostra de suma importância, uma vez que é amplamente discutida na literatura, como em Santos e Tessari (2012) e Caldeira et al. (2013), a influência que o método de estimação da matriz de covariância tem no resultado final obtido para as abordagens mais comumente utilizadas, como de mínima e média variância.

Os principais estudos sobre paridade de risco utilizam como método de avaliação uma análise comparativa, na qual a carteira obtida com esta abordagem é confrontada com carteiras obtidas através do critério de variância mínima e da carteira igualmente ponderada. Esta última é, inclusive, considerada por Demiguel, Garlappi, & Uppal (2009) como sendo um *benchmark* difícil de ser batido por abordagens de otimização de carteiras. Tais abordagens foram eleitas como parâmetros para comparação por não haver a necessidade de estimação da expectativa de retornos futuros, o que ocorre igualmente com a paridade de risco; além disto, Maillard et al. (2009) defendem que a estratégia de paridade de risco resulta em carteiras intermediárias (tanto em relação a volatilidade, quanto em relação a distribuição dos pesos) se comparadas as carteiras obtidas segundo o critério de mínima variância e de igual ponderação. Tendo em vista as questões supramencionadas, que são os objetivos deste trabalho, foi implementada uma metodologia onde são avaliadas hipotéticas carteiras de investimento, nas quais os índices setoriais do mercado de ações brasileiro são tratados como se ativos fossem, de forma pela qual o universo de “ativos” pesquisados se resumem aos sete índices setoriais.

Para cumprir com primeiro objetivo proposto, que é a análise comparativa da abordagem de paridade de risco com as de mínima variância e de pesos iguais, optou-se por inicialmente analisar o segundo objetivo, que consiste em avaliar a performance da estratégia de paridade de risco a partir de seis diferentes formas de obtenção da matriz de covariância, desde a mais simples, utilizando a matriz de covariância amostral, até modelos mais complexos Garch multivariados, os quais são apresentados em Bauwens et al. (2006). Ao longo do estudo se verifica que para a estratégia de paridade de risco o custo adicional de estimadores mais robustos não tem contrapartida – isto é, utilizando-se o método mais simples (amostral) para a obtenção da matriz de covariância se chegará a um resultado muito similar ao obtido por meio de um modelo mais complexo.

Munido dos resultados sobre a forma mais adequada de obtenção das matrizes de covariância, é possível investigar o primeiro objetivo, o qual requer a análise de uma maior diversidade de aspectos, visto que se busca nesta etapa verificar se o desempenho da abordagem de paridade de risco é similar, no mercado brasileiro, ao comportamento da mesma nos mercados norte americano e europeus. Dentre os principais aspectos que podem ser observados na literatura sobre paridade de risco estão a tendência a obtenção de resultados intermediários entre as carteiras de pesos iguais e de mínima variância, no que diz respeito às volatilidades e a distribuição dos pesos entre os ativos. No corpo deste trabalho tais fatos são detalhadamente exemplificados e fica claro que abordagem em estudo tem comportamento semelhante no mercado brasileiro àquele verificado nos países da Europa e Estados Unidos, ou seja, são averiguadas volatilidades e concentração de pesos intermediários em relação aos critérios de mínima variância e de pesos iguais.

Na próxima seção discute-se a estrutura teórica e matemática da paridade de risco. Na Seção 3 apresentamos a metodologia utilizada que será seguida na Seção 4 pelos resultados. Por último, são apresentadas as conclusões.

## 2. A Estratégia de Paridade de Risco

A paridade de risco é descrita por diversos autores, como Maillard et al. (2010) Thiagarajan e Schachter (2011), Clarke et al. (2013) e Qian (2011) entre outros, como a abordagem segundo a qual se busca um portfólio cujo a contribuição para o risco da carteira de cada ativo seja a mesma. Não se leva em conta o montante aplicado em cada ativo, nem o retorno esperado, e sim a volatilidade que cada ativo apresenta e a correlação do risco de cada um deles com os demais que se encontram na carteira.

Por se tratar de uma abordagem mais recente, ela ainda não foi tão aprofundada pela doutrina quanto as abordagens mais tradicionais, encontrando-se um breve grupo de autores que já tenha tratado do tema. Talvez não se possa dizer que se trate de uma estratégia pouco intuitiva, uma vez que parece totalmente apropriada a diversificação do risco no mercado financeiro. O que sucede, em realidade, é que esta abordagem se demonstra de difícil aferição, uma vez que é necessário avaliar qual a contribuição para o risco, tanto marginal quanto total.

### 2.1 Definição Matemática do Problema

Maillard et al. (2010), que são os autores que mais se aprofundaram no estudo desse tema, demonstram uma maneira de calcular os mencionados riscos de cada ativo em uma carteira de investimento. Quando há uma quantidade “n” de ativos em um determinado portfólio ( $x_1, x_2 \dots x_n$ ) deve-se buscar calcular a variância de cada ativo individualmente e a covariância existente entre os mesmos.

A técnica apresentada por Maillard et al (2010) consiste no cômputo da variância e das covariâncias em uma matriz, representada por  $\Sigma$ . Ainda, a volatilidade do portfólio será dada por  $\sigma(x) = \sqrt{x^T \Sigma x}$ , onde  $x$  é a matriz de n linhas e uma única coluna na qual são representados o peso de cada ativo ( $x_1, x_2 \dots x_n$ ). Portanto, considerando que a variância do ativo i é  $\sigma_i^2$  e a covariância entre os ativos i e j é  $\sigma_{ij}$ , tem-se que a contribuição marginal ao risco é dada por:

$$\partial x_i \sigma(x) = \frac{\partial \sigma(x)}{\partial x_i} = \frac{x_i \sigma_i^2 + \sum_{j \neq i} x_j \sigma_{ij}}{\sigma(x)} \quad (2.1)$$

Visto que o que se busca nesta abordagem é a paridade de risco, o que na realidade se quer é uma combinação de ativos na qual a contribuição de risco total de cada ativo seja a mesma. Somente munido das contribuições marginais de cada ativo, como visto acima, que será possível verificar as contribuições totais dos mesmos, conforme segue:

$$\sigma_i(x) = x_i \times \partial x_i \sigma(x) \quad (2.2)$$

Já foi demonstrada a forma de cálculo da volatilidade do portfólio, cite-se:  $\sigma(x) = \sqrt{x^T \Sigma x}$ . Contudo, verifica-se que a mesma volatilidade corresponderá também a simples soma das contribuições totais ao risco de cada ativo ( $\sigma_i(x)$ ). Vejamos:

$$\sigma(x) = \sum_{i=1}^n \sigma_i(x) \quad (2.3)$$

Bruder e Roncalli (2013), este último tendo também trabalhado nos cálculos anteriores, trazem outra forma de cálculo dos riscos de cada ativo, sejam eles marginais ou totais. Em artigo mais recente, apresentou-se uma fórmula alternativa de verificação da contribuição marginal ao risco de um ativo, sendo ela:

$$\partial x_i \sigma(\mathbf{x}) = \frac{(\Sigma \mathbf{x})_i}{\sqrt{\mathbf{x}^T \Sigma \mathbf{x}}} \quad (2.4)$$

