

# Previsão do Risco de Crédito Corporativo de Longo Prazo no Brasil: 1995-2014

Bruno Martins\*

Nelson Seixas dos Santos<sup>†</sup>

Ronald Otto Hillbrecht<sup>‡</sup>

2015

## Resumo

O mercado de crédito de longo prazo, abordado aqui através dos contratos de debênture, vem se fortalecendo no Brasil após o início do Plano Real, onde a estabilização da economia permitiu que suas cláusulas contratuais migrassem para o controle de risco relativo à firma frente a anterior preocupação com o ambiente econômico conturbado, conforme exposto em (SILVA; LEAL, 2008). Assim, este trabalho tenta prever a variável *Distance to Default (DD)* apresentada em (CROSBIE; BOHN, 2003) através da estrutura proposta por (COLLIN-DUFRESNE; GOLDSTEIN, 2001). Para o quartil mais líquido da amostra, o erro percentual médio (EPM) para um horizonte de previsão de cinco anos é de 52%, e de 21% quando considerada a previsão perfeita da volatilidade. O EPM mostra-se muito sensível à liquidez das empresas em bolsa.

**Palavras-chaves:** Risco de Crédito. Debênture. Modelo Estrutural.

**Classificação JEL:** G32

**Área ANPEC:** 8

## Abstract

The long-term credit market, addressed here through debenture contracts, has gained strength in Brazil after the start of the Real Plan, where stabilization of the economy has allowed its contractual covenants migrate to the firm's risk control in spite of the previous troubled economic environment, outlined in (SILVA; LEAL, 2008). Then, this work tries to forecast the Distance to Default variable (*DD*) from (CROSBIE; BOHN, 2003) through the proposed structure by (COLLIN-DUFRESNE; GOLDSTEIN, 2001). For the sample's most liquid quartile, the mean percentage error (MPE) for a forecast horizon of five years is 52%, and 21% when considering perfect volatility forecast. The MPE is very sensitive to firm's market liquidity.

**Keywords:** Credit Risk. Debenture. Structural Model.

---

\*Mestrando em Economia Aplicada - PPGE/UFRGS

<sup>†</sup>PPGE/UFRGS

<sup>‡</sup>PPGE/UFRGS

# 1 Introdução

O risco de crédito pode ser definido como o risco que o credor carrega pela não certeza do pagamento da dívida pela sua contraparte. Assim sendo, é de suma importância que o credor consiga antever de alguma forma a capacidade de pagamento de sua contraparte durante a vigência de contrato de dívida.

A modelagem do risco de crédito tem sua origem em (BEAVER, 1966), de onde floresceu e tomou corpo em três grandes áreas: a modelagem estrutural, a modelagem estatística e a modelagem por intensidade. Enquanto a modelagem estrutural busca o entendimento do risco de crédito através de uma única variável (ativo da firma) utilizando técnicas de apreçamento de opções, a modelagem estatística busca ampliar o leque de fontes de informação, embora peque no quesito dinâmica das variáveis. Hoje em dia, a abordagem mais promissora aparenta ser a modelagem por intensidade, que utiliza várias variáveis com estrutura dinâmica. No entanto, a complexidade destes modelos exige bases de dados extensas devido ao grande número de parâmetros a serem estimados. Assim, a restrição da base de dados acaba por influenciar a escolha dos modelos, muitas vezes inibindo a possibilidade de uso de alguns deles.

Este trabalho visa a contribuir com a literatura através da tentativa de previsão da variável *Distance to Default (DD)* para um horizonte de cinco anos, caracterizando o longo prazo, através da estrutura proposta por (COLLIN-DUFRESNE; GOLDSTEIN, 2001). Portanto, assume-se que a variável *DD* representa satisfatoriamente o risco de crédito no curto prazo, como exposto por (CROSBIE; BOHN, 2003).

A escolha dos contratos de debênture para representar o crédito corporativo de longo prazo se deve, além da facilidade de acesso à base de dados, à relevância desta fonte de financiamento para as empresas brasileiras e à tentativa do governo brasileiro de tornar esse mercado mais líquido, conforme Lei nº 12.431, de 24 de junho de 2011.

Para melhor exposição do problema e dos resultados obtidos, este artigo está organizado da seguinte maneira: a seção 2 apresenta fatos sobre a estrutura de capital das empresas brasileiras, enquanto a seção 3 salienta a evolução das cláusulas contratuais no mercado de debênture. Já a seção 4 apresenta os modelos de risco de crédito mais usuais na literatura, sendo seguida por uma breve comparação dos resultados empíricos apresentado na seção 5. Na seção 6 são apresentados os dados utilizados, sendo posteriormente elucidada a modelagem realizada (seção 7) e os resultados obtidos (seção 8). Por fim, a seção 9 apresenta as conclusões.

## 2 Estrutura de Capital das Empresas Brasileiras

Tomando como dado que a empresa típica necessita de capital de terceiros, é interessante observarmos como a estrutura de financiamento da mesma é conduzida frente às opções existentes e quais suas implicações. A principal abordagem sobre o assunto diz respeito ao teorema de Modigliani-Miller, onde os autores propõem que a estrutura de financiamento da empresa é irrelevante. Segundo (MODIGLIANI; MILLER, 1958), “*The market value of any firm is independent of its capital structure and is giving by capitalizing its expected return at the rate  $\rho$  appropriate to its risk class*”. No entanto, (MOREIRA; PUGA, 2001) salientam que

Os resultados de Modigliani e Miller dependem de mercados de capitais com informação perfeita, sem custos de transação e sem taxaço, condições raras de se verificar mesmo em mercados mais desenvolvidos, que normalmente sofrem de imperfeições como seleção adversa, *moral hazard* e custos de agência.

Essa reflexão nos leva a crer que, muito provavelmente, o pressuposto de informação simétrica adotado pelos autores seja muito forte para analisar a realidade. Sendo assim, (MYERS; MAJLUF, 1984) indagam o que aconteceria se incorporássemos a assimetria informacional nesse contexto. Em seu modelo, assume-se que o gestor da empresa, o qual possui informação que os investidores não possuem, toma

medidas que visem a otimizar o valor da empresa somente para os atuais acionistas, e que os investidores sabem que o gestor possui algum tipo de informação privilegiada. Desta forma, os autores mostram que as empresas preferirão emitir dívida ao contrário de emitir ações quando da necessidade de capital externo<sup>1</sup>.

Devido ao fato de que a assimetria de informação pode levar o mercado a avaliar a empresa a um preço abaixo do seu real valor, pode ser preferível à empresa deixar passar algumas oportunidades lucrativas de investimento para proteger seus atuais acionistas de uma perda de capital. Assim, os investidores observam a emissão de ações como um sinal não muito bom da situação real da firma, passando a considerar que tal emissão ocorre porque o mercado estaria sobre avaliando a empresa.

Assim, dadas as diversas possibilidades de captação de recursos externos existentes, interessa-nos, agora, buscar evidências acerca da validade do proposto por (MYERS; MAJLUF, 1984). Dentre os estudos produzidos com âmbito nacional, (JÚNIOR; MELO, 1999), em um estudo compreendendo vinte e quatro grandes empresas brasileiras analisadas entre 1987 e 1996, chegam à conclusão de que a estrutura média de capital se distribui em autofinanciamento, com 63,9%, endividamento, com 29,6%, e ações, com 6,5%. Isto nos traz evidência favorável à hipótese da *pecking order*, a qual postula que o custo de financiamento aumenta com a assimetria de informação, direcionando a firma a tomar dívida ao invés de emitir ações.

Mais especificamente sobre o setor da indústria, (MOREIRA; PUGA, 2001) buscam identificar a estrutura de financiamento que tem prevalecido em firmas industriais no Brasil e como tal estrutura se relaciona com as características específicas das firmas. Foram analisadas 4.312 empresas responsáveis por 53% do produto industrial em 1997 durante o período 1995/97. Os dados sugerem que as empresas dependem fortemente de recursos internos, onde as de controle nacional financiam 54% de sua necessidade de capital com recursos próprios enquanto as de controle estrangeiro financiam 63%; no agregado, esse valor corresponde a 55%. Do financiamento com capital próprio, pode-se observar que as micro e pequenas empresas utilizam tal fonte com proporção de 63% em contraposição aos 48% utilizados pelas grandes, indicando uma possível restrição do mercado financeiro às firmas de pequeno porte. O crédito com 25% e o mercado acionário com 20% complementam o financiamento.

Por último, o estudo de (MEDEIROS; DAHER, 2008), que contempla uma amostra de 420 empresas não financeiras entre 1995 e 2002, confronta duas teorias que competem para explicar a estrutura de capitais das empresas que são a *Static Tradeoff Theory*<sup>2</sup> e a *Pecking Order Theory*. Encontra-se evidência de que a *Pecking Order Theory* foi dominante na determinação da estrutura das empresas analisadas. Como ressaltam os autores,

...a estrutura de capital das empresas brasileiras é estabelecida como resultado de uma hierarquia de financiamento, cuja prioridade máxima são os recursos gerados internamente, seguidos pelo endividamento e, em última instância, pela emissão de ações.

Portanto, há evidência de que os títulos de dívida dominam os títulos acionários (aumento de capital social) no quesito de financiamento empresarial no Brasil, sendo tal fato embasado pela *Pecking Order Theory*. Cabe, agora, entendermos quais as opções de recursos que as firma dispõe no ambiente externo e qual a relevância de cada uma delas.

