Estimando a aversão ao risco no mercado de seguros de automóveis

Caio Matteucci de Andrade Lopes*
FEARP-USP

Bruno César Auricchio Ledo†
FEARP-USP

Resumo

O objetivo deste trabalho é estimar a distribuição da aversão ao risco dos consumidores no mercado de seguros de automóveis. Para isso, será utilizado o modelo proposto por Cohen e Einav (2007) que permite heterogeneidade não observada no risco e na aversão ao risco. Os dados utilizados referem-se a região metropolitana de São Paulo, sendo que a análise se restringiu à seguradora com maior participação neste mercado. A metodologia empregada será a amostragem de Gibbs que possibilita o aumento dos dados das variáveis latentes risco e aversão ao risco. Os resultados obtidos indicam que os coeficientes de aversão ao risco absoluto apresentam média baixa e mediana ainda menor, o que caracteriza elevada dispersão dos coeficientes.

Classificação JEL: D81, D82, C11
Palavras-chave: Aversão ao risco, mercado de seguros, inferência bayesiana

Abstract

This study aims to estimate the distribution of risk aversion from the car insurance market. For this, the method proposed by Cohen e Einav (2007) model that allows unobserved risk is used. The data refer to the metropolitan area of São Paulo with an analysis restricted to only one insurer. The methodology will be the Gibbs sampling which enables increased data risk of latent variables and risk aversion. The results indicate a small mean level of absolute risk aversion and even lower median, featuring high dispersion coefficients.

JEL classification: D81, D82, C11
Keywords: Risk preferences, insurance market, bayesian inference

Classificação ANPEC: Área 8 - Microeconomia, Métodos Quantitativos e Finanças

*caio.matteucci.lopes@usp.br
†bruno@fearp.usp.br

1 Introdução

As decisões sob incerteza estão presentes em diversas áreas da economia. Os agentes podem reagir de diferentes formas frente a situações de risco, pois possuem preferências heterogêneas em relação ao seu risco. Neste contexto, um estudo empírico, em determinado mercado, a fim de estimar tais preferências torna-se muito relevante. Um mercado de seguros em que os agentes procuram compartilhar seus riscos é o ponto de partida ideal para estudar a aversão ao risco dos mesmos. Este trabalho pretende estimar a aversão ao risco de uma população a partir de dados sobre o mercado de seguro de automóveis em São Paulo.

Existe, porém, no mercado de seguros fortes evidências acerca da presença de assimetria de informação, ou seja, é provável que o segurado possua algum tipo de informação privada, não observável pelas seguradoras. Em relação à assimetria, pode-se dividi-la em dois contextos: antes da assinatura do contrato e durante a vigência do mesmo. O primeiro caso, conhecido como seleção adversa consiste na existência de informação privada por alguma das partes (contratante ou contratado) desde antes do acordo contratual. O segundo refere-se a possibilidade que os indivíduos têm de influenciar o comprimento do contrato a partir de suas ações durante a vigência do mesmo.

Segundo Chiappori e Salanié (2000), a diferença entre seleção adversa e risco moral é mais uma questão de interpretação que estrutura. Na presença de seleção adversa, a escolha de um contrato é determinada pelas preferências dos indivíduos (por exemplo, aversão ao risco), que podem estar relacionadas com o risco. Nesse caso, como os agentes tem maior conhecimento sobre suas preferências, eles tem mais conhecimento sobre seu risco, mesmo que de forma indireta. Já com risco moral, o indivíduo que escolheu um contrato com maior cobertura tem menos incentivo a prevenir-se contra acidente. Apesar de, em ambos os casos, existir a correlação entre a escolha da cobertura e o risco de acidente, a relação de causalidade é invertida. Portanto, diferentemente da seleção adversa, em caso de risco moral os agentes não escolhem determinada cobertura por causa do baixo risco, mas sim, o risco é baixo devido aos incentivos que o contrato escolhido proporciona.

O estudo citado acima mostrou que, muitas vezes, os modelos de assimetria de informação no mercado de seguros não possuem sustentação empírica. Isto é, os dados não mostram correlação entre a escolha da cobertura e o risco de acidente. Com isso, a escolha de um modelo teórico que permita (ou não) assimetria de informação - seleção adversa e/ou risco moral - mostra-se pouco trivial. Frente a tais dificuldades metodológicas, inferir sobre a aversão ao risco a partir de dados do mercado de seguros pode ser, por um lado, atraente, já que a causa primária da existência das seguradora é a aversão ao risco, por outro, complexo, devido às possíveis assimetrias deste mercado.

Diante disso, o presente trabalho visa aplicar o modelo proposto por Cohen e Einav (2007), a fim de estimar a distribuição do coeficiente de aversão ao risco absoluto por meio do mercado de seguros de automóveis. A abordagem desenvolvida por esses autores consiste em um modelo estrutural com heterogeneidade não observada tanto no risco quanto na aversão ao risco, o que permite a presença de seleção adversa. Os autores utilizaram dados da principal seguradora de automóveis de Israel em sua análise. Similarmente, utilizaremos dados da principal seguradora brasileira, que foram disponibilizados pela Superintendência de Seguros Privado (Susep), para obter os resultados desejados.

Em linhas gerais, os resultados obtidos neste estudo assemelham-se ao encontrados por Cohen e Einav (2007). A média da distribuição do coeficiente de aversão ao risco absoluto estimado é baixa e a mediana muito próxima de zero. Encontrou-se elevada heterogeneidade não observada na equação do risco e, principalmente, na aversão risco. Além disso, os resultados não sugerem correlação entre as duas equações

O texto está organizado em 7 seções, além desta primeira, introdutória. Na segunda seção, será apresentada uma revisão bibliográfica composta por duas partes. A primeira, refere-se à alguns trabalhos que modelaram mercados de seguros com assimetrias de informação, enquanto, a segunda, reúne os principais estudos que estimaram a aversão ao risco a partir de determinados mercados. A terceira seção traz os objetivos desta pesquisa, bem como sua relevância. A quarta, consiste na análise descritiva dos dados. Na seção 5, são desenvolvidos os modelos teórico e empírico. A sexta seção, apresenta os resultados. Por fim, a última seção discorre sobre os próximos passos para a conclusão do trabalho.