Portanto, a contribuição ao risco de cada ativo será entendida como:

$$\sigma_i(\mathbf{x}) = \mathbf{x}_i \times \frac{(\Sigma \mathbf{x})_i}{\sqrt{\mathbf{x}^T \Sigma \mathbf{x}}} \quad (2.5)$$

No que tange à paridade de risco, é evidente a busca pela igualdade das contribuições ao risco de cada ativo, onde os riscos:  $\sigma_1(\mathbf{x}) = \sigma_2(\mathbf{x}) = \dots = \sigma_n(\mathbf{x})$ . Portanto, segundo os autores, o portfólio obtido com paridade de risco pode ser representado da seguinte forma, sendo  $x$  o peso de cada ativo, o qual deve estar entre 0 e 1 e, além disto, a soma dos pesos deverá ser igual a 1:

$$\left\{ \mathbf{x} \in [0, 1]^n: \sum x_i = 1; x_i \times \partial_{x_i} \sigma(\mathbf{x}) = x_j \times \partial_{x_j} \sigma(\mathbf{x}) \text{ para todo } i, j \right\} \quad (2.6)$$

Tendo em vista que já foi inteiramente definida a paridade de risco em um portfólio de investimento, deve-se agora buscar qual a melhor forma de obtenção desta carteira. Uma das abordagens propostas por Maillard et al. (2009) trata da relação entre portfólios obtidos com três diferentes critérios: a paridade de risco (PR), o com pesos iguais (1/n) e o de mínima variância (min v). Espera-se que a relação entre as carteiras obtidas por meio destas abordagens pode ser representada por:

$$\sigma_{mv} < \sigma_{PR} < \sigma_{1/n} \quad (2.7)$$

As diferenças encontradas entre estas três carteiras ainda poderão ser entendidas de outra forma. Entretanto, para tanto, conforme afirma Scherer (2007), deve-se lembrar que no portfólio de mínima variância se busca que as contribuições marginais ao risco sejam iguais. Vejamos a representação alternativa da relação entre as carteiras mencionadas:

$$x_i = x_j \quad (1/n) \quad (2.8)$$

$$x_i \times \partial_{x_i} \sigma(\mathbf{x}) = x_j \times \partial_{x_j} \sigma(\mathbf{x}) \quad (\text{PR}) \quad (2.9)$$

$$\partial_{x_i} \sigma(\mathbf{x}) = \partial_{x_j} \sigma(\mathbf{x}) \quad (\text{min v}) \quad (2.10)$$

### 3. Da Metodologia utilizada

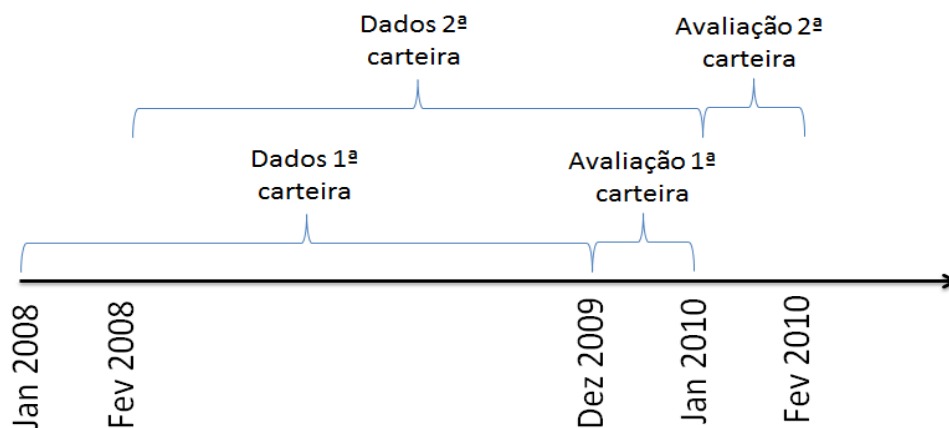
Nesta seção é apresentada a metodologia utilizada neste artigo, explicitando a forma como foram obtidos os dados, o período de estudo e as particularidades destes dados. Ainda, são apresentados quais métodos de estimação das matrizes de covariância foram utilizados e

seus parâmetros. A metodologia apresentada foi utilizada neste artigo para as três abordagens já citadas (mínima variância, pesos iguais e paridade de risco), somente não se aplicando a estimação da matriz de covariância no sistema de pesos iguais, visto que esta abordagem não utiliza como parâmetro esta matriz.

### 3.1 Dados e simulação das carteiras

Para avaliação das abordagens escolhidas foram criadas carteiras a partir dos sete índices setoriais da bolsa brasileira (BM&FBOVESPA), sendo eles: IEE (Índice Energia Elétrica), INDX (Índice Industrial), ICON (Índice Consumo), IMOB (Índice Imobiliário), IFNC (Índice Financeiro), IMAT (Índice Materiais Básicos) e UTIL (Índice Utilidade Pública). Tais índices, por sua vez, foram tratados como se ativos fossem, cabendo definir, munido das abordagens selecionados, qual será o peso de cada um destes ativos na carteira hipotética. Esta metodologia não é nova, tendo sido utilizada por Lee (2011) em estudo no qual o autor utiliza índices setoriais da bolsa americana.

Visto que o Índice Imobiliário (IMOB) só possui dados históricos a partir de janeiro de 2008, o estudo foi elaborado para este período e tendo seu final em julho de 2014. Para as abordagens de otimização, foram utilizados dados dos últimos dois anos para cada carteira criada, sendo feitos rebalancements do portfólio mensalmente. A título exemplificativo, para a primeira carteira obtida foram utilizados dados entre janeiro de 2008 e dezembro de 2009, tendo sido a mesma mantida durante o mês de janeiro de 2010 e rebalanceada com dados entre fevereiro de 2008 e janeiro de 2010 para que então fosse avaliada em fevereiro de 2010. O esquema explicativo pode ser observado a seguir:



**Figura 1** - Esquema Explicativo do Sistema de Rebalanceamento Adotado

### 3.2 Da Estimação da Matriz de Covariância

O método utilizado para obtenção da matriz de covariância tem muita importância, e deverá ser observado com grande cuidado, quando se estiver diante de abordagens de otimização de portfólios que utilizam como parâmetro simplesmente as volatilidades dos ativos da carteira e a correlação existente entre elas. Autores como Santos e Tessari (2012) e Caldeira et al. (2013) destacam o quão sensível processos de otimização podem ser devido a alteração na forma de estimação destas matrizes.