Nesse sentido, além do já conhecido empréstimo bancário, usado normalmente para regular a estrutura do fluxo de caixa, outros instrumentos do mercado financeiro também podem ser usados. São eles<sup>3</sup>: ações, debêntures, notas promissórias, certificado de recebível imobiliário (CRI) e fundo de investimento em direitos creditórios (FIDC).

<sup>1</sup> O exposto por (MYERS; MAJLUF, 1984) foi o trabalho seminal da teoria do *pecking order*, a qual postula que o custo de financiamento da empresa aumenta com a assimetria informacional. Assim sendo, a estrutura ótima de financiamento da firma consistiria na utilização de recursos internos em contraposição a dívidas, e estas em contraposição ao lançamento público de novas ações.

<sup>2</sup> A *Static Tradeoff Theory* afirma que as empresas perseguem uma estrutura de capital pré-estabelecida.

<sup>3</sup> Mais informações podem ser encontradas em [www.bmfbovespa.com.br](http://www.bmfbovespa.com.br)

Tabela 1 – Comparativo de Fontes de Financiamento - R\$ Milhões acumulados no período

Ano	Crédito Bancário*	Ações	Debêntures	Notas Promissórias	CRI	FIDC
1995-99		79.298	123.196	80.333	925	
2000-04		84.738	119.723	49.096	2.600	12.863
2005-09		309.264	330.660	97.590	19.331	89.454
2010-14	6.329.528	286.690	387.088	131.038	70.103	57.625

\*Corresponde à tabela 20635 - SGS/BACEN. Dados disponíveis a partir de março de 2011.

Valores corrigidos pelo IPCA – Preços de 2014.

Fonte: BACEN, ANBIMA.

Podemos notar na tabela 1 que o crédito bancário é muito superior a todas as alternativas de fonte de crédito para empresas, salientando a grande importância do financiamento bancário para as empresas brasileiras. No entanto, seguindo o exposto em (FREIXAS; ROCHET, ), podemos supor que esse segmento engloba majoritariamente contratos de curta e média duração. No modelo exposto pelos autores, uma empresa com grande chance de sucesso em seu negócio consegue emitir dívida diretamente a mercado (debêntures ou notas promissórias), enquanto firmas que não conseguem transmitir tal segurança acabam por tomar dívida junto a bancos (crédito bancário).

Comparativamente a um contrato bancário, onde o banco define exigências contratuais e regime de amortização e pagamento de juros, a debênture é um contrato de crédito que concede às empresas um melhor alinhamento entre sua estrutura de fluxo de caixa e seus contratos de financiamento, sendo preponderantemente de médio e longo prazo. Isso se torna relevante devido ao fato de as empresas possuírem estruturas e prazos diferentes internamente, fazendo com que a debênture alivie o descasamento entre entradas e saídas do fluxo de caixa, bem como a liberdade da empresa em oferecer garantias e demais condições como ocorre nos empréstimos bancários. Já no caso das notas promissórias, a empresa não desfruta desta liberdade, sendo apenas um mecanismo gerador de caixa para o curto prazo.

Portanto, embora a debênture não possua a relevância que o crédito bancário possui, ela está como segunda fonte de recursos mais importante dentro das fontes citadas, sendo também um mercado que concentra preponderantemente contratos de longo prazo. Assim sendo, concentraremos este trabalho nos contratos de debênture devido à possibilidade de acessar tanto as características destes contratos bem como a de seus demandantes, dados estes inacessíveis no tocante ao crédito bancário. A análise dos contratos de debênture<sup>4</sup> funciona aqui, portanto, como uma *proxy* para o mercado de crédito de longo prazo no Brasil.

### 3 Panorama Geral da Estrutura dos Contratos de Debênture

A grande influência dos problemas de assimetria informacional no âmbito da concessão de crédito leva os agentes econômicos a tentarem se proteger dos mesmos. No caso mais geral, onde os poupadores delegam a um intermediário financeiro (banco) a tarefa de monitorar e gerenciar seus fundos, a análise dos contratos de crédito não aparece de forma tão relevante para o poupador, que apenas está interessado no contrato firmado entre o banco e ele mesmo<sup>5</sup>. No entanto, no caso da emissão direta de títulos de dívida de longo prazo (debêntures), a estrutura contratual da concessão de crédito é altamente relevante para o poupador/investidor. Dado que agora ele irá lidar diretamente com as empresas, faz-se necessário que o investidor consiga entender e construir um contrato ótimo para cada firma.

<sup>4</sup> Mais informações acerca do mercado e das especificações dos contratos de debênture podem ser encontradas em (ANDIMA, 2008).

<sup>5</sup> Este contrato, embora altamente relevante para o poupador, é normalmente padronizado. Isso faz com que tenha menos importância para o poupador.

O contrato visa contornar um claro problema de agência que pode ser observado no pagamento de dividendos aos acionistas, investimento em recompra de ações e/ou investimento em projetos arriscados através de endividamento adicional. Estas ações visam transferir renda dos credores para os acionistas. Assim, para contornar tal problema, os credores estabelecem cláusulas restritivas acerca das possibilidades do gestor ou cláusulas que estimulem a boa gestão financeira, penalizando seu descumprimento com a redução de maturidade do título, por exemplo.

Neste tocante, o avanço da economia brasileira nos últimos anos vem mudando sensivelmente a estrutura dos contratos de debênture. Agora que a inflação fora controlada, os credores direcionam suas atenções para a questão microeconômica que ronda o contrato, ou seja, como a própria empresa afeta o contrato de crédito. Inicialmente, notamos que as cláusulas relativas à proteção contra o ambiente econômico vêm se arrefecendo. A tabela 2 nos fornece uma visão mais acurada sobre o assunto.

Tabela 2 – Frequência das Cláusulas de Atualização Monetária, Juros e Vencimento Antecipado nas Debêntures de 1989 a 2004

Cláusula	A	B	C	D	Teste Estatístico de Diferenças		
	1989-93 (%)	1994-97 (%)	1998-01 (%)	2002-04 (%)	B-A	C-B	D-C
1. Atualização Monetária							
Nenhuma indexação	0	41	68	69	Aumenta	Aumenta	Igual
Indexação à inflação	88	59	32	27	Diminui	Diminui	Igual
Indexação ao Câmbio	12	0	0	4	Diminui	Igual	Aumenta
2. Juros Remuneratórios							
Nenhum	36	3	3	0	Diminui	Igual	Igual
Juros fixos	55	58	33	31	Igual	Diminui	Igual
Juros flutuantes	7	5	17	33	Igual	Aumenta	Aumenta
Juros flutuantes + spread	2	34	47	36	Aumenta	Aumenta	Igual
3. Vencimento Antecipado <sup>6</sup>							
Nenhum	18	1	10	43	Diminui	Aumenta	Aumenta
Repactuação	66	26	29	31	Diminui	Igual	Igual
Resgate antecipado	60	98	85	46	Aumenta	Diminui	Diminui
Resgate antecipado e repactuação	44	25	24	20	Diminui	Igual	Igual
Resgate antecipado ou repactuação	82	99	90	57	Aumenta	Diminui	Diminui

As frequências das cláusulas são consideradas diferentes em dois períodos se a diferença for estatisticamente significativa a 5%.

Fonte: (SILVA; LEAL, 2008).

Como podemos observar, a presença de cláusulas de atualização monetária dá lugar a cláusulas de remuneração por juros, principalmente para juros flutuantes. Como a taxa de juros passou a ser a grande arma do Banco Central contra a inflação, podemos entender tal movimento em direção aos juros flutuantes como um amparo na proteção contra a inflação. Também, no quesito vencimento antecipado, podemos dizer que a estabilização econômica foi o grande balizador de tal movimento; a economia mais estável possibilitou a volta ao planejamento empresarial, deixado de lado nas épocas de pico inflacionário.

Na tabela 3, podemos ver a contrapartida à estabilização macroeconômica. Aqui, o destaque é dado para a crescente presença de cláusulas restritivas à atuação do gestor empresarial, num movimento para frear o risco moral presente em tais contratos de crédito. Cláusulas referentes a restrições sobre o fluxo de caixa, seguros sobre propriedades dadas em garantia, e limitação ao investimento, à alienação de ativos e à dívida adicional são claros exemplos deste movimento.

Temos então que, após a assinatura do contrato de crédito, o gestor da empresa pode se sentir tentado a utilizar o recurso em atividades que não as expostas aos credores, bem como assumir riscos demasiados ou, simplesmente, agir em prol dos acionistas a despeito dos credores. É por isto que as cláusulas expostas acima apresentam crescente relevância nos contratos de debênture. Tais cláusulas servem para alinhar os interesses da empresa aos dos credores, garantindo assim a saúde financeira da mesma. No entanto, é difícil precisar até onde os contratos conseguem controlar o risco que as empresas podem assumir, conferindo relevância à mensuração do risco de crédito para cada firma. Assim, o desafio, agora, passa a ser a escolha do melhor modelo de risco de crédito que se adapte à realidade brasileira. Seguindo este propósito, devemos

Tabela 3 – Frequência das Cláusulas de Restrição a Decisões de Dividendos, Investimentos e Financiamentos nas Debêntures de 1989 a 2004