2 Revisão Bibliográfica

A literatura sobre mercado de seguros procura modelar as assimetrias de informação de diferentes formas. O modelo de seleção adversa proposto por Landsberger e Meilijson (1999), permite, assim como o presente estudo, heterogeneidade no risco dos indivíduos. Os autores apresentaram uma abordagem unificada na qual os agentes podem diferir tanto em relação à utilidade quanto em relação ao risco. Mais próximo ao modelo deste trabalho, o estudo de Smart (2000) analisa o equilibrio de um mercado de seguros competitivo em que os segurados diferem tanto na aversão ao risco quanto na probabilidade de acidente.

Ainda no contexto de assimetria de informação, é impossível não citar o trabalho de Chiappori e Salanié (2000), em que os autores encontraram evidência empírica de um *puzzle*. O modelo de Rothschild e Stiglitz (1976) mostra que um mercado de seguros em equilíbrio é caracterizado pela correlação positiva entre risco e cobertura. Contudo, os autores não encontraram, por meio de um teste de dependência condicional, correlação entre estas variáveis.

Vale ressaltar o trabalho realizado por Chiappori et al. (2006). Os autores concluíram que a aversão ao risco afeta não só a escolha da cobertura, mas também os incentivos referentes às medidas de cautela durante a vigência. Os autores argumentam também que a aversão ao risco é intrínseca ao indivíduo e, portanto, não pode ser diretamente observada pelas seguradoras. Nesse sentido, o modelo de Cohen e Einav (2007) que será aplicado neste estudo se mostra muito interessante, pois, apesar de não permitir que o risco dependa diretamente da escolha da cobertura (risco moral), admite que a escolha do contrato é explicada pelo coeficiente de aversão ao risco. Sendo este último correlacionado com o risco. Com isso, os autores fazem uso deste arcabouço estrutural para estimar a distribuição de aversão ao risco.

Na literatura, muitas pesquisas evidenciam, e até estimam, a presença de aversão ao risco por meio da análise individual em diferentes situações. Smith e Walker (1993) utilizaram dados sobre leilão de primeiro preço para mostrar que os indivíduos não são neutros ao risco. Já Jullien e Salanié (2000) analisaram o caso de apostadores em pistas de corrida a fim de estimar as preferências sob incerteza. Saha (1997) e Chetty (2006) também estimaram a aversão ao risco dos agentes voltando-se para as decisões de produção das firmas e a oferta de trabalho respectivamente.

3 Objetivos e Motivação

O objetivo central deste trabalho é estimar a distribuição do coeficiente de aversão ao risco absoluto a partir de dados sobre o mercado de seguros de automóveis em São Paulo. Para isso, utilizaremos um modelo estrutural com seleção adversa. Pretende-se analisar como o nível de aversão ao risco está relacionado às características observáveis dos segurados. Com isso, poderemos responder perguntas interessantes, como:

- Em qual faixa etária o indivíduo é mais avesso ao risco?
- Como o gênero influencia as diferenças de aversão ao risco?
- Como a heterogeneidade não observada do risco e aversão ao risco se comportam?

Diante desse contexto, deve-se esclarecer qual a importância de estimar a aversão ao risco dos agentes. Diversos modelos econômicos procuram explicar as relações econômicas mas, para isso, é preciso definir, muitas vezes, as relações de preferências dos agentes. No caso do coeficiente de aversão ao risco estamos interessados em descobrir quais são as preferência dos indivíduos em ambientes de incerteza. Dado que a maioria das escolhas individuais são realizadas em um ambiente de incerteza, estimar o coeficiente de aversão ao risco é o passo inicial para interpretar, explicar e prever modelos econômicos.

4 Dados

A base de dados usada neste trabalho foi disponibilizada pela Superintendência de Seguros Privados, Susep. Criada em 1966 como uma Autarquia vinculada ao Ministério da Fazenda, este orgão é responsável pelo controle e fiscalização dos mercados de seguro, previdência privada aberta, capitalização e resseguro.

Neste estudo, os dados são referentes ao período de 01 de janeiro à 31 de junho de 2011 e estão de acordo com o regimento estabelecido na circular nº. 360 de fevereiro de 2008. A base original possui diversas informações que não possuem finalidade para o propósito deste trabalho e, portanto, foram desconsideradas. Primeiramente, restringimos nossa análise a região metropolitana de São Paulo e a seguradora Porto Seguro. A primeira representa a região com o maior número de apólices de seguro de automóveis, enquanto a segunda é a seguradora com maior participação no mercado de seguro de automóveis.

Consideramos apenas os veículos de passeio - nacionais ou importados - cujos contratos possuíam cobertura compreensiva. Foi mantida na base apenas as apólices referentes à carros com motor 1.0 de pessoas físicas. Originalmente, a base apresenta três tipos de franquia: reduzida, normal e majorada. Em virtude da metodologia empregada neste trabalho, a franquia do tipo majorada, que representa menos de 1% da amostra, foi considerada como normal. Segundo, Cohen e Einav (2007), esta abordagem não causa nenhum tipo de viés, já que, de acordo com o modelo estrutural desenvolvido, o indivíduo que escolheu a franquia majorada optaria pela franquia normal em detrimento à reduzida. Por fim, foram desconsideradas as apólices que sofreram endosso, ou seja, qualquer alteração durante sua vigência e as apólices coletivas.

4.1 Características Individuais

Basicamente a base de dados pode ser divididas em três segmentos. Primeiramente, as covariadas, que representam as características dos segurados que são: gênero, faixa etária, importância segurada, ano e modelo do veículo. As variáveis referentes ao par prêmio-franquia estão atreladas, a princípio, a três tipos tipos de cobertura: reduzida, normal e majorada. Finalmente, em caso de sinistro, sabe-se o número de vezes que o seguro foi acionado por contrato.

