

# Composição Dinâmica da Dívida Pública: o modelo de suavização da tributação para dívida flutuante

Juliana Inhasz<sup>1</sup>

Rodrigo De-Losso<sup>2</sup>

## Resumo

Este trabalho estuda a composição ótima da dívida pública, através do modelo clássico de suavização da tributação, proposto por Goldfajn (2000), e adaptado ao escopo condicional por Inhasz e De-Losso (2012). A discussão aqui proposta se distingue da abordagem tradicional por utilizar uma formulação mais realista da dívida pós-fixada, decomposta em duas porções distintas de acordo com o instrumento de indexação utilizado: dívida indexada a preços e dívida indexada a juros (ou dívida flutuante). Tal modificação permite distinguir efeitos específicos das variáveis econômicas sobre cada uma destas parcelas. Os resultados encontrados sugerem melhorias significativas com relação àqueles demonstrados por Inhasz e De-Losso (2012), com proporções ótimas convergindo aos valores observados, e confirmam os *trade-offs* propostos por Goldfajn (2000). Além disso, novos *trade-offs* são propostos e testados, e os sinais encontrados alinham-se àqueles esperados.

**Palavras-Chave:** Dívida Pública, Indexação, GARCH multivariado.

## Abstract

This paper studies the optimal composition of public debt, through the classical tax smoothing proposed by Goldfajn (2000), and adapted to conditional scope for Inhasz and De-Losso (2012). The discussion proposed here differs from the traditional approach by using a more realistic formulation of the indexed debt, broken down into two distinct parts according to the indexing tool used: indexed debt in prices and indexed debt in interest rate (or floating debt). This modification allows to distinguish specific economic variables on each of these plots purposes. The results suggest significant improvements with respect to those demonstrated by Inhasz and De-Losso (2012), with great proportions converge to the observed values, and confirms the trade-offs proposed by Goldfajn (2000). In addition, new trade-offs are proposed and tested, and found signs align to those expected.

**Key Words:** Public Debt, Indexation, multivariate GARCH.

**Área ANPEC:** Economia do Setor Público

**Códigos JEL:** C01, E62, H63

---

<sup>1</sup> Professora Doutora do Departamento de Economia e Administração de Empresas do INSPER e do Departamento de Economia e Relações Internacionais da FECAP. julianainhasz@usp.br

<sup>2</sup> Professor Doutor do Departamento de Economia da FEA-USP. delosso@usp.br

## 1 INTRODUÇÃO

Este trabalho estuda a composição ótima da dívida pública, através do modelo clássico de suavização da tributação, proposto por Goldfajn (2000), e adaptado ao escopo condicional por Inhasz e De-Losso (2012). Tais referências, no entanto, consideram a existência de três tipos de endividamento (nominal, ou prefixado; cambial; e pós-fixado), e repactuação constante da dívida pública indexada (de modo que a composição do endividamento público pode ser completamente alterada a cada período). A discussão aqui proposta se distingue da abordagem tradicional por utilizar uma formulação mais realista da dívida pós-fixada, decomposta em duas porções distintas de acordo com o instrumento de indexação utilizado: dívida indexada a preços e dívida indexada a juros (ou dívida flutuante). Tal modificação permite distinguir efeitos específicos das variáveis econômicas sobre cada uma destas parcelas. Continua-se, porém, seguindo a abordagem proposta por Inhasz e De-Losso (2012), com uso de informação condicional ao invés da abordagem não condicional, incrementando precisão e qualidade aos resultados em termos de erro quadrático médio.

Nosso objetivo é, portanto, definir características interessantes do modelo de suavização da tributação em abordagem condicional<sup>3</sup>, seguindo a vertente aqui proposta, que encontrem suporte empírico na composição do endividamento brasileiro, verificando se a composição ótima da dívida pública brasileira se aproxima daquela observada empiricamente. Também analisamos como as variáveis macroeconômicas, bem como a interação entre elas, contribuem para justificar mudanças na gestão do endividamento público. Os resultados encontrados sugerem melhorias significativas com relação àqueles demonstrados por Inhasz e De-Losso (2012), com proporções ótimas convergindo aos valores observados. Além disso, novos trade-offs são propostos e testados, e os sinais encontrados alinham-se àqueles esperados.

A preocupação da literatura sobre dívida pública em integrar teorias distintas de gestão do endividamento com modelos de escolha ótima tem sido crescente nos últimos anos. A junção de tais teorias mostra-se extremamente relevante uma vez que a escolha estratégica da composição do endividamento público pode ser feita de modo a compensar, no mercado, mudanças não antecipadas no valor desta dívida dadas alterações nos déficits públicos esperados. Goldfajn (2000), Faraglia, Marcet e Scott (2008a), Mendonça (2004), Cysne (2007), entre outros mostram tal possibilidade na prática da gestão do endividamento público.

Sendo assim, é possível afirmar que o endividamento público é um instrumento relevante de política econômica, já que possibilita a minimização de variações no bem-estar dos agentes econômicos, através da suavização de impactos relacionados a eventos inesperados, ou não antecipados. Ao emitir dívida pública e supervisionar mudanças em sua composição, as autoridades fiscais ganham maior flexibilidade em seus orçamentos, podendo amortecer eventos indesejados sem, entretanto, alterar significativamente sua estrutura tributária (ou seja, sem grandes alterações no montante de tributos e gastos públicos efetuados), que levariam a mudanças no bem-estar dos indivíduos. Logo, a gestão do endividamento público prioriza quantidade e qualidade do gasto público, e encontra nos modelos de equilíbrio para composição ótima um interessante referencial teórico.

Bohn (1988, 1990), um dos precursores dos modelos de suavização da tributação, baseia-se em Barro (1979) para comprovar, através do uso de modelos de vetores autorregressivos (doravante, VAR) aplicados a um problema solucionado em dois períodos<sup>4</sup>, a importância da matriz de covariâncias entre PIB e nível de preços para determinar o volume de dívida nominal. Missale (1997) também adota a

<sup>33</sup> Naturalmente, temos no GARCH multivariado um método de estimação mais adequado.

<sup>4</sup> Os modelos resolvidos em dois períodos são aqueles nos quais a dívida pública é completamente repactuada a cada período, ou seja, não há rolagem do endividamento, uma vez que todos os títulos públicos possuem sempre maturidade igual a 1 período.

metodologia defendida por Bohn (1998, 1990) para endossar seus resultados, cuja solução acontece em horizonte infinito.

Goldfajn (1996, 2000), agregando as ideias de Bohn (1998, 1990) aos argumentos pontuados por Missale (1997), pontua a solução analítica para um modelo de suavização da tributação no qual as dívidas nominal (ou prefixada) e cambial devem ser administradas de modo a atender proporções ótimas da dívida total, capazes de minimizar as perdas de bem-estar dos agentes. A solução do problema ocorre em dois períodos, e é característica do modelo solucionado pelo autor a existência de um terceiro tipo de dívida que engloba todos os perfis de dívida pós-fixada (a saber, indexada a taxa de juros, e indexada a preços). As particularidades destes dois tipos de endividamento pós-fixado, no entanto, não são exploradas por Goldfajn (1996, 2000).

O autor confirma empiricamente a existência do *trade-off* entre o problema de consistência temporal e a suavização da tributação, conforme enunciado por outros autores: economias com elevada proporção de dívida indexada apresentam pequenas flutuações no valor da dívida total se afetadas por mudanças nos preços, o que fornece previsibilidade ao endividamento público; porém, se alterações nos gastos públicos mostrarem-se positivamente correlacionadas com tais alterações inflacionárias, os títulos prefixados possibilitam a redução do valor real da dívida, ocasionando redução real da dívida total. Os resultados empíricos comprovam a existência destes efeitos.

Outros trabalhos, como Maia e Garcia (2012), abordam o tema proposto com viés mais empírico, estudando o impacto das volatilidades das medidas inflacionárias e cambiais sobre a composição do endividamento, confirmando haver correlação entre a dívida prefixada e a variação inflacionária, mas refutando qualquer influência das variáveis sobre a dívida cambial.

Os trabalhos citados, no entanto, utilizam modelos onde a dívida pós-fixada é tratada como uma variável agregada, composta pelos possíveis tipos de endividamento indexado, ou seja, dívida indexada em juros (comumente chamada de dívida flutuante) e dívida indexada em preços. Tal agregação facilita a resolução do problema proposto por Goldfajn (2000) pois, dessa forma, há apenas duas variáveis de escolha.

Porém, na prática, considerar tais dívidas agregadas pode omitir importantes resultados para a composição da dívida pública, e sua relação com as variáveis macroeconômicas explicativas, especialmente porque as referidas proporções apresentam comportamento bem diferente quando observamos o endividamento público após 2004: é possível observar, ao longo do tempo, uma maior exposição em dívida indexada a preços, em detrimento da exposição em dívida flutuante. Este comportamento pode ser observado na Figura 1.