Cláusula	A	B	C	D	Teste Estatístico de Diferenças		
	1989-93 (%)	1994-97 (%)	1998-01 (%)	2002-04 (%)	B-A	C-B	D-C
<b>1. Dividendos</b>							
Nenhum	32	27	48	19	Igual	Aumenta	Diminui
Nenhum dividendo quando em atraso no pagamento aos debenturistas	68	70	46	67	Igual	Diminui	Aumenta
Restrições a dividendos em função de variáveis das demonstrações contábeis	8	4	5	1	Igual	Igual	Igual
Outras restrições ao fluxo de caixa para as partes relacionadas	2	10	3	18	Aumenta	Diminui	Aumenta
<b>2. Investimentos</b>							
Nenhum	52	29	33	3	Diminui	Igual	Diminui
Manter seguros para as propriedades	32	36	29	61	Igual	Igual	Aumenta
Proibição para operações além do objeto social	28	38	30	75	Igual	Igual	Aumenta
Investimento limitado	8	13	4	21	Igual	Diminui	Aumenta
Vencimento acelerado no evento de mudança na propriedade e/ou controle acionário do emissor	10	20	28	67	Aumenta	Aumenta	Aumenta
Restrição ao controle por parte do emissor sobre o ativo garantido	12	32	19	22	Aumenta	Diminui	Igual
Proibição à alienação de ativos de capital	4	5	17	46	Igual	Aumenta	Aumenta
Conduzir os negócios com zelo e/ou observar regulamentos padrões	8	7	0	10	Igual	Diminui	Aumenta
<b>3. Financiamentos</b>							
Nenhum	80	31	72	25	Diminui	Aumenta	Diminui
Restrição à dívida adicional	4	16	16	57	Aumenta	Igual	Aumenta
Garantias de terceiros sobre a dívida	16	24	11	24	Igual	Diminui	Aumenta
Dívida privilegiada	14	16	10	22	Igual	Igual	Aumenta
Direito de troca por novas emissões de dívida	4	44	3	1	Aumenta	Diminui	Igual

As frequências das cláusulas são consideradas diferentes em dois períodos se a diferença for estatisticamente significativa a 5%.

Fonte: (SILVA; LEAL, 2008).

dar ênfase à análise microeconômica da empresa, sendo importante a manutenção de um mecanismo de transmissão de risco entre empresa e economia.

## 4 Modelos de Risco de Crédito Corporativo

A modelagem de risco de crédito se divide basicamente em três grandes grupos: modelagem estrutural, modelagem estatística e modelagem por intensidade (ou em forma reduzida). Segue abaixo uma breve explicação de cada uma.

A modelagem estrutural é concebida a partir do modelo de apreçamento de opções de (BLACK; SCHOLES, 1973) e (MERTON, 1974). Esta estrutura considera que uma ação em posse do empresário representa um direito contingente contra os credores da firma, onde tal direito é atrelado ao pagamento da dívida contraída junto aos credores e está diretamente ligado aos ativos da firma.

Em (MERTON, 1974), o modelo visa a precificar títulos de dívida de uma firma cujo ativo segue um movimento browniano geométrico. O preço dos ativos da firma pode ser melhor compreendido como o valor presente do fluxo de caixa a ser gerado pelos mesmos, devendo o processo gerador de valor dos ativos ser imutável por qualquer decisão financeira dos seus donos. O modelo reside no fato de que os detentores de capital (acionistas) controlam a empresa e, quando da maturidade da dívida, os acionistas quitam tal débito se o valor dos ativos da firma ( $V_T$ ) for superior ao valor de face do título  $D$ . Caso contrário, devido à responsabilidade limitada por parte dos acionistas, os credores tomam os ativos da firma ( $V_T$ ) como compensação, sendo  $V_T < D$  neste caso. Com esta estrutura, a dívida pode ser interpretada como a posse um título de dívida livre de risco junto a uma posição vendida em uma opção do tipo *put*, enquanto o capital (*equity*) pode ser visto como uma posição comprada em uma opção do tipo *call* sobre os ativos cujo preço



de exercício é o valor de face da dívida <sup>7</sup>.

Aqui, a mudança de volatilidade do ativo da firma moveria riqueza dos credores para os acionistas, pois, ao modificar a estrutura de risco da firma, os acionistas acabam por se beneficiar de um possível maior retorno sobre o ativo existente mantendo sua perda máxima inalterada. Por outro lado, os credores acabam assumindo maior risco de inadimplência devido ao retorno futuro sobre o ativo poder ser menor, sem contrapartida no ganho esperado. Isso acaba sendo uma importante prerrogativa para a existência de cláusulas restritivas nos contratos de crédito, pois é através desse instrumento que o credor pode tentar controlar tais decisões de investimento. Assim sendo, a assunção do modelo de que a volatilidade do ativo não se altera no horizonte do contrato encontra respaldo prático.

Do ponto de vista da análise de crédito, o modelo de Merton produz probabilidades irreais. Isto não implica em afirmar que o modelo não tenha utilidade para tal uso; apenas que os pressupostos deste modelo podem ser muito fortes quando confrontados com a realidade. Em (STEIN, 2005), vê-se a importância de aprimoramentos no modelo a partir de incrementos no poder preditivo ao incorporar variáveis adicionais, onde um dos mais usuais é o proposto por (BLACK; COX, 1976), o qual considera que o calote pode ocorrer em qualquer instante desde que os ativos da firma sejam inferiores a um determinado limiar durante a validade do contrato <sup>8</sup>.

No entanto, os modelos anteriores não levam em conta o fato de que as empresas tomam dívida adicional no horizonte dos contratos que estão sendo analisados. O fato de quitar parte do seu débito leva a firma a se tornar menos alavancada, abrindo espaço para a tomada de nova dívida sob o ponto de vista de otimização de resultados. A lógica desta operação salienta que ao quitar parte do estoque de débito atual, a firma torna-se menos alavancada e, portanto, menos arriscada. Dado o menor risco, seu custo de captação tende a diminuir. Isto abre espaço para novas captações caso o custo da nova dívida seja suficientemente inferior a remuneração oferecida pelo investimento no ativo. Assim, o modelo de (COLLIN-DUFRESNE; GOLDSTEIN, 2001) tenta capturar tal estratégia das firmas através do conceito de nível ótimo (ou estacionário) de alavancagem. O que temos, portanto, é que o valor da firma é maximizado quando a mesma persegue um nível ótimo de alavancagem.

O modelo assume que a dinâmica do ativo da firma é um movimento browniano geométrico

$$\frac{dV_t}{V_t} = (\mu - \delta)dt + \sigma dW_t, \quad (1)$$

onde  $\mu$  é o *drift* do ativo,  $\delta$  representa o pagamento de dividendos contínuos aos acionistas e  $\sigma$  é a volatilidade do ativo. A análise é feita tomando  $y = \log V$ , portanto

$$dy_t = \left( \mu - \delta - \frac{\sigma^2}{2} \right) dt + \sigma dW_t. \quad (2)$$

Como em (BLACK; COX, 1976), o calote ocorre no primeiro instante que o ativo cruza o limiar de *default*. No entanto, a novidade do modelo diz respeito a modelagem do limiar de *default*,  $k_t$ , que deixa de depender exclusivamente do tempo, passando a ser analisado como

$$dk_t = \lambda(y_t - \nu - k_t)dt, \quad (3)$$

onde  $k_t$  é o logaritmo do limiar de *default* e  $\nu$  é a distância mínima que a firma opta por estar do limiar. Assim sendo, temos que quando  $k_t$  é menor do que  $(y_t - \nu)$  a firma toma mais dívida e vice versa.

<sup>7</sup> In particular, there are no bankruptcy costs going to third parties in the case where equity owners do not pay their debt and there are no corporate taxes or tax advantages to issuing debt. A consequence of this is that  $V_T = B_T + S_T$ , i.e. the firm's assets are equal to the value of debt plus equity. Hence, the choice of  $D$  by assumption does not change  $V_T$ , so in essence the Modigliani–Miller irrelevance of capital structure is hard-coded into the model. (LANDO, 2009)

<sup>8</sup> Dada a nova configuração do problema, passa-se a utilizar uma opção de barreira do tipo *down-and-out*. Tal fato faz sentido ao analisar o limiar de *default* como uma cláusula restritiva, como sugere (LANDO, 2009).

Outra referência interessante ao nível de alavancagem diz respeito aos autores não considerarem que o limiar de *default* designe o estoque total de dívida, embora considerem que o mesmo tenha relação direta com  $k_t$ <sup>9</sup>. Isto nos leva à análise da log-alavancagem, uma medida que relaciona o limiar de *default* ao valor dos ativos da firma.

Defina a log-alavancagem por ( $l_t = k_t - y_t$ ). Pelo lema de Itô,  $l_t$  segue a dinâmica

$$dl_t = \lambda(\bar{l} - l_t)dt - \sigma dW_t, \quad (4)$$

onde

$$\bar{l} = \frac{-\mu + \delta + \frac{\sigma^2}{2}}{\lambda} - \nu. \quad (5)$$

No entanto, um dos problemas em se trabalhar com técnicas de apreçamento de opções é que dificilmente conseguiremos observar o valor dos ativos da firma e sua volatilidade. Assim, devemos proceder com tal apreçamento através do preço das ações da empresa e do valor de face de suas dívidas. Tomando o exposto em (MERTON, 1974), temos que o preço da ação tem como variáveis de entrada o valor do ativo da firma e de sua volatilidade, onde a volatilidade do preço das ações está diretamente ligada à volatilidade dos ativos da firma. Assim, temos que

$$S_t = C(V_t, D, \sigma_V, r, T - t), \quad (6)$$

onde pela fórmula de Itô

$$dS_t = (\dots)dt + C'(V_t, \sigma_V)\sigma_V V_t dW_t.$$

Isto nos leva a

$$\sigma_S(t) = C'(V_t, \sigma_V)\sigma_V \frac{V_t}{S_t}. \quad (7)$$

Portanto, com duas incógnitas e duas equações podemos obter numericamente os valores desejados para o ativo da firma e sua volatilidade. Podemos notar, também, que se a alavancagem ( $L_t = V_t/S_t$ ) não for muito alta, então  $C'(V_t)$  estará próximo de 1 e poderemos trabalhar com a aproximação  $\sigma_s(t) = L_t\sigma_V$  para a equação 7, ou seja, com a volatilidade do ativo sendo a volatilidade da ação ponderada pela alavancagem da firma.