A tabela 1 apresenta informações sobre as características dos segurados. Estas estão divididas em três grupos: demográficas, características do carro e endereço postal. As variáveis demográficas limitam-se à idade[1] e gênero[2]. Nessa amostra, a média de idade dos segurados é de 40 anos, em que a ligeira maioria é do sexo feminino. Dentre as características do carro, existem dois grandes grupos de *dummies*, que se referem ao modelo e ano do carro, e informações sobre a importância segurada do casco. As variáveis de faixa etária são representadas por *dummies* que identificam 6 coortes de idade. Além das variáveis já mencionadas, o modelo inclui *dummies* com os três primeiros dígitos do Código de Endereçamento Postal (CEP) de utilização do veículo. Esta variável visa captar os efeitos da região de circulação do veículo sobre o risco de acidente. Como existem, para este caso, 80 *dummies*, a tabela com a análise descritiva não será reportada.

4.2 Prêmios e Franquias

Após conhecer o vetor de características individuais, x_i, a seguradora oferece um *menu* com três opções de contrato. Dentre elas, a franquia normal, ou regular, é a mais escolhida entre os segurados e, relativamente, similar entre as seguradoras. A franquia reduzida corresponde à 50% da franquia normal, enquanto a franquia majorada equivale ao dobro da regular. Dessa forma, sabe-se o valor da franquia para os três tipos de contrato. O prêmio de cada franquia varia entre os indivíduos de acordo com uma função determinística, $p_{it} = f_t(x_i)$, em que t representa um período no tempo.

A fim de inferir sobre o prêmio de cada indivíduo para os três tipos de franquia, regredimos - via mínimos quadrados ordinários (MQO) - um modelo log-linear, em que a variável dependente é o logaritmo do prêmio pago para a cobertura do casco e as independentes são as características individuais, acompanhadas de *dummies* que representam a escolha da franquia. Dentre estas, a *dummy* omitida refere-se a escolha da franquia normal. Contudo, após a regressão, verificou-se que o coeficiente da variável que assume valor 1 no caso de franquia majorada foi positivo, sugerindo que, condicional as observáveis, escolher a franquia majorada em detrimento à normal aumenta o prêmio a ser pago para cobertura do casco. Em virtude deste resultado, pode-se suspeitar da confiabilidade dos dados referentes às franquias majoradas. Uma vez que estas representam apenas 0,44%[3] dos dados e que a própria metodologia contribui para isso, focamos nossa análise nas franquias normal e reduzida, de modo que as franquias majoradas foram consideradas normais.

Realizando o procedimento descrito acima, observa-se que escolher a franquia regular em relação à reduzida diminui o prêmio em cerca de 4%. Com isso, pode-se calcular os valores do *menu* - prêmio e franquia - para ambos os cenários (franquia reduzida e normal). A análise descritiva referente à estes dados podem ser observadas na tabela 2. Vale ressaltar que a variável *Acionamento por semestre* representa o número de vezes que o seguro foi acionado dividido pelo exposição do segurado. Isto é, se a apólice permaneceu ativa durante todo o período analisado (primeiro semestre de 2011), a exposição foi de

[1] na estimação só foram incluídas *dummies* de faixa etária
[2] A variável gênero assume valor 1 para homens e 0 para mulheres
[3] O valor de 0,44% refere-se a base de dados restrita ao interesse deste trabalho

Tabela 1 – Estatísticas Descritivas - Covariadas

Variable		**Mean**	**D.P.**	**Min.**	**Max.**
Demográficas:	Gênero	0,497	0,5	0	1
	Idade	39,339	13,462	18	94
	Idade 18-25	0,139	0,346	0	1
	Idade 26-35	0,341	0,474	0	1
	Idade 36-45	0,207	0,405	0	1
	Idade 46-55	0,17	0,375	0	1
	Idade 56-65	0,101	0,301	0	1
	Idade >66	0,043	0,203	0	1
Caracteristicas	IS Casco	23411,576	6342,057	5573	40362
do carro:	Modelo 1	0,117	0,322	0	1
	Modelo 2	0,079	0,27	0	1
	Modelo 3	0,02	0,142	0	1
	Modelo 4	0,144	0,351	0	1
	Modelo 5	0,285	0,452	0	1
	Modelo 6	0,073	0,26	0	1
	Modelo 7	0,099	0,299	0	1
	Modelo 8	0,182	0,386	0	1
	Ano 1	0	0,01	0	1
	Ano 2	0	0,013	0	1
	Ano 3	0,001	0,032	0	1
	Ano 4	0,002	0,049	0	1
	Ano 5	0,006	0,079	0	1
	Ano 6	0,014	0,117	0	1
	Ano 7	0,019	0,135	0	1
	Ano 8	0,017	0,13	0	1
	Ano 9	0,023	0,15	0	1
	Ano 10	0,032	0,175	0	1
	Ano 11	0,029	0,168	0	1
	Ano 12	0,036	0,185	0	1
	Ano 13	0,036	0,186	0	1
	Ano 14	0,038	0,192	0	1
	Ano 15	0,046	0,209	0	1
	Ano 16	0,072	0,258	0	1
	Ano 17	0,074	0,262	0	1
	Ano 18	0,107	0,309	0	1
	Ano 19	0,184	0,388	0	1
	Ano 20	0,23	0,421	0	1
	Ano 21	0,034	0,18	0	1

Nota: 36443 observações
Fonte: elaboração própria

1. Da mesma maneira, se o contrato perdurou apenas um dia no semestre, a exposição foi de 1/181[4]. A partir da avaliação desta variável, observa-se que a taxa semestral de acionamento do seguro, em relação a todos os indivíduos, foi de $0,063$. Contudo, quando focamos em apenas um tipo de franquia, os dados mostram que o acionamento por semestre foi um pouco maior para a franquia reduzida. Em média, os indivíduos que escolheram franquia reduzida tiveram taxas de acionamentos maiores (0,068) em relação aos que escolheram franquia normal (0,063).