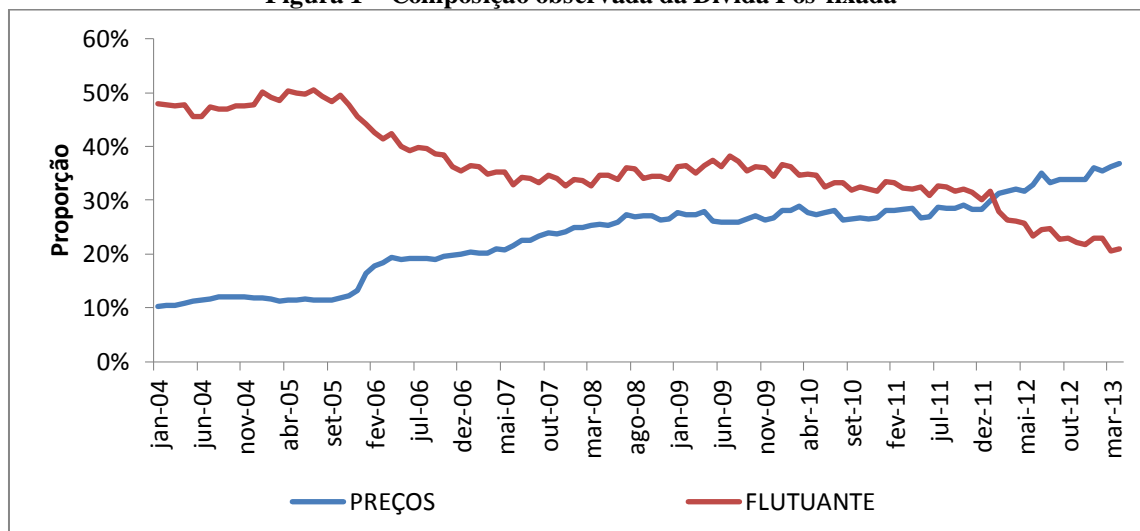
Considerar ambas as proporções somadas formando uma única dívida pós-fixada minimiza a importância das variáveis macroeconômicas sobre a composição da dívida indexada já que, na média, as duas proporções totalizam cerca de 60% do endividamento público em praticamente todo o período de estudo. Uma vez que tal soma apresenta comportamento praticamente constante ao longo do tempo, não é possível captar efeitos dos choques macroeconômicos sobre as proporções de dívida indexada.

Portanto, este trabalho baseia-se no modelo desenvolvido por Goldfajn (2000), e aperfeiçoado por Inhasz e De-Losso (2012), aprimorado por meio de modificações estruturais para acomodar uma formulação específica de dívida pós-fixada, desmembrada em dois tipos: dívida indexada em preços, e dívida indexada em juros (ou dívida flutuante). Essas abordagens permitirão maior comparabilidade dos valores estimados àqueles efetivamente utilizados na gestão do endividamento público, já que tornam o modelo de suavização da tributação mais próximo ao ambiente real da dívida pública brasileira.

O trabalho encontra-se assim dividido. Após esta introdução, encontra-se detalhado o modelo de suavização de tributação considerando a existência de 4 tipos de dívida (dívida nominal, dívida cambial,

dívida fluante e dívida indexada em preços). Na sequência, detalhamos a estratégia empírica e econométrica adotadas. Os resultados preliminares encontram-se expostos na seção 4, bem como uma breve discussão sobre estes. Por fim, a última seção conclui o estudo, comparando os resultados encontrados no modelo proposto àqueles já existentes na literatura.

**Figura 1 – Composição observada da Dívida Pós-fixada**



## 2 MODELO DE SUAVIZAÇÃO DA TRIBUTAÇÃO COM DÍVIDA FLUTUANTE

O modelo tradicional de suavização da tributação, motivado em Barro (1979) e exposto em Goldfajn (2000), bem como sua expansão para horizonte infinito expressa em Cysne (2007), defende que variações excessivas na estrutura tributária teriam o efeito de impor uma significativa perda de bem-estar aos agentes econômicos, na medida em que expõe a economia a um maior grau de incerteza, forçando os agentes a refazerem frequentemente suas escolhas ótimas. Nesse sentido, caso o objetivo precípua da gestão da dívida pública seja minimizar tal desconforto, deverá internalizar o fato de que eventos inesperados poderão alterar a trajetória dos gastos públicos, traduzindo-se em mudanças no total dos tributos.

O modelo considera a dívida pública pós-fixada como um único tipo de dívida. Nesse aspecto, todo o endividamento indexado, seja a preços ou a taxas de juros, é conjuntamente considerado para a formulação da solução ótima do problema de minimização da função de perda social.

Entretanto, apesar desta forma de agregação do endividamento público indexado levar à simplificação do problema proposto sem perda de sentido (verificando-se os *trade-offs* postulados e esperados, conforme explícito em Cysne (2007) e Inhasz e De-Losso (2012)), também leva a certo viés na análise dos resultados encontrados, já que a dívida pós-fixada engloba dois tipos de dívida com características muito distintas, conforme explicitado anteriormente.

Assim, considerar um único grupo de dívida pós-fixada simplifica excessivamente o modelo, minimizando a percepção dos impactos dos choques macroeconômicos sobre a composição do endividamento pós-fixado, já que essa parcela ficou praticamente estável no período. Isso ocorre porque a parcela de dívida indexada a preços possui dinâmica contrária àquela observada na dívida fluante, sendo estas consideradas substitutas para a gestão do endividamento. Este comportamento é fruto da gestão da dívida pública no período pós-estabilização, onde houve uma troca gradual da dívida fluante pela dívida indexada a preços, muito mais barata para o governo comprometido com inflação baixa e controlada.

Desta maneira, praticamente desconsideram-se os efeitos dos preços e dos juros sobre a composição do endividamento.

Logo, faz-se relevante verificar de que forma a dinâmica das variáveis macroeconômicas impacta a determinação dessas proporções de dívida.

## 2.1 O modelo de suavização da tributação com dívida flutuante

O modelo de suavização da tributação com quatro tipos de dívida apresenta a mesma estrutura do modelo tradicional de suavização da tributação, através da minimização de uma função de perda social. Reconhece-se a existência de quatro fontes de incerteza na economia: o crescimento dos gastos do governo, a taxa real de câmbio, a demanda por moeda e a taxa de inflação (captando a diferença entre o nível de preços efetivo e o nível de preços esperado pelos agentes). Desta forma, é possível delimitar quatro instrumentos financeiros capazes de minimizá-las: títulos nominais, cuja taxa de retorno real é dada por  $\frac{1+i}{1+\pi}$ , sendo  $i$  a taxa de juros nominal da economia, e  $\pi$  a taxa de inflação do período; títulos cambiais, que pagam  $(1+i^*)(1+e)$ , sendo  $i^*$  a taxa de juros internacional e  $e$  a taxa de apreciação cambial; títulos de dívida flutuante (ou indexada a juros), cuja taxa de retorno é  $\frac{(1+i)(1+d)}{(1+\pi)}$ ; e a dívida indexada a preços, com retorno esperado  $(1+r)(1+\pi)$ , sendo  $r$  a taxa de juros real, e  $d$  o prêmio de risco que o agente demanda para aceitar um título pós-fixado frente à opção de compra de um título nominal.

O objetivo do governo é minimizar uma função de perda de bem-estar social<sup>5</sup>, dada por:

$$\min_{\theta, \theta^*, \tilde{\theta}} E_{t-1} \left[ A \frac{\tau_t^2}{2} + \frac{\pi_t^2}{2} \right] \quad (1)$$

onde  $\tau_t$  caracteriza o total de impostos arrecadados pelo governo no período  $t$ ;  $\pi_t$  é a taxa de inflação vigente em  $t$ ;  $A$  é uma constante de proporcionalidade que pondera o comprometimento do governo junto às políticas monetária e fiscal; e  $\theta$ ,  $\theta^*$  e  $\tilde{\theta}$  representam, respectivamente, as proporções de dívida nominal, cambial e flutuante, de modo que a proporção de dívida pós-fixada em preços é igual a  $1 - \theta - \theta^* - \tilde{\theta}$ .

A função perda social conserva as mesmas propriedades daquela postulada por Goldfajn (2000), diferenciando-se apenas nos argumentos da minimização. Os consumidores, por sua vez, são avessos ao risco, e demandam taxas de juros, de modo que:

$$i_t = \pi_t^e + r \quad (2)$$

sendo que o superescrito  $e$  corresponde a variável em seu valor esperado.

Presume-se, a paridade descoberta de juros, com  $i_t = e_t^e + i_t^*$ . A inflação, por sua vez, decorre de:

$$\pi_t = m_t + v_t \quad (3)$$

em que  $m_t$  representa o crescimento da oferta monetária no período  $t$ , e  $v_t$  é a velocidade dos choques, considerada como um ruído branco.

<sup>5</sup> Vale ressaltar que, apesar da presença e relevância das variáveis  $A$  e  $\pi$  na formulação da função de perda social, como assumimos comprometimento do governo com as metas estabelecidas para a economia, tais variáveis não influenciam a resolução do problema de minimização.

Em equilíbrio, investidores racionais antecipam as decisões da autoridade monetária quanto ao crescimento da moeda, de modo que:

$$\pi_t^e = E(\pi_t) = m_t \quad (4)$$

O retorno de um título flutuante terá por base o retorno de um título nominal, acrescido de um prêmio de risco, ou seja:

$$(1 + i_A) = \frac{(1 + i)(1 + p)}{(1 + \pi)} \quad (5)$$

onde  $i_A$  é o retorno de um título pós-fixado em juros;  $i_t$  é a taxa de juros nominal doméstica em  $t$ ;  $\pi_t$  é a taxa de inflação no período, e  $p$  é o prêmio de risco demandado pelos agentes.

Sob a validade da equação de Fischer (equação (2)) e levando em consideração o papel das expectativas de inflação na formação do preço dos títulos, temos que a taxa de retorno demandada deverá ser igual àquela ofertada pelo mercado, de modo que:

$$\frac{(1 + r)(1 + \pi^e)(1 + p)}{(1 + \pi)} = (1 + r) \Rightarrow (1 + p) = \frac{(1 + \pi)}{(1 + \pi^e)} \quad (6)$$

sendo  $\pi^e$  a taxa de inflação esperada.