Por este motivo, neste trabalho são avaliadas seis formas diferentes de estimação das matrizes de covariância, visando assim buscar a melhor alternativa, principalmente em se tratando da abordagem de paridade de risco, tendo em vista que na literatura não há trabalhos que demonstrem qual seria a forma mais efetiva para a estimação das matrizes de covariância para este critério de otimização de carteiras de investimento.

Os métodos para obtenção da matriz de covariância utilizados neste trabalho vão desde o mais simples até modelos GARCH multivariados. O método mais simples utilizado consiste simplesmente no uso da fórmula da covariância, sendo aqui denominada covariância amostral:

$$S_{XY} = \sum_{i=1}^n \frac{(x_i - \bar{X})(y_i - \bar{Y})}{n} \quad (3.1)$$

Onde  $S_{XY}$  é a covariância entre os ativos  $x$  e  $y$ .

O segundo método utilizado para estimação da matriz de covariância é o método de decaimento exponencial (EWMA), o qual também é chamado de Riskmetrics, sendo descrito por Bauwens et al. (2006). Nele foi utilizado um fator de decaimento igual a 0.94, que é indicado pelos autores como o mais adequado quando são utilizados dados diários.

Em busca de modelos mais robustos, foi empregado o modelo Riskmetrics 2006, que é uma evolução do seu homônimo predecessor, sendo este uma combinação de dois métodos de decaimento exponencial. Tal estratégia foi descrita por Zumbach (2007), sendo os parâmetros indicados pelo autor para o método os que seguem na Tabela 1.

**Tabela 1** – Parâmetros para o método Riskmetrics 2006

$\tau_0$ – meia vida do EWMA lento: 1560
$\tau_1$ – meia vida do EWMA rápido: 4
KMAX – número de componentes do EWMA a serem utilizados: 14
RHO – fator de decaimento utilizado para as meias vidas: $\sqrt{2}$

Da mesma forma, foram avaliados métodos GARCH multivariados. O primeiro deles, que se trata de uma generalização do método GARCH univariado, é o método VEC, descrito por Bauwens et al. (2006), no qual existe a necessidade de serem inseridos os parâmetros  $P, O, Q$ , os quais representam, respectivamente, o escalar positivo que define o número de passos no processo de inovação, o número de intervalos assimétricos a serem incluídos e, por fim, o número de passos a serem utilizados para estimação da covariância condicional; neste caso os valores de  $P, O$  e  $Q$  utilizados foram (1,0,1).

O quinto método utilizado neste trabalho, que também se trata de uma generalização do método GARCH univariado, é o MGARCH, descrito igualmente por Bauwens et al. (2006) e que possui os mesmos parâmetros que o método VEC. Com a finalidade que seja possível uma comparação entre os métodos, os valores de  $P, O$  e  $Q$  utilizados foram os mesmos (1,0,1).

Por fim, a última estratégia testada consiste em uma combinação não linear de métodos GARCH univariados, sendo este um método que trata a correlação condicional como constante, denominado por Bauwens et.al (2006) simplesmente de “CCC”. Da mesma forma,



dos últimos métodos explanados, nele são inseridos os parâmetros  $P$ ,  $O$  e  $Q$  e, mais uma vez, os valores utilizados foram os mesmos (1,0,1).

#### 4. Resultados

Esta seção tem por objetivo apresentar e analisar os resultados de maior relevância obtidos neste estudo. Primeiramente, é apresentada uma análise preliminar, onde são avaliadas as primeiras carteiras obtidas com as diferentes formas de estimação da matriz de covariância, sendo verificada a distribuição dos pesos. Em seguida é analisada a influência da forma de estimação da matriz de covariância na abordagem de paridade de risco.

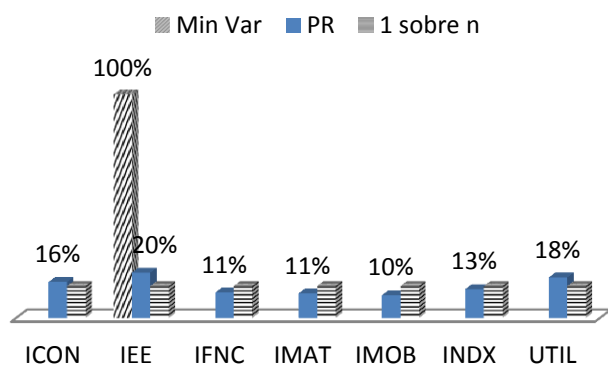
Ainda nesta seção, é avaliada a performance das carteiras obtidas segundo os diferentes critérios (mínima variância, pesos iguais e paridade de risco) ao longo do período de estudo, sendo avaliados o comportamento do retorno, da volatilidade e a influência dos custos de transação nas diferentes abordagens. Por fim, é apresentada uma análise dos resultados no que diz respeito ao risco de concentração, sendo analisado este risco para as abordagens de mínima variância e paridade de risco.

##### 4.1 Da Análise preliminar

Neste momento, a partir da obtenção dos primeiros resultados, busca-se verificar se a teoria, especialmente sobre a estratégia de paridade de risco, é ratificada por dados reais do mercado financeiro brasileiro. Nesta análise, o principal ponto a ser avaliado é a questão da diversificação do portfólio, que segundo Maillard et al. (2010) tende a ser, na paridade de risco, um meio termo entre as carteiras obtidas por meio dos critérios de mínima variância e de pesos iguais.

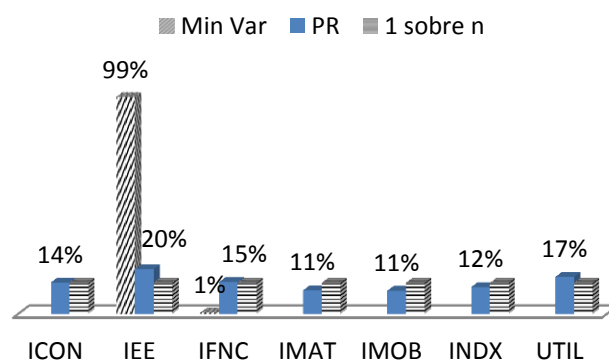
De forma ilustrativa, podemos verificar a primeira carteira obtida no período de avaliação (dados entre janeiro de 2008 e dezembro de 2009) com a estimação da matriz de covariância realizada com o método amostral e, logo a seguir, com o método GARCH multivariado CCC, tendo sido omitidas as ilustrações resultantes das outras formas de obtenção da matriz de covariância por serem muito similares às figuras 2 e 3.