Tabela 2 – Estatísticas descritivas - Prêmio, Franquia e Acionamento

Variável		**Média**	**D.P.**	**Min.**	**Max.**	**N**
Franquia	Reduzida	872,332	108,07	1,5	3000	36443
	Normal	1744,665	216,14	3	6000	36443
Prêmio	Reduzido	1014,486	357,544	62,233	5909	36443
	Normal	977,919	344,69	60	5689	36443
$\Delta p/\Delta d$		0,044	0,17	0,002	32,302	36443
Escolha	Reduzida	0,133	0,34	0	1	36443
	Normal	0,867	0,34	0	1	36443
Acionamento	Ambos	0,037	0,196	0	2	36443
	Reduzida	0,048	0,219	0	2	4856
	Normal	0,036	0,192	0	2	31587
Acionamento por semestre	Ambos	0,063	1,04	0	181	36443
	Reduzida	0,068	0,417	0	13,923	4856
	Normal	0,062	1,106	0	181	31587

Fonte: elaboração própria

5 Abordagem teórica

O modelo teórico desenvolvido por Cohen e Einav (2007) baseia-se na idéia do agente indiferente entre dois contratos. Estes correspondem a um par prêmio e franquia, de tal forma que (p_i^h, d_i^h) e (p_i^l, d_i^l) representam os contratos para o individuo i de franquia normal e reduzida, respectivamente. Além disso, seja w_i a riqueza do indivíduo i e $u_i(w)$ sua correspondente função utilidade do tipo vNM. O tempo de contrato é representado por t_i. Assume-se que o seguro é acionado de acordo com uma distribuição de Poisson com uma taxa anual λ_i. Em outras palavras, λ_i é o risco inerente a cada indivíduo e, por hipótese, de conhecimento apenas do próprio indivíduo. Assume-se também que λ_i independe da escolha da franquia, ou seja, não há risco moral. Por fim, a última hipótese estabelece que, em caso de acidente, a indenização paga deve ser maior que d_i^h . No resto desta seção, o subscrito i será omitido por conveniência.

Este modelo estabelece que tanto o prêmio como o risco são proporcionais ao tempo de contrato. Cohen e Einav (2007) explicam que esta abordagem possui três vantagens. A primeira é que ajuda a lidar com contratos cancelados, ou que possuem um período de tempo menor. A segunda, refere-se ao fato de permitir que a escolha da franquia seja independente das incertezas de longo prazo, possibilitando o foco nas preferências sobre o

[4] O valor 181 remete ao número de dias do primeiro semestre de 2011

risco no curto prazo. A terceira e última vantagem resulta de uma conveniência analítica e computacional.

A utilidade esperada que o indivíduo obtém da escolha do contrato (p, d) é dado por:

$$v(p,d) \equiv (1-\lambda t)u(w-pt) + (\lambda t)u(w-pt-d) \tag{1}$$

Com isso, pode-se caracterizar o conjunto de parâmetros que torna o indivíduo indiferente entre os contratos com franquia normal e reduzida. Isso permite definir um limite inferior (superior) para o nível de aversão ao risco para os indivíduos que escolheram franquia reduzida (normal) para uma dado λ. Aplicando o limite em relação a t e utilizando a regra de $L'Hopital$, observa-se:

$$\begin{aligned} \lambda &= \lim_{t\to o} \frac{\frac{1}{t}(u(w-p^h t)) - u(w-p^l t)}{((u(w-p^h t) - u(w-p^h t-d)) - (u(w-p^h t) - u(w-p^l t-d^h)))} \\ &= \frac{(p^l-p^h)u'(w)}{u(w-d^l) - u(w-d^h)} \end{aligned} \tag{2}$$

rearranjando

$$(p^l-p^h)u'(w) = \lambda(u(w-d^l) - u(w-d^h)) \tag{3}$$

A expressão 3 possui uma simples interpretação: o lado direito representa o ganho esperado de utilidade por unidade de tempo de escolher a franquia baixa, enquanto o lado esquerdo equivale ao custo dessa escolha por unidade. Para que o indivíduo seja indiferente entre os dois contratos os ganhos esperados devem ser iguais aos custos. O coeficiente de aversão ao risco absoluto do indivíduo indiferente pode ser calculado a partir da hipótese de que a terceira derivada da utilidade vNM não é muito grande. Com isso, aplicando uma expansão de Taylor nos dois termos do lado direito da equação 3 obtêm-se, de maneira geral, $u(w-d) \approx u(w) - du'(w) + (d^2/2)u''(w)$, o que implica em:

$$\frac{p^l-p^h}{\lambda}u'(w) \approx (d^h-d^l)u'(w) - \frac{1}{2}(d^h-d^l)(d^h+d^l)u''(w) \tag{4}$$

Renomeando as variáveis, $\Delta d \equiv d^h - dl > 0$, $\Delta p \equiv p^l - ph > 0$ e $\bar{d} \equiv \frac{1}{2}(d^h + d^l)$, temos:

$$\frac{\Delta p}{\lambda \Delta d}u'(w) \approx u'(w) - \bar{d}u''(w) \tag{5}$$

ou

$$r \equiv \frac{-u''(w)}{u'(w)} \approx \frac{\frac{\Delta p}{\lambda \Delta d} - 1}{\bar{d}} \tag{6}$$

Em que r é o coeficiente de aversão ao risco absoluto dada a riqueza w. Sendo assim, a equação 6 define o conjunto de indiferença que relaciona, a partir dos dados referentes a prêmio e franquia, as variáveis risco e coeficiente de aversão ao risco absoluto $(r^*(\lambda), \lambda)$. Ambas são específicas dos indivíduos, já que dependem da escolha da franquia, que varia entre os segurados. Desta forma, seja um individuo i, representado por um par (r_i, λ_i) a quem é oferecido um menu de contratos $\{(p_i^h, d_i^h), (p_i^l, d_i^l)\}$, esta abordagem preconiza que o indivíduo escolherá o contrato de baixa franquia se, e somente se, seu coeficiente de aversão ao risco absoluto satisfaz $r_i > r_i^*(\lambda)$.