A restrição orçamentária do governo é dada por:

$$\begin{aligned} \tau_t = (1 + g_t)G_{t-1} + (1 + r_{t-1})(1 - \theta_t - \theta_t^* - \tilde{\theta}_t)B_{t-1} + \left(\frac{1 + i_t}{1 + \pi_t}\right)\theta_t B_{t-1} \\ + \left[\frac{(1 + i_t^*)(1 + e_t)}{(1 + \pi_t)}\right]\theta_t^* B_{t-1} + \left[\frac{(1 + i_t)(1 + p_t)}{(1 + \pi_t)}\right]\tilde{\theta}_t B_{t-1} \end{aligned} \quad (7)$$

em que  $\tau_t$  caracteriza o total de impostos arrecadados pelo governo em  $t$ ;  $g_t$  é a taxa de crescimento dos gastos do governo em  $t$ ;  $G_t$  representa o total de gastos públicos em  $t$ ;  $r_t$  é a taxa de juros real no período  $t$ ;  $\theta$ ,  $\theta^*$  e  $\tilde{\theta}$  representam, respectivamente, as proporções de dívida nominal, cambial e flutuante;  $B_t$  corresponde ao nível total de dívida pública em  $t$ ;  $i_t$  é a taxa de juros nominal doméstica em  $t$ ;  $\pi_t$  consiste na taxa de inflação em  $t$ ;  $i_t^*$  é a taxa de juros externa em  $t$ ;  $e_t$  é uma medida de apreciação cambial em  $t$ ; e  $p_t$  é o prêmio de risco exigido pelos agentes econômicos para aquisição dos títulos de dívida flutuante.

A apreciação cambial é apurada como a diferença entre a taxa de variação da inflação e a taxa de variação do câmbio ( $e_t$ ):

$$q_t = \pi_t - e_{tt} \quad (8)$$

Por fim, assumindo a validade da teoria de preferência pela liquidez, sabemos que o prêmio de risco pode ser postulado como a diferença entre uma taxa presente e a expectativa de taxa futura, de modo que:

$$p_t = d_t - d_t^e \quad (9)$$

onde  $d_t$  representa a taxa de juros efetiva do título, e  $d_t^e$  a expectativa desta para o período  $t$ .

A log-linearização da restrição orçamentária, tendo em vista as relações expressas nas equações (5), (6), (7) e (9), nos fornece a seguinte equação de restrição orçamentária:

$$\tau_t \approx (1 + g_t)G_{t-1} + (1 + r_{t-1})B_{t-1} \left[ 1 - \theta_t(\pi_t - \pi_t^e) - \theta_t^*(q_t - q_t^e) - \tilde{\theta}_t(p_t - p_t^e) \right] \quad (10)$$

A solução do problema de minimização da função de perda social, restrita à equação de restrição orçamentária log-linearizada, acontece neste modelo em duas etapas, assim como no problema proposto por Goldfajn (2000). Inicialmente, a autoridade fiscal escolhe quantidade e composição da dívida que será emitida e vendida ao público. A cada período, a autoridade monetária toma conhecimento dos choques ocorridos na economia, e decide sobre o crescimento ótimo da quantidade de moeda existente na economia, tendo ciência de que, desta forma, estará atuando diretamente sobre a variação dos preços.

A solução analítica do problema, portanto, retorna proporções ótimas para as dívidas nominal, cambial e flutuante que são função das seguintes variâncias e covariâncias:

$$\theta_t = \begin{pmatrix} \sigma_\pi^2 & \sigma_{\pi g} & \sigma_{\pi p} & \sigma_{\pi q} \\ (-) & (+) & (+) & (-) \end{pmatrix} \quad (11)$$

$$\theta_t^* = \begin{pmatrix} \sigma_q^2 & \sigma_{qg} & \sigma_{qp} & \sigma_p^2 \\ (-) & (+) & (+) & (+) \end{pmatrix} \quad (12)$$

$$\tilde{\theta}_t = \begin{pmatrix} \sigma_p^2 & \sigma_{pg} & \sigma_{\pi p} & \sigma_{qp} \\ (-) & (+) & (+) & (+) \end{pmatrix} \quad (13)$$

Onde  $\sigma_\pi^2$  é a variância condicional da inflação;  $\sigma_{\pi g}^2$  é a covariância condicional entre a inflação e a taxa de crescimento do gasto público;  $\sigma_{\pi p}$  é a covariância condicional entre a inflação e a medida de prêmio de risco;  $\sigma_{\pi q}$  é a covariância condicional entre a inflação e a medida de apreciação cambial;  $\sigma_q^2$  é a variância condicional da apreciação cambial;  $\sigma_{qg}$  é a covariância condicional entre a apreciação cambial e a taxa de crescimento do gasto público;  $\sigma_{qp}$  é a covariância condicional entre a apreciação cambial e a medida de prêmio de risco;  $\sigma_p^2$  é a variância condicional do prêmio de risco;  $\sigma_{pg}$  é a covariância condicional entre o prêmio de risco e a taxa de crescimento do gasto público.

A escolha do governo quanto à proporção e à composição do endividamento é efetuada observando-se os *trade-offs* existentes entre custos e risco, dadas variações nessa composição. Os *trade-offs* enunciados por Goldfajn (2000) continuam válidos: economias muito expostas a choques de demanda se enquadram em ambientes econômicos com maior exposição à dívida pós-fixada, enquanto que economias muito mais suscetíveis a choques de oferta teriam maior disposição à exposição em dívida nominal, já que na efetivação dos choques de oferta o valor real da dívida se reduziria (já que o aumento dos gastos públicos levaria a um aumento de inflação, e redução da dívida real dada uma parcela significativa de dívida nominal).

No entanto, a fragmentação do conjunto de dívida pós-fixada inclui, agora, novos efeitos. No caso da dívida flutuante, aumentos da variância do prêmio de risco incluem maior risco na economia, de modo a reduzir a exposição neste tipo de endividamento. Já a covariância entre gasto do governo e prêmio de risco age em sentido contrário: supondo que exista correlação positiva entre as duas variáveis, um aumento dessa medida desestimula os agentes a permanecerem com os demais tipos de endividamento (e em especial o endividamento nominal), presumindo que o governo enxergará incentivos a inflacionar a economia para reduzir o serviço real da dívida. Neste contexto, os agentes prefeririam endividamento pós-fixado, garantindo retornos positivos em ambiente sob maior incerteza.

Resultados semelhantes são esperados quando observamos a covariância entre prêmio de risco e inflação, e prêmio de risco e medida de apreciação cambial. No primeiro caso, quanto maior for essa covariância, maior será a disposição do governo em elevar a parcela de dívida nominal (já que a inflação reduz o valor real da dívida, o que se configura como um bom resultado para o governo). Em um ambiente inflacionário, onde verificamos covariância positiva entre inflação e prêmio de risco, o governo trocará dívida pós-fixada por dívida nominal quanto maior for esta covariância. No segundo caso, o aumento da covariância entre apreciação cambial e prêmio de risco mostra que ambientes com maior incerteza sobre o câmbio impulsionam aumentos no prêmio de risco do mercado. Neste contexto, estando as variáveis positivamente correlacionadas, os agentes percebem aumentos do prêmio de risco como sinal para mudança na taxa de câmbio, elevando a parcela de dívida alocada na forma cambial.

No caso da dívida nominal, aumentos na covariância entre inflação e prêmio de risco devem aumentar a exposição nesse tipo de dívida, já que neste caso a melhor resposta do governo frente a aumentos de inflação é aumentar a exposição à dívida nominal. O mesmo raciocínio vale para a dívida cambial, quando observamos o efeito do aumento da covariância entre a medida de apreciação cambial e o prêmio de risco aumentando a exposição em dívida atrelada a câmbio.

### 3 ESTRATÉGIA EMPÍRICA E ECONOMETRICA

#### 3.1 Estratégia Empírica

Uma vez encontradas as soluções analíticas do modelo de suavização da tributação para dívida flutuante, o objetivo deste estudo é encontrar a composição teórica da dívida pública, e compará-la àquela efetivamente observada, verificando se o modelo de suavização da tributação com um quarto tipo de dívida encontra suporte empírico na composição observada para o endividamento público.

Além de comparar a composição teórica àquela observada, também se pretende confirmar a existência dos *trade-offs* anteriormente propostos, verificando se, de fato, as variâncias e covariâncias das variáveis macroeconômicas são elementos fundamentais, e levados em consideração, na decisão da autoridade fiscal por alterar a composição do endividamento público.

Assim, a estratégia empírica passa por três estágios. No primeiro estágio, de posse das séries de inflação, taxa de crescimento dos gastos públicos, apreciação cambial e prêmio de risco estimam-se as variâncias e covariâncias condicionais das séries. Tais valores serão utilizados em conjunto com os níveis de dívida líquida do setor público e de gasto do governo para encontrar, no segundo estágio, as proporções ótimas de endividamento público, explicitadas pelas funções em (11), (12) e (13).

Na sequência, tais valores são analisados frente àqueles efetivamente utilizados na gestão do endividamento público, indicando pela aderência ou não do modelo às proporções efetivamente utilizadas. Os resultados apurados neste estágio são também uma inovação deste trabalho, por apresentar composições teóricas ótimas. Nesse sentido, os resultados obtidos no segundo estágio da estimação só possuem meios de comparação com Inhasz e De-Losso (2012), uma vez que estes também expõem as proporções ótimas.

