

NÃO LINEARIDADES NA DINÂMICA DO PRODUTO INTERNO BRUTO BRASILEIRO ENTRE 1947 E 2012

1º autor - Lucas Sabioni Lopes. Doutor em Economia Aplicada. Professor do Departamento de Economia da Universidade Federal de Juiz de Fora, campus de Governador Valadares. E-mail: lucas.lopez@ufjf.edu.br

2º autor - Silvia Harumi Toyoshima. Doutora em Economia. Professora do Departamento de Economia da Universidade Federal de Viçosa. E-mail: htsilvia@ufv.br

RESUMO: O presente artigo objetivou verificar a ocorrência de não linearidades na dinâmica do Produto Interno Bruto (PIB) brasileiro durante o período de 1947 a 2012, através da estimação de modelos markovianos heterocedásticos com dois estados para as séries cíclicas desse agregado, e fazendo uso das estatísticas BDS. Foi constatado que modelos lineares não capturam todo o padrão de dependência temporal das séries de tempo. Contudo, após ajustar os modelos markovianos, os resíduos das estimações se comportaram como ruído branco, apresentado a maioria das estatísticas BDS não significativas. Conclui-se, portanto, para a presença de não linearidades nos ciclos econômicos brasileiros compatíveis com assimetria de regimes, característica que torna a intervenção governamental na economia potencialmente favorável.

Palavras-chave: Não linearidade; PIB; Modelos markovianos; Teste BDS; Brasil.

NONLINEAR DYNAMICS IN THE BRAZILIAN GROSS DOMESTIC PRODUCT BETWEEN 1947 AND 2012

ABSTRACT: In this paper we aim to verify the occurrence of nonlinear dynamics in the Brazilian Gross Domestic Product (GDP) cycles, by using BDS statistics to analyze residual series derived from autoregressive and Markovian models. Quarterly data set ranges from 1947 to 2012. Our results show that linear, autoregressive models cannot capture the complete pattern of time dependence of the cyclical series. However, after estimating two states heteroskedastic Markovian models to the data, our residuals become white noise according to the utilized test. Thus, we conclude that Brazilian GDP cycles are nonlinear, presenting, in this case, phase asymmetries, which makes policymaking useful for controlling the path of the Economy.

Key-words: Nonlinearities; GDP; Markovian models; BDS test; Brazil.

JEL-code: E32, C24.

ÁREA ANPEC: 4 - Macroeconomia, Economia Monetária e Finanças

1. Introdução

Estudos relacionados às flutuações econômicas experimentadas pelas economias de mercado tiveram suas raízes empíricas consolidadas com a obra de Burns e Mitchell (1946). No campo teórico, contudo, ainda é possível contrapor duas escolas de pensamento que competem para a explicação de tal fenômeno, seja em razão de suas diferentes suposições estruturais, seja pela recomendação de políticas diametralmente opostas.

A primeira escola, a dos ciclos reais de negócios, ou *Real Business Cycles* (RBC), desenvolvida, inicialmente, por Kydland e Prescott (1982) e Plosser (1989), defende que as flutuações econômicas são geradas por choques exógenos aleatórios em modelos essencialmente lineares, com agentes maximizadores e *forward looking*. Já a segunda escola, defendida por Kaldor (1940), Goodwin (1951) e, mais atualmente, por Day (1982) e Grandmont (1985), ciclos econômicos podem ser gerados mesmo na completa ausência de choques, aparecendo endogenamente e como fruto das não linearidades dos modelos, ainda que se considerem agentes com expectativas racionais¹.

A diferença entre essas duas abordagens quanto às políticas públicas é significativa. Na teoria RBC, os desvios do produto são respostas de agentes otimizadores em face aos choques externos percebidos e, portanto, as políticas poderiam distanciar a economia de seu ponto ótimo, sendo assim não desejáveis.

Por outro lado, na teoria dos ciclos econômicos endógenos, oscilações erráticas podem surgir e, com elas, as incertezas geradas pela incapacidade de previsão do futuro. Assim, políticas econômicas de credibilidade poderiam estabilizar as flutuações na medida em que elas fornecessem sinais adequados aos agentes econômicos. Além disso, não linearidades são suficientes para gerar mais de um ponto de equilíbrio possível, onde, por exemplo, economias poderiam se estabilizar em situações com baixo nível de emprego e renda.

Não obstante, mesmo que a teoria da não linearidade e do caos tenha um forte apelo teórico nos campos da ciência econômica, a opinião dos pesquisadores no que diz respeito à sua detecção nas séries temporais observadas difere bastante. Por exemplo, Brock e Sayers (1988), estudando várias séries macroeconômicas norte-americanas, tais como emprego, desemprego, produção industrial, investimento e Produto Nacional Bruto (PNB), encontraram fortes evidências de não linearidades, exceto no caso do PNB, mas, apenas alguma fraca evidência de caos nas séries. Resultados similares foram obtidos por Scheinkman e Lebaron (1989b), que estudaram as séries de PNB e produção industrial norte-americanas e, mais recentemente, por Arora *et al.* (2013).

Um exercício particularmente interessante foi o desenvolvido por Barnett e Chen (1988), que encontraram evidências de comportamento caótico nas séries monetárias dos EUA. O que se argumenta em favor desse resultado é que os referidos autores utilizaram em sua análise dados de qualidade superior, filtrados por métodos micro-fundamentados, que beneficiaram suas análises.

O estudo de dinâmicas caóticas em séries financeiras, por outro lado, tem se mostrado promissor, possivelmente em razão do maior número de dados disponíveis e da alta qualidade das séries temporais. As medições nestes casos são mais precisas e não são necessárias grandes agregações. Nesse sentido, Scheinkman e Lebaron (1989a), analisando séries temporais financeiras diárias e semanais dos Estados Unidos da América, encontraram fortes evidências de não linearidade e alguma evidência de caos. Madhavan (2013) encontrou não linearidades nas notas de grau de investimento dos EUA e da Europa, enquanto Gao, *et al.* (2013) mostram que a taxa de câmbio dos EUA tem elementos de dinâmicas caóticas.

¹ Ver, por exemplo, Brock e Hommes (1997).

No que diz respeito ao caso brