

OTIMIZAÇÃO DE REGRAS DE POLÍTICA MONETÁRIA E MODELOS DSGE¹²

Gibran Moniz Matni³
Sidney Martins Caetano⁴
Wilson Luiz Rotatori Corrêa⁵

Resumo

Este trabalho tem por objetivo apresentar um método prático para encontrar, usando modelos DSGE, a resposta ótima dos coeficientes da regra de política monetária, dentre uma classe de políticas *à lá* Taylor, que minimiza uma função perda. A função perda é composta pelas variâncias da inflação, do *gap* do produto e da variação da taxa nominal de juros. Para colocar o método apresentado em prática o seguinte procedimento é realizado: São otimizadas as regras de política monetária de Levin, Wieland e Williams (1999, 2003) e de Smets e Wouters (2007) considerando o ambiente econômico do modelo SAMBA (2008) e, então, as funções impulso-resposta do produto e da inflação a 9 distintos choques abarcados por esse modelo são comparadas tanto sob a regra original do modelo quanto sob as regras ótimas sugeridas. Analisando as respostas da inflação e do produto aos impulsos dos 9 distintos choques econômicos exógenos observou-se uma suavização das respostas do produto e da inflação quando adotadas as regras ótimas.

Palavras-Chave: Modelos DSGE, Política Monetária Ótima.

Abstract

This paper aims to show an approach to find the optimal monetary policy rules within a class *à lá* Taylor by using DSGE models. The optimal coefficients are found in order to minimize a loss function that includes the unconditional variances of the inflation, the output gap and the change of the nominal interest rate. This approach is employed in an exercise that optimizes two monetary policy rules for the SAMBA model (2008). These optimal rules are then compared to the original rule of the model by analysing the generated impulse response functions of the output and inflation for 9 different shocks. It seems that the optimal rules smooths the path of the inflation and the output in face of exogenous shocks.

Keywords: DSGE models; Optimal Monetary Policy Rules.

JEL Classification: E37, E52, E58, E61.

ANPEC: Área 4 – Macroeconomia, Economia Monetária e Finanças.

¹ O autor agradece a ajuda pontual e indispensável de Volker Wieland no processo de elaboração do código do MatLab que encontra os parâmetros da regra de política monetária que minimiza a função perda proposta.

² O autor agradece a Maik Wolters que gentilmente compartilhou algumas de suas preciosas ideias.

³ Mestrando do Programa de Pós-Graduação em Economia Aplicada (PPGEA) – UFJF.

⁴ Professor do Programa de Pós-Graduação em Economia Aplicada (PPGEA) – UFJF.

⁵ Professor do Programa de Pós-Graduação em Economia Aplicada (PPGEA) – UFJF.

“To criticize or reject a model because it is an abstraction is foolish: all models are necessarily abstractions. A model environment must be selected based on the question being addressed”

Kydland e Prescott (1996)

1. INTRODUÇÃO

Antes do trabalho de Kydland e Prescott (1982) o *modus operandi* pelo qual macroeconomistas conduziam suas pesquisas empíricas tinha como foco ou caracterizações puramente estatísticas ou modelos de sistema de equações que ignoravam tanto considerações acerca da existência de um equilíbrio geral como considerações sobre o comportamento *forward-looking* dos tomadores de decisão. Após notórias críticas⁶ com relação a esse *approach* ocorreu, a partir de meados da década de 80, a transição para um novo paradigma que objetivou incorporar a disciplina teórica sobre as caracterizações de formas reduzida estabelecidas. Essa incorporação de disciplina teórica tomou a forma de “*cross-equation restrictions*”(DEJONG, 2011) sob as quais o comportamento estocástico de um conjunto de variáveis exógenas, somado ao comportamento *forward-looking* por parte dos tomadores de decisão, provocam implicações nos comportamentos estocásticos das variáveis endógenas determinadas pelos tomadores de decisão⁷. Desde então cresce a utilização de uma classe de modelos que se tornaram conhecidos como modelos *Dynamic Stochastic General Equilibrium* (DSGE).

Em um artigo seminal “*Time to Build and Aggregate Fluctuations*”, Kydland e Prescott (1982) propõem uma teoria de *business cycle fluctuations* bem diversa da tradição keynesiana. Neste os autores integraram a análise de crescimento de longo prazo com as flutuações macroeconômicas de curto prazo. De acordo com a Royal Swedish Academy of Sciences (2004), Kydland e Prescott demonstraram que muitas características dos *business cycles*, tais como comovimentos de variáveis macroeconômicas centrais e suas relativas variabilidades, podem ser geradas por um modelo baseado em choques tecnológicos⁸.

No ano de 2004, o Banco Central da Suécia concedeu ao norueguês Finn Kydland e ao norte-americano Edward Prescott o 54º e o 55º Prêmio Sveriges Riksbank de Ciências Econômicas em Memória de Alfred Nobel pela “*Contribution to Dynamic Macroeconomics: The Time Consistency of Economic Policy and the Driving Forces Behind Business Cycles*”. Segundo a Royal Swedish Academy of Sciences (2004), “*Kydland and Prescott’s work has transformed academic research in economics, as well as the practice of macroeconomic analysis and policymaking*”.

Para Gali (2008), sob um ponto de vista metodológico, os modelos RBC estabeleceram firmemente a utilização dos modelos *Dynamics Stochastic General Equilibrium* (DSGE) como uma ferramenta central de análise macroeconômica, assim como realçaram a importância dos aspectos quantitativos na modelagem - refletida no papel central dado para a calibração, estimação, simulação e avaliação dos modelos. Basicamente, o método de modelagem dos DSGE consiste nas descrições do ambiente econômico no qual o agente representativo consome, oferta trabalho e toma decisões de produção; e dos processos predeterminados que descrevem, por exemplo, o progresso tecnológico e a evolução do estoque de capital. Em seguida, examina-se a *otimização* empreendida pelos consumidores/produtores representativos para determinar as alocações de equilíbrio do consumo e do investimento.

O *framework* do modelo básico Novo Keynesiano possui duas características que o distingue dos modelos RBC: i) Assume-se que cada firma produz um bem diferenciado para o qual estabelecem o seu preço, isto é, as firmas são *price setters*; e ii) Assume-se que existem restrições

⁶ Ver Lucas (1976), Sims (1972) e Hansen e Sargent (1980).

⁷ Não obstante, a imposição de tais restrições é indireta e especificações de forma-reduzida (agora microfundamentadas pelas restrições impostas) continuam a servir como o ponto focal das pesquisas empíricas.

⁸ Na literatura, choques tecnológicos são choques de oferta, sendo esta uma denominação mais abrangente do que aquela.

nos mecanismos de ajustamento dos preços refletidas na suposição de que apenas uma fração das firmas pode restabelecer seus preços em um dado período⁹.

De acordo com Sims (2003), o modelo DSGE apresentado em Smets e Wouters (2003) - modelo caracterizado como Novo Keynesiano- representa um avanço substancial, sugerindo a possibilidade de que modelos DSGE, combinados com métodos de inferência Bayesiana, podem em pouco tempo se tornar o *framework* padrão para modelagem de políticas macroeconômicas. Para Smets e Wouters (2007), "*A new generation of small-scale monetary business cycle models with sticky prices and wages (the New Keynesian or New Neoclassical Synthesis (NNS) models) has become popular in monetary policy analysis*". Segundo Galí (2008), "*that model [the Basic New Keynesian Model] has become in recent years the workhorse for the analysis of monetary policy, fluctuations, and welfare*". De acordo com Walsh (2010), muitos bancos centrais construíram e estimaram modelos DSGE (teoricamente fundamentados no modelo Novo Keynesiano) para análise de políticas econômicas¹⁰. Aindas egundo Gouvea *et al.* (2011), "*in recent years, many central bankers have put a great effort on developing applied DSGE models (...) they are becoming an important policy tool for central banks around the world*"¹¹.

Entretanto, a falha por parte dos macroeconomistas em prever a crise financeira internacional de 2008 gerou críticas aos modelos DSGE então utilizados para estudar e prever os ciclos econômicos, bem como para guiar a política monetária. Todavia, há de se considerar que os ambientes econômicos então modelados à época não consideravam o sistema financeiro, ignorando assim todos os *players* desse sistema e suas relações com as famílias e com as firmas. Dessa forma, é de se esperar que uma crise originada no sistema financeiro, que gere efeitos reais, não seria adequadamente prevista. Desde então, novos modelos foram desenvolvidos e diversas formas de incorporar o sistema financeiro e seus agentes maximizadores vem sendo elaboradas.

Em 2010, o presidente do Banco Central Europeu Jean-Claude Trichet expressou a necessidade de ferramentas de auxílio para tomada de decisões de política econômica da seguinte maneira¹²: "*We need macroeconomic and financial models to discipline and structure our judgemental analysis.*". Neste sentido, o presente trabalho se propõe a utilizar o método de Taylor e Wieland (2011) para encontrar, dentre uma classe de políticas monetárias lineares *à lá* Taylor, a regra ótima, por meio dos coeficientes da regra de política monetária, que minimiza uma função perda composta pelas variâncias da inflação, do *gap* do produto e da variação da taxa nominal de juros. Para colocar em prática o método apresentado, são otimizadas as regras de política monetária de Levin, Wieland e Williams (1999, 2003) e de Smets e Wouters (2007) dentro do ambiente econômico proposto no modelo SAMBA (2008) do Banco Central do Brasil. Acrescentam-se à análise as funções impulso-resposta que descrevem o comportamento da inflação e do produto sob as regras propostas otimizadas e sob a regra original do SAMBA a 9 diferentes choques exógenos na economia.