No entanto, uma alternativa mais interessante é proposta por (VASSALOU; XING, 2004): um processo iterativo<sup>10</sup> que consegue lidar com mudanças significativas no nível de alavancagem ao longo do tempo. Inicialmente, estima-se a volatilidade das ações da empresa nos últimos 12 meses; tal estimativa servirá como valor inicial para a volatilidade do ativo. Após isto, usa-se a equação 6 para computar o valor diário do ativo nos últimos 12 meses de negociação. Com esta série de valores do ativo obtemos uma nova estimativa para a volatilidade, a qual é utilizada para uma nova iteração do processo. Este processo é repetido até que o valor de  $\sigma_V$  convirja. Por fim, tendo  $\sigma_V$  convergido, utilizamos a equação 6 para obter o valor do ativo no instante atual. Também, a partir destes valores do ativo, estimamos o valor do *drift* ( $\mu$ ) através da mudança média de  $V_t$ .

<sup>9</sup> O modelo de Merton considera que os dois são iguais.

<sup>10</sup> Tal processo iterativo se assemelha ao de (CROSBIE; BOHN, 2003). No entanto, não contempla ajustes bayesianos para país, indústria e tamanho da firma, nem ações conversíveis e preferenciais na estrutura de capital da empresa.



No caso da estimação por máxima verossimilhança, inicialmente proposta por (DUAN, 1994) e (DUAN, 2000), podemos expressar a função de verossimilhança dos preços das ações através da transformação destes dados pela fórmula de apreçamento de opções de (BLACK; SCHOLES, 1973). A maximização nos fornece estimativas ótimas para  $\hat{\mu}$  e  $\hat{\sigma}$ . No entanto, como exposto em (REISZ; PERLICH, 2007), (DUAN, 1994) somente prova a consistência e normalidade assintótica dos estimadores de volatilidade no arcabouço clássico de (BLACK; SCHOLES, 1973) e (MERTON, 1974). Não é claro se os estimadores de volatilidade num contexto de opções com barreira são tão confiáveis.

Quanto à tradução da modelagem estrutural para uma variável que meça o risco de *default*, o método KMV é um dos mais disseminados. Foi desenvolvido inicialmente pela firma de gestão quantitativa de risco KMV, alusão a Kealhofer, McQuown e Vasicek, a qual foi comprada pela Moody's em 2002, sendo a principal prestadora de serviços relativos à análise quantitativa de crédito para emprestadores, investidores e empresas à época. Segundo seu modelo, podemos definir

$$\frac{\log(V) - \log(D) + (\mu - \frac{1}{2}\sigma^2)T}{\sigma\sqrt{T}} = \frac{E[\log(V_T)] - \log(D)}{\sigma\sqrt{T}} \quad (8)$$

como a medida de distância até o *default* (*DD*).

Empiricamente, a incidência de calotes difere substancialmente da estimada pelo modelo, embora o escalonamento das empresas ainda seja relevante<sup>11</sup>. A falha provavelmente reside no fato de se calcular a probabilidade da variável *DD* ser igual a zero através de uma distribuição Normal, um dos pressupostos do modelo de Merton. No entanto, em sendo o escalonamento das empresas válido, pode-se traduzir os dados do modelo através de dados empíricos a fim de realizar tal correção. Esta é a filosofia por trás do Método KMV<sup>12</sup>: o ajuste das probabilidades do modelo através de dados reais sobre o calote de empresas.

Pela ótica de (CROSBIE; BOHN, 2003), a variável *DD* é descrita por

$$DD = \frac{V - D}{\sigma_V V} \quad (9)$$

Esta medida não inclui o drift do ativo devido a sua natureza de curto prazo, onde tal informação seria desprezível. No curto prazo, como salienta (LANDO, 2009), é a volatilidade sozinha que determina a probabilidade de calote. Também, o limiar de *default* é estabelecido por (CROSBIE; BOHN, 2003) como

$$D = 0.5 * \text{dívida de longo prazo} + \text{dívida de curto prazo}, \quad (10)$$

a qual tenta captar a ideia de que a dívida de longo prazo de uma empresa também exige pagamento de cupons e amortização, bem como alguma possível necessidade de capital a fim de cumprir com cláusulas contratuais. É importante salientar que tal medida não leva em conta a liquidez dos ativos da firma.

Já pela ótica dos modelos estatísticos, como no modelo de regressão logística onde o calote de uma firma pode ser visto como uma resposta qualitativa, observamos as características da empresa quanto ao pagamento ou não de suas dívidas. Modelamos este resultado binário através de uma variável latente  $y^*$  que indica a ocorrência do evento caso ultrapasse determinado limiar.

$$y^* = \alpha + \beta x + \epsilon$$

<sup>11</sup> Tal escalonamento é cardinal, ou seja, contém mais informação que os escalonamentos ordinais, como os de agências de *rating*.

<sup>12</sup> Segundo (ARORA; BOHN; ZHU, 2005): (the model)... is built on a specification of the default-risk-free rate, the market risk premium, liquidity premium, and expected recovery in the context of a structural model. The VK model framework is used to produce default probabilities defined as EDF credit measures and then extended to produce a full characterization of the value of a credit risky security.

$$y_i = \begin{cases} 1 & \text{se } y_i^* > \tau \\ 0 & \text{se } y_i^* \leq \tau \end{cases}$$

onde  $\tau$  é o limiar.

Como não sabemos a distribuição dos erros do modelo, devemos fazer suposições sobre os mesmos a fim de que possamos utilizar a estimação por máxima verossimilhança. Assim, a função de probabilidade toma valores em  $(0, 1)$  e é usualmente desenhada através de uma especificação *probit* ou *logit*, as quais dizem respeito à suposição da distribuição dos resíduos.

Nesta linha, a regressão *hazard* trabalha com o acompanhamento de empresas até que estas saiam da amostra ou por motivo de calote ou por outro motivo que não o calote – fusões, troca de controle, etc. A amostra é separada nestas duas categorias a fim de que consigamos estruturar a probabilidade de falência/calote como consequência da sobrevivência da firma até aquele instante. A abordagem mais usual considera a dinâmica do tempo na modelagem, como em (SHUMWAY, 2001). Neste modelo

$$h(t, x; \theta_1, \theta_2) = \frac{1}{1 + \exp(g(t)\theta_1 + x'\theta_2)}, \quad (11)$$

onde  $g(t)$  é uma função da idade da firma e  $x$  é um vetor de covariáveis. Shumway relata a relevância de variáveis como o valor de mercado da firma, o retorno passado das ações da firma e seu desvio padrão, o lucro dividido pelos ativos totais da firma (ROE ou *Return on Equity*) e dívidas totais divididas pelos ativos totais da firma (alavancagem). Aqui, tais fatos salientam a provável falta de informação dos modelos estruturais, os quais utilizam somente uma variável explicativa.

Por fim, enquanto os modelos estruturais tratam da modelagem do ativo da firma e como seu valor pode determinar um calote, os modelos em forma reduzida ou modelos de intensidade tratam diversos fatores que influenciam a possibilidade de calote sem, no entanto, determinar qual deles explicitamente causa o calote. Trata-se de uma abordagem mais abrangente em relação à abordagem estrutural. Por outro lado, esta abordagem se assemelha muito à regressão *hazard* ao considerar outras variáveis além do valor dos ativos da firma, embora se assuma uma estrutura dinâmica para cada variável especificada.

O ganho de liberdade no tratamento do problema é, entretanto, reduzido pela dificuldade na tratabilidade dos modelos de intensidade. Embora mais gerais e, portanto, mais aptos a se adaptar à realidade, a complexidade dos mesmos cresce de forma exponencial. Assim, trataremos apenas de um limitado exemplo desta categoria<sup>13</sup>: o processo de Cox, também conhecido como processo de Poisson duplamente estocástico.

Neste modelo, o foco está apenas no primeiro instante  $\tau$ <sup>14</sup> em que haja salto no processo  $X_t$ , que designa variáveis de estado relevantes para o problema. Definindo

$$\tau = \inf \left\{ t : \int_0^t \lambda(X_s) ds \geq E_1 \right\},$$

temos que o instante do *default* representa a ideia de que  $\lambda(X)$  é uma intensidade estocástica pré-*default* para o período de salto  $\tau$ . Em consequência, o preço de um título arriscado passa a depender da taxa de juros  $r$  e da intensidade  $\lambda$ .