Por fim, encontradas as variâncias e covariâncias das variáveis de interesse, e as proporções ótimas de dívida indexada, concentra-se a atenção na contribuição que essas variâncias e covariâncias fornecem para explicar a evolução das proporções das dívidas realmente observadas. O principal interesse desta etapa é verificar a validade dos *trade-offs*, tanto os enunciados pela literatura, quanto os novos *trade-offs* aqui propostos. Caso verifique-se a existência destes através das regressões das parcelas do

---

<sup>6</sup> Os demais trabalhos observam apenas os impactos, sem preocupações em expor as proporções ótimas.



endividamento indexado frente às variâncias e covariâncias estimadas, será possível concluir que as interações entre as variáveis macroeconômicas fornecem relevante informação para a administração do endividamento público no período estudado<sup>7</sup>.

### 3.2 M-GARCH

Encontrar a composição ótima do endividamento público requer o conhecimento da evolução e comportamento das variâncias e covariâncias condicionais das variáveis relevantes, de acordo com as minimizações condicionais postuladas anteriormente. Assim, é necessário determinar a forma mais adequada de se apurar as matrizes de covariâncias.

Enquanto os trabalhos de Goldfajn (2000) e Maia e Garcia (2012) estimam a matriz de covariâncias das séries de interesse por meio dos resíduos da estimação de um vetor autorregressivo (VAR)<sup>8</sup>, Inhasz e De-Losso (2012) propõe o uso de um GARCH multivariado como forma de se obter variâncias e covariâncias condicionais por meio de dados macroeconômicos. Segundo os autores, tal abordagem econométrica possibilita que a informação seja utilizada de forma plena, estimando coeficientes mais robustos e consistentes.

Os modelos de heterocedasticidade condicional, tanto em sua forma original ARCH (Autoregressive Conditional Heterocedasticity (Engle, 1982)), quanto em sua forma generalizada (GARCH (Bollerslev, 1986)) representam uma importante contribuição aos modelos econométricos, permitindo incluir na estimação econométrica (seja ela univariada ou multivariada) uma forma funcional específica para a variância do erro.

A especificação utilizada aqui é aquela proposta por Baba, Engle, Kraft e Kroner, doravante BEKK. Nela, garante-se que a matriz de covariâncias é positiva definida em cada momento do tempo<sup>9</sup>. Assim, o modelo GARCH BEKK utilizado no modelo proposto pode ser expresso, seguindo De-Losso (2011), como o sistema no qual as variáveis do vetor de médias são expressas segundo a seguinte especificação<sup>10</sup>:

$$\begin{aligned}\pi_t &= c_{1,1} + c_{1,2}\pi_{t-1} + c_{1,3}\pi_{t-2} + \varepsilon_{\pi,t} \\ q_t &= c_{2,1} + c_{2,2}q_{t-1} + \varepsilon_{q,t} \\ g_t &= c_{3,1} + \varepsilon_{g,t} \\ p_t &= c_{5,1} + c_{5,2}p_{t-1} + c_{5,3}p_{t-2} + \varepsilon_{p,t}\end{aligned}$$

onde:

$$\varepsilon_t = (\varepsilon_{\pi,t} \quad \varepsilon_{q,t} \quad \varepsilon_{g,t} \quad \varepsilon_{p,t})' / I_{t-1} \sim N(0, \Sigma_t)$$

e

$$\Sigma_t = CC' + A_1 \varepsilon_{t-1} \varepsilon_{t-1}' A_1' + B_1 \Sigma_{t-1} B_1'$$

<sup>7</sup> Nesse estágio abandona-se parcialmente a ideia de formular valores teóricos ótimos para as proporções da dívida, concentrando-se no estudo do sinal das variáveis de interesse para a determinação das proporções ótimas de indexação. É essa, em linhas gerais, a análise empírica efetuada por Goldfajn (2000) e Maia e Garcia (2012).

<sup>8</sup> Segundo Maia e Garcia (2012), o uso dos resíduos de um VAR como fonte de dados justifica-se pela quantificação de inovações não esperadas pelos agentes de forma mais precisa, uma vez que nesse tipo de modelagem os resíduos são encontrados conjuntamente.

<sup>9</sup> Para maiores detalhes, veja Engle e Kroner (1995).

<sup>10</sup> Vale ressaltar que a definição do sistema a ser estimado muda essencialmente de acordo com as variáveis envolvidas no modelo utilizado. A definição do sistema mudará nos próximos modelos, de acordo com a especificação utilizada.

em que  $\pi_t$  é a inflação no período  $t$ ;  $q_t$  representa a medida de apreciação cambial, anteriormente postulada;  $g_t$  é a taxa de crescimento do gasto do governo; e  $p_t$  corresponde ao prêmio de risco no período  $t$ .

O vetor  $\varepsilon_t/\Gamma_{t-1} \sim \mathbf{N}(\mathbf{0}, \Sigma_t)$  é um vetor de perturbações aleatórias, e  $C, A_1, B_1$  são, respectivamente, matrizes  $n \times n$ , sendo que  $C$  é uma matriz triangular superior, e  $n$  continua sendo o número de variáveis que compõem o sistema (neste caso, igual a 4). A ordem de defasagens das variáveis utilizadas foi definida através das funções de autocorrelação e autocorrelação parcial. Adicionalmente, a variável  $p_t$ , a exemplo da inflação, apresentou estrutura auto-regressiva de ordem 2.

### 3.3 Dados

Serão utilizados dados mensais dessazonalizados entre janeiro/2000 e março/2012<sup>11</sup>. Tais dados estão disponíveis na base de dados do Tesouro Nacional, bem como na base de dados do Banco Central do Brasil e do Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada (IPEA)<sup>12</sup>.

No primeiro estágio de estimação, no qual encontramos as variâncias e covariâncias necessárias para o cômputo dos coeficientes ótimos da dívida pública indexada, foram utilizados: os gastos totais do Governo Central, excluídos os pagamentos de juros, como medida para o total de gastos do governo, em sua forma acumulada nos últimos 12 meses (utilizados em sua taxa de crescimento, conforme já especificado); a taxa de câmbio comercial - venda (para a composição da medida de apreciação cambial, conforme já especificado anteriormente), em periodicidade mensal; a taxa de inflação, medida através das variações mensais do Índice de Preços ao Consumidor (IPC), da Fundação Getúlio Vargas (FGV), em sua forma acumulada nos últimos 12 meses; o prêmio de risco especificado anteriormente. Todas as variáveis mostraram-se estacionárias ao nível de significância estatístico mínimo de 5%.

No segundo estágio de estimação, utilizam-se as séries de variâncias e covariâncias estimadas anteriormente, em conjuntamente com as séries da dívida líquida do setor público em termos nominais, e a série de despesas totais do Governo Central acumuladas nos últimos 12 meses de forma a sintetizar séries ótimas de endividamento. Também é utilizada a composição efetiva da dívida pública para fins de comparação entre valores teóricos e observados.

Finalmente, no terceiro estágio de estimação testam-se os *trade-offs* postulados por Goldfajn (2000), bem como os novos *trade-offs* propostos, através de regressões lineares entre as variâncias e covariâncias estimadas e a composição efetiva da dívida pública.

## 4 RESULTADOS PRELIMINARES

### 4.1 Primeiro estágio: estimação das variâncias covariâncias das séries

A matriz de covariância condicional, estimada através do modelo de heterocedasticidade condicional multivariado (GARCH multivariado), conforme descrito, nos retorna os seguintes resultados para os coeficientes estimados<sup>13</sup>.

<sup>11</sup> Muito embora na extensão do modelo para dívida flutuante, por conta da limitação de dados, tal período se estabelece entre janeiro/2004 e março/2012.

<sup>12</sup> <http://www.bcb.gov.br>; <http://www.tesouro.fazenda.gov.br>; <http://www.ipeadata.gov.br>.

<sup>13</sup> Nota 1: Desvio-padrão das estimativas entre parênteses. Nota 2: sinal (\*) representa significância estatística a 10%, (\*\*) representa significância estatística a 5% e (\*\*\*) representa significância estatística a 1%.

$$\pi_t = 0,002^{***} + 1,678^{***} \pi_{t-1} - 0,713^{***} \pi_{t-2} + \hat{\varepsilon}_{\pi,t}$$

(0,000)      (0,076)      (0,075)

$$q_t = 0,009 + 0,929^{***} q_{t-1} + \hat{\varepsilon}_{q,t}$$

(0,007)      (0,039)

$$g_t = 0,009^{**} + \hat{\varepsilon}_{g,t}$$

(0,004)

$$p_t = 0,000 + 0,391^{***} p_{t-1} + 0,277^{***} p_{t-2} + \hat{\varepsilon}_{p,t}$$