#### Distribuição dos pesos método amostral



**Figura 2** - Distribuição dos pesos nas carteiras obtidas através do do amostral de estimação da matriz de covariância com dados entre jan/08 e dez/09

#### Distribuição dos pesos método CCC



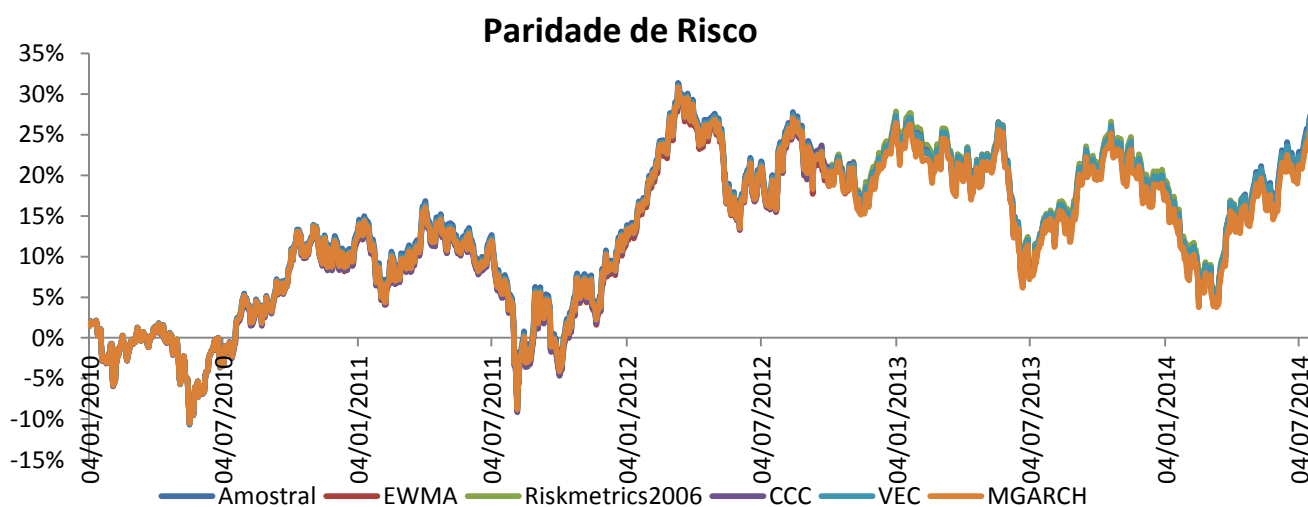
**Figura 3** - Distribuição dos pesos nas carteiras obtidas através do método CCC de estimação da matriz de covariância com dados entre jan/08 e dez/09

Observadas as figuras 2 e 3, fica bastante clara a tendência da abordagem de paridade de risco de proporcionar carteiras com pesos bem distribuídos, encontrando-se esta, de fato, entre os portfólios de mínima variância e de pesos iguais. Este resultado corrobora os dados encontrados por Chaves et al. (2011), demonstrando a forte tendência de que os demais aspectos defendidos pelos autores que trabalham com a paridade de risco tenham efetividade também para o cenário brasileiro.

#### 4.2 Método de Estimação da Matriz de Covariância e a Paridade de Risco

Não se encontrou na literatura estudos que avaliem a influência do método de estimação da matriz de covariância nos resultados obtidos através da abordagem de paridade de risco, uma vez que tais análises são comumente aplicadas na avaliação do critério de mínima variância. Visando preencher esta lacuna na literatura, nos propomos a avaliar se existem grandes variações nos resultados obtidos através da paridade de risco quando o método de estimação da matriz de covariância é alterado.

Para cumprir tal tarefa foram estimadas as carteiras de paridade de risco com cada um dos seis métodos de estimação da matriz de covariância e as mesmas foram avaliadas conforme descrito na figura 1, onde se explica a metodologia utilizada. Os resultados obtidos com cada um dos métodos são apresentados na figura 4:



**Figura 4** - Influência do método de estimação da matriz de covariância na abordagem de paridade de risco

Da análise da Figura 4, fica claro que a influência do método de estimação da matriz de covariância na abordagem de paridade de risco é praticamente nula, visto que o retorno obtido com os diferentes modelos é muito similar independente do estimador utilizado. A volatilidade, calculada através do método de desvio padrão, tal como elucidado por Araújo e Montini (2015) e como pode ser visto na tabela 2, também pouco se altera, o que consequentemente leva a um resultado de índice Sharpe muito similar para todos os casos.

**Tabela 2** – Retorno, volatilidade e Índice Sharpe na abordagem de paridade de risco

	Amostrai	EWMA	Riskmetrics2006	CCC	VEC	MGARCH
Retorno anual	4.71%	4.52%	4.54%	4.52%	4.62%	4.40%
Risco anual	16.19%	16.06%	16.08%	16.10%	16.16%	16.18%
<b>SHARPE</b>	<b>0.291</b>	<b>0.282</b>	<b>0.282</b>	<b>0.281</b>	<b>0.286</b>	<b>0.272</b>

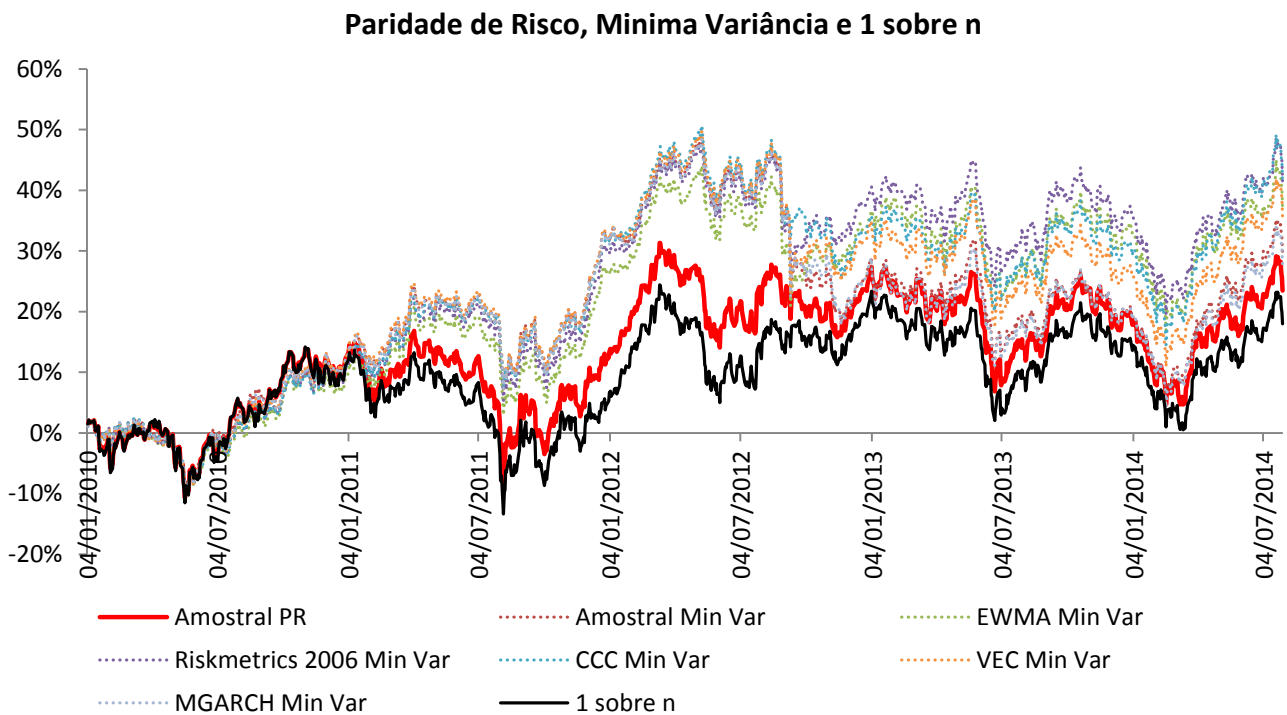
Vale ressaltar que, neste caso, o índice Sharpe foi calculado simplesmente dividindo o retorno anual pelo risco, sem levar em consideração o risco de um ativo livre de risco. Essa metodologia foi escolhida por que o se busca nesta etapa é simplesmente uma comparação entre os métodos utilizados.