O presente trabalho divide-se em três seções, além da presente introdução. A seção 2 descreve a metodologia para solução dos modelos e apresenta a técnica de minimização utilizada; a seção 3 apresenta de forma breve o modelo SAMBA (2008) e as regras propostas otimizadas considerando este modelo; a seção 4 mostra os resultados obtidos pelas funções impulso-resposta

⁹ O mecanismo de ajustamento de preços predominante na literatura que abarca os modelos DSGE é o mecanismo elaborado por Calvo (1983): Cada firma restabelece o seu preço com probabilidade $(1-\theta)$ em qualquer período dado, independente do tempo transcorrido desde o último ajustamento. Desse modo, em cada período uma quantidade $(1-\theta)$ de produtores restabelece seus preços, enquanto uma fração θ mantém seus preços sem reajustá-los. Como resultado, a duração média dos preços passa a ser $(1-\theta)^{-1}$. Nesse contexto, θ passa a ser um índice natural de rigidez dos preços (ver Galí [2008]).

¹⁰ Walsh (2010) cita como exemplos os modelos desenvolvidos por Adolfson *et al.* (2007) para a Suécia e o desenvolvido por Gouvea *et al.* (2008) para o Brasil.

¹¹ Gouvea *et al.* (2011) cita alguns modelos DSGE desenvolvidos pelos bancos centrais do Canada (ToTEM), Chile (MAS), Colombia (PATACON), England (BEQM), Euro Area (NAWM), New Zeland (KITT), Norway (NEMO), Peru (MEGA-D), and Sweden (RAMSES).

¹² Trecho retirado de um discurso intitulado "*Reflectionsonthenatureofmonetarypolicy non-standard measuresandfinancetheory*" de Jean-Claude Trichet, então Presidente do European Central Bank, na ocasião da ECB Central Banking Conference Frankfurt, 18 November 2010.

do produto e da inflação, sob as regras otimizadas e a regra original do modelo, a 9 choques exógenos; e a seção 5 finaliza com as conclusões.

2. FORMA CANÔNICA DOS MODELOS DSGE

O ambiente econômico considerado¹³ – os choques, as leis de movimento das variáveis reais e nominais, a estrutura competitiva, e as equações características que refletem a busca de objetivos explícitos propositados pelos tomadores de decisão – e as condições de primeira ordem a este associadas, de qualquer modelo DSGE, podem ser convertidos em um sistema não-linear de primeira ordem de equações em diferença expectacionais. Segundo Favero (2001), tais sistemas de equações em diferenças estocásticas¹⁴ descrevem completamente as alocações de equilíbrio da economia modelada. Genericamente, sistemas podem ser representados da seguinte forma:

$$\Gamma(E_t z_{t+1}, z_t, v_{t+1}) = 0 \quad (\mathbf{1})^{15}$$

Onde z_t é um vetor $n \times 1$ que contém o conjunto de todas as variáveis associadas a um modelo particular. O vetor z_t é composto por variáveis estacionárias¹⁶, seu n -ésimo componente é dado por z_{nt} . Os componentes de z_t pertencem a uma das três classificações: variáveis de controle, variáveis de estado exógenas e variáveis de estado endógenas.

Variáveis de controle são denotadas por um vetor $n_c \times 1$, c_t , e representam as escolhas ótimas dos tomadores de decisão tomando-se como dados os valores das variáveis de estado “herdadas” pelo período t . Variáveis de estado exógenas evoluem no tempo independentemente das escolhas dos tomadores de decisão, enquanto que a evolução das variáveis de estado endógenas é influenciada por suas escolhas. Coletivamente, as variáveis de estado são denotadas por um vetor $n_s \times 1$, s_t . Sendo assim, $n_c + n_s = n$.

O argumento 0 é um vetor $n \times 1$ de zeros, v_t é um vetor $m \times 1$ de choques estruturais, e $E_t z_{t+1}$ é a expectativa de z_{t+1} formada pelos tomadores de decisão condicional à informação disponível até (inclusive) o período t :

$$E_t z_{t+1} = E(z_{t+1} | z_t, z_{t-1}, \dots, z_0) \equiv E(z_{t+1} | z^t).$$

Adicionalmente ao condicionamento à z^t , tipicamente é assumido que as expectativas são formadas com base em todas as informações do ambiente econômico concernentes aos tomadores de decisão (incluindo o vetor $k \times 1$, μ , que denota a coleção de parâmetros associados com o modelo)¹⁷.

Reescrevendo as variáveis previstas como a composição das realizações *ex post* e dos erros de previsão, se introduz erros expectacionais no sistema, que se torna:

$$\Gamma(z_{t+1}, z_t, v_{t+1}, \eta_{t+1}) = 0,$$

Onde η_t é um vetor $r \times 1$ de erros expectacionais associados com as condições de *optimalidade* intertemporal. Os erros expectacionais surgem a partir da realização de choques estruturais; isto é,

$$\eta_t = f(v_t).$$

O *steady-state* determinístico do modelo é expresso por \bar{z} , definido no contexto de (1) como satisfazendo

$$\Gamma(\bar{z}, \bar{z}, 0) = 0$$

¹³ Segundo Uhlig (1999), a especificação do *environment* pode ser explicitada por: i) Preferências; ii) Tecnologia; iii) Dotações; e iv) informação (qual informação é considerada no processo de decisão/otimização).

¹⁴ Apesar de as expectativas serem racionais, a presença de choques estocásticos (aos quais somente a distribuição de probabilidade é conhecida) na composição das variáveis exógenas caracteriza o sistema de equações em diferenças expectacionais como um sistema estocástico.

¹⁵ Os modelos podem incluir expectativas e *lags* de ordem superior a um. As ordens das equações acima foram estabelecidas em uma unidade tão somente por conveniência notacional. Sistemas de ordem mais elevada podem ser escritos como um sistema de primeira ordem ao aumentar o vetor z_t apropriadamente.

¹⁶ Entre outras coisas, estacionariedade implica que a expectativa incondicional do nível de z_t não depende do tempo, e, então, os seus elementos individuais z_{it} não apresentam tendência durante o crescimento de longo prazo.

¹⁷ Para um tratamento sobre como os tomadores de decisão agem sob a incerteza inerente ao ambiente, ver Hansen e Sargent (2008).

O vetor x_t , por sua vez, denota a coleção de variáveis do modelo definidas como log-desvios dos seus valores de *steady-state*. Então, por exemplo, para um modelo composto por produto, y_t , investimento, i_t , e horas de trabalho, n_t , x_t é dado por

$$x_t = [\tilde{y}_t \tilde{i}_t \tilde{n}_t]'$$

Ainda mais, as variáveis do vetor x_t são estacionárias¹⁸.

2.1. Solução do modelo

A partir do detalhamento do ambiente econômico procede-se para a representação do modelo como um sistema não-linear de equações em diferença expectacionais. Para tanto, devem-se combinar as leis de movimento das variáveis de estado e as equações que representam as restrições intratemporais, com as escolhas das condições de primeira ordem das variáveis de controle. A representação genérica de um modelo DSGE como um sistema não-linear de equações em diferença expectacionais é dado por **(1)**, conforme:

$$\Gamma(E_t z_{t+1}, z_t, v_{t+1}) = 0$$

A solução para o modelo genérico estrutural não-linear como definido na equação **(1)** é obtida resolvendo as expectativas das realizações futuras das variáveis condicionando à informação disponível¹⁹. A solução que se busca está sob a forma:

$$\begin{aligned} c_t &= c(s_t) \\ s_t &= f(s_{t-1}, v_t) \end{aligned}$$

A *policy function*, $c(s_t)$, que representa a especificação ótima das variáveis de controle como uma função das variáveis de estado, é obtida a partir da solução de:

$$F(c(s)) = 0$$

Onde $F(\cdot)$ é um operador definido sobre espaços função. Não é possível, em geral, obter $c(s)$ analiticamente; então, conta-se com métodos numéricos de aproximação, obtendo-se $\hat{c}(s)$ ²⁰.

Como o modelo **(1)** é não-linear não há uma *closed-form solution*. Uma aproximação pode ser obtida (i) definindo o *steady-state*²¹ como aquele em que as variáveis estacionárias do modelo são constantes; (ii) log-linearizando as condições de equilíbrio ao redor do *steady-state*²² e (iii) aplicando métodos de solução para resolver o sistema log-linearizado das equações em diferença estocásticas.

Os *steady-states* das variáveis podem ser computados analiticamente a partir do sistema. Eles são obtidos tornando-se z_t como seu valor de *steady-state* \bar{z} . No *steady-state* as variáveis não crescem no tempo e possuem uma taxa de crescimento comum, deixando o modelo consistente com o requerimento de crescimento equilibrado e, conforme especificado, todas as variáveis são interpretadas como sendo medidas em termos de desvios de uma tendência comum. Em seguida, tomam-se aproximações log-lineares das variáveis ao redor de seus valores de *steady-state*. As

¹⁸ Entre outras coisas, estacionariedade implica que a expectativa condicional do nível do processo aleatório não depende do tempo. Logo, as variáveis consideradas não apresentam tendência durante o crescimento de longo prazo. As séries coletadas por Gouvea *et al.* (2008) tiveram suas tendências removidas pelo filtro HP antes do processo de estimação Bayesiana do conjunto dos parâmetros estimados do modelo SAMBA (2008) – a ser abrangido mais à frente neste trabalho.

¹⁹ O modelo utilizado neste trabalho considera que as expectativas são formadas de forma racional. Isto é, todas as informações concernentes aos agentes são consideradas no processo de tomada de decisão. Entretanto, somente a distribuição de probabilidade da ocorrência de choques futuros é conhecida, por isso os modelos são considerados estocásticos. Nos modelos log-linearizados na vizinhança do *steady-state* a percepção do agente para com o ambiente estocástico é análogo a uma situação de Equivalente Certeza. Nesse contexto, o comportamento ótimo de um agente é especificar uma decisão, uma regra de *feedback*, para o futuro. O agente especifica uma ação ótima contingente a cada possível realização de cada possível choque.

²⁰ Usualmente, na literatura, e aqui, usam-se métodos de Programação Dinâmica.