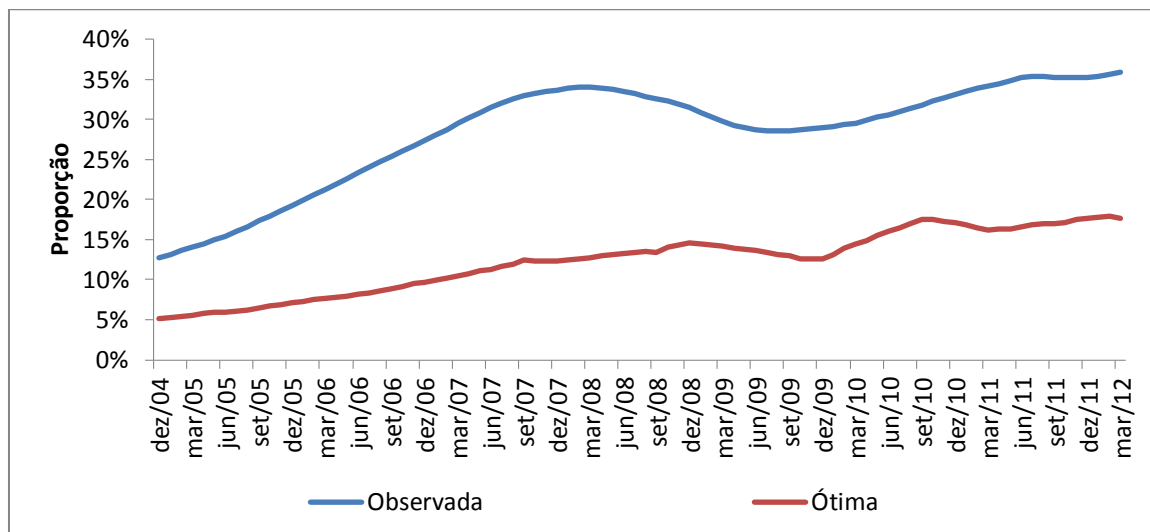
(0,000)      (0,097)      (0,098)

Os resultados estimados nesta etapa corroboram aqueles encontrados para o modelo tradicional por Inhasz e De-Losso (2012), tanto em magnitude quanto em sinal. Os coeficientes mostraram-se estatisticamente significantes a 1% em quase sua totalidade. Além disso, as séries de variâncias e covariâncias estimadas através do modelo GARCH multivariado mostraram-se decrescentes para o período, salientando que a variância da apreciação cambial mostrou padrão decadente, mesmo comportamento percebido para a série de variância da inflação (neste caso, especialmente após 2004).

#### 4.2 Segundo estágio: proporções teóricas ótimas para as parcelas da dívida pública

Após apurarmos as variâncias e covariâncias condicionais das séries através do modelo GARCH-M, encontramos as proporções ótimas, segundo a solução analítica do problema de minimização condicional. As séries sintetizadas, suavizadas segundo a média dos últimos 12 meses, bem como o diagrama de dispersão entre as séries ótimas e observadas encontram-se nas Figuras (2) a (9).

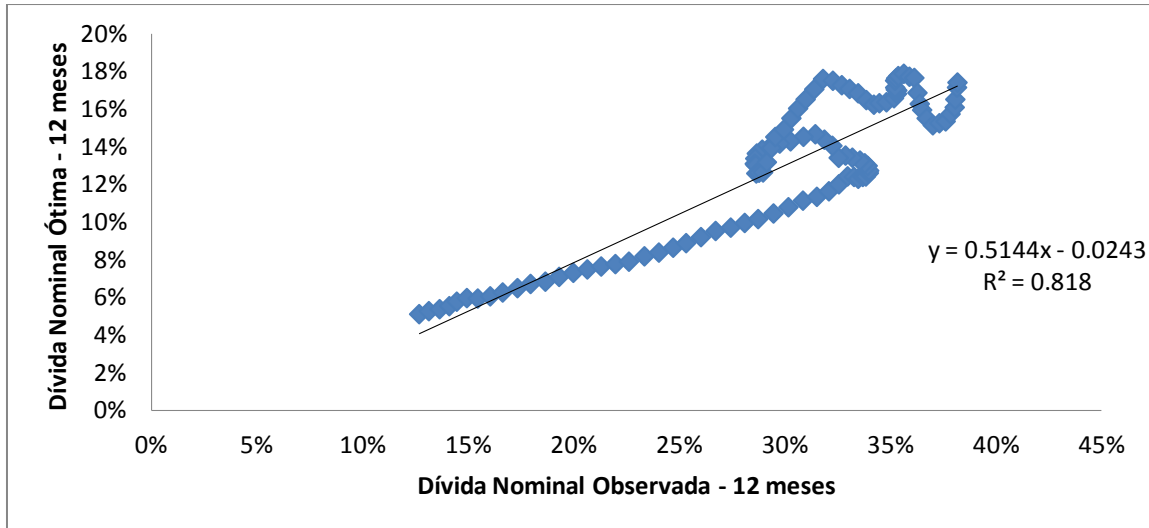
Figura 2 - Modelo com dívida flutuante e dois períodos: Proporção Ótima de Dívida Nominal 12 meses



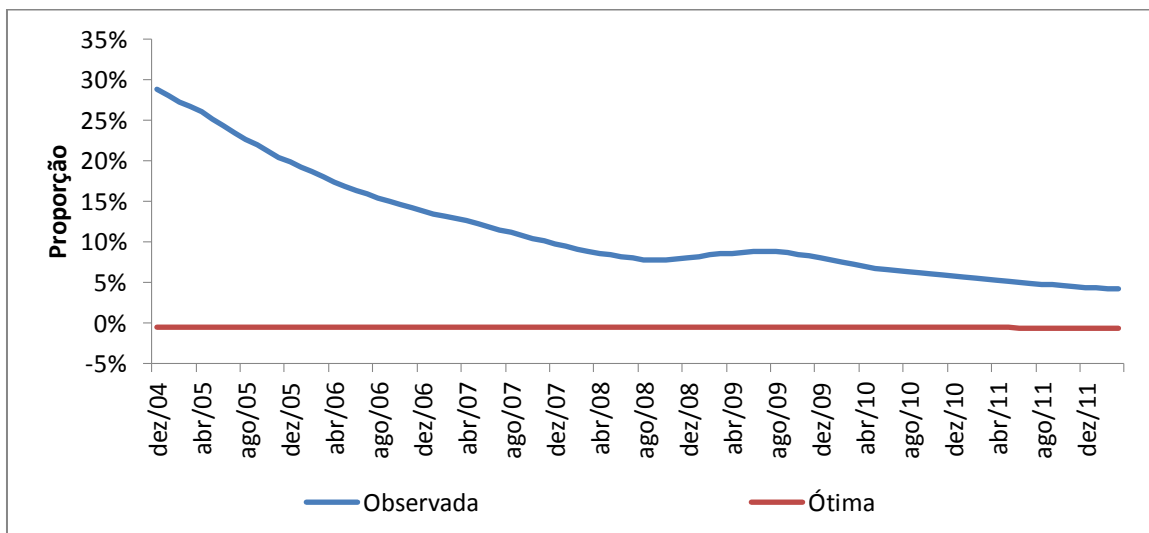
Os resultados encontrados mostram maior coerência entre as proporções teóricas ótimas e aquelas efetivamente observadas na gestão do endividamento público, quando comparados aos resultados obtidos por Inhasz e De-Losso (2012).

No que diz respeito à dívida nominal, a proporção teórica ótima mostrou-se, em todo período, inferior àquela observada. Apesar da diferença existente no nível, podemos ver, pela Figura 2, que as séries apresentam o mesmo comportamento crescente ao longo do tempo. Este resultado é confirmado pelo gráfico de dispersão, presente na Figura 3. A reta de regressão do gráfico mostra elevado coeficiente explicativo, indicando aderência da variação dos valores estimados à variação dos valores observados.

**Figura 3 - Modelo com dívida flutuante e dois períodos: Dívida Nominal 12 meses - Dispersão**

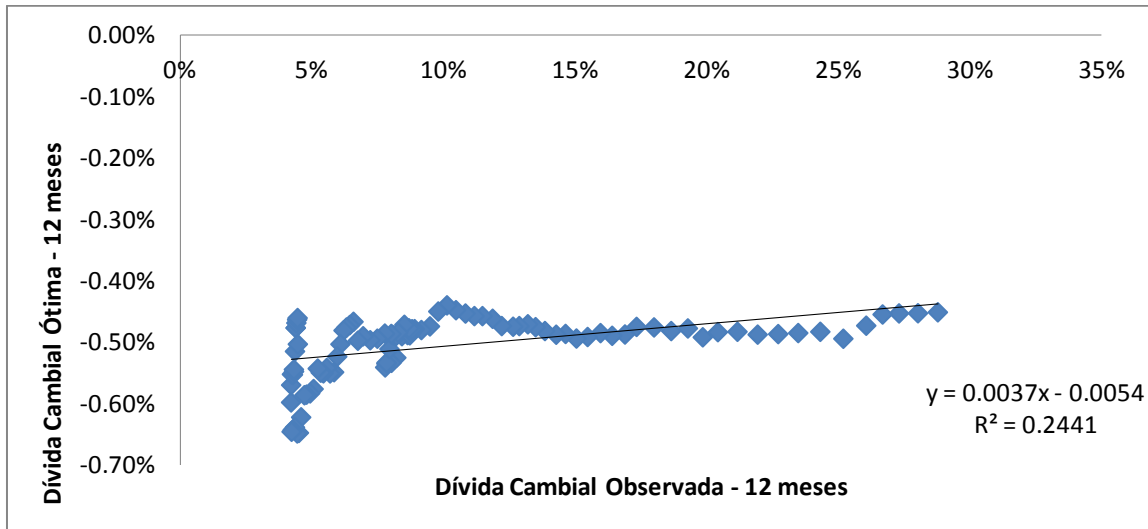


**Figura 4 - Modelo com dívida flutuante e dois períodos: Proporção Ótima de Dívida Cambial 12 meses**



Quanto à dívida cambial, esta apresentou, ao longo do tempo, convergência entre a taxa ótima e a taxa observada, como podemos observar na Figura 4. Este resultado também foi apurado por Inhasz e De-Losso (2012), muito embora lá a dívida cambial apresentava variabilidade ao redor do eixo (oscilando valores positivos e negativos). Agora, no entanto, existe um comportamento comum: ambas as séries se reduzem no período, estreitando a diferença existente ao longo do tempo.