Uma vez estabelecido que a estratégia de paridade de risco mostra-se pouco influenciável pelo método de estimação da matriz de covariância, utilizar-se-á, para a comparação desta abordagem com as demais estratégias de otimização de carteiras de investimento, os resultados obtidos pelo método amostral de estimação de matriz de covariância.

#### **4.3 Mínima Variância, Paridade de Risco e um sobre n - Retorno e Volatilidade**

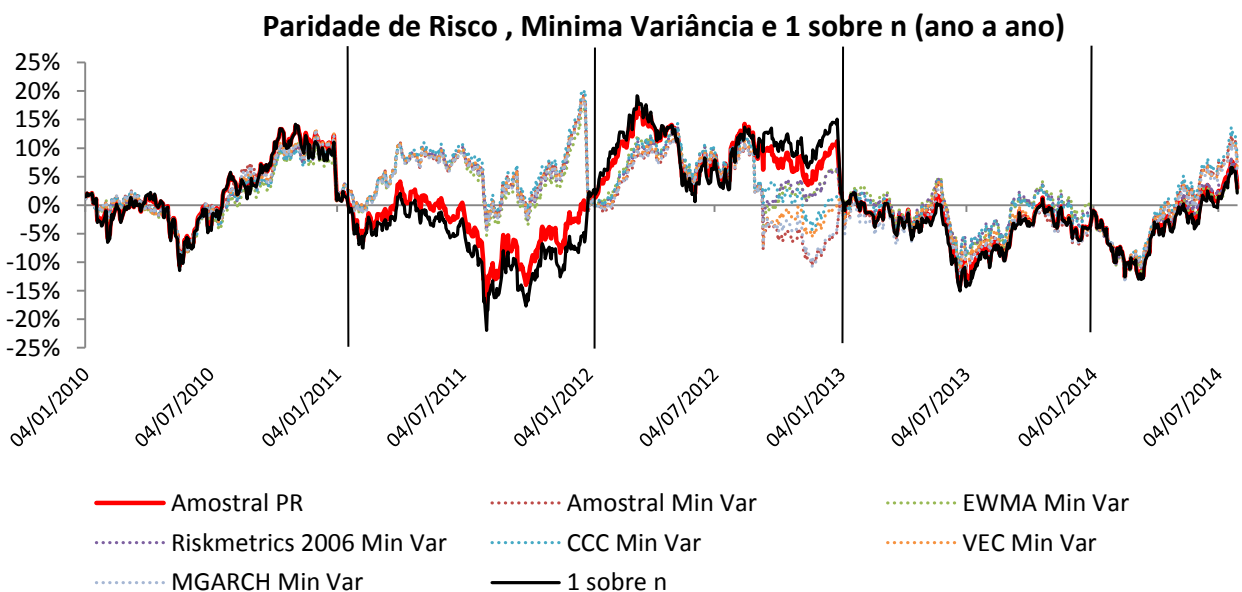
Neste momento, demonstrada a forma pela qual será realizado o confronto, se passará à comparação entre as três abordagens de otimização de carteiras de investimento tratadas no estudo. Para realizar tanto, conforme já mencionado, os portfólios utilizam dados diários do período de dois anos e são rebalanceadas no primeiro útil de cada mês.

No primeiro cenário apresentado, compara-se a abordagem de paridade de risco estimada a partir do método amostral de obtenção da matriz de covariância com as estratégias de pesos igualmente ponderados (um sobre n) e com a estratégia de mínima variância aferida com os seis diferentes estimadores para a matriz de covariância. Quanto ao retorno, pode-se ver uma vantagem clara da abordagem de mínima variância, que com todos os estimadores mostra-se superior às carteiras obtidas através dos critérios de paridade de risco e de pesos iguais. Tais resultados são apresentados na figura 5 que segue.



**Figura 5** - Retorno das abordagens estudados para todo o período

Ainda, observando a figura 5, percebe-se que há um descolamento significativo entre as abordagens de mínima variância e os demais no ano de 2011, porém o comportamento do gráfico dos retornos a partir de 2012 parece ser similar para as diferentes abordagens. Visando elucidar este aspecto foi feita uma avaliação ano a ano dos mesmos dados, produzindo-se gráfico o qual apresenta o comportamento anual dos retornos de cada método, sendo tal avaliação retomada a cada início de ano, obtendo-se os dados seguintes apresentados na figura 6.



**Figura 6** - Retorno das abordagens estudadas ano a ano

Os dados apresentados na figura 6 consolidam a análise de que a variação de performance entre as abordagens de mínima variância, de paridade de risco e de pesos iguais se dá de forma significativa no ano de 2011 apenas. Logo, pode-se entender tal dissonância como um caso isolado, concluindo-se que a tendência das abordagens é de manter a equivalência de rendimento.

Visando aprofundar o estudo neste sentido, é apresentado a seguir um quadro comparativo ano a ano, no qual são apresentados os retornos, volatilidades e índices Sharpe para cada ano e para cada abordagem. Ainda, no esquema são apresentados os retornos corrigidos devido aos custos de transação, os quais, segundo Anderson et al. (2012), podem ser relevantes no que tange às diferenças entre paridade de risco e outras abordagens, considerando-se que cada uma terá um custo variável de 0,06% do seu valor. Ademais, tendo em vista que para cada transação realizada nos rebalancedamentos da carteira é necessária a venda de certo montante e este mesmo valor será realocado para outro ativo através de uma compra, o custo total por transação (venda + compra) é considerado de 0,12%.

Esclarecendo este conceito em ordem prática, se a carteira é composta de 50% do ativo A e 50% do ativo B em um primeiro momento e, em seguida, a composição é alterada para 40% de A e 60% de B, faz-se necessário que seja vendido 10% do montante aplicado em A para que este valor seja realocado em B, sendo o custo de transação 0,12% do montante de 10% que foi transacionado. A tabela 3 explicita os retornos de cada uma das abordagens para cada ano de estudo.