5.1 Modelo Econométrico

O objetivo é estimar distribuição conjunta entre risco e o coeficiente de aversão ao risco absoluto, (λ_i, r_i), na população de segurados, condicional as variáveis observadas. Para isso, assume-se que (λ_i, r_i) seguem uma distribuição lognormal bivariada, de modo que:

$$\ln \lambda_i = x_i'\beta + \epsilon_i \tag{7}$$

$$\ln r_i = x_i'\gamma + \nu_i \tag{8}$$

com

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_i \\ \nu_i \end{pmatrix} \overset{iid}{\sim} N\left(\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \sigma_\lambda^2 & \rho\sigma_\lambda\sigma_r \\ \rho\sigma_\lambda\sigma_r & \sigma_\lambda^2 \end{bmatrix} \right) \tag{9}$$

Sendo r e λ variáveis latentes não observadas. Por isso, a fim de estimar a distribuição conjunta de tais variaveis, é necessário definir a relação destas com variáveis observadas. Primeiramente, admite-se que o número de acionamentos do seguro realizado pelo indivíduo i resulta de uma distribuição de Poisson, tal que:

$$acionamentos_i \sim Poisson(\lambda_i, t_i) \tag{10}$$

Em que t_i é tempo de contrato do seguro. Já o coeficiente de aversão ao risco absoluto relaciona-se com a escolha da franquia - reduzida ou normal - por meio do modelo teórico, de modo que o indivíduo escolherá o contrato com maior cobertura, e portanto menor franquia, se seu coeficiente de aversão ao risco absoluto for maior que o limite estipulado pela abordagem teórica. Isto é:

$$\begin{aligned} Pr(cobertura_i = 1) = Pr\left(r_i > \frac{\frac{\Delta p_i}{\lambda_i \Delta d_i} - 1}{\bar{d}_i} \right) \\ = Pr\left(exp(x_i'\gamma + \nu_i) > \frac{\frac{\Delta p_i}{exp(x_i'\beta + \epsilon_i)\Delta d_i} - 1}{\bar{d}_i} \right) \end{aligned} \tag{11}$$

Da equação 11 percebe-se que se o indivíduo escolhe o contrato com maior cobertura - franquia reduzida - a partir das informações sobre prêmio, franquia e risco. Como há heterogeneidade não observada em λ_i, isto é $\varepsilon_i \neq 0$, este modelo permite que fatores não observados pela seguradora expliquem o risco individual. Em outras palavras, esta abordagem admite seleção adversa. Caso contrário, a equação 11 se reduziria à um probit, já que o risco seria perfeitamente estimado por meio das variáveis observadas, $\hat{\lambda}(x_i)$.

A função de verossimilhança do modelo descrito nesta seção é representada por:

$$L(acionamento_i, cobertura_i|\theta) = Pr(acionamento_i, cobertura_i|\lambda_i, r_i)Pr(\lambda_i, r_i|\theta) \tag{12}$$

Em que θ é vetor de parâmetros a ser estimado. Contudo, a estimação via máxima verossimilhança não é trivial. Devido à existência de heterogeneidade não observada no risco e, também, na aversão ao risco, a estimação torna-se um processo computacionalmente penoso, ja que é necessário realizar a integração em relação as duas dimensões. Em contrapartida, a amostragem de Gibbs, que utiliza método de Monte Carlo via Cadeias de Markov (MCMC), é muito atrativa para este caso. Cohen e Einav (2007) argumentam que esta metodologia é ideal para o nosso caso, pois permite o aumento dos dados da variáveis latentes (TANNER; WONG, 1987). Sendo assim, pode-se simular (λ_i, r_i) e, em seguida, tratar tais simulações como parte dos dados. Além disso, a hipótese de log-normalidade implica que $F(ln(\lambda_i|r_i)$ e $F(ln(r_i)|\lambda_i)$ seguem uma distribuição normal, o que colabora para diminuição do esforço computacional.

A metodologia da amostragem de Gibbs está descrita no apêndice A. Sua intuição básica é regredir as equações 7 e 8 condicional à λ_i e r_i para cada indivíduo. Para obter aleatoriamente observações sobre (λ_i, r_i), realiza-se diversas iterações. Condicional à λ_i, a distribuição a *posteriori* de $ln(r_i)$ segue uma distribuição normal truncada, em que o ponto de truncagem depende do *menu* oferecido ao segurado e sua direção (se a distribuição está acima ou abaixo do ponto de truncagem) a advém da escolha da franquia. Coletar uma amostra da distribuição a *posteriori* de $ln(\lambda_i)$ condicional à r_i é mais complicado, pois existem dois pontos de truncagem. O primeiro originário da seleção adversa (similar ao r_i) e o segundo devido à hipótese da equação 10 sobre a distribuição do número de acionamentos realizados que traz uma informação adicional sobre o distribuição a *posteriori* de λ_i. Para obter uma amostra sobre a distribuição desconhecida de λ_i utilizaremos o *"sliced sample"* (DAMLEN; WAKEFIELD; WALKER, 1999).

Os resultados apresentados neste trabalho são fruto de 20000 iterações da amostragem de Gibbs. Como a estimativa da distribuição das variáveis latentes dependem de um chute inicial e converge após determinado número de iterações, as 2000 primeiras amostragens - referentes às 20000 - foram descartadas.

6 Resultados

Os resultados do modelo estão representados pela tabela 3. Observando apenas as variáveis da equação do risco percebe-se que a probabilidade de acidente é menor para o sexo masculino. A importância segurada atua como uma *proxy* para o valor do carro, nesse sentido, quanto mais valioso o carro maior a possibilidade de acidente. As variáveis de modelo e ano do carro atuam como controles do modelo, na qual a maioria não apresenta significância estatística. Em relação a faixa etária, aparentemente motoristas entre 56 e 65 têm um risco maior de acidente apesar da ausência de significância nos coeficientes das *dummies* das demais variáveis de faixa etária. As *dummies* relacionadas aos três primeiros dígitos do endereço postal explicam o risco, pois a região por onde o veículo circula interfere na probabilidade de acidente. Contudo, estas variáveis não foram utilizadas para explicar a equação de aversão ao risco. Esses resultados não foram reportados na tabela.