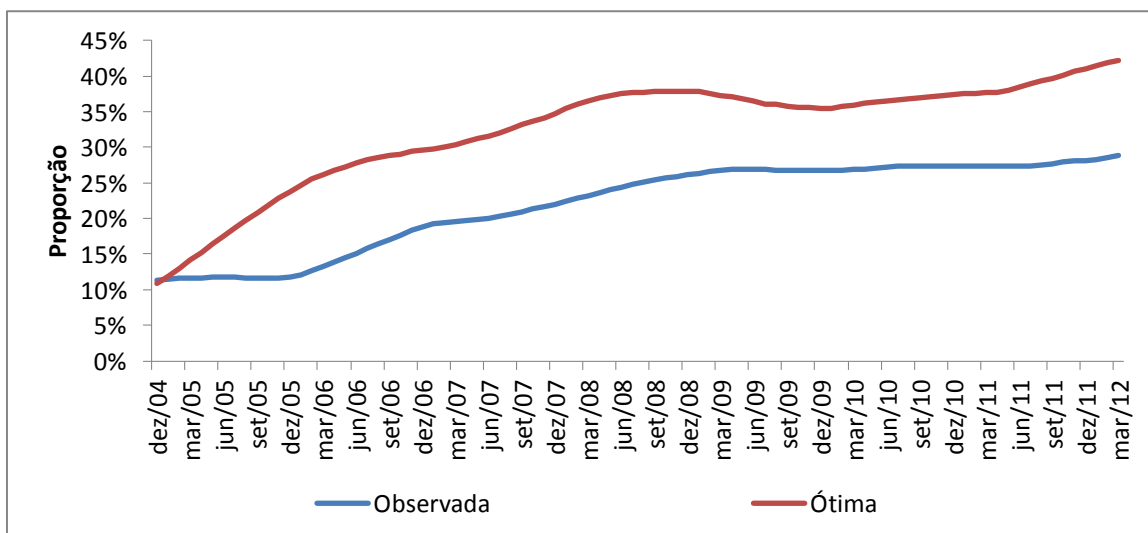
**Figura 5 - Modelo com dívida flutuante e dois períodos: Dívida Cambial 12 meses - Dispersão**



O diagrama de dispersão, presente na Figura 5, indica essa convergência, muito embora o coeficiente explicativo ajustado da regressão seja baixo. Na prática, esta diferença de comportamento reflete a influência do plano de estabilização e a redução da inflação ao longo do tempo, e tais eventos não são capturados pelo modelo na periodicidade de dados escolhida.

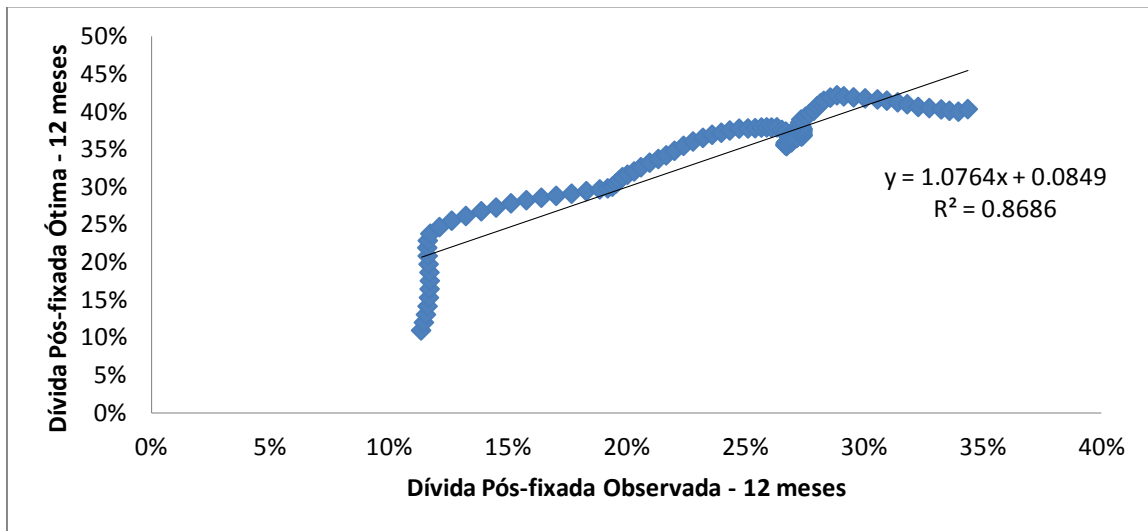
Já as dívidas indexada a preços e flutuante mostraram-se muito próximas das proporções efetivamente observadas. Ambas as dívidas apresentaram proporção ótima superior àquela observada, porém com valores convergentes ao longo do tempo. Este fato, em específico, indica que a diferença entre os valores observados e ótimos tende a se estreitar com o alongamento da série.

**Figura 6 - Modelo com dívida flutuante e dois períodos: Proporção Ótima de Dívida Indexada a Preços 12 meses**

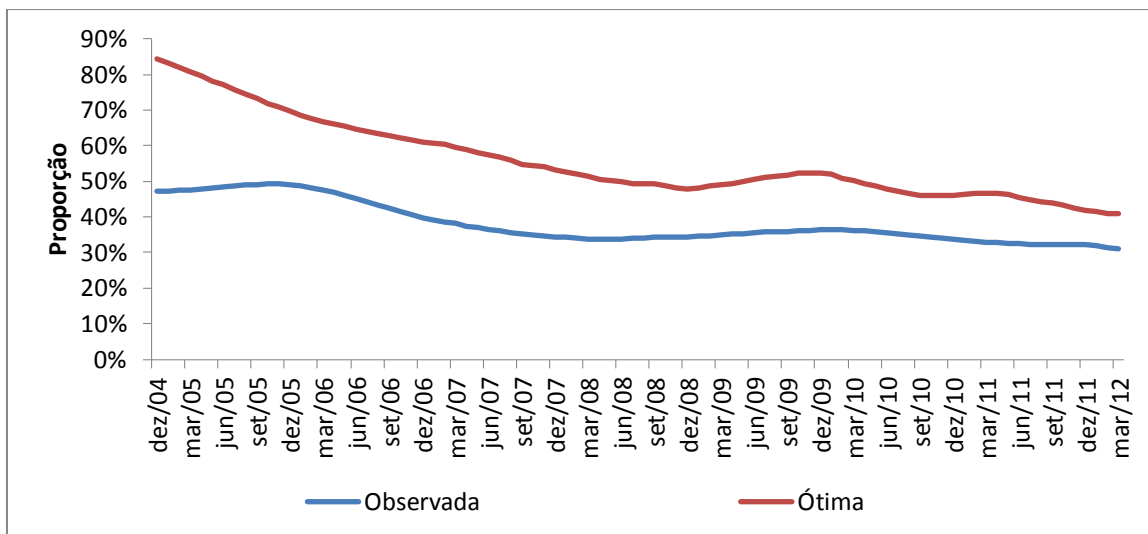


A dívida indexada a preços mostrou valores iniciais estimados muito próximos àquelas observadas, e comportamentos semelhantes ao longo do tempo, muito embora tais níveis de endividamento tenham se distanciado ao longo do tempo. O gráfico de dispersão desta dívida, presente na Figura 7, confirma a elevada correlação entre os valores teóricos ótimos e observados.

**Figura 7 - Modelo com dívida flutuante e dois períodos: Dívida Pós-fixada 12 meses - Dispersão**

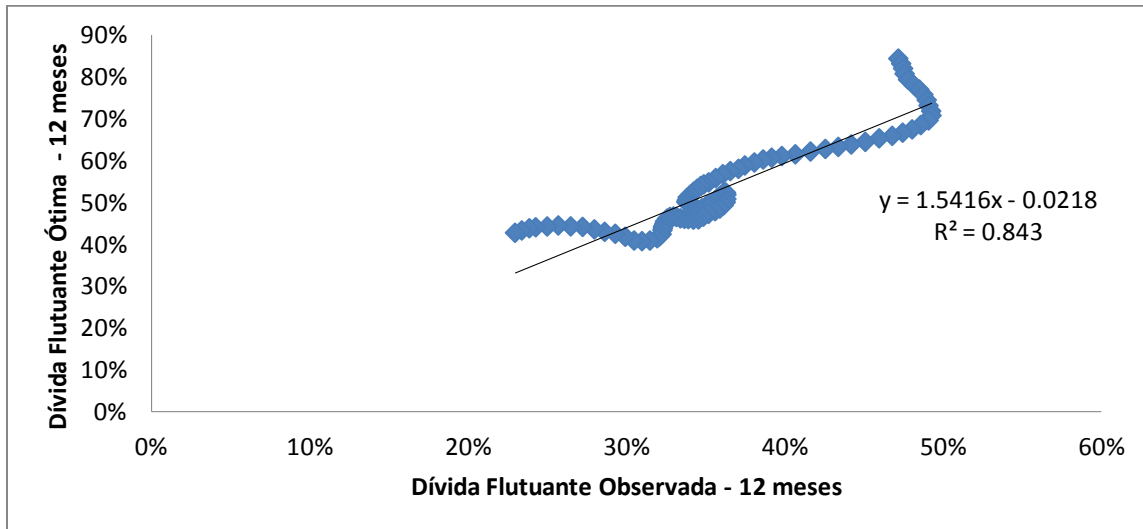


**Figura 8 - Modelo com dívida flutuante e dois períodos: Proporção Ótima de Dívida Flutuante 12 meses**



Por fim, as proporções teóricas ótimas de dívida flutuante tornaram-se mais próximas daquelas observadas, conforme indicado na Figura 8. Tal comportamento também se mostra presente na Figura 9, quando observamos que ambas as séries apresentam comportamento muito semelhante, endossado pelo gráfico de dispersão.

Interessante ressaltar que, para todos os tipos de dívida, as retas de ajuste dos diagramas de dispersão apresentaram coeficientes explicativos melhores do que aqueles apurados por Inhasz e De-Losso (2012), indicando que a utilização da dívida pós-fixada de maneira fragmentada deve melhorar o poder preditivo do modelo.

**Figura 9 - Modelo com dívida flutuante e dois períodos: Dívida Flutuante 12 meses - Dispersão**

### 4.3 Terceiro estágio: regressão via Mínimos Quadrados Ordinários (MQO)

A terceira etapa de estimação consiste na confirmação dos *trade-offs* citados tanto por Goldfajn (2000) quando aqueles aqui propostos. Os resultados obtidos são diretamente comparáveis àqueles indicados pela literatura, salvo as devidas alterações de metodologia econométrica. Diferentes especificações de modelo foram testadas, e os resultados encontram-se reportados nas tabelas 1 a 3.

Os modelos que se referem à dívida nominal encontram-se na tabela 1, e testam a existência dos *trade-offs* entre custo e risco da emissão de dívida nominal, através da participação das variâncias e covariâncias entre as séries estudadas. Os sinais dos coeficientes estimados, em todos os modelos, alinharam-se àqueles esperados, descritos pela teoria através dos *trade-offs* enunciados por Goldfajn (2000) e confirmados por Inhasz e De-Losso (2012).

A variância da inflação apresentou sinal negativo e estatisticamente significativa a 1% em todos os modelos, conforme apurado nos modelos anteriores, e repetindo qualitativamente os resultados encontrados por Goldfajn (2000), e qualitativa e quantitativamente aqueles enunciados por Inhasz e De-Losso (2012). Este resultado endossa a percepção de que aumentos na taxa de inflação reduzem a demanda por títulos nominais, já que estes perdem valor real na presença de choques inflacionários, modificando a preferência dos agentes por títulos pós-fixados, cuja rentabilidade é corrigida levando em consideração tais eventos. Além disso, é importante salientar que períodos com variância da inflação elevada tendem a ser períodos com maior incerteza, o que impulsiona o aumento da demanda por títulos pós-fixados.

Os coeficientes estimados para a covariância entre inflação e gastos públicos também se mostraram estatisticamente significantes nos modelos que incluem a dívida total como proporção do PIB, apresentando sinal positivo e, portanto, alinhando-se ao sinal predito pela teoria. Este resultado confirma a percepção de que elevações dos gastos públicos podem gerar incentivos para que a autoridade monetária inflacione a economia por meio da emissão de moeda, já que, dessa forma, ocasionaria choques inflacionários, que reduziriam a proporção de dívida nominal, além da diminuição da dívida pública real.

A dívida pública como proporção do PIB mostrou-se estatisticamente significativa e com coeficiente negativo em todos os modelos testados, conforme visto anteriormente. De fato, o aumento da dívida pública, via de regra, reflete-se na forma de aumento nos gastos públicos que, por sua vez, estão correlacionados positivamente com a inflação. Aumentos da parcela de endividamento devem inibir a demanda por títulos nominais, já que estes perdem valor real frente a elevações nos preços.

Tabela 1 - Modelo de suavização da tributação com dívida flutuante e dois períodos: Determinantes da Dívida Nominal no Brasil - 2000 a 2012

Modelo	$\sigma_{\pi}^2 \cdot 10^{-3}$	$\sigma_q^2$	$\sigma_{\pi g} \cdot 10^{-3}$	$\sigma_{gq} \cdot 10^{-3}$	$\sigma_{\pi q} \cdot 10^{-3}$	$\sigma_{\pi p} \cdot 10^{-6}$	D/Y	R <sup>2</sup>
1	-9,597*** (0,686)	-1,832** (0,837)	5,028** (2,018)	0,0135 (0,013)	-0,215 (0,184)	0,163*** (0,026)	-0,194 (0,157)	0,93
2	-9,640*** (0,548)	-1,600* (0,943)	5,267** (1,999)	0,010 (0,007)	- -	0,166*** (0,017)	-0,174 (0,151)	0,93
3	-9,522*** (0,547)	- -	5,884*** (1,965)	0,020 (0,474)	- -	0,158*** (0,016)	-0,239* (0,139)	0,93
4	-8,637*** (0,563)	-2,159*** (0,754)	2,464 (1,651)	0,141* (0,074)	-0,176 (0,160)	0,197*** (0,020)	- -	0,94
5	-8,671*** (0,555)	-1,947** (0,791)	2,710 (1,649)	0,113* (0,067)	- -	0,199*** (0,021)	- -	0,94
6	-8,460*** (0,555)	- -	3,175* (1,671)	0,141 (0,495)	- -	0,191*** (0,021)	- -	0,93
Sinal esperado	(-)		(+)			(+)	(-)	

Nota 1: a variável dependente nos modelos é a proporção observada de dívida nominal no período de janeiro de 1997 a março de 2012.

Nota 2: desvio-padrão das estimativas entre parênteres.

Nota 3: sinal (\*) representa significância estatística a 10%, (\*\*) representa significância estatística a 5%, e (\*\*\*) representa significância estatística a 1%.

Nota 4: Modelo 
$$\theta = \alpha_0 + \alpha_1 t + \beta_1 \cdot \sigma_{\pi}^2 + \beta_2 \cdot \sigma_q^2 + \beta_3 \cdot \sigma_{\pi g} + \beta_4 \cdot \sigma_{gq} + \beta_5 \cdot \sigma_{\pi q} + \beta_6 \cdot \frac{D}{Y}$$



Tabela 2 - Modelo de suavização da tributação com dívida flutuante e dois períodos: Determinantes da Dívida Cambial no Brasil - 2000 a 2012

Modelo	$\sigma_q^2$	$\sigma_{gq} \cdot 10^{-3}$	$\sigma_{\pi q} \cdot 10^{-3}$	$\sigma_{qp}$	D/Y	R <sup>2</sup>
1	-0,791 (0,833)	0,195* (0,105)	3,182 (3,354)	0,300 (1,911)	0,113 (0,156)	0,83
2	-1,159 (0,762)	0,244*** (0,086)	- -	0,120 (0,177)	0,141 (0,144)	0,81
3	-0,174 (0,731)	- -	4,083 (3,137)	0,100 (0,189)	0,096 (0,161)	0,82
4	-1,007 (0,762)	0,126 (0,115)	3,815 (3,435)	0,685 (1,577)	- -	0,81
5	-1,153* (0,873)	0,178* (0,095)	- -	0,157 (0,128)	- -	0,81
6	-0,566 (0,743)	- -	4,323 (3,233)	0,064 (0,159)	- -	0,82
Sinal esperado	(-)	(+)	(-)	(+)		

Nota 1: a variável dependente nos modelos é a proporção observada de dívida cambial no período de janeiro de 1997 a março de 2012.

Nota 2: desvio-padrão das estimativas entre parênteres.

Nota 3: sinal (\*) representa significância estatística a 10%, (\*\*) representa significância estatística a 5%, e (\*\*\*) representa significância estatística a 1%.

Nota 4: Modelo 
$$\theta^* = \alpha_0 + \alpha_1 t + \beta_1 \cdot \sigma_q^2 + \beta_2 \cdot \sigma_{gq} + \beta_3 \cdot \sigma_{\pi p} + \beta_4 \cdot \frac{D}{Y}$$

Tabela 3 - Modelo de suavização da tributação com dívida flutuante e dois períodos: Determinantes da Dívida Flutuante no Brasil - 2000 a 2012

Modelo	$\sigma_p^2 \cdot 10^{-3}$	$\sigma_{pg} \cdot 10^{-3}$	$\sigma_{pp} \cdot 10^{-4}$	$\sigma_{qp} \cdot 10^{-3}$	$\sigma_{pg} \cdot 10^{-3}$	D/Y	R <sup>2</sup>
1	-6,103*** (1,648)	-2,610 (2,707)	8,388** (4,139)	0,031 (0,254)	0,611 (1,813)	-0,384*** (0,131)	0,91
2	-6,149*** (1,710)	-2,618 (2,700)	8,391** (4,052)	- -	0,572 (1,930)	-0,383*** (0,131)	0,91
3	-6,086*** (1,645)	-2,694 (2,536)	8,509** (4,008)	0,027 (0,258)	- -	-0,395*** (0,130)	0,91
4	-5,766*** (1,740)	-1,452 (2,085)	4,535* (2,678)	-0,051 (0,190)	3,220* (1,771)	- -	0,93
5	-5,653*** (1,728)	-1,491 (2,059)	4,503* (2,724)	- -	3,290* (1,771)	- -	0,92
6	-5,806*** (1,806)	-1,872 (1,936)	4,489* (2,563)	-0,078 (0,190)	- -	- -	0,92
Sinal esperado	(-)	(+)	(+)			(-)	

Nota 1: a variável dependente nos modelos é a proporção observada de dívida pós-fixada em preços no período de janeiro de 1997 a março de

Nota 2: desvio-padrão das estimativas entre parênteres.