Para trabalharmos com intensidades que sejam independentes das taxas de juros basta especificarmos um modelo para cada variável e modelá-las conjuntamente. No entanto, seria interessante levar em conta a dependência existente entre as duas variáveis, tomando forma aqui a dificuldade na tratabilidade do modelo. Dado que estamos tratando com várias variáveis temos que certamente haverá alguma correlação

<sup>13</sup> Para uma exemplificação mais geral, consultar (DUFFIE, 2005). Este artigo aborda o problema mais formalmente, além de endereçar novos caminhos para a modelagem em forma reduzida

<sup>14</sup> Quando tratando da modelagem de *default*, estaremos interessados no apreçamento do fluxo de caixa futuro da empresa, o qual é intrinsecamente ligado à variável  $\tau$ .

entre as dinâmicas propostas, o que torna o modelo exponencialmente complexo. Como exemplo, vejamos o caso da correlação entre a variável  $\lambda$  e  $r$  através do termo de ruído:

$$dr_t = \kappa_r(r_t - \theta_r)dt + \sigma_r dW_t^1$$

e

$$d\lambda_t = \kappa_\lambda(\lambda_t - \theta_\lambda)dt + \sigma_\lambda(\rho dW_t^1 + \sqrt{1 - \rho^2} dW_t^2).$$

Pelas palavras de (LANDO, 2009), a modelagem consiste em especificarmos a taxa de intensidade de *default* como uma variável latente a ser observada através de uma função de apreçamento, sendo o Filtro de Kalman a abordagem padrão para tal estimação. No contexto de modelos de risco de crédito, a variável latente será a intensidade de *default* e a variável observada será um vetor de dados de onde coletaremos informações relevantes para observar a variável latente. Comumente usados, os preços dos títulos de dívida das firmas se prestam para tal.

Algumas críticas acabam sendo direcionadas aos modelos de intensidade pela sua fraca base econômica. No entanto, tal estrutura é consistente com o problema de informação assimétrica onde, considerando um modelo estrutural, os credores possuem informação incompleta acerca do real valor dos ativos da firma.

Mesmo que o valor do ativo da firma fosse um indicador suficiente para o calote, a assimetria causada pela dificuldade em observar o verdadeiro valor do ativo abriria espaço para aperfeiçoamentos na modelagem. Como citado por (DUFFIE; LANDO, 2001), é difícil para investidores no mercado secundário de títulos corporativos observar diretamente os ativos da firma. Isto decorre de defasagens temporais existentes nas divulgações dos balanços e falhas ou barreiras na comunicação entre os gestores e acionistas. Assim, o investidor necessita inferir informações acerca da real situação da empresa através de dados contábeis passados, bem como de informações públicas em geral como dados sobre o ciclo de negócios, por exemplo.

## 5 Avaliação e Comparação dos Resultados Empíricos

A partir de (BEAVER, 1966), a literatura sobre modelagem de risco de crédito floresceu e se aprofundou em inúmeras variáveis explicativas, bem como em vários métodos para sua estimação; no entanto, ainda hoje a literatura não possui uma metodologia consolidada na área. Portanto, o que emerge dos resultados empíricos já é prática corrente na modelagem de risco de crédito: quanto mais informação relevante, melhor. Isto significa que qualquer modelo que acrescente informação à análise será bem vindo, dado que a acurácia dos modelos varia conforme a base de dados a ser tratada.

Inicialmente, em uma série de publicações - (BOHN; ARORA; KORABLEV, 2005), (KORABLEV; DWYER, 2007), (CROSSEN; QU; ZHANG, 2011) - a Moody's testa o modelo KMV em várias economias a fim de averiguar sua capacidade preditiva ao longo dos anos - 1996 até 2010. A variável *EDF* (*Expected Default Frequency*) é comparada a outras medidas de risco como *ratings* de agências de crédito, o modelo RiskCalc<sup>15</sup>, o modelo de Merton e o modelo Z-Score. Os resultados apresentam evidência favorável à validade do método KMV, mesmo após a crise financeira de 2008. No entanto, é importante salientar que a Moody's emprega uma das maiores bases de dados relativas a histórico de *default*, o que agrega performance no mapeamento feito entre a variável *DD* e a *EDF*. Mais evidências favoráveis à modelagem estrutural podem ser encontradas em (ARORA; BOHN; ZHU, 2005), (MILLER, 2009) e (JACKSON; WOOD, 2013). Também, uma abordagem do modelo para a economia brasileira objetivando a estruturação de uma carteira de debêntures pode ser encontrada em (GODÓI; YOSHINO; OLIVEIRA, 2008).

Salientando evidências pró modelos estatísticos, (AGARWAL; TAFFLER, 2008) comparam o modelo KMV com o Z-Score utilizando dados do Reino Unido entre 1985 e 2001. Como resultado, salientam

<sup>15</sup> O modelo RiskCalc também é de propriedade da Moody's Analytics.

que ambos os modelos captam aspectos diferentes do risco de *default* e que performam igual estatisticamente. Isto quer dizer que ambos os modelos apresentam informação relevante, não ocorrendo a dominância de um pelo outro. Um aspecto interessante salientado pelos autores diz respeito às cláusulas restritivas presentes nos contratos de crédito estarem quase que totalmente atreladas a itens do balanço da empresa, fator que pode nos indicar a relevância desses indicadores. Mais evidências acerca da modelagem estatística podem ser encontradas em (LI; MIU, 2010) e (WU; GAUNT; GRAY, 2010).

Por fim, em relação à modelagem por intensidade, (DUFFIE; SAITA; WANG, 2007) fornecem uma estimativa da estrutura a termo das probabilidades condicionais de *default* corporativo para firmas industriais dos Estados Unidos com dados entre 1980 e 2004. A metodologia proposta, baseada em um vetor de estados Markoviano que depende de variáveis macroeconômicas e variáveis relacionadas às firmas, utiliza a dinâmica das variáveis explicativas para estimar a probabilidade de *default* em períodos futuros. Dentre as variáveis em destaque encontram-se a variável *DD*, o retorno das ações da firma no último ano, a taxa de juros da economia (Estados Unidos) para títulos de três meses e o retorno do mercado de ações (índice S&P 500) no último ano. Como resultado, os autores salientam que a estrutura a termo do risco de *default* responde mais do que proporcionalmente a mudanças na variável *DD*, sinalizando sua relevância no risco de crédito intertemporal.

Já em (CARLING et al., 2007), é estimado um modelo de *duration* para o tempo de sobrevivência até o *default* que utiliza variáveis macroeconômicas<sup>16</sup> e relativas às firmas<sup>17</sup>. Com uma base de dados privada, pertencente a um grande banco sueco, e com observações de mais de 50 mil firmas durante 24 trimestres, as principais variáveis destacadas pelos autores são o *gap* do produto<sup>18</sup>, a curva de juros e a expectativa das famílias em relação à economia sueca. Assim, os indicadores macroeconômicos são considerados superiores aos ratios financeiros das firmas no âmbito do risco de *default*.

## 6 Amostra de Dados

Foram consideradas empresas de capital aberto que emitiram debêntures com no mínimo cinco anos de maturidade entre janeiro de 1995 e dezembro de 2009. As empresas devem apresentar no mínimo dez anos de negociação em bolsa de valores, a fim de que possamos estimar o modelo em cinco anos de dados e testá-los nos cinco anos subsequentes. Dentre as 67 empresas pertencentes à amostra, 7 entraram em *default* entre 1995 e 2014<sup>19</sup>. As empresas em *default* são predominantemente de baixa liquidez e valor de mercado, possivelmente impossibilitando o ganho informacional pretendido pelo uso de cotações em bolsa. Repactuações foram desconsideradas como evento de *default*.

As empresas da amostra foram segmentadas por sua liquidez em quartis, onde a liquidez é mensurada pelo volume financeiro diário médio movimentado no respectivo ativo em bolsa. Esta medida visa evitar que empresas com histórico de listagem mais antigo ocupem o lugar de empresas que abriram capital recentemente.

Podemos observar a partir da figura 1 a evolução do valor de mercado da amostra utilizada neste trabalho. É nítida a concentração de valor de mercado no primeiro quartil de liquidez da amostra, salientando que as maiores empresas da amostra são as mais líquidas. Pelo outro lado, temos que as empresas pertencentes ao terceiro e quarto quartil da amostra possuem valor de mercado insignificante frente aos

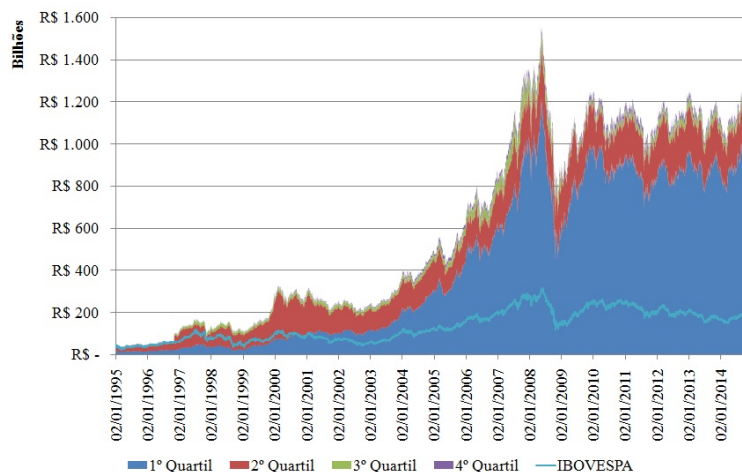
<sup>16</sup> Em (FIGLEWSKI; FRYDMAN; LIANG, 2012), os autores discutem amplamente o uso de variáveis macroeconômicas em estudos recentes utilizando a modelagem em forma reduzida.

<sup>17</sup> Devido a maioria das firmas ser de capital fechado, os autores estimam um modelo com variáveis microeconômicas para suprir a ausência de informações advindas de dados do mercado de capitais.

<sup>18</sup> Diferença entre o produto potencial e o produto real de uma economia.

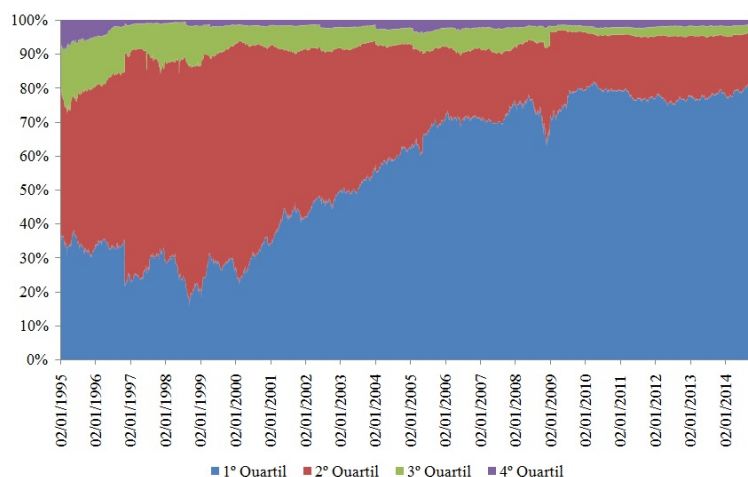
<sup>19</sup> São Elas: Companhia Têxtil Ferreira Guimaraes (FGUI), Construtora Sultepa S/A (SULT), Inepar Energia S/A (IENG), Inepar S/A - Indústria E Construções (INPR), Light Serviços de Eletricidade S/A (LIGH), Teka - Tecelagem Kuehnrich S/A (TEKA) e Wiest S/A (WISA).

Figura 1 – Valor de Mercado da Amostra Segmentado por Quartil



outros quartis. Está presente no gráfico, também, o índice Ibovespa a fim de que possamos comparar o crescimento da amostra selecionada com a carteira de mercado.

Figura 2 – Valor de Mercado da Amostra Segmentado por Quartil - (%)



Para visualizar uma melhor relação entre os quartis de liquidez podemos consultar a figura 2. Nela, podemos notar que o valor de mercado das empresas menos líquidas pertencentes à amostra sempre foi pequeno e com tendência declinante. A metade mais líquida esteve quase sempre perto da proporção de 90% do valor de mercado da amostra, sendo o primeiro quartil o mais representativo atualmente.

Tabela 4 – Variação Percentual do Valor de Mercado da Amostra

Ano	Amostra	1º Quartil	2º Quartil	3º Quartil	4º Quartil
1995-99	186%	153%	227%	110%	12%
2000-04	55%	140%	-23%	41%	101%
2005-09	92%	116%	33%	-10%	67%
2010-14	-30%	-29%	-30%	23%	-255%
Total	301%	380%	204%	164%	-74%

Com relação ao comportamento das séries, podemos visualizar através da tabela 4 a taxa de crescimento da amostra segmentada por período e por quartil. Podemos notar que quanto mais líquidas as empresas maior seu retorno passado e que a maior parte do retorno se concentra no primeiro quartil da amostra, fato salientado anteriormente.



Tabela 5 – Desvio Padrão dos Retornos Diários do Valor de Mercado da Amostra

Ano	Amostra	1º Quartil	2º Quartil	3º Quartil	4º Quartil
1995-99	2,20%	2,48%	3,06%	2,92%	3,90%
2000-04	1,34%	1,58%	1,55%	0,79%	2,44%
2005-09	1,81%	2,19%	1,69%	4,08%	2,11%
2010-14	1,23%	1,41%	1,10%	1,05%	3,89%
Total	1,69%	1,96%	1,99%	2,59%	3,19%

Já em relação ao desvio padrão dos retornos da amostra, podemos observar pela tabela 5 que a volatilidade dos retornos apresenta tendência de queda ao longo do período analisado, embora aumente no período de 2005-09 em decorrência da crise financeira de 2008. Por sua vez, olhando pela segmentação dos quartis podemos observar que quanto mais líquida a empresa menor tende a ser a volatilidade de seus retornos. Tal fato provavelmente decorra de que quanto maior a liquidez em determinado ativo, mais simétrica é a informação sobre o mesmo.

## 7 Especificação, Estimação e Teste do Modelo

Levando em consideração o exposto ao longo deste trabalho, pudemos observar que a variável *DD* (*Distance to Default*) quase sempre se mostrou relevante nos mais variados estudos propostos. Nada mais sendo do que uma medida da alavancagem ponderada pelo risco da firma, esta variável concebe o cerne da questão atrelada a uma eventual insolvência. Portanto, partindo da hipótese de que a variável *DD* é relevante para a análise de risco de crédito de longo prazo, nos propomos a tratar o problema através da modelagem estrutural tentando prever tal variável para um horizonte de longo prazo.

O modelo implementado é o de (COLLIN-DUFRESNE; GOLDSTEIN, 2001) com a variável *DD* sendo construída conforme a equação 9 de (CROSBIE; BOHN, 2003). O modelo segue a estrutura das equações 1, 2, 3 e 4, embora consideremos a seguinte hipótese quanto ao valor inicial do limiar de *default*

$$D = \text{dívida de curto prazo} + \beta * \text{dívida de longo prazo},$$

onde

$$\beta = \frac{\text{dívida de curto prazo}}{\text{dívida total}}.$$

Aqui, diferentemente da equação 10 de (CROSBIE; BOHN, 2003), optamos por permitir que cada firma tenha uma estrutura diferente para o limiar. Quanto maior a proporção de dívida de curto prazo em relação ao endividamento total, maior será a parcela de dívida de longo prazo que será considerada no limiar. A lógica desta opção reside na hipótese de que quanto maior for esta relação, menor tenderá a ser o prazo de vencimento da dívida de longo prazo. Assim sendo, maior será o custo da dívida de longo prazo<sup>20</sup>. Quanto a variável *DD*, temos que é descrita por

$$DD_t = \frac{\text{Valor do Ativo}_t - \text{Limiar de Default}_t}{\text{Volatilidade do Ativo}_t * \text{Valor do Ativo}_t}.$$

Podemos interpretá-la como um Indicador de *Default*, na linguagem de (VASSALOU; XING, 2004), dado que a variável não expressa diretamente a probabilidade de *default* de uma firma.

<sup>20</sup> O custo da dívida de longo prazo compreende tanto juros quanto amortização do principal.



Para estimar os parâmetros necessários, nos baseamos no processo descrito em (VASSALOU; XING, 2004), onde apenas alteramos o período de dados utilizados para cada parte da iteração; consideramos o espaço de tempo dos últimos 3 meses de negociação ao invés dos 12 meses propostos pelos autores. Esta escolha foi feita para evitarmos sobreposição na janela de dados, como também para proporcionar uma estimativa mais acurada da volatilidade do ativo da firma no respectivo trimestre<sup>21</sup>. Tal processo iterativo nos fornecerá os parâmetros  $\sigma$  e  $\mu$  que nos permitirão obter  $y_t$ .

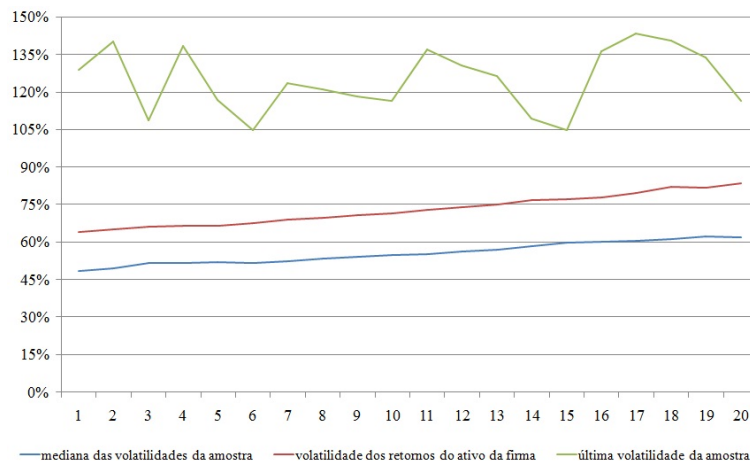
Para fazer jus à possibilidade de *default* em qualquer instante de tempo, utilizamos uma opção do tipo DOC (*down-and-out call*). Dentre os *inputs* necessários ainda não mencionados, temos que o período de validade da opção é de vinte anos e que a taxa de juros é a taxa SELIC do respectivo dia em que se faz o apreçamento da opção. Em relação à equação do limiar de *default*, estimamos a variável  $\lambda$ <sup>22</sup> como sendo a mediana da velocidade das variações em  $k_t$ , com  $\nu$  sendo derivado da estimação de  $\lambda$  e a  $\delta$  sendo atribuído o valor de 25%<sup>23</sup>.

Por fim, o teste realizado para mensurar a acurácia do modelo é baseado no erro percentual médio em relação a variável *DD* efetivamente realizada cinco anos a frente (vinte observações) do período atual.

## 8 Resultados e Discussão

Inicialmente, devemos notar que não propomos nenhuma estrutura para a dinâmica da volatilidade dos ativos da firma. Assim sendo, para realizar a previsão de até vinte passos à frente devemos fixar algum valor que seja condizente com a mesma em tal horizonte de tempo. Foram testados a mediana das volatilidades trimestrais da amostra, a última medida de volatilidade trimestral da amostra, e a volatilidade dos retornos trimestrais do ativo da firma durante a amostra.

Figura 3 – Erro Percentual Médio



Como podemos observar na figura 3, a mediana da volatilidade apresentou-se como melhor indicador futuro de volatilidade para fins de minimização de erro na amostra testada. Devemos lembrar que a amostra proposta contempla um período de forte instabilidade econômica no Brasil: 1995-1999. Assim, a fim de que possamos observar a influência deste período no erro percentual médio obtido, procedemos com

<sup>21</sup> Em (VASSALOU; XING, 2004), os autores consideram os últimos doze meses de dados em uma janela que avança de mês em mês. Além da sobreposição já mencionada, a volatilidade do ativo para cada trimestre fica distorcida pela presença de dados de outros trimestres.