Quando o foco é a equação da aversão ao risco note-se que os coeficientes obtidos são praticamente nulos em termos estatísticos. É o que acontece com o coeficiente do gênero que, em um primeiro momento, sugere que as mulheres são mais avessas ao risco que os homens, porém não há significância estatística. Da mesma forma, é observado que o coeficiente de aversão ao risco aumenta com a idade, atingindo seu ápice na faixa etária de 36 a 45 anos. O primeiro resultado corrobora com encontrado por Cohen e Einav (2007), enquanto o segundo vai de encontro ao obtido pelos autores. Ainda assim, vale lembrar que os estes encontraram significância estatística ao nível de 5% em ambos os casos.

Tabela 3 – Resultados

Variáveis		$\ln \lambda$	$\ln r^*$	**Distribuições adicionais**	
Demográficas:	Constante	-4,7604 (0,0324)*	-0,0491 (0,0994)	**Matriz de variância e covariância**	
	Gênero	-0,1790 (0,0268)*	-0,0035 (0,0102)	σ_λ	1,31125 (0,02778)
	Idade 18-25	Omitida	Omitida	σ_r	13449,4 (27400,6)
	Idade 26-35	0,0042 (0,0398)	0,0052 (0,0191)	ρ	-0,01088 (0,08660)
	Idade 36-45	-0,0466 (0,0460)	0,0067 (0,0261)	**Estatísticas não Condicionais**	
	Idade 46-55	-0,0483 (0,0457)	0,0050 (0,0209)	Média λ	0,02199(0,00036)*
	Idade 56-65	0,0190 (0,0527)	0,0021 (0,0181)	Mediana λ	0,00881 (0,00027)*
	Idade > 66	-0,0089 (0,0665)	0,0038 (0,0266)	D,P, λ	0,04848 (0,003040)*
Características	log (IS Casco)	0,6514 (0,2486)*	0,0139 (0,0696)	Média r	0,00158 (0,00044)*
do Carro:	Modelo 1	Omitida	Omitida	Mediana r	$1{,}39.10^{-19}$ ($2{,}04.10^{-18}$)
	Modelo 2	-0,0788 (0,0808)	0,0108 (0,0257)	D,P, r	0,02747(0,00370)
	Modelo 3	0,3587 (0,1026)*	-0,0013 (0,0372)	Corr (r, λ)	0,00078 (0,00867)
	Modelo 4	0,0636 (0,0549)	-0,0009 (0,0152)		
	Modelo 5	0,0286 (0,0549)	0,0055 (0,0187)		
	Modelo 6	-0,0246 (0,0636)	0,0012 (0,0139)		
	Modelo 7	-0,1389 (0,0554)*	0,0012 (0,0232)		
	Modelo 8	0,1722 (0,0544)*	0,0061 (0,0187)		
	Ano 1991	Omitida	Omitida		
	Ano 1993	0,3273 (1,4512)	0,5415 (1,4981)		
	Ano 1994	-0,1421 (1,1808)	0,7393 (1,8071)		
	Ano 1995	-0,0954 (1,1548)	0,7681 (1,8068)		
	Ano 1996	-0,0632 (1,1461)	0,8556 (1,9403)		
	Ano 1997	-0,2623 (1,1425)	0,8364 (1,9016)		
	Ano 1998	-0,2478 (1,1434)	0,8263 (1,8728)		
	Ano 1999	-0,5965 (1,1514)	0,8478 (1,8916)		
	Ano 2000	-0,4038 (1,1513)	0,8509 (1,9184)		
	Ano 2001	-0,4774 (1,1544)	0,8435 (1,8839)		
	Ano 2002	-0,7436 (1,1591)	0,8525 (1,9221)		
	Ano 2003	-0,6788 (1,1612)	0,8321 (1,8883)		
	Ano 2004	-0,7623 (1,1659)	0,8449 (1,8957)		
	Ano 2005	-0,6701 (1,1711)	0,8409 (1,8852)		
	Ano 2006	-0,8640 (1,1711)	0,8372 (1,8669)		
	Ano 2007	-0,7487 (1,1765)	0,8494 (1,9011)		
	Ano 2008	-0,6491 (1,1817)	0,8471 (1,8956)		
	Ano 2009	-0,6653 (1,1809)	0,8530 (1,9111)		
	Ano 2010	-0,8008 (1,1976)	0,8511 (1,9028)		
	Ano 2011	-0,7647 (1,1974)	0,8462 (1,8904)		
	Ano 2012	-0,7110 (1,1956)	0,8407 (1,8869)		

Nota: 36443 observações
Fonte: elaboração própria
*Estimativas da equação da aversão ao risco foram multiplicadas por 10^{-6}

A cada iteração da amostragem de Gibbs, computou-se a média e o desvio padrão das amostragens aleatórias de λ_i e r_i, bem como a correlação entre estas variáveis. A tabela 3 reporta as médias e os desvios-padrão das quantidades computadas a cada iteração da amostragem de Gibbs. Dessa forma, estas estimativas não são condicionais as características observáveis dos segurados, ou seja, não é possível obtê-las diretamente dos parâmetros. Observa-se que a média do coeficiente de aversão ao risco absoluto é de 0,0016 e a mediana muito próxima de zero. Além disso, observa-se uma elevada heterogeneidade de aversão ao risco (σ_r) - apesar de não significante estatisticamente - e do risco (σ_λ). Contudo os resultados sugerem que a correlação entre o risco e a aversão ao risco é estatisticamente nula.

7 Conclusão

O presente trabalho aplicou a metodologia proposta por Cohen e Einav (2007) a fim de estimar a distribuição de aversão ao risco absoluto a partir de dados sobre seguros de automóveis da região metropolitana de São Paulo. As informações básicas utilizadas para realização dessa abordagem são: escolha da cobertura, conjunto de contratos oferecidos pela seguradora (par prêmio e franquia) e número de acionamentos realizados pelo segurado. Além disso, utilizou-se características individuais dos segurados como covariadas na equação do risco e da aversão ao risco.