Nota 3: sinal (\*) representa significância estatística a 10%, (\*\*) representa significância estatística a 5%, e (\*\*\*) representa significância estatística

Nota 4: Modelo 
$$\tilde{\theta} = \alpha_0 + \alpha_1 t + \beta_1 \cdot \sigma_p^2 + \beta_2 \cdot \sigma_{pg} + \beta_3 \cdot \sigma_p + \beta_4 \cdot \sigma_{qp} + \beta_5 \cdot \sigma_g + \beta_6 \cdot \frac{D}{Y}$$

O outro coeficiente que aqui é citado como determinante da dívida pública nominal é a covariância entre o prêmio de risco e a inflação. Enquanto que, do lado da demanda, o aumento da inflação inibe a demanda por títulos públicos nominais, do lado da oferta percebemos que quanto maior o impacto do choque inflacionário, maior é o prêmio de risco e, portanto, menor o valor da dívida pública real total, beneficiando a administração pública. Logo, o coeficiente encontrado alinha-se com aquele esperado: quanto maior for a correlação entre o prêmio de risco e a inflação, maior deve ser a oferta de títulos nominais, de modo a reduzir o valor real da dívida total.

Quanto à dívida cambial, cujos modelos são expostos na Tabela (2), podemos notar que, apesar dos sinais dos coeficientes estimados se alinharem àqueles esperados pela teoria, não podemos ter grandes conclusões já que a grande maioria dos coeficientes mostrou-se estatisticamente não significativa. A variância da medida de apreciação cambial apresentou sinal negativo em todos os modelos estimados, mas não significantes estatisticamente. Esse resultado é contrário àqueles verificados por Inhasz e De-Losso (2012), muito embora lá também não fosse verificada significância estatística.

A covariância entre a inflação e a apreciação cambial apresentou sinal positivo nos modelos propostos, mas sem significância estatística. Quanto à covariância entre o prêmio de risco e a apreciação cambial, esta apresentou sinal positivo nos modelos, indicando que, caso os incrementos de dívida pública impulsionem positivamente a apreciação cambial, a proporção de dívida cambial deverá aumentar. Este resultado, no entanto, não é conclusivo já que os coeficientes não apresentaram significância estatística.

Já para a dívida pós-fixada em preços, na Tabela (3), podemos notar que a variância da medida de prêmio de risco apresenta sinal negativo, e significância estatística de 1% em todos os modelos. Este resultado alinha-se à expectativa, uma vez que aumentos da variância do prêmio de risco aumentam a insegurança do agente, que preferirá opções com rendimento garantido ao invés de títulos com retorno incerto. Confirmou-se a contribuição positiva da covariância entre inflação e prêmio de risco. Este resultado indica que, estando positivamente correlacionados inflação e prêmio de risco, aumentos da inflação incentivam os agentes a tomarem mais dívida pós-fixada em preços, já que estes criam expectativas também sobre o aumento do prêmio de risco, tornando o título indexado em preços mais atrativo.

Por fim, é importante salientar que a adaptação do modelo tradicional para dívida flutuante piorou o poder explicativo das regressões desta etapa de estimação para a dívida cambial, frente aos resultados de Inhasz e De-Losso (2012), mas melhoraram o poder explicativo para os demais tipos de dívida.

## 5 CONCLUSÕES

A extensão do modelo de suavização da tributação aqui proposta considera a existência de quatro tipos de dívida ao invés de três, como na abordagem desenvolvida por Goldfajn (2000) e Inhasz e De-Losso (2012). Resolve, assim, uma significativa limitação do modelo tradicional de suavização, que considera a dívida pós-fixada como um agregado, sem distinguir diferentes mecanismos de indexação.

Considerar que a dívida pós-fixada apresenta duas parcelas, de acordo com o instrumento de indexação utilizado, torna o exercício mais realista e próximo da estrutura de endividamento utilizada, o que melhora as estimativas das proporções ótimas de dívida pública. Estes resultados foram comprovados através da aderência das séries estimadas àquelas observadas na gestão do endividamento público.

Comparando os resultados estimados neste modelo com aqueles obtidos no modelo tradicional por Goldfajn (2000) e, mais diretamente por Inhasz e De-Losso (2012), é possível notar que há uma significativa melhora na precisão dos valores estimados frente àqueles observados. Os valores estimados agora são mais próximos daqueles observados, o que indica uma significativa redução na diferença de nível do endividamento. Além disso, o modelo mostra-se capaz de explicar as distintas parcelas que

formam a dívida pós-fixada. Isso é comprovado pela comparação entre as séries ótimas e observadas de dívida flutuante e dívida pós-fixada em preços. Em ambos os casos, as proporções estimadas ficam muito próximas daquelas observadas, e o comportamento efetivo das séries é captado com grande precisão pelas proporções estimadas. Este resultado, em particular, é comprovado pelos coeficientes explicativos das retas presentes nos diagramas de dispersão, superiores a 80%.

Da mesma forma, os *trade-offs* enunciados para a dívida nominal permanecem válidos nesta abordagem aqui proposta, inclusive confirmando um efeito adicional, advindo da interação entre inflação e prêmio de risco (coeficiente este que mostrou-se estatisticamente significativo em todos os modelos estimados). Já os efeitos para a dívida cambial não foram comprovados neste modelo. Apesar das proporções estimadas convergirem para aquelas observadas (comportamento apurado nos demais modelos), os coeficientes estimados nas regressões efetuadas na terceira etapa de estimação não mostraram significância estatística.

Entretanto, apesar do elevado poder de previsão desta abordagem para as dívidas nominal, flutuante e pós-fixada em preços, o modelo ainda apresenta uma limitação temporal, já que a dívida pode ser, na prática, carregada por longos períodos de tempo, e esse fato deve ser levado em consideração quando o governo decide alterar a quantidade de dívida à disposição dos agentes no mercado, ou ainda mudar a composição do endividamento público.

## REFERÊNCIAS

- BARRO R. On the determination of the public debt. **Journal of Political Economy**, v. 87, p. 940-971, 1979.
- \_\_\_\_\_. **Optimal Management of Indexed and Nominal Debt**. National Bureau of Economic Research Working Paper n. 6197, 1997.
- BEVILAQUA, A.S., GARCIA, M. G. P. Debt Management in Brazil: evaluation of the Real Plan and challenges ahead. **International Journal of Finance and Economics**, n.7, p. 15-35, 2002.
- BEVILAQUA, A. S., GARCIA, M. G. P. E NECHIO, F. **Títulos Cambiais e Composição Ótima da Dívida**. Mimeo, PUC-Rio, Departamento de Economia, 2004.
- BOHN, H. Why do we have nominal government debt?, **Journal of Monetary Economics** n.21, p.127-140, 1988.
- \_\_\_\_\_. A Positive theory of foreign currency debt. **Journal of International Economic** n.29, p.273-329, 1990.
- \_\_\_\_\_. Tax Smoothing with Financial Instruments, **The American Economic Review** n.80, v.5, p. 1217-1230, 1990.
- CALVO, G. Servicing the Public Debt: The Role of Expectations. **American Economic Review**, v.78, n.4, 1988.
- CYSNE, R. (2005), Public Debt Indexation and Denomination, The Case of Brazil: A Comment. **Ensaios Econômicos EPGE**, 2007.
- DE-LOSSO, R. **Econometria de Séries Temporais**. São Paulo: Cengage, 2011.
- FARAGLIA, E., MARCET, A., SCOTT, A.. Fiscal Insurance and Debt Management in OECD Economies. **The Economic Journal**, n.118, p.363-386, 2008.
- GARCIA, M. G. P. **Public Debt Management, Monetary Policy and Financial Institutions**. Texto para discussão n.464, Departamento de Economia, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, 2002.
- GOLDFAJN, I. Public Debt Indexation and Denomination: The Case of Brazil, **International Journal of Finance and Economics** n.5, v.4, 2000.
- INHASZ, J.; DE-LOSSO, R.. **Equilíbrio Dinâmico da Dívida Pública - uma abordagem M-GARCH**. Revista Estudos Econômicos do Ministério da Fazenda. Texto para discussão n. 06, 2012.
- LUCAS, R. E.; STOKEY, N. L. Optimal fiscal and monetary policy in an economy without capital. **Journal of Monetary Economics** n.12, p. 55-93, 1983.
- MAIA, P.; GARCIA, M.G.P. A gerência recente do endividamento público brasileiro. **Revista de Economia Política**, n.32. 2010.
- MENDONÇA, H.F.; PIRES, M.C.C. **A interdependência fiscal-monetária: uma análise da importância da suavização da taxa de juros e do gerenciamento da dívida pública sobre o equilíbrio fiscal**. Caderno de Finanças Públicas, Brasília, n. 8, p. 101-122, 2007.
- MISSALE, A. Tax Smoothing with price-index-linked bonds: a case study of Italy and the United Kindom. De Cecco, M, Pechi, L, Piga, G, Org.. **Managing Public Debt**, Edward Elgan, 1997.
- \_\_\_\_\_. **Public Debt Management**, Oxford University Press, 1999.
- SILVA, A.C.; CARVALHO, L.O.; MEDEIROS, O.L. **Dívida Pública: a experiência brasileira**. Tesouro Nacional. Brasília, 2009.
- TESOURO NACIONAL. **Composição Ótima da Dívida Pública: Definição de uma Referência de Longo Prazo**. Brasília: 2011.