²¹ O *Steady-State* corresponde à média incondicional do sistema. Durante a trajetória de crescimento equilibrado do *steady-state* as variáveis não evoluem de t para $t+1$ e os choques não ocorrem. A linearização ao redor do *steady-state* é uma condição necessária para a unicidade de um equilíbrio estável. As variáveis log-linearizadas ao redor do *steady-state* representam os log-desvios de seus valores de *steady-state*.

²² Neste trabalho fora utilizado o modelo SAMBA (2008) log-linearizado ao redor do *steady-state* disponibilizado no artigo original pelos seus respectivos autores.

aproximações log-lineares do modelo descrevem o comportamento das variáveis estacionárias quando estas estão fluando ao redor da vizinhança dos seus valores de *steady-state* em resposta a choques aleatórios. O objetivo da log-linearização é mapear

$$\begin{aligned}\Gamma(z_{t+1}, z_t, v_{t+1}, \eta_{t+1}) &= 0, \\ c_t &= c(s_t), \text{ e} \\ s_t &= f(s_{t-1}, v_t)\end{aligned}$$

Em

$$Ax_{t+1} = Bx_t + Cv_{t+1} + D\eta_{t+1}. \quad (2)$$

A equação (2) é a representação Log-linear (na vizinhança do *steady-state*) dos modelos estruturais. Onde A, B, C e D são funções dos parâmetros estruturais μ . Para proceder é preciso expressar a solução do modelo dinâmico log-linearizado e as condições do equilíbrio estático.

Sims (2001) propôs um método de solução aplicado a modelos escritos da seguinte maneira:

$$Ax_{t+1} = Bx_t + E + Cv_{t+1} + D\eta_{t+1} \quad (3)$$

A equação (3) é a representação Log-linear (na vizinhança do *steady-state*) dos modelos estruturais. Onde A, B, C e D são funções dos parâmetros estruturais e E é uma matriz de constantes²³.

O primeiro passo para a solução de (3) é empregar a “QZ factorization” para decompor A e B em matrizes triangulares superiores unitárias:

$$\begin{aligned}A &= Q'\Lambda Z' \\ B &= Q'\Omega Z'\end{aligned}$$

Onde (Q, Z) são unitários, e (Λ, Ω) são triangulares superiores²⁴. Em seguida, (Q, Z, Λ, Ω) são ordenadas de modo que, em valores absolutos, os autovalores generalizados de A e de B estejam organizados em Λ e Ω em ordem crescente da esquerda para a direita, assim como no procedimento de decomposição de Jordan utilizado por Blanchard e Kahn (1980)²⁵. Tendo obtido a fatoração, o sistema original é então multiplicado por Q, expressando o sistema transformado em termos de $z_{t+1} = Z'x_{t+1}$ da seguinte forma:

$$\Lambda z_t = \Omega z_{t-1} + QE + QCv_t + QD\eta_t \quad (4)$$

Assim como em Blanchard e Kahn (*ibid*), (4) é particionada em blocos explosivos e não explosivos:

$$\begin{bmatrix} \Lambda_{11} & \Lambda_{12} \\ 0 & \Lambda_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_{1t} \\ z_{2t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Omega_{11} & \Omega_{12} \\ 0 & \Omega_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_{1t-1} \\ z_{2t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \end{bmatrix} [E + Cv_t + D\eta_t] \quad (5)$$

O bloco explosivo (as equações da parte inferior) é resolvido da seguinte forma: Seja $w_t = Q(E + Cv_t + D\eta_t)$ – particionando adequadamente para w_{1t} e w_{2t} . O bloco inferior de (5) é dado por:

$$\Lambda_{22}z_{2t} = \Omega_{22}z_{2t-1} + w_{2t} \quad (6)$$

Adiantando (6) um período e resolvendo para z_{2t} leva a:

$$z_{2t} = Mz_{2t+1} - \Omega_{22}^{-1}w_{2t+1}$$

Onde $M = \Omega_{22}^{-1}\Lambda_{22}$. Substituindo recursivamente para $z_{2t+1}, z_{2t+2}, \dots$ chega-se a

$$z_{2t} = -\sum_{i=0}^{\infty} M^i \Omega_{22}^{-1} w_{2t+1+i} \quad (7)$$

Uma vez que $\lim_{t \rightarrow \infty} M^t z_{2t} = 0$. Como $w_t = Q(E + Cv_t + D\eta_t)$, (7) expressa z_{2t} como uma função de seus valores futuros de erros estruturais e expectationais. Mas z_{2t} é conhecida no tempo t, e $E_t(\eta_{t+s}) = E_t(v_{t+s}) = 0$ para $s > 0$; então (7) deve ser escrita da seguinte maneira:

$$z_{2t} = -\sum_{i=0}^{\infty} M^i \Omega_{22}^{-1} Q_2 E_2 \quad (8)$$

²³ A matriz E é desnecessária pois as variáveis em x_t são expressas em termos de log-desvios de seus valores de *steady-state*.

²⁴ Uma matriz unitária Θ satisfaz $\Theta'\Theta = \Theta\Theta' = I$. Se Q e/ou Z contêm valores complexos, a transposição reflete a conjugação complexa, isto é, cada entrada complexa é substituída por seu conjugado e então transposta.

²⁵ Autovalores generalizados de Θ são obtidos como a solução para $\Theta e = \lambda \Xi e$, onde Ξ é uma matriz simétrica.

Onde $Q_2 E_2$ é a porção inferior de QE conformável com z_2 ²⁶. Pós-multiplicando (8) por $\Omega_{22}^{-1} Q_2 E_2$ e notando que $-\sum_{i=0}^{\infty} M^i = -(I - M)^{-1}$, obtém-se a solução de z_{2t} como

$$z_{2t} = (\Lambda_{22} - \Omega_{22})^{-1} Q_2 E$$

Tendo resolvido para z_{2t} o passo seguinte é resolver para z_{1t} em (5). Nota-se que a solução de z_{1t} requer uma solução para os erros expectacionais que aparecem em (5). Quando uma solução única para o modelo existe há uma relação sistemática entre os erros expectacionais associados à z_{1t} e z_{2t} – explorar essa relação leva a um meio de resolver para z_{1t} . A condição necessária e suficiente para a unicidade é dada pela existência de uma matriz Φ , de ordem $k \times (n - k)$, que satisfaz:

$$Q_1 D = \Phi Q_2 D \quad (9)$$

A equação (9) representa a relação sistemática entre os erros expectacionais associados a z_{1t} e a z_{2t} . Dada a unicidade e a possibilidade de calcular Φ como em (9), a solução para z_{1t} procede com a pré-multiplicação de (4) por $[I - \Phi]$. Como z_1 é $n_s \times 1$ e z_2 é $n_c \times 1$, tal que $n_c + n_s = n$, então I é $n_s \times n_s$ e Φ é $n_s \times n_c$. Pré-multiplicando implica em

$$[\Lambda_{11} \Lambda_{12} - \Phi \Lambda_{22}] \begin{bmatrix} z_{1t} \\ z_{2t} \end{bmatrix} = [\Omega_{11} \Omega_{12} - \Phi \Omega_{22}] \begin{bmatrix} z_{1t-1} \\ z_{2t-1} \end{bmatrix} + [Q_1 - \Phi Q_2] [E + C v_t + D \eta_t] \quad (10)$$

Devido à (9), o fator de carregamento dos erros expectacionais em (10) é zero e, então, o sistema pode ser escrito sob a seguinte forma:

$$x_t = \Theta_E + \Theta_0 x_{t-1} + \Theta_1 v_t \quad (11)$$

Onde

$$\begin{aligned} H &= Z \begin{bmatrix} \Lambda_{11}^{-1} & -\Lambda_{11}^{-1} (\Lambda_{12} - \Phi \Lambda_{22}) \\ 0 & I \end{bmatrix} \\ \Theta_E &= H \begin{bmatrix} Q_1 - \Phi Q_2 \\ (\Omega_{22} - \Lambda_{22})^{-1} Q_2 \end{bmatrix} E \\ \Theta_0 &= Z_1 \Lambda_{11}^{-1} [\Omega_{11} (\Omega_{12} - \Phi \Omega_{22})] Z \\ \Theta_1 &= H \begin{bmatrix} Q_1 - \Phi Q_2 \\ 0 \end{bmatrix} D \end{aligned}$$

Onde Z_1 é uma matriz $n \times n_s$ que contém a primeira até a enésima coluna de Z .

Com a solução em forma linear, (11), é possível obter, por exemplo, a resposta dinâmica de uma particular variável (algum elemento de x_t) a um determinado choque. Funções Impulso-Resposta descrevem o efeito *isolado* de um choque unitário²⁷ no sistema dinâmico deixando tudo mais constante. Formalmente, a função impulso-resposta do n -ésimo componente do vetor x_t , no período $t + h$, a um choque específico no período t , v_t^i , é definida como:

$$IR_{t+h}^{x^n}(\mu^i, v_t^i) = \left(E_t(x_{t+h}^n | x_{t-1}^n, v_t^i) - E_t(x_{t+h}^n | x_{t-1}^n) \right)$$

2.2. Minimizando a Função Perda de Forma a Encontrar a Política Monetária Ótima

Seja a função perda definida como²⁸:

²⁶Sims também considera o caso no qual as inovações estruturais v_t são serialmente correlacionadas, o que leva à generalização da equação (8).

²⁷O *steady-state* é a condição inicial em todos os períodos que precedem o primeiro período da simulação. Os choques unitários (os quais somente a distribuição de probabilidade das ocorrências é conhecida pelos agentes) somente atingem o modelo (como uma surpresa) no instante t (instante em que ocorrem), mas depois seus valores esperados são zeros. Em modelos estocásticos os choques permanentes não podem ser acomodados devido à necessidade de “*estacionarizar*” o modelo ao redor do *steady-state* determinístico. No entanto, o efeito do choque se propaga lentamente através da Economia a partir da introdução das variáveis latentes tais como as perturbações que afetam os modelos por meio das variáveis exógenas que são, por sua vez, processos AR (1) estacionários. Assume-se que todos os choques considerados neste trabalho são log-desvios unitários positivos.