<sup>22</sup> (COLLIN-DUFRESNE; GOLDSTEIN, 2001) citam em exemplo prático no artigo que  $\lambda$  corresponderia a um valor específico para cada setor da economia. No entanto, preferimos estimar o parâmetro para cada firma com base em seus dados a fim de conferir maior acurácia junto ao *management* histórico da firma. Isto é feito com o intuito de evitar se assumir uma estrutura única de tomada de dívida dentro de um determinado setor.

<sup>23</sup> Utilizamos tal valor para a variável  $\delta$  devido a obrigação das firmas de distribuir no mínimo 25% dos lucros aos seus acionistas. Embora tais variáveis não tenham correlação perfeita, imaginamos que seja uma boa *proxy*.

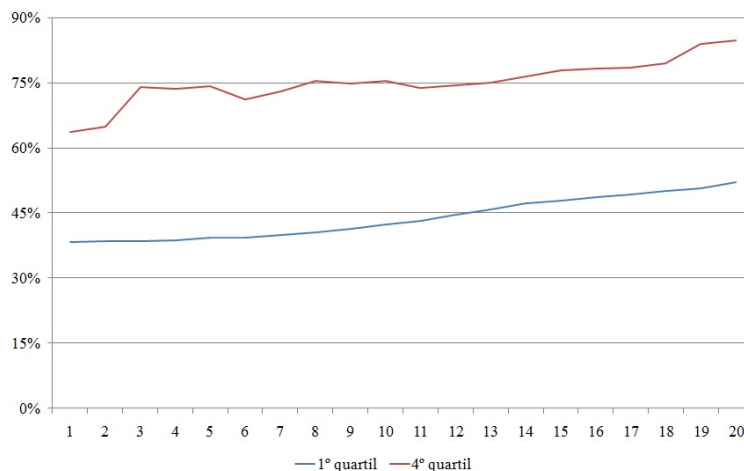
o cálculo do mesmo para o período de 2000-2014. Os resultados podem ser observados na figura 4, onde a mediana da volatilidade se mantém como melhor indicador de volatilidade futura para fins de minimização de erro.

Figura 4 – Erro Percentual Médio - Período 2000-2014



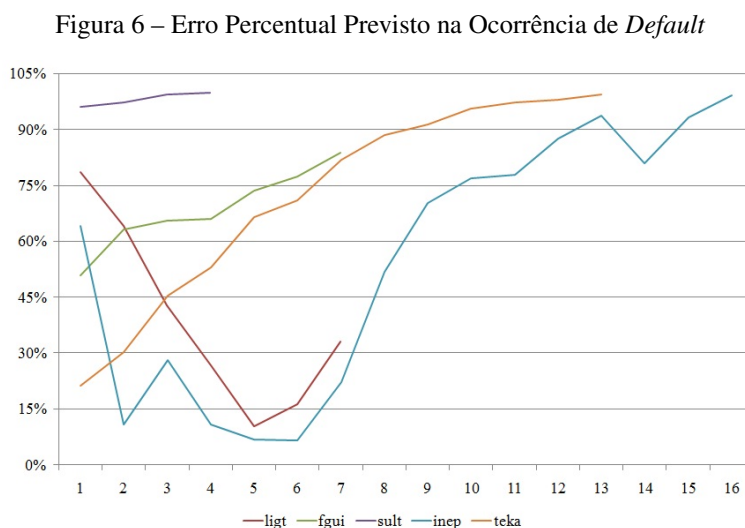
Também, devido a heterogeneidade de liquidez entre as empresas negociadas em bolsa devemos analisar se a mesma introduz informação neste modelo. O teste é feito confrontando-se o erro do quartil de empresas mais líquidas contra o quartil menos líquido, levando em conta a mediana da volatilidade como medida de volatilidade. O resultado é esboçado na figura 5.

Figura 5 – Erro Percentual Médio por Quartil da Amostra



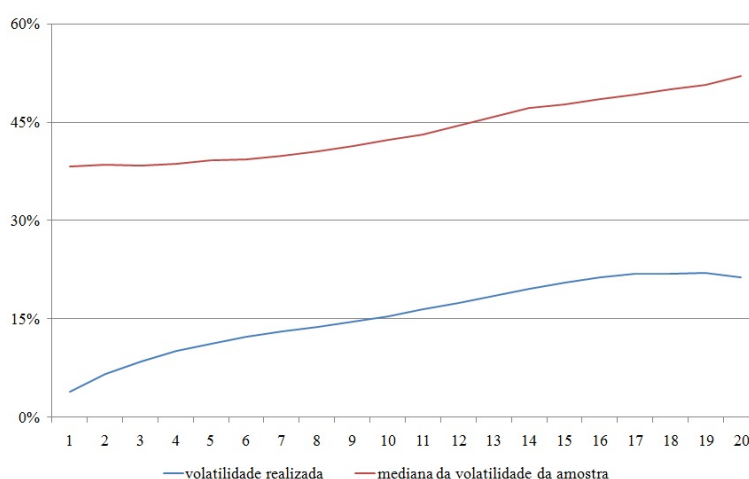
Portanto, podemos inferir que o modelo performa melhor quando analisando empresas mais líquidas, além de performar melhor quando eliminado o período de grande turbulência econômica observada entre 1995 e 1999. Sobre o primeiro caso, uma hipótese a ser levantada é que empresas que movimentam maiores volumes de recursos em bolsa contam com mais analistas e/ou demais profissionais de mercado para filtrar e analisar suas informações, tornando mais acurada a precificação da empresa e mais fácil para o mercado em geral incorporar tal informação. Quanto ao segundo ponto, temos que o período mencionado é apenas utilizado para estimação dos parâmetros do modelo. Com isto, fazer projeções baseadas neste período acaba por carregar tal instabilidade para a previsão, trazendo à tona o fato de que fazer projeções econômicas baseado em um ambiente altamente volátil não agrega muita informação. Por outro lado, ao se eliminar tal período da amostra, temos uma redução do erro percentual médio, muito provavelmente pela maior estabilidade dos parâmetros: uma mudança para um ambiente econômico menos volátil/arriscado faz com que as empresas se comportem de maneira mais estável.

Em relação às empresas da amostra que entraram em *default* durante o período de previsão da variável *DD*, podemos observar através da figura 6 que o erro diminui conforme o horizonte de previsão se aproxima do instante efetivo do *default*. Curiosamente, após apresentar queda, o erro de Light e Inepar avança consideravelmente dentro dos doze meses que antecedem a inadimplência. Uma hipótese a ser levantada diz respeito a capacidade de certas manobras contábeis mascararem a real situação da empresa a fim de driblar os *covenants* de sua dívida, onde isto corroboraria o fato de demonstrações contábeis conterem informação relevante para análises de risco de crédito no curto prazo como descrito na seção 5. No entanto, a amostra aqui é muito pequena e não nos permite aprofundar a discussão.



Por fim, averiguamos a influência de uma medida de volatilidade estática ao longo do horizonte de previsão. Para isto, foram recalculados os erros de previsão considerando a volatilidade efetivamente realizada em cada trimestre para cada empresa. Foram consideradas as empresas pertencentes ao quartil mais líquido, a fim de que nos possibilitasse observar a redução do erro percentual médio frente ao exposto na figura 5.

Figura 7 – Erro Percentual Médio Utilizando Volatilidade Efetivamente Realizada - 1º quartil da amostra



Como podemos ver na figura 7, o erro percentual médio calculado utilizando-se a volatilidade efetivamente realizada é consideravelmente menor que o erro calculado com a mediana da volatilidade. Isto sinaliza que o aperfeiçoamento do modelo passa pela incorporação de uma estrutura dinâmica para a volatilidade dos ativos da firma, onde a pista inicial do processo aparenta ser a forte correlação da volatilidade dos ativos da firma com a volatilidade da taxa de juros (SELIC) no período: 83,8%.

Embora não consigamos capturar o valor da volatilidade com exatidão, temos que o acréscimo de um modelo dinâmico para tal variável poderia agregar acurácia ao modelo. No entanto, como exposto em (COLLIN-DUFRESNE; GOLDSTEIN, 2001), adicionar um modelo de taxa de juros à especificação proposta poderia agregar informação semelhante. Os autores utilizam a dinâmica proposta em (VASICEK, 1977) exposta na equação 12, onde  $Z(t)$  é um movimento browniano geométrico correlacionado com  $W(t)$ .

$$dr_t = \kappa(\theta - r_t)dt + \eta dZ(t) \quad (12)$$

Com tal mudança no modelo, as equações relativas à dinâmica do ativo da firma e do limiar de *default* também passam a incorporar a taxa de juros. Portanto, a indicação de que a volatilidade da taxa de juros está altamente correlacionada com a volatilidade dos ativos da firma pode vir a ser incorporada através da proposta de (COLLIN-DUFRESNE; GOLDSTEIN, 2001).

A intuição por trás da introdução de uma dinâmica para a taxa de juros no modelo pode vir da forte conexão existente entre a taxa de juros livre de risco de uma economia e seus demais ativos. Sendo ela relacionada ao ativo livre de risco, tal taxa de juros acaba por ser a base de precificação de qualquer outro ativo que, por definição, carrega algum tipo de risco. Portanto, existe alguma possibilidade de que parte relevante da volatilidade dos ativos da firma seja decorrente da volatilidade da taxa de juros livre de risco.