**Tabela 3** - Retornos ano a ano das abordagens selecionados

Retorno anual	1 sobre n	PR	Mínima Variância					
			Amostral	EWMA	Riskmetrics 2006	CCC	VEC	MGARCH
2010	11.01%	12.19%	11.92%	9.01%	10.39%	10.60%	12.39%	12.15%
2011	-5.94%	-0.31%	18.39%	15.71%	17.64%	18.85%	17.88%	17.69%
2012	15.00%	11.16%	-4.33%	5.58%	5.75%	0.95%	-0.03%	-4.22%
2013	-3.86%	-3.73%	-4.85%	-0.87%	-1.64%	-2.72%	-4.41%	-5.22%
2014	3.52%	5.20%	12.06%	0.81%	2.93%	10.71%	10.10%	9.19%

Observando a tabela 3 é possível verificar numericamente o que é vislumbrado nas figuras 5 e 6, restando claro o desempenho superior da abordagem de mínima variância no ano de 2011 e início de 2014. Além disto, é possível observar que em 2012 as abordagens de pesos iguais e PR foram superiores no quesito retorno absoluto. Na tabela 4 são apresentadas as volatilidades anuais das estratégias.

**Tabela 4** - Volatilidades ano a ano das abordagens selecionados

Risco anual	1 sobre n	PR	Mínima Variância					
			Amostral	EWMA	Riskmetrics 2006	CCC	VEC	MGARCH
2010	16.9%	15.5%	12.3%	12.50%	12.3%	12.2%	12.2%	12.2%
2011	20.3%	18.6%	14.2%	14.4%	14.4%	14.1%	14.1%	14.1%
2012	15.6%	14.6%	14.5%	13.4%	13.0%	12.7%	14.2%	14.5%
2013	15.1%	14.8%	14.0%	13.5%	13.3%	13.3%	13.7%	14.1%
2014	16.9%	16.7%	15.4%	15.8%	15.5%	16.1%	15.3%	15.7%

Observando-se a tabela 4 um fato chama a atenção, que é a presença em todos os casos de volatilidade intermediária do critério PR, sendo este resultado verdadeiro independentemente da forma de estimação da matriz de covariância no critério de mínima variância. Isto é, em todos os casos a PR produz resultados condizentes com os encontrados por Maillard et al. (2010). Munido dos retornos e volatilidades anuais foi possível produzir a tabela 5, onde são apresentados os índices Sharpe para cada ano de estudo, cabendo ressaltar que tal índice foi calculado exclusivamente se observando a relação entre o retorno e a volatilidade, sem ser considerado um ativo livre de risco, sendo tal metodologia utilizada porque a intenção é unicamente de comparação entre as diferentes abordagens.

**Tabela 5** - Índice Sharpe ano a ano das abordagens selecionados

Sharpe	1 sobre n	PR	Mínima Variância					
			Amostral	EWMA	Riskmetrics 2006	CCC	VEC	MGARCH
2010	0.65	0.79	0.97	0.72	0.84	0.87	1.02	1.00
2011	-0.29	-0.02	1.29	1.09	1.23	1.33	1.26	1.25
2012	0.96	0.77	-0.30	0.42	0.44	0.07	0.00	-0.29
2013	-0.26	-0.25	-0.35	-0.06	-0.12	-0.20	-0.32	-0.37
2014	0.21	0.31	0.78	0.05	0.19	0.66	0.66	0.59

Para uma melhor visualização, é apresentada a seguir a tabela 6, na qual os índices Sharpe obtidos para cada um dos estimadores da matriz de covariância na abordagem de mínima variância são calculados unidos através da média aritmética simples dos mesmos. Assim, analisa-se a mínima variância como uma abordagem singular e a comparação pode ser mais facilmente realizada.

**Tabela 6** - Índice Sharpe ano a ano para as abordagens estudadas

Sharpe	1 sobre n	PR	Min Var
2010	0.65	0.20	0.90
2011	-0.29	-0.02	1.24
2012	0.96	0.77	0.06
2013	-0.26	-0.25	-0.24
2014	0.21	0.31	0.49

Pela análise das tabelas 5 e 6 é, mais uma vez, possível observar a grande diferença de performance no ano de 2011 favoravelmente ao critério de mínima variância. Por outro lado, igualmente se verifica que no ano de 2012 esta abordagem tem rendimento menor. Um fato chama a atenção, que é a análise do ano de 2014, onde mesmo tendo retornos maiores, tais rendimentos só são alcançados com volatilidades maiores, acarretando em um índice Sharpe sem a grande diferença observada na tabela 3.

#### 4.4 Concentração do peso vs Estratégias de otimização

Um aspecto positivo descrito pelos autores que trabalham com paridade de risco, dentre eles Maillard et al. (2010), é a sua baixa tendência de concentração de grande parte dos recursos em apenas um ou poucos ativos, o que significaria a grande vantagem de se ter a proteção em caso de uma eventual grande volatilidade repentina de um ativo, sendo este denominado risco de concentração. Caso contrário, estando os recursos alocados com grande volúpia em um ativo e o mesmo apresentasse queda acentuada em um curto período, a carteira em questão teria uma queda abrupta em seus rendimentos.

No intuito de verificar se este resultado se reproduziria no cenário brasileiro, avaliou-se de forma comparativa a tendência de concentração dos recursos para as diferentes abordagens. Sendo evidente que a estratégia de pesos iguais não pode apresentar concentração do peso em um ativo, a comparação, neste caso, se limita entre os critérios de paridade de risco e de mínima variância. O primeiro passo é avaliar as carteiras como um todo, de forma que, para verificar a concentração o risco, calculou-se o desvio padrão dos pesos de cada carteira. Dessa forma, é possível perceber o quão diversificada, ou não, é uma carteira, sendo tais dados computados na figura 7, na qual pode-se perceber, claramente e novamente, que a abordagem de paridade de risco é intermediária aos critérios de pesos iguais e de mínima variância.