²⁸Essa forma funcional da função perda fora usada por Levin, Wieland e Williams (2003) e por Taylor e Wieland (2012). Sem considerar a variação dos juros, essa função perda corresponde à expectativa incondicional de uma aproximação de segunda ordem da utilidade das famílias de um pequeno modelo Novo-Keynesiano derivado de fundamentos microeconômicos, conforme mostrado em Rotemberg e Woodford (1999). A inclusão da variação dos juros objetiva, segundo Taylor e Wieland (2012), capturar a tendência notória dos bancos centrais em suavizar a taxa de

$$loss = Var(\pi) + Var(y) + Var(\Delta i)$$

Onde $Var(.)$ é a variância da resposta da variável em questão a choques exógenos unitários. As variâncias são contabilizadas através das funções impulso-resposta. A variância da inflação, por exemplo, até o período $t + h$, em resposta a um choque unitário²⁹ no período t , v_t^i , é definida como $Var[IR_{\Sigma t+h}^{\pi}(\mu^i, v_t^i)]$, onde:

$$IR_{\Sigma t+h}^{\pi}(\mu^i, v_t^i) = IR_{t+1}^{\pi}(\mu^i, v_t^i) + IR_{t+2}^{\pi}(\mu^i, v_t^i) + \dots + IR_{t+h}^{\pi}(\mu^i, v_t^i); e$$

$$IR_{t+h}^{\pi}(\mu^i, v_t^i) = \left(E_t(\pi_{t+h} | \pi_{t-1}, v_t^i) - E_t(\pi_{t+h} | \pi_{t-1}) \right)$$

Assume-se que:

$$Cov(v_t^i, v_t^j) = 0 \text{ para } i \neq j$$

$$Var(v_t^i) = \zeta \quad \forall i$$

O *steady-state* é a condição inicial do sistema em todos os momentos que precedem *cada* choque. Cada choque unitário atinge o modelo no instante t , com todos os demais choques constantes em seus valores de *steady-state* (iguais a zero), e nos períodos seguintes seus valores são zeros novamente³⁰. Para computar a função *loss* são considerados todos os choques abarcados pelo respectivo modelo. Isto é:

$$Var(\pi) = \sum_{i=1}^I VAR[IR_{\Sigma t+h}^{\pi}(\mu^i, v_t^i)]$$

Onde $i = \{i_1, i_2, \dots, I\}$ é o conjunto de todos os choques considerados pelo SAMBA (2008).

Com o objetivo de investigar a resposta ótima da política monetária a um pequeno número de variáveis incluídas em uma regra *simples*³¹ considera-se a forma funcional da regra de Levin, Wieland e Williams (1999, 2003):

$$i_t = \rho i_{t-1} + \alpha \pi_t + \beta_0 y_t$$

Também é considerada a forma funcional da regra expandida para incluir o *lag* do *gap* do produto, conforme a seguinte regra proposta por Smets e Wouters (2007):

$$i_t = \rho i_{t-1} + \alpha \pi_t + \beta_0 y_t + \beta_1 y_{t-1}$$

Os parâmetros da política monetária ótima ($\rho, \alpha, \beta_0, \beta_1$)³² são escolhidos de modo a resolver³³

$$Min \{loss = Var(\pi) + Var(y) + Var(\Delta i)\}$$

3. O MODELO SAMBA (2008) E AS REGRAS DE POLÍTICA MONETÁRIA

3.1 O ambiente do modelo SAMBA (2008)

Gouvea *et al.* (2008) construíram e estimaram um modelo de uma pequena economia aberta para o Brasil³⁴. O modelo fora desenvolvido no Banco Central do Brasil para prover suporte às suas decisões de política econômica³⁵.

juros e evitar valores extremos dos coeficientes de resposta otimizados que podem se distanciar das observações empíricas e regularmente violar a restrição de não-negatividade (ver Woodford (1999)).

²⁹ Ver nota de rodapé nº 27 deste trabalho.

³⁰ Os choques se propagam pelo tempo na economia através dos processos auto regressivos estacionários que definem as variáveis exógenas.

³¹ Aqui, *simples* tem mais a conotação de simplicidade do que a da distinta inferioridade.

³² Dada a suposição da função objetivo quadrática e dada a estrutura linear dos modelos, restringe-se às regras lineares de política monetária para facilitar a computação. No presente trabalho não são realizadas otimizações sobre regras não-lineares de política monetária, sendo este feito deixado para pesquisas futuras.

³³ Para resolver o processo de minimização fora criada uma rotina do software MatLab. Esta rotina utiliza o Dynare para realizar as simulações estocásticas do modelo, computa as variâncias das respostas da variável de interesse a cada um dos choques exógenos e encontra, a partir de iterações, os parâmetros ótimos que minimizam a função perda sugerida. Após definidas as funções objetivos e os parâmetros de iteração, a função do MatLab "*fmincon*" é usada para achar o mínimo global de uma função escalar de diversas variáveis partindo de um ponto inicial. Essa função é usualmente referida como otimização não-linear com restrições ou programação não-linear.

³⁴ O modelo de Gouvea *et al.* (2008) é uma versão preliminar do SAMBA (2011). A diferença entre eles é que o SAMBA (2011) considera, além das características do SAMBA (2008), um prêmio de risco doméstico; curvas de Phillips distintas para os preços dos bens importados, para os preços do investimento e do consumo do governo, para os

Demanda Agregada: Há dois tipos de famílias: *Optimizers* e *Rule-of-thumbers*. Ambos maximizam uma função utilidade similar separável em consumo e lazer mas sujeitos a diferentes restrições orçamentárias. Ambos ofertam trabalho em um mercado competitivo. Diferente das *Optimizers*, as famílias *Rule-of-thumbers* não têm acesso aos mercados de crédito, ativos e nem de capital. Eles apenas consomem a renda de seus salários. As famílias *Optimizers* têm acesso a títulos domésticos e a títulos denominados em moeda estrangeira, acumulam capital sujeitos a um custo de ajustamento do capital, recebem por alugar o capital e pagam taxas.

Oferta Agregada: O setor produtivo é composto por produtores e montadores. Firms monopolisticamente competitivas produzem bens diferenciados sob uma tecnologia Cobb-Douglas com trabalho, capital e bens importados como insumos. Aderindo à Galí e Gertler (1999), apenas uma fração das firmas pode ajustar seus preços de forma ótima (*“forward-looking firms”*). As demais firmas seguem uma regra específica. O bem final homogêneo é montado por uma firma representativa que usa um agregador CES e é vendido em um mercado competitivo. O bem final pode ser usado para consumo das famílias, consumo do governo, investimento e exportações. O *gap* do produto é definido como a diferença entre o produto consumido pela Economia e o que efetivamente é produzido por essa economia (isto é, é a diferença entre o produto bruto e o produto do valor adicionado).

O setor externo: É assumido que o resto do mundo é composto por um contínuo de pequenas economias abertas como em Gali e Monacelli (2005), as quais produzem bens diferenciados em um mercado global. A demanda pelas exportações domésticas é obtida através da agregação das demandas dos países estrangeiros, expressa em uma moeda internacional. As firmas importadoras domésticas tomam a demanda pelos seus bens a partir das escolhas dos produtores de insumos.

Choques: O modelo considera choque na meta de inflação, choque na meta fiscal, choque de preferências, choque de oferta de trabalho, choque de investimentos, choque da aversão a risco do investidor estrangeiro, choque no prêmio de risco do país, choque de tecnologia, choque de política monetária, choque de política fiscal, choque das importações do resto do mundo, choque na inflação do resto do mundo e choque na taxa de juros do resto do mundo.

Quadro 1 - Regras Ótimas de Políticas Monetária

$loss = Var(\pi) + Var(y) + Var(\Delta i)$			
Regra com 3 parâmetros: $\rho i_{t-1} + \alpha \pi_t + \beta_0 y_t$			
ρ	α	β_0	β_1
1.105	1.082	0.222	n.a
Regra com 4 parâmetros: $\rho i_{t-1} + \alpha \pi_t + \beta_0 y_t + \beta_1 y_{t-1}$			
ρ	α	β_0	β_1
1.103	1.082	2.374	-2.323

Obs.: Resultados calculados pelos autores.

Nota-se, no Quadro 1, uma considerável persistência dos juros em ambas as regras refletida no parâmetro ρ . Essa persistência pode estar sendo causada pela inclusão da variância da variação dos juros na função perda e corrobora a “bem conhecida tendência de bancos centrais em suavizar as taxas de juros” [Taylor e Wieland (2012)]. Quando considerada a regra ótima com 3 parâmetros há pouco peso relativo na resposta ao *gap*

preços do consumo das famílias e para os preços dos bens de exportação; além de distinguir demandas setoriais por famílias, firmas, governo e setor externo. A não utilização da versão SAMBA (2011) deve-se à inconsistência obtida das Funções Impulso-resposta no processo computacional. As funções impulso-resposta obtidas são bem “nervosas” indicando a possível existência de um *looping* nos choques, como se as expectativas dos agentes fossem temporalmente inconsistentes. Essa inconsistência, entretanto, pode ser uma falha de programação, e não da modelagem do SAMBA (2011). Optou-se, portanto, em adotar o modelo SAMBA (2008).

35 O modelo log-linear é apresentado sucintamente no apêndice. O modelo completo e os valores dos parâmetros estruturais estão no *paper* original.

contemporâneo do produto; no entanto, há elevado peso relativo ao *gap* contemporâneo do produto na regra ótima com 4 parâmetros. Observa-se, porém, que a resposta ao *gap* defasado do produto é negativa, arrefecendo, no longo prazo, a resposta da política monetária à desvios do *gap* do produto do *steady-state* – o que torna a regra ótima com 4 parâmetros similar à regra ótima com 3 parâmetros.

Quadro 2 - Decréscimo na Função Perda diante da mudança de número de parâmetros

Modelo	3 versus 4 parâmetros
BRA_SAMBA	- 1.44%

Obs.: Resultados calculados pelos autores.

Observa-se no Quadro 2 que quando se considera a regra com 4 parâmetros ao invés de considerar a regra com 3 parâmetros, a função perda proposta decresce em 1.44%.

4. Funções Impulso-Resposta: Regras Otimizadas (1 e 2) e Regra Original

Regras Otimizadas no SAMBA (2008):

Regra de Levin, Wieland e Williams (1999, 2003): $1.1i_{t-1} + 1.1\pi_t + 0.2y_t$ (Regra 1)

Regra de Smets e Wouters (2007): $1.1i_{t-1} + 1.1\pi_t + 2.4y_t - 2.3y_{t-1}$ (Regra 2)

Regra Original do modelo SAMBA (2008):

$i_t = 0.682i_{t-1} + 0.484E_t(\pi_{t+1} - \bar{\pi}_{t+1}) + 0.318\bar{\pi}_t + 0.2668y_t$ (Regra Original)

Apesar da regra original do SAMBA (2008) considerar a meta de inflação e a expectativa com relação à inflação futura podem ser realizadas algumas comparações com as regras otimizadas.³⁶

Observa-se que as regras ótimas encontradas dão mais peso relativo à persistência dos juros, comparando à regra original. O peso relativo dado à inflação corrente é relativamente menor do que o adotado pelas regras otimizadas. Considerando o efeito de longo prazo, a resposta da política monetária ao *gap* do produto é semelhante em ambas regras.

Os períodos das funções estão em trimestre. A resposta aos impulsos é simulada para 40 períodos, totalizando 10 anos. No eixo das ordenadas encontram-se os log-desvios³⁷ das variáveis de interesse de seus valores de *steady-state*. Conforme já mencionado os choques unitários atingem o modelo no instante t como uma surpresa³⁸ mas depois seus valores esperados são zeros. Os efeitos dos choques propagam-se no tempo pois são introduzidos no modelo através das variáveis exógenas que são, por sua vez, processos autorregressivos estacionários. Assume-se que os choques não são correlacionados entre si. Todos os choques considerados são log-desvios (desvios percentuais) unitários positivos³⁹.

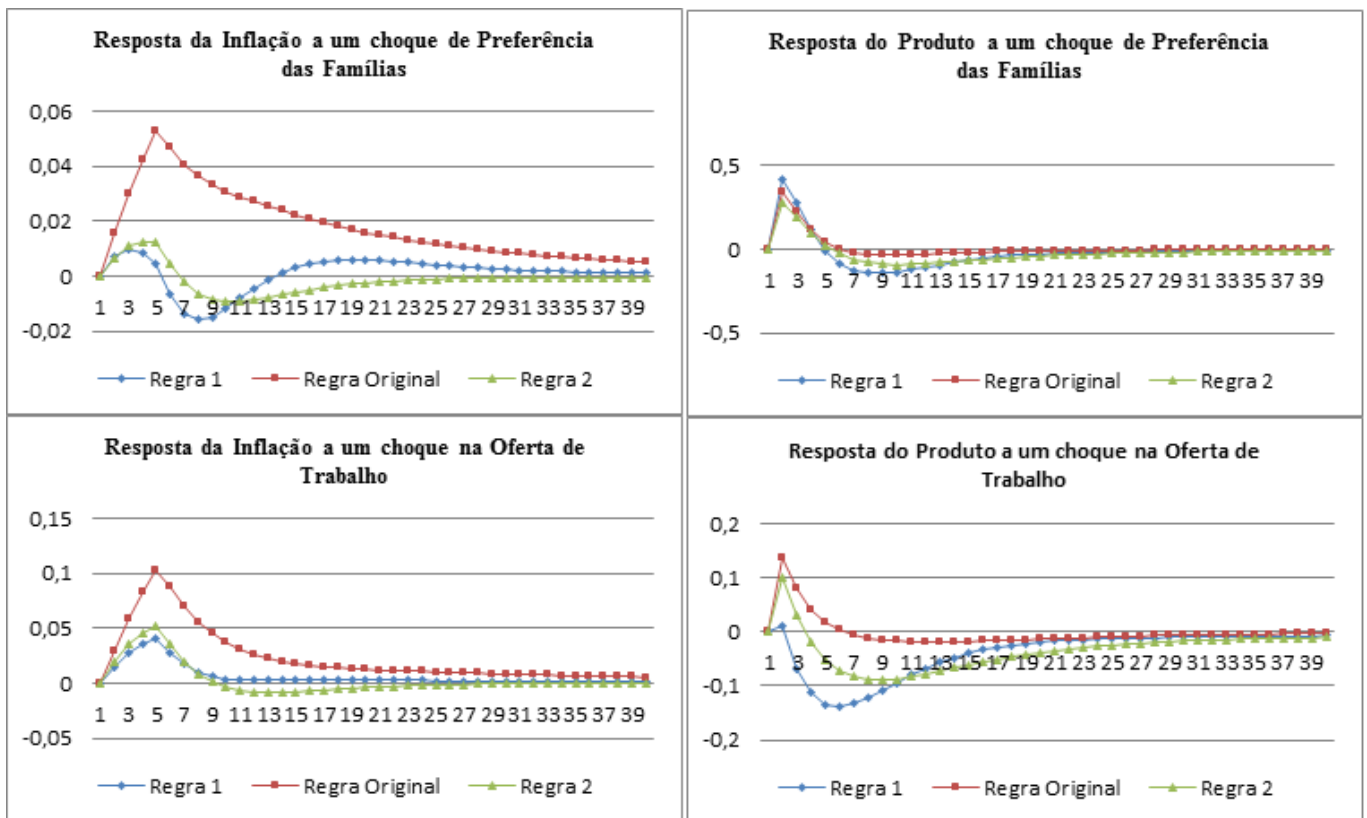
Figura 1: Funções Impulso-Resposta a choques na Preferência e na Oferta de Trabalho

³⁶ Dada a suposição da função objetivo quadrática e dada a estrutura linear dos modelos, restringe-se às regras lineares de política monetária para facilitar a computação. No presente trabalho não são realizadas otimizações sobre regras não-lineares de política monetária, sendo este feito deixado para pesquisas futuras.

³⁷ Log-desvios são desvios percentuais.

³⁸ Ver nota de rodapé nº 27.

³⁹ Como o valor dos choques no *steady-state* é zero, a ocorrência de cada choque é um *desvio* de um ponto percentual positivo.



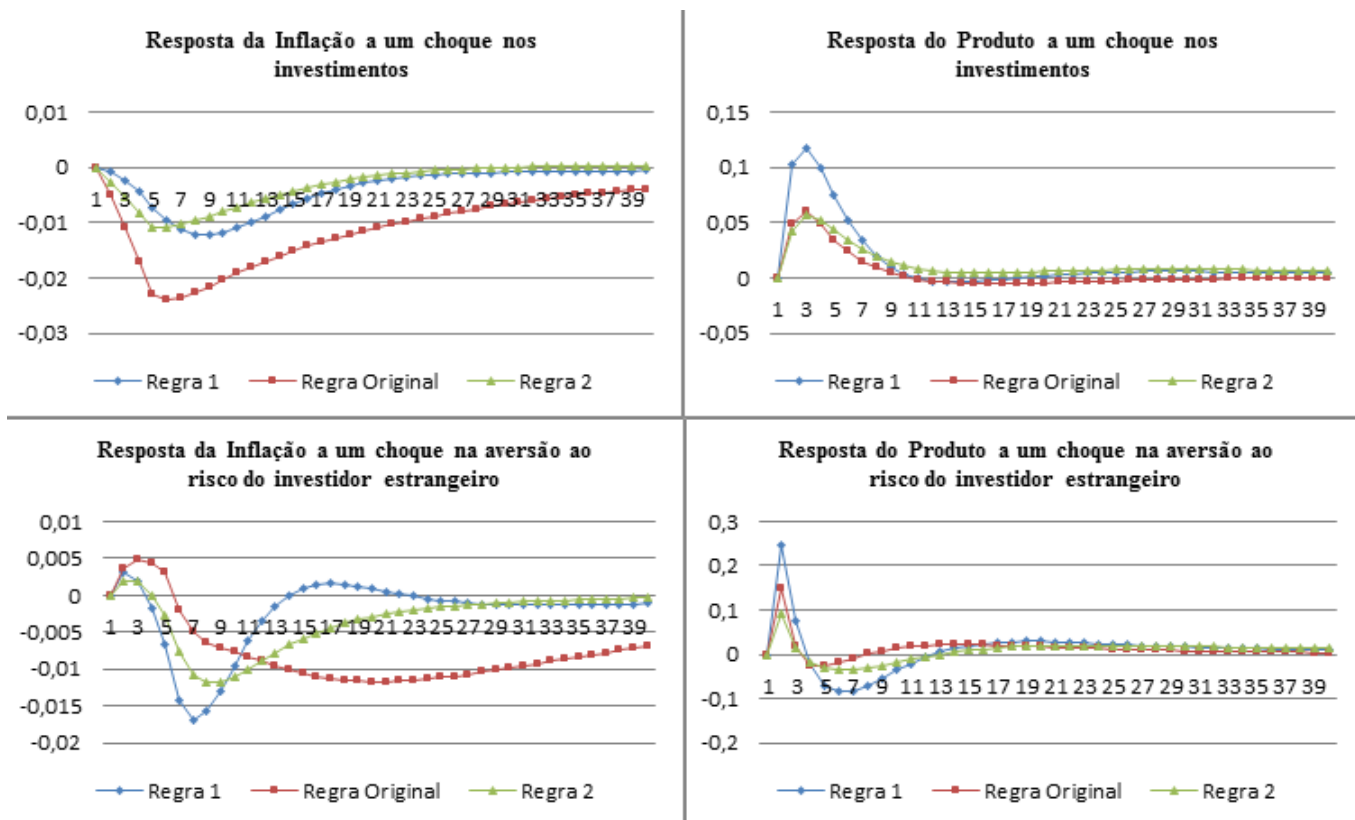
O choque na preferência das famílias causa um aumento no consumo e consequentemente no produto para ajustar a demanda. O aumento na produção é acompanhado por pressões inflacionárias pois os custos marginais aumentam. O choque da oferta de trabalho, por sua vez, afeta negativamente a oferta de trabalho das famílias⁴⁰. A taxa de utilização do capital aumenta para manter a produção com a diminuição da oferta de trabalho provocando pressões inflacionárias. Inicialmente as famílias trocam o trabalho por lazer e consomem mais, elevando o produto, até os períodos seguintes onde diminuem o consumo devido à perda da renda do trabalho. Toda essa dinâmica pode ser observada na figura 1.