Os resultados obtidos sugerem que a média da aversão ao risco é baixa e a mediana muito próxima de zero, de tal forma que os coeficientes apresentam elevada dispersão. Tais estimativas são relativamente similares às obtidas por Cohen e Einav (2007), entretanto a ausência de correlação entre a equação do risco e da aversão ao risco é não somente contraintuitiva, mas também diferente dos resultados encontrados pelos autores. Observa-se, então, que ao controlarmos pelas características observadas, não existem evidências de fatores que relacionam o risco à aversão ao risco.

As estimativas sobre o coeficiente de aversão ao risco absoluto realizadas neste trabalho podem ajudar a compreender - e prever - outras escolhas no contexto de seguros, ainda que a extrapolação de tais resultados sujeita-se à duas interpretações distintas. Se por um lado, é possível argumentar que as escolhas individuais estão restritas a diferentes contextos e, por isso, dependem de diferentes parâmetros na função utilidade (RABIN; THALER, 2001), por outro a teoria clássica sugere as decisões sobre o risco são tomadas a partir de uma única relação de preferência que acompanha cada indivíduo independentemente do contexto.

Referências

CHETTY, R. A new method of estimating risk aversion. *The American Economic Review*, JSTOR, v. 96, n. 5, p. 1821–1834, 2006.

CHIAPPORI, P.-A. et al. Asymmetric information in insurance: General testable implications. *The RAND Journal of Economics*, Wiley Online Library, v. 37, n. 4, p. 783–798, 2006.

CHIAPPORI, P.-A.; SALANIÉ, B. Testing for asymmetric information in insurance markets. *Journal of political Economy*, JSTOR, v. 108, n. 1, p. 56–78, 2000.

COHEN, A.; EINAV, L. Estimating risk preferences from deductible choice. *THE AMERICAN ECONOMIC REVIEW*, 2007.

DAMLEN, P.; WAKEFIELD, J.; WALKER, S. Gibbs sampling for bayesian non-conjugate and hierarchical models by using auxiliary variables. *Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Statistical Methodology)*, Wiley Online Library, v. 61, n. 2, p. 331–344, 1999.

GEMAN, S.; GEMAN, D. Stochastic relaxation, gibbs distributions, and the bayesian restoration of images. *Pattern Analysis and Machine Intelligence, IEEE Transactions on*, IEEE, n. 6, p. 721–741, 1984.

JULLIEN, B.; SALANIÉ, B. Estimating preferences under risk: The case of racetrack bettors. *Journal of Political Economy*, JSTOR, v. 108, n. 3, p. 503–530, 2000.

LANDSBERGER, M.; MEILIJSON, I. A general model of insurance under adverse selection. *Economic Theory*, Springer, v. 14, n. 2, p. 331–352, 1999.

RABIN, M.; THALER, R. H. Anomalies: risk aversion. *Journal of Economic perspectives*, JSTOR, p. 219–232, 2001.

ROTHSCHILD, M.; STIGLITZ, J. Equilibrium in competitive insurance markets: An essay on the economics of imperfect information. *Quarterly Journal of Economics*, 1976.

SAHA, A. Risk preference estimation in the nonlinear mean standard deviation approach. *Economic Inquiry*, Wiley Online Library, v. 35, n. 4, p. 770–782, 1997.

SMART, M. Competitive insurance markets with two unobservables. *International Economic Review*, Wiley Online Library, v. 41, n. 1, p. 153–170, 2000.

SMITH, V. L.; WALKER, J. M. Rewards, experience and decision costs in first price auctions. *Economic Inquiry*, Wiley Online Library, v. 31, n. 2, p. 237–244, 1993.

TANNER, M. A.; WONG, W. H. The calculation of posterior distributions by data augmentation. *Journal of the American statistical Association*, Taylor & Francis, v. 82, n. 398, p. 528–540, 1987.

8 Apêndice A: Descrição da Amostragem de Gibbs - *Gibbs Sampler* (GS)

Seguindo o exposto no artigo de Cohen e Einav (2007), este apêndice irá demonstrar a amostragem de Gibbs, o qual foi utilizado na estimação do modelo proposto neste presente trabalho. Esse método foi proposto por Geman e Geman (1984) e tornou-se popular entre os estatísticos após 1990, o qual teve impacto significativo no desenvolvimento e aplicações práticas da Estatística Bayesiana.

Uma das principais vantagens do GS é poder permitir o aumento de dados de variáveis latentes. No presente contexto, esta abordagem permite o aumento dos dados sobre aversão ao risco e ao risco de cada indivíduo, ou seja, $\{\lambda_i, r_i\}_{i=1}^{n}$ são tratados como parâmetros adicionais.

Portanto, o modelo pode ser escrito da seguinte maneira:

$$\ln \lambda_i = x_i^{'} \beta + \varepsilon_i \tag{13}$$

$$\ln r_i = x_i^{'} \gamma + \nu_i \tag{14}$$

$$choice_i = \begin{cases} 1 & se \quad r_i > r_i^*(\lambda_i) \\ 0 & se \quad r_i < r_i^*(\lambda_i) \end{cases} \tag{15}$$

$$Acionamentos_i \sim Poisson(\lambda_i, t_i) \tag{16}$$

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_i \\ \nu_i \end{pmatrix} \overset{iid}{\sim} N\left(\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \sigma_\lambda^2 & \rho\sigma_\lambda\sigma_r \\ \rho\sigma_\lambda\sigma_r & \sigma_\lambda^2 \end{bmatrix} \right) \tag{17}$$

$$\delta \equiv \begin{bmatrix} \beta \\ \gamma \end{bmatrix}, \Sigma \equiv \begin{bmatrix} \sigma_\lambda^2 & \rho\sigma_\lambda\sigma_r \\ \rho\sigma_\lambda\sigma_r & \sigma_r^2 \end{bmatrix}, X \equiv \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ x_n \end{bmatrix} & 0 \\ 0 & \begin{bmatrix} x_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ x_n \end{bmatrix} \end{bmatrix}, y \equiv \begin{bmatrix} \lambda \\ r \end{bmatrix}, u_i \equiv \begin{bmatrix} \varepsilon_i \\ v_i \end{bmatrix} \tag{18}$$