Por fim, outro ponto que merece ser mencionado é o fato de termos utilizado um período amostral idêntico ao período de estimação (cinco anos). Idealmente, teríamos um período amostral consideravelmente maior do que o horizonte de previsão; no entanto, tal ponto é impossível frente a curta duração das bases de dados no Brasil.

## 9 Conclusão

A partir da estabilização econômica brasileira houve notável mudança em relação às características das debêntures, instrumento utilizado aqui como *proxy* para o estudo do mercado crédito corporativo de longo prazo. Com a estabilização, a proteção contra a inflação e o risco de juros deu lugar a um crescente controle microeconômico das empresas, salientado pelo aumento das cláusulas contratuais relativas a controle de endividamento e utilização de recursos pelos gestores.

Pudemos observar, através dos resultados expostos, a dificuldade em se fazer previsões de longo prazo, ainda mais em uma economia por vezes conturbada como a brasileira. O resultado encontrado na tentativa de se prever a variável  $DD$  no longo prazo ficou muito aquém do pretendido, embora mudanças pontuais na especificação proposta possam agregar informação relevante ao modelo. Questões levantadas como a introdução de uma dinâmica para a volatilidade do ativo da firma ou para a taxa de juros da economia são melhoramentos factíveis e sugestivamente importantes em trabalhos futuros.

Questões como a liquidez em bolsa das empresas da amostra também se mostraram de suma importância. Com mais agentes e mais volume financeiro sendo transacionado em determinado ativo, tem-se que a previsão de longo prazo para a variável  $DD$  fica mais acurada. Neste ponto, fica evidente a vantagem que o crescimento do mercado de capitais no Brasil ao longo dos últimos anos trouxe para fins de fornecer mais informação para o modelo.

## Referências

AGARWAL, V.; TAFFLER, R. Comparing the performance of market-based and accounting-based bankruptcy prediction models. *Journal of Banking & Finance*, Elsevier, v. 32, n. 8, p. 1541–1551, 2008.

Citado na página 11.

- ANDIMA. Estudos especiais - produtos de captação: Debêntures. ANDIMA, 2008. Citado na página 4.
- ARORA, N.; BOHN, J.; ZHU, F. Reduced form vs. structural models of credit risk: A case study of three models. Moody's KMV Company, 2005. Citado 2 vezes nas páginas 9 e 11.
- BEAVER, W. H. Financial ratios as predictors of failure. *Journal of accounting research*, JSTOR, p. 71–111, 1966. Citado 2 vezes nas páginas 2 e 11.
- BLACK, F.; COX, J. C. Valuing corporate securities: Some effects of bond indenture provisions. *The Journal of Finance*, Wiley Online Library, v. 31, n. 2, p. 351–367, 1976. Citado na página 7.
- BLACK, F.; SCHOLES, M. The pricing of options and corporate liabilities. *The Journal of Political Economy*, JSTOR, p. 637–654, 1973. Citado 2 vezes nas páginas 6 e 9.
- BOHN, J.; ARORA, N.; KORABLEV, I. Power and level validation of the edf credit measure in the u.s. market. Moody's KMV Company, 2005. Citado na página 11.
- CARLING, K. et al. Corporate credit risk modeling and the macroeconomy. *Journal of Banking & Finance*, Elsevier, v. 31, n. 3, p. 845–868, 2007. Citado na página 12.
- COLLIN-DUFRESNE, P.; GOLDSTEIN, R. S. Do credit spreads reflect stationary leverage ratios? *The Journal of Finance*, Wiley Online Library, v. 56, n. 5, p. 1929–1957, 2001. Citado 6 vezes nas páginas 1, 2, 7, 14, 15 e 18.
- CROSBIE, P.; BOHN, J. Modeling default risk. Moody's KMV Company, 2003. Citado 5 vezes nas páginas 1, 2, 8, 9 e 14.
- CROSSEN, C.; QU, S.; ZHANG, X. Validating the public edf model for north american corporate firms. Moody's KMV Company, 2011. Citado na página 11.
- DUAN, J.-C. Maximum likelihood estimation using price data of the derivative contract. *Mathematical Finance*, Wiley Online Library, v. 4, n. 2, p. 155–167, 1994. Citado na página 9.
- DUAN, J.-C. Correction: Maximum likelihood estimation using price data of the derivative contract (mathematical finance 1994, 4/2, 155–167). *Mathematical Finance*, Wiley Online Library, v. 10, n. 4, p. 461–462, 2000. Citado na página 9.
- DUFFIE, D. Credit risk modeling with affine processes. *Journal of Banking & Finance*, Elsevier, v. 29, n. 11, p. 2751–2802, 2005. Citado na página 10.
- DUFFIE, D.; LANDO, D. Term structures of credit spreads with incomplete accounting information. *Econometrica*, Wiley Online Library, v. 69, n. 3, p. 633–664, 2001. Citado na página 11.
- DUFFIE, D.; SAITA, L.; WANG, K. Multi-period corporate default prediction with stochastic covariates. *Journal of Financial Economics*, Elsevier, v. 83, n. 3, p. 635–665, 2007. Citado na página 12.
- FIGLEWSKI, S.; FRYDMAN, H.; LIANG, W. Modeling the effect of macroeconomic factors on corporate default and credit rating transitions. *International Review of Economics & Finance*, Elsevier, v. 21, n. 1, p. 87–105, 2012. Citado na página 12.
- FREIXAS, X.; ROCHET, J. *Microeconomics of Banking*. [S.l.: s.n.]. 34 p. Citado na página 4.
- GODÓI, A. C. d.; YOSHINO, J. A.; OLIVEIRA, R. d. D. Risco de crédito e alocação ótima para uma carteira de debêntures. *Estudos Econômicos (São Paulo)*, SciELO Brasil, v. 38, n. 2, p. 349–372, 2008. Citado na página 11.

- JACKSON, R. H.; WOOD, A. The performance of insolvency prediction and credit risk models in the uk: A comparative study. *The British Accounting Review*, Elsevier, v. 45, n. 3, p. 183–202, 2013. Citado na página 11.
- JÚNIOR, W. R.; MELO, G. M. Padrão de financiamento das empresas privadas no brasil. Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada (Ipea), 1999. Citado na página 3.
- KORABLEV, I.; DWYER, D. Power and level validation of moody's kmv edf credit measures in north america, europe, and asia. Moody's KVM Company, 2007. Citado na página 11.
- LANDO, D. *Credit risk modeling: theory and applications*. [S.l.]: Princeton University Press, 2009. Citado 3 vezes nas páginas 7, 9 e 11.
- LI, M.-Y. L.; MIU, P. A hybrid bankruptcy prediction model with dynamic loadings on accounting-ratio-based and market-based information: A binary quantile regression approach. *Journal of Empirical Finance*, Elsevier, v. 17, n. 4, p. 818–833, 2010. Citado na página 12.
- MEDEIROS, O. R. d.; DAHER, C. E. Testando teorias alternativas sobre a estrutura de capital nas empresas brasileiras. 2008. Citado na página 3.
- MERTON, R. C. On the pricing of corporate debt: The risk structure of interest rates. *The Journal of Finance*, Wiley Online Library, v. 29, n. 2, p. 449–470, 1974. Citado 3 vezes nas páginas 6, 8 e 9.
- MILLER, W. Comparing models of corporate bankruptcy prediction: Distance to default vs. z-score. Morningstar, Inc., 2009. Citado na página 11.
- MODIGLIANI, F.; MILLER, M. H. The cost of capital, corporation finance and the theory of investment. *The American economic review*, JSTOR, p. 261–297, 1958. Citado na página 2.
- MOREIRA, M. M.; PUGA, F. P. Como a indústria financia o seu crescimento—uma análise do brasil pós-real. *Revista de Economia Contemporânea*, v. 5, n. especial, 2001. Citado 2 vezes nas páginas 2 e 3.
- MYERS, S. C.; MAJLUF, N. S. Corporate financing and investment decisions when firms have information that investors do not have. *Journal of financial economics*, Elsevier, v. 13, n. 2, p. 187–221, 1984. Citado 2 vezes nas páginas 2 e 3.
- REISZ, A. S.; PERLICH, C. A market-based framework for bankruptcy prediction. *Journal of Financial Stability*, Elsevier, v. 3, n. 2, p. 85–131, 2007. Citado na página 9.
- SHUMWAY, T. Forecasting bankruptcy more accurately: A simple hazard model\*. *The Journal of Business*, JSTOR, v. 74, n. 1, p. 101–124, 2001. Citado na página 10.
- SILVA, A.; LEAL, R. O mercado de títulos privados de renda fixa no brasil. *Relatório Econômico. Rio de Janeiro: Andima-Coppead*, 2008. Citado 3 vezes nas páginas 1, 5 e 6.
- STEIN, R. M. Evidence on the incompleteness of merton-type structural models for default prediction. Moody's KVM Company, 2005. Citado na página 7.
- VASICEK, O. An equilibrium characterization of the term structure. *Journal of financial economics*, Elsevier, v. 5, n. 2, p. 177–188, 1977. Citado na página 18.
- VASSALOU, M.; XING, Y. Default risk in equity returns. *The Journal of Finance*, Blackwell Science Inc, v. 59, n. 2, p. 831–868, 2004. ISSN 1540-6261. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1111/j.1540-6261-2004.00650.x>>. Citado 3 vezes nas páginas 8, 14 e 15.
- WU, Y.; GAUNT, C.; GRAY, S. A comparison of alternative bankruptcy prediction models. *Journal of Contemporary Accounting & Economics*, Elsevier, v. 6, n. 1, p. 34–45, 2010. Citado na página 12.