Percebe-se, na figura 1, que a resposta da inflação sob a regra original é nitidamente mais impactante tanto sob um choque no consumo (preferências) quanto sob um choque na oferta de trabalho⁴¹. A resposta do produto é semelhante para os choques de preferência mais ligeiramente distintos considerando o choque na oferta de trabalho. Sob esse último, o produto reage positivamente quando adotada a regra original – embora esse incremento venha acompanhado de uma inflação mais aguçada.

Figura 2: Funções Impulso-Resposta a choques nos investimentos e aversão ao risco do investidor estrangeiro

⁴⁰ Ver modelo log-linearizado no apêndice 1.

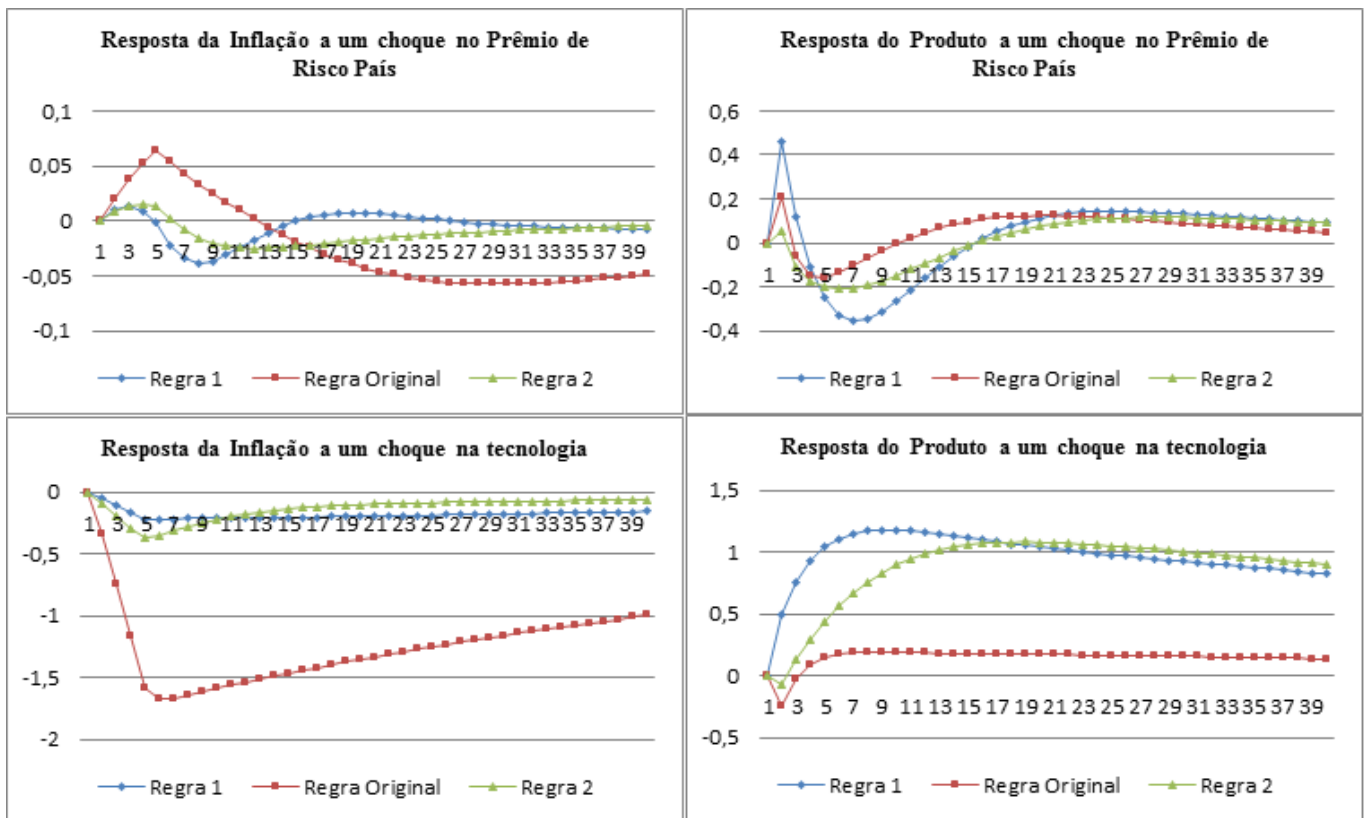
⁴¹ Para deixar claro o conceito das ocorrências dos choques ressalta-se aqui que os choques de preferências são, como todos os outros choques abarcados por este trabalho, choques positivos de um ponto percentual. Para derivar os efeitos dos choques sob a economia basta partir das equações do modelo log-linearizado conforme apresentado no apêndice deste trabalho.



Os choques de investimento impactam positivamente na demanda por novos investimentos. Com novos investimentos o incremento da capacidade produtiva pressiona negativamente a inflação. O produto da economia aumenta em consequência da elevação da demanda e da oferta de novos investimentos. O aumento da aversão ao risco do investidor estrangeiro pressiona positivamente o prêmio de risco e aumenta a posse líquida de ativos estrangeiros por agentes domésticos além de elevar a condição da paridade descoberta dos juros que pressionam negativamente as exportações líquidas. O incremento da condição de paridade descoberta dos juros pressiona, em um primeiro momento, os custos marginais mas terminam por pressionar a inflação dos produtos domésticos para baixo. Essas dinâmicas podem ser observada nas respostas do produto e da inflação mostradas na figura 2.

Analisando a figura 2, com relação a um choque nos investimentos, a resposta negativa da inflação é mais intensa quando adotada a regra original – embora o produto responda bem mais quando adotas a regra otimizada 1. Com relação a um choque na aversão ao risco do investidor estrangeiro, a inflação sob a regra original, apesar de inicialmente ficar relativamente mais elevada, permanece por um longo período abaixo de seu nível de *steady-state*. A resposta ao produto é bem similar sob as três regras, com a resposta sob a regra 1 ser ligeiramente mais elevada.

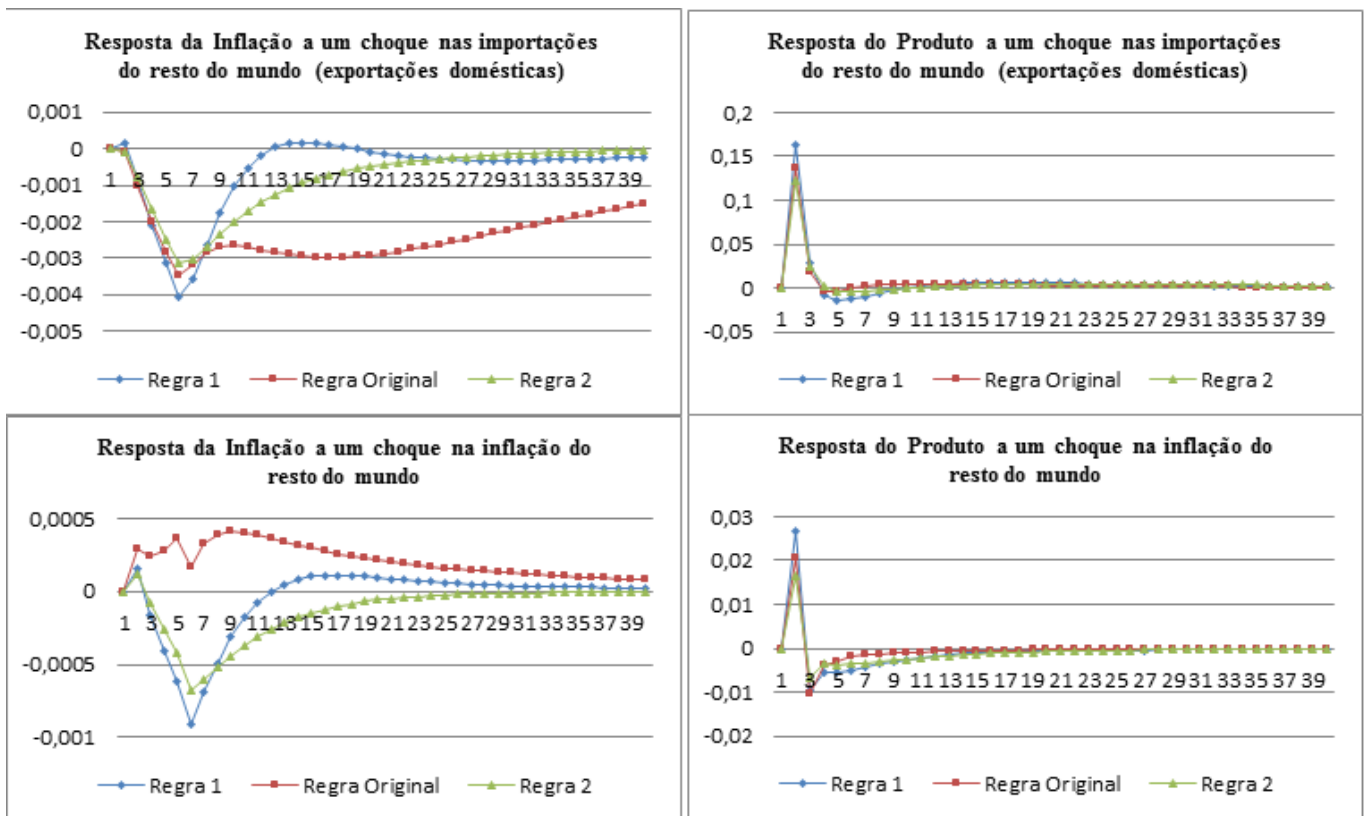
Figura 3: Funções Impulso-Resposta a choques no Prêmio de Risco País e na Tecnologia



O choque no prêmio de risco país possui efeitos similares ao choque na aversão ao risco do investidor estrangeiro explicado logo acima. O choque na tecnologia afeta positivamente todos os componentes do produto e da demanda. Inicialmente o capital torna-se mais produtivo, incentivando seu acúmulo. A pressão negativa na inflação devido ao incremento da capacidade produtiva parece ser superior à pressão negativa exercida sobre a inflação devido ao aumento dos salários reais, uma vez que o trabalho efetivo torna-se também mais produtivo. Essas dinâmicas de transmissão podem ser observadas na figura 3.