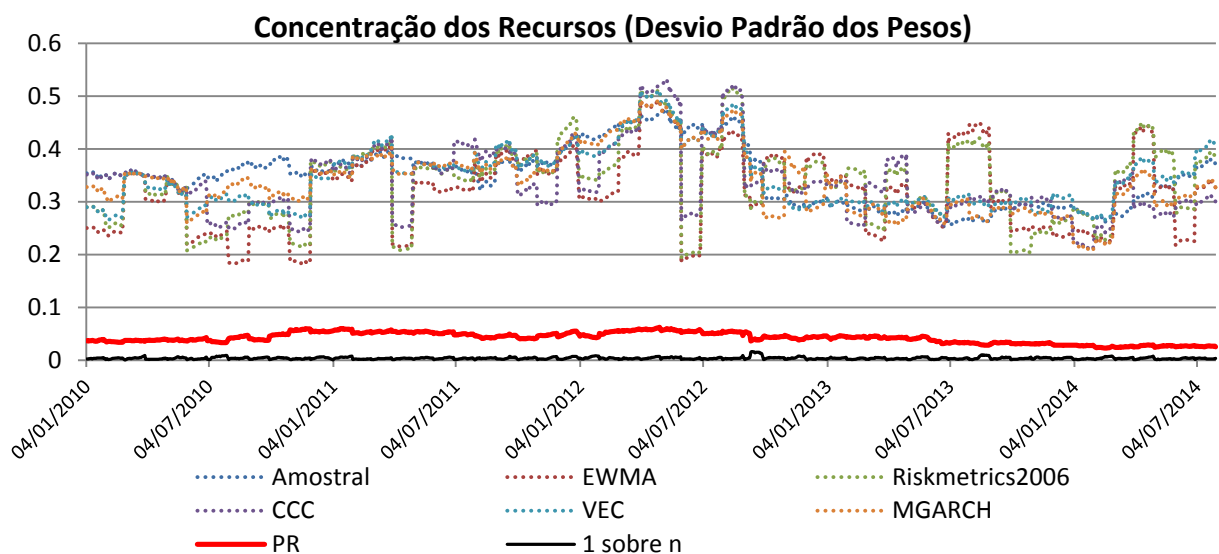
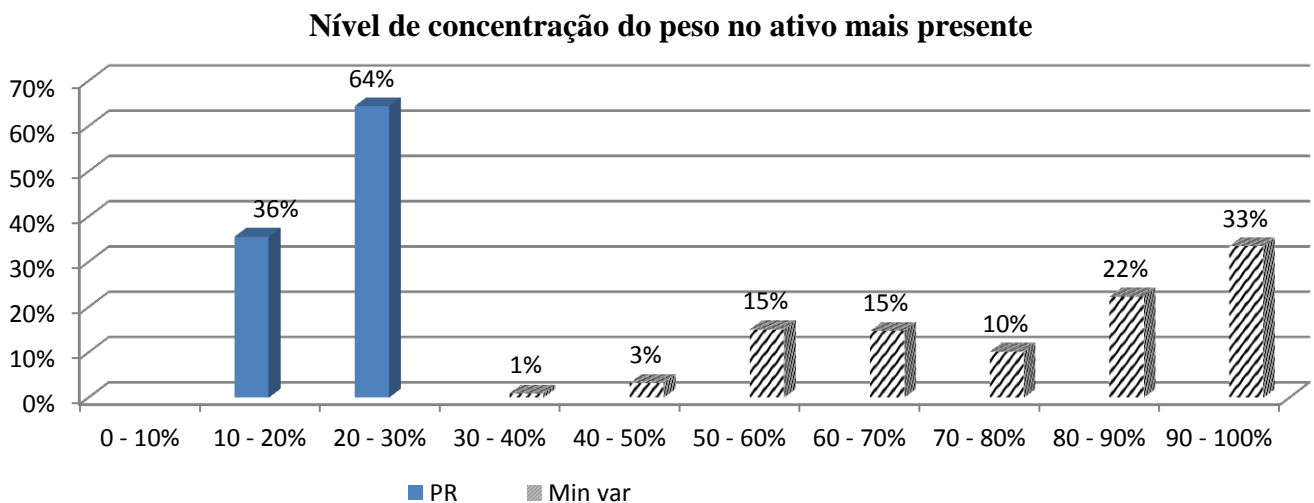


Figura 7 - Concentração dos recursos (desvio padrão dos pesos)

Visto que o desvio padrão dos pesos é igual a zero quando a carteira é perfeitamente diversificada em pesos (todos os pesos são iguais), percebe-se uma nítida diferença de diversificação entre as abordagens de paridade de risco e o de mínima variância, sendo que na

última, independentemente do estimador da matriz de covariância utilizado, é verificada uma grande diferença no nível de diversificação da carteira.

Outro método possível para verificar o nível de concentração dos recursos é a análise do número de casos nos quais o ativo mais presente na carteira é detentor de certa porcentagem dos recursos disponíveis. Desta forma, é possível criar um histograma que tende a deixar bastante claro qual o nível de concentração encontrado para cada abordagem. A seguir, na figura 8, apresentam-se, conjuntamente, os histogramas para as abordagens de paridade de risco e de mínima variância, de forma que, buscando dar clareza aos resultados, foram computadas todas as carteiras implementadas e se analisou o número de vezes que o nível de concentração indicado foi encontrado:



**Figura 8** - Nível de concentração do peso do ativo mais presente

Analisando o histograma apresentado, se verifica que em 33% das carteiras formadas a partir da abordagem de mínima variância o ativo com mais recursos alocados tinha entre 90 e 100% destes recursos acumulados, enquanto que em 64% das carteiras formadas a partir da abordagem de paridade de risco este ativo tinha apenas entre 20 e 30% dos recursos acumulados.

Resta claro que os principais resultados obtidos neste artigo são a verificação de volatilidade e distribuição de pesos intermediária na abordagem de paridade de risco em relação às abordagens de mínima variância e de pesos iguais, fato que é muito importante para demonstrar que resultados obtidos por diversos autores de outras localidades foram igualmente verificados no cenário brasileiro. Igualmente, é de grande relevância a análise das diferentes formas de obtenção da matriz de covariância e sua relação com aos resultados obtidos quando o critério de paridade de risco é utilizado, sendo demonstrada a baixíssima influência no resultado final devido a alterações nestes estimadores.

## 5. Conclusão

Primeiramente, mostra-se fundamental destacar, sem dúvida, que a presente pesquisa se trata do primeiro estudo sobre paridade de risco no cenário brasileiro, sendo que a mesma utiliza como ativos um grupo específico de índices. Dessa forma, os resultados obtidos,



principalmente em relação ao retorno absoluto das carteiras formadas, não podem ser considerados como uma verdade absoluta para todo o mercado de ações brasileiro. Todavia, certos aspectos demonstrados apresentaram coerências com teorias concebidas com base em outros mercados, o que é extremamente positivo e abre portas para novos estudos nesta área.

É temerário acreditar na existência de uma abordagem de otimização de carteiras de investimento seja absoluta, uma vez que cada estratégia apresenta determinados aspectos positivos e negativos, razão pela qual somente no caso concreto poderá se optar pelo critério que seria mais apropriado. Caso houvesse uma estratégia que se mostrasse muito superior às demais, o presente estudo, assim como diversos outros realizados, perderia o propósito.

Dito isso, exatamente o que se buscou nesta pesquisa é verificar se os pontos positivos defendidos pelos autores que trataram da abordagem de paridade de risco, observando o mercado americano e europeu, seriam reproduzidos no mercado brasileiro. Os estudiosos desta estratégia de otimização de carteiras defendem, como seus pontos altos, a tendência à diversificação do portfólio e a obtenção de volatilidades intermediárias entre as abordagens de mínima variância e de pesos iguais.