O conjunto de parâmetros que pretende-se estimar uma distribuição a *posteriori* é dado por $\theta = \{\delta, \Sigma, \{u_i\}_{i=1}^{n}\}$. A distribuição a *priori* especifica que $\{\delta, \Sigma\}$ são independentes de $\{u_i\}_{i=1}^{n}$; e $\{\delta, \Sigma\}$ tem uma distribuição a *priori* convencional difusa. Adota-se a distribuição a *priori* hierárquica para $\{u_i\}_{i=1}^{n}$:

$$\{u_i\}_{i=1}^{n} \mid \Sigma \sim N(0, \Sigma) \tag{19}$$

$$\Sigma^{-1} \sim Wishart_2(a, Q) \tag{20}$$

Então, condicional em todos os outros parâmetros, tem-se:

$$\Sigma^{-1} \mid \delta, \{u_i\}_{i=1}^{n} \sim Wishart_2\left(a+n-k, \left(Q^{-1}+\sum_i u_i u_i^{'}\right)^{-1}\right) \tag{21}$$

$$\delta \mid \Sigma, \{u_i\}_{i=1}^{n} \sim N((X^{'}X)^{-1}(X^{'}y), \Sigma^{-1} \otimes (X^{'}X)^{-1}) \tag{22}$$

Para Σ^{-1} também é usada uma distribuição a *priori* convencional difusa de tal forma que $a = 0$ e $Q^{-1} = 0$.

A GS é menos trivial nos casos que envolvem a amostragem da distribuição condicional dos parâmetros aumentados, $\{u_i\}_{i=1}^{n}$. Todos os indivíduo são independente entre si, de modo que, condicional aos outros parâmetros, não há dependência de dados aumentados dos demais indivíduos. Desta forma, precisa-se apenas descrever a probabilidade condicional de u_i.

Note que, condicional em δ, tem-se: $\varepsilon_i = ln\lambda_i - x_i^{'}$ e $v_i = lnr_i - x_i^{'}\beta$. Logo, pode-se apenas focar na distribuição a *posterior* de λ_i e r_i. Essas distribuições a *posterior* são:

$$Pr(r_i \mid \gamma, \beta, \Sigma, \lambda_i, data) \propto$$

$$\begin{cases} \phi\left[lnr_i, x_i^{'}\gamma + \rho\frac{\sigma_r}{\sigma_\lambda}(ln\lambda_i - x_i^{'}\beta), \sqrt{\sigma_r^2(1-\rho^2)}\right] & se \quad escolha_i = I(r_i < r_i^*(\lambda_i)) \\ 0 & se \quad escolha_i \neq I(r_i < r_i^*(\lambda_i)) \end{cases} \tag{23}$$

e

$$Pr(\lambda_i \mid \gamma, \beta, \Sigma, \lambda_i, data) \propto$$

$$\begin{cases} p(\lambda_i, aciona., t_i)\phi\left[ln\lambda_i, x_i^{'}\beta + \rho\frac{\sigma_\lambda}{\sigma_r}(lnr_i - x_i^{'}\gamma), \sqrt{\sigma_\lambda^2(1-\rho^2)}\right] & se \quad escolha_i = I(r_i < r_i^*(\lambda_i)) \\ 0 & se \quad escolha_i \neq I(r_i < r_i^*(\lambda_i)) \end{cases} \tag{24}$$

Em que $p(x, acionamento, t) = x^{acionamento}exp(-xt)$ é proporcional a probabilidade da função de densidade da distribuição de Poisson, $\phi(x, \mu, \sigma) = exp\left[-(1/2)((x-\mu)/\sigma)^2\right]$ é proporcional a função de densidade de probabilidade da normal e $I(.)$ é uma função indicadora.

A distribuição a *posterior* para $\ln r_i$ é uma normal truncada, para a qual usamos uma simples amostragem da "função de densidade acumulada invertida". A *posterior* para a $\ln \lambda_i$ é menos trivial, com isso será usada uma "sliced sampler"(TANNER; WONG, 1987). A ideia básica é reescrever:

$$Pr(\lambda_i) = b_0(\lambda_i)b_1(\lambda_i)b_2(\lambda_i) \tag{25}$$

Em que:

$b_0(\lambda_i)$ é uma distribuição normal truncada;
$b_1(\ln \lambda_i) = \lambda_i^{acionamento_i} = (\exp(\ln \lambda_i))^{acionamento_i}$;
$b_2(\ln \lambda_i) = exp(-\lambda_i t_i) = \exp(-t_i exp(\ln \lambda_i))$.

O aumento dos dados será realizado por meio de duas variáveis adicionais, u_i^1 e u_i^2, que são distribuídas uniformemente em $[0, b_1(\lambda_i)]$ e $[0, b_2(\lambda_i)]$, respectivamente. E a probabilidade será:

$$\begin{aligned} Pr(\lambda_i, u_i^1, u_i^2) &= b_0(\lambda_i)b_1(\lambda_i)b_2(\lambda_i)[I(0 \leq u_i^1 \leq b_1(\lambda_i)/b_1(\lambda_i))][I(0 \leq u_i^2 \leq b_2(\lambda_i)/b_2(\lambda_i))] \\ &= b_0(\lambda_i)I(0 \leq u_i^1 \leq b_1(\lambda_i))I(0 \leq u_i^2 \leq b_2(\lambda_i)) \end{aligned} \tag{26}$$

Ao passo que $b_1(.)$ e $b_2(.)$ são funções monotônicas condicionais em u_i^1 e u_i^2, isso significa que $b_1^{-1}(u_i^1) = ((\ln u_i^1)/acionamentos_i)$ é o limite inferior de $\ln \lambda_i$ (para $acionamentos_i > 0$) e $b_2^{-1}(u_i^2) = \ln(-\ln u_i^2) - \ln t_i$ é o limite superior de $\ln \lambda_i$. Então, a amostragem de λ_i de uma normal truncada ocorre após a modificação dos limites de acordo com u_i^1 e u_i^2.