Analisando a figura 3, percebe-se que as respostas sob diferentes regras a um choque no prêmio de risco são similares às respostas a um choque na aversão ao risco do investidor estrangeiro. Novamente, a regra 1 parece suavizar relativamente mais a resposta inflação e incrementar mais a resposta do produto ao choque no prêmio de risco. Com relação ao choque da tecnologia, a inflação cai muito mais quando adotada a regra original relativamente à adoção das regras ótimas. Porém, o produto quase não se altera sob a regra original enquanto que sob as regras ótimas a resposta do produto a um choque tecnológico é bem intensa e dura mais de 10 anos até retornar ao nível de *steady-state*.

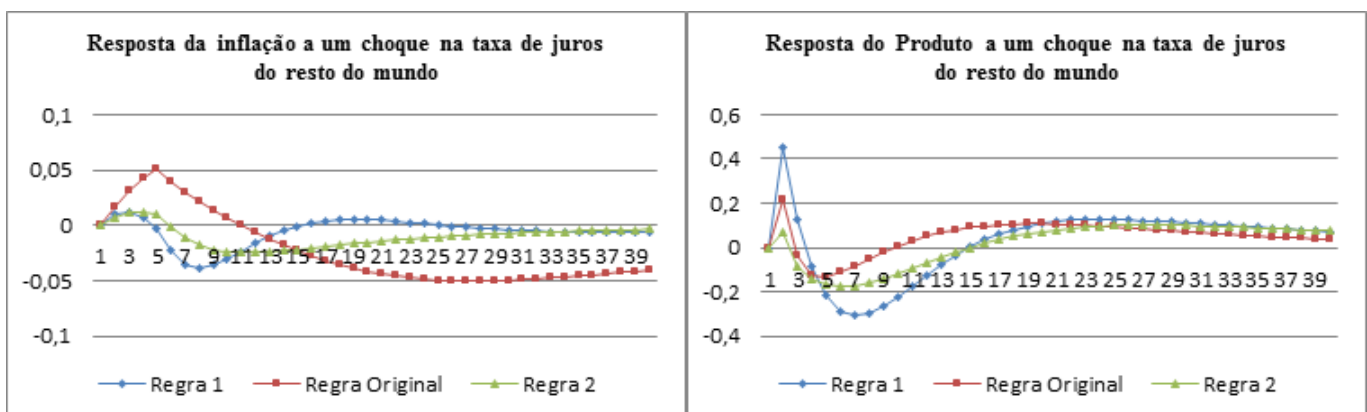
Figura 4: Funções Impulso-Resposta a choques nas exportações domésticas e na inflação do resto do mundo



Os canais de transmissão dos choques no incremento das exportações domésticas se dão pelo aumento imediato do produto e pelo seguido aumento das importações devido à apreciação cambial. A inflação é pressionada negativamente com o aumento das importações e o aumento da produção. Os efeitos sobre o produto de um choque na inflação do resto do mundo são similares no sentido da apreciação cambial, diferindo no sentido de que não há um efeito direto sobre as exportações domésticas – elevando, portanto, o produto mas não a geração de valor agregado na economia. A dinâmica dessas propagações pode ser observada na figura 4.

Observando a figura 4, percebe-se que as respostas da inflação e do produto é bem similar sob todas as regras, com a inflação prolongando bem mais a volta para o *steady-state* sob a regra original. Em resposta a um choque na inflação do resto do mundo, a inflação doméstica é impactada positivamente sob a regra original, ao contrário de quando adotadas as regras ótimas. As respostas do produto são bem similares sob as distintas regras.

Figura 5: Funções Impulso-Resposta a choque na taxa de juros do resto do mundo



Um choque na taxa de juros mundial afeta o modelo através de um impacto positivo no montante líquido de ativos estrangeiros como proporção do PIB, que, por sua vez, afeta negativamente o prêmio de risco país afetando negativamente a condição de paridade descoberta dos juros e, pressionando positivamente as exportações líquidas e positivamente a inflação de produtos domésticos. Essa dinâmica pode ser observada na figura 5.

Percebe-se pela figura 5 que sob a regra original a inflação aparenta perder o controle inicialmente comparando com adoção das regras ótimas. O produto cresce inicialmente mais quando adotada a regra 1, situa-se pouco abaixo do nível de *steady-state* e em seguida retorna a este nível. .

4. CONCLUSÃO

Este trabalho apresentou um método prático para encontrar, em modelos DSGE, respostas ótimas de políticas monetárias que minimizam uma função perda proposta. Foram otimizadas as regras de Levin, Wieland e Williams (1999, 2003) e a de Smets e Wouters (2007) considerando o modelo SAMBA (2008) e todos os choques abarcados por este. Nas regras ótimas obtidas nota-se uma considerável persistência dos juros em ambas e uma baixa resposta em relação ao *gap* do produto. Verificou-se uma pequena diminuição na perda obtida quando adotada a regra com 4 parâmetros *vis-à-vis* a perda obtida quando adotada a regra com 3 parâmetros.

Foram simuladas, para um período de 10 anos, funções impulso resposta do produto e da inflação a choques na preferência das famílias, na oferta de trabalho das famílias, no nível de novos investimentos, na aversão ao risco do investidor estrangeiro, no prêmio de risco país, na tecnologia, nas importações mundiais (exportações domésticas), na inflação internacional e na taxa de juros internacional.

Na maioria dos cenários analisados, as trajetórias de transmissão dos choques são similares sob a adoção das três regras distintas. As respostas do produto e da inflação aos distintos choques obtidas quando adotadas as regras otimizadas são aparentemente mais suaves do que as respostas obtidas quando adotada a regra original do modelo – vale ressaltar, em alguns casos o produto cresce mais sob as regras otimizadas – indicando que a adoção de *insights* obtidos a partir das regras otimizadas podem contribuir para a estabilização da economia frente a choques exógenos. Com o método apresentado é possível realizar experimentos de robustez de política monetária frente às incertezas inerentes a distintos modelos, assim como em Levin, Wieland e Williams (2003) e em Taylor e Wieland (2011). Espera-se que estudos futuros utilizem o método apresentado neste trabalho para realizar investigações diversas acerca de otimizações de diferentes regras de política monetária (incluindo regras não-lineares) nos mais diversos ambientes econômicos representados pelos modelos DSGE.

REFERÊNCIAS

- Adolfson, M.; S. Laseén, J. Lindé; M.Villani.(2007). “RAMSES – A New General Equilibrium Model for Monetary Policy Analysis” SverigesRiksbank,*Economic Review* 2: 5-39.
- Blanchard, O. J.; C. M. Kahn, (1980). “The Solution of Linear Difference Models under Rational Expectations”,*Econometrica*, 48, 1305-11.
- Cogley, T.; T. J. Sargent. (2005). Drifts and Volatilities: Monetary Policies and Outcomes in the Post WWII U.S.,*Review of Economic Dynamics*, 8, 99. 262-302.
- DeJong, David N.; Dave, Chetan.(2011). *Structural Macroeconometrics*.Princeton University Press.
- Favero, Carlo A., (2001).*Applied Macroeconometrics*.Oxford University Press, New York.
- Gali, J., Gertler, M., (1999).Inflation Dynamics: A structural econometric analysis.*Journal of Monetary Economics* 113(1), 1-45.
- Gali, J., Monacelli, T., (2005).Monetary policy and Exchange rate volatility in a small open economy.*Review of Economic Studies* 72, 707-734.
- Gouvea, S.; A. Minella, R. Santos; N. Souza-Sobrinho. (2008). “SAMBA: Stochastic Analytical Model with a Bayesian Approach” Preliminary Version. Central Bank of Brazil.