Partindo-se destes pontos, a pesquisa cumpriu seu objetivo, visto que para todo o período de estudo a carteira formada a partir do critério de paridade de risco esteve neste nível intermediário de volatilidade, razão pela qual se pode presumir a transposição das análises realizadas no mercado europeu e no americano, ao menos em parte, para o cenário financeiro brasileiro. Além de observado um nível de volatilidade intermediário, também foi averiguado um nível intermediário de diversificação em pesos, diminuindo riscos de concentração geralmente observados em carteiras formadas a partir do critério de mínima variância.

É evidente que mais estudos sobre o tema devem ser realizados, preenchendo lacunas que ainda permanecem a respeito do assunto, buscando-se, principalmente, formas de realização da escolha sobre quais ativos devem estar presentes na carteira de paridade de risco a fim de que esta estratégia seja a mais eficiente possível. É de suma importância a realização deste aprofundamento em momento oportuno, visto que é o único ponto da estratégia a ser definido pelo analista, pois a carteira obtida através desta sempre faz com que recursos sejam destinados a todos os ativos que já tenham sido pré-definidos.

### **Referências Bibliográficas:**

ANDERSON, R. M.; BIANCHI, S. W.; CFA; GOLDBERG, L. R. Will My Risk Parity Strategy Outperform? *Financial Analysts Journal*, v. 68, n. 6, p. 75-93, 2012

ARAÚJO, A. C.; MONTINI, A. A. Análise de métricas de risco na otimização de portfólios de ações. *Revista de Administração da Universidade de São Paulo*, v.50, n.2, p.208-228, 2015.

BAUWENS, L.; LAURENT, S. ROMBOUTS, J.V.K. Multivariate garch models: a survey. *Journal of applied econometrics*, v. 21, p. 79-109, 2006.

BEHR, P.; GUETTLER, A.; MIEBS, F. On portfolio optimization: Imposing the right constraints. *Journal of Banking & Finance*, v. 37, p. 1232-1242, 2013. .

BRUDER, B.; RONCALLI, T. Managing Risk Exposures using the Risk Parity Approach. Lyxor Asset Management. Jan 2013. Disponível em: <[http://www.lyxor.com/fileadmin/\\_fileup/lyxor\\_wp/document/Lyxor\\_20Research\\_20\\_20Managing\\_20Risk\\_20Measures\\_2c\\_20Jan\\_202013\\_03.pdf](http://www.lyxor.com/fileadmin/_fileup/lyxor_wp/document/Lyxor_20Research_20_20Managing_20Risk_20Measures_2c_20Jan_202013_03.pdf)>

CALDEIRA, J. F.; MOURA, G. V.; SANTOS, A. A. P. Seleção de Carteiras Utilizando o Modelo Fama-French-Carhart. *Revista Brasileira de Economia*, v. 67, p. 45-65, 2013.

CHAVES, D.; HSU, J.; LI, F.; SHAKERNIA, O. Risk Parity Portfolio vs. Other Asset Allocation Heuristic Portfolios. *The Journal of Investing*, v. 20, n. 1, p. 108–118, 2011

CLARKE, R.; DE SILVA, H.; THORLEY, S. Minimum-Variance Portfolios in the U.S. Equity Market. *The Journal of Portfolio Management*, v. 33, n. 1, p. 10-24, 2006.

CLARKE, R., HARINDRA, S.; THORLEY, S. Risk Parity, Maximum Diversification, and Minimum Variance: An Analytic Perspective. *The Journal of Portfolio Management*, v. 39, n. 3, p. 39-53, 2013.

DEMIGUEL, V.; GERLAPPI, L.; UPPAL, R. Optimal versus naïve diversification: How inefficient is the 1/N portfolio strategy? *Review of Financial Studies*, v. 22, n.5, p. 1915-1953, 2009.

ENGLE, R.; SHEPPARD, K. Evaluating the specification of covariance models for large portfolios. Working Paper, *Department of Economics, University of Oxford*. 2008. Disponível em: <[http://www.kevinsheppard.com/Main\\_Page](http://www.kevinsheppard.com/Main_Page)>

FLIEGE, J.; WERNER, R. Robust multiobjective optimization & applications in portfolio optimization. *European Journal of Operational Research*, v.234, p. 422-433, 2014.

KOLM, P. N.; TUTUNCU, R.; FABOZZI, F. J. 60 Years of portfolio optimization: Practical challenges and current trends. *European Journal of Operational Research*, v.234, p. 356-371, 2014.

LEE, W. Risk-Based Asset Allocation: A New Answer to an Old Question? *The Journal of Portfolio Management*, v. 37, n. 4, p. 11-28, 2011.

LEVY, H.; LEVY, M. The benefits of differential variance-based constraints in portfolio optimization. *European Journal of Operational Research*, v.234, p. 372-381, 2014.

MAILLARD, S.; RONCALLI, T.; TEILETCHE, J. On the properties of equally-weighted risk contributions portfolios. *The Journal of Portfolio Management*, v. 36, n. 4, p. 60-70, 2010.

MARKOWITZ, H. Portfolio Selection. *The Journal of Finance*, v. 7, n. 1. p. 77-91, mar 1952.

MERTON, R. On estimating the expected return on the market: An exploratory investigation. *Journal of Financial Economics*, v. 8, n. 4, p. 323-361, 1980.

NGUYEN, T.; LO, A.W. Robust ranking and portfolio optimization. *European Journal of Operational Research*, v.221, p. 407-416, 2012.

PICCOLI, P. G. R.; SOUZA, A.; SILVA, W. V.; CRUZ, J. A. W. Revisitando as estratégias de momento: o mercado brasileiro é realmente uma exceção? *Revista de Administração da Universidade de São Paulo*, v.50, n.2, p.183-195, 2015.

QIAN, E. Risk Parity and Diversification. *The Journal of Investing*, v. 20, n. 1, p. 119-127, 2011.

RICHARD, J.; RONCALLI, T. A fast algoritim for computing high dimensional risk parity portfolios. *Lyxor Asset Management*. 2013. Disponível em: <[http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract\\_id=2325255](http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=2325255)>

SANTOS, A. A. P.; TESSARI, C. Técnicas quantitativas de otimização de carteiras aplicadas ao mercado de ações brasileiro. *Revista Brasileira de Finanças*, v. 10, n. 3, p. 369-394, 2012.

SCHERER, B. Portfolio construction & risk budgeting. Apud: MAILLARD, S.; RONCALLI, T.; TEILETCHE, J. On the properties of equally-weighted risk contributions portfolios. *The Journal of Portfolio Management*, v. 36, n. 4, p. 60-70, 2010.

THIAGARAJAN, S. R.; SCHACHTER, B. Risk Parity: Rewards, Risks, and Research Opportunities. *The Journal of Investing*, v.20, n.1, p. 79-89, 2011.

ZUMBACH, G. A gentle introduction to the RM2006 methodology. *Technical report, RiskMetrics Group*. 2007. Disponível em: <<http://ssrn.com/abstract=1420183>>