- Gouvea, S.; A. Minella, R. Santos; N. Souza-Sobrinho; R. de Castro, M. (2011). "SAMBA: Stochastic Analytical Model with a Bayesian Approach" Banco Central do Brasil – *Working Paper Series* 239.
- Hansen, L. P.; T. J. Sargent, (2008). *Robustness*, Princeton: Princeton University Press.
- Kydland, F.; E. Prescott (1982), "Time to build and aggregate fluctuations", *Econometrica*, 50, 1345-1371.
- Kydland, Finn E.; Edward C. Prescott.(1996). The Computational Experiment: An Econometric Tool. *Journal of Economic Perspectives* 10(1).
- Levin, Andrew; Volker Wieland; John C. Williams (1999), Robustness os Simple Monetary Policy Rules under Model Uncertainty, In: John B. Taylor, ed., *Monetary Policy Rules*. Chicago: University of Chicago Press, 1999.
- Levin, Andrew; Volker Wieland; John C. Williams. (2003). The Performance of Forecast-Based Monetary Policy Rules under Model Uncertainty. *American Economic Review* 93, 3: 622-645.
- Lucas, R.(1976). Econometric policy evaluation: A critique. Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy 1, 19–46.
- McCallum, B.; Nelson, E. Performance of Operational Policy Rules in an estimated semi-classical structural model.In: Taylor, J. B. (Ed.), *Monetary Policy Rules*. Chicago: University of Chicago Press. 1999.
- Prescott, E. (1986), "Theory ahead of business cycle measurement", Federal Reserve Bank of Minneapolis Quarterly Review, 10, Fall, 9-22.
- Rotemberg, Julio; Michael Woodford.(1999). Interest-Rate Rules in na Estimated Sticky Price Model," In: John B. Taylor, ed., *Monetary Policy Rules*. Chicago: University of Chicago Press, 1999.
- Sims, C. (1980). Macroeconomics and reality.*Econometrica: Journal of the Econometric Society*, pages 1{48.
- Sims, C. (2003), "Comments osSmets and Wouters", *unpublished notes, available at <http://sims.princeton.edu/yftp/Ottawa/SWcomment>* Slides.pdf.
- Sims, C. A.(2001). "Solving Linear Rational Expectations Models", *Computational Economics*, 20, 1-20.
- Smets, Frank;RafWouters. (2007).Shocks and Frictions in US Business Cycles: A Bayesian DSGE Approach.*The American Economic Review*,97 (3).
- Smets, Frank; RafWouters. (2003). An estimated dynamic stochastic general equilibrium modelo f the euro área.*Journal of the Ruropean Economic Association* 1(5)
- Taylor, John B.; Volker Wieland.(2011). Surprising comparative properties of monetary models: Results from a new data basen.*Review of Economics and Statistics*.
- The Royal Swedish Academy of Sciences (2004), Finn Kydland and Edward Prescott's Contribution to Dynamic Macroeconomics: The Time Consistency of Economic Policy and the Driving Forces Behind Business Cycles. In:*Advanced information on the Bank of sweden Prize in Economic Sciences in Memory of Alfred Nobel*. 11 October 2004.
- Uhlig, H., (1999). "A Toolkit for Analyzing Non-Linear Dynamic Stochastic Models Easily"em Ramon Marimon e Andrew Scott, eds., *Computational Methods for the Study of Dynamic Economies*, Oxford University Press, New York.
- Uhlig, Harald; Andrew, Mountford. (2008).What are the effects of Fiscal Policy Shocks?*Working Paper 14551*.National Bureau of Economic Reasearch. December 2008.
- Volker Wieland; Tobias Cwik;Gernot J. Muller; Sebastian Schmidt; MaikWolters (2012).A New Comparative Approach to Macroeconomic Modeling and Policy Analysys.January 23.
- Walsh, Carl E., (2010).*Monetary Theory and Policy*.Third Edition.The MIT Press.
- Woodford, Michael (1999).*Optimal Monetary Policy Inertia*, Manchester School, Supplement, 67: 1-35.

APÊNDICE

A versão log-linearizada do modelo SAMBA (2008)

Consumo das famílias *Optimizing*:

$$c_t^o = \left(\frac{1}{1+h}\right) E_t(c_{t+1}^o) + \left(\frac{h}{1+h}\right) c_{t-1}^o - \frac{1}{\sigma} \left(\frac{1-h}{1+h}\right) E_t(r_t - \pi_{t+1}) + \frac{1}{\sigma} \left(\frac{1-h}{1+h}\right) (1 - \rho_c) z_t^c$$

Consumo das famílias *rule-of-thumb*:

$$c_t^{rot} = w_t^r + n_t^{rot}$$

Consumo Agregado:

$$c_t = (1 - \bar{\omega}_c) c_t^o + \bar{\omega}_c c_t^{rot}$$

Oferta de trabalho das famílias *Optimizing*:

$$n_t^o = \frac{1}{\eta} \left[w_t^r - \frac{\sigma}{1-h} (c_t^o - h c_{t-1}^o) - z_t^n \right]$$

Oferta de trabalho das famílias *rule-of-thumb*:

$$n_t^{rot} = \frac{1}{\eta} \left[w_t^r - \frac{\sigma}{1-h} (c_t^{rot} - h c_{t-1}^{rot}) - z_t^n \right]$$

Oferta de trabalho agregada:

$$n_t = (1 - \bar{\omega}_n) n_t^o + \bar{\omega}_n n_t^{rot}$$

Condição da Paridade descoberta dos Juros:

$$q_t = E_t q_{t+1} - [(r_t - E_t \pi_{t+1}) - (r_t^* + \phi_t - E_t \pi_{t+1}^*)]$$

Demanda Agregada por Trabalho:

$$n_t = y_t - (1 - \varrho) a_t - [\varrho + \alpha(1 - \varrho)] w_t^r + \alpha(1 - \varrho) r_t^k + \varrho m c_t$$

Demanda Agregada pelos serviços de capital:

$$k_t + u_t = y_t - (1 - \varrho) a_t - (1 - \alpha(1 - \varrho)) \widehat{r}_t^k + (1 - \varrho)(1 - \alpha) w_t^r + \varrho m c_t$$

Prêmio de Risco:

$$\phi_t = -\psi b_{t+1}^{y^*} + v z_t^{\phi^*} + z_t^\phi$$

Equação *Euler* do Capital:

$$q_t^l = E_t \beta (1 - \delta) q_{t+1}^l + (1 - \beta(1 - \delta)) \widehat{r}_{t+1}^k - (r_t - \pi_{t+1})$$

Equação *Euler* do investimento:

$$i_t = \frac{1}{\delta_s(1 + \beta)} q_t^l + \frac{\beta}{1 + \beta} E_t i_{t+1} + \frac{1}{1 + \beta} i_{t-1} + \left(\frac{1 - \rho_I \beta}{1 + \beta}\right) z_t^l$$

Lei de moção do capital:

$$k_{t+1} = (1 - \delta) k_t + \left(\frac{I}{K}\right) i_t$$

Equação das exportações:

$$x_t = m_t^* + \kappa q_t$$

Equação das Importações:

$$m_t = y_t - \varrho(q_t - m c_t)$$

Utilização do capital:

$$\widehat{r}_t^k = \delta_a u_t$$

Custo Marginal Real:

$$m c_t = s_d \left[\alpha \widehat{r}_t^k + (1 - \alpha) w_t^r - a_t \right] + (1 - s_d) q_t$$

Curva de Phillips:

$$\pi_t = \lambda m c_t + \lambda_b \pi_{t-1} + \lambda_f E_t \pi_{t+1}$$

Onde as formas reduzidas dos parâmetros da curva de Phillips são dadas por:

$$\lambda \equiv \frac{(1 - \theta \beta)(1 - \omega_b)(1 - \theta)}{\theta + \omega_b(1 - \theta(1 - \beta))}$$

$$\lambda_b \equiv \frac{\omega_b}{\theta + \omega_b(1 - \theta(1 - \beta))}$$

$$\lambda_f \equiv \frac{\theta \beta}{\theta + \omega_b(1 - \theta(1 - \beta))}$$

Lei de moção dos ativos estrangeiros (líquidos, como proporção do PIB):

$$b_{t+1}^{y*} = \Phi R^* \left[b_t^{y*} + nx_t^y + B^{y*} \left(y_{t-1}^{VA} - y_t^{VA} + \frac{1}{s_{va}} (q_t - q_{t-1}) - \pi_t^* \right) \right] + B^{y*} (\phi_t + r_t^*)$$

Exportações líquidas (como proporção do PIB):

$$nx_t^y = \frac{s_x}{s_{va}} x_t - \frac{s_m}{s_{va}} m_t - \frac{s_x - s_m}{s_{va}} y_t^{VA} - \frac{s_m}{s_{va}} \left(\frac{1 - s_x}{s_{va}} \right) q_t$$

Regra de Política Fiscal (variáveis expressas como proporções do PIB):

$$g_t^y = \gamma_g g_{t-1}^y + (1 - \gamma_g) (\gamma_s \widehat{s}_{t-1}^y - \gamma_b b_t^y) + z_t^g$$

Superávit Primário:

$$\widehat{s}_t^y + \overline{s}_t^y = -g_t^y$$

Dívida do Governo (Como uma proporção do PIB):

$$b_{t+1}^y = R [b_t^y + g_t^y - B^y (y_t^{VA} - y_{t-1}^{VA} + \pi_t^{VA})] + B^y r_t$$

Gastos do Governo:

$$g_t = y_t^{VA} + \left(\frac{s_{va}}{s_g} \right) g_t^y - \left(\frac{s_m}{s_{va}} \right) q_t$$

Condição de equilíbrio de mercado para os bens finais – Produto Bruto:

$$y_t = s_c c_t + s_i i_t + s_g g_t + s_x x_t$$

Onde $s_c \equiv \frac{C}{Y}$, $s_i \equiv \frac{I}{Y}$, $s_g \equiv \frac{G}{Y}$ e $s_x \equiv \frac{X}{Y}$ são as taxas de *steady-state* em relação ao produto bruto consumo, do investimento, dos gastos do governo e das exportações.

Produto em termos do valor adicionado:

$$y_t^{VA} = \frac{1}{s_{va}} y_t - \frac{s_m}{s_{va}} m_t$$

Onde $s_{va} \equiv \frac{y^{VA}}{Y}$ e $s_m \equiv \frac{M}{Y}$

Inflação do Valor Adicionado (deflator do PIB):

$$\pi_t^{VA} = \pi_t - \frac{s_m}{s_{va}} (q_t - q_{t-1})$$

Todos as variáveis exógenas são modeladas como processos AR(1) e podem ser consultados no *paper* original do SAMBA (2008). Os valores dos parâmetros também podem ser consultados no *paper* original do SAMBA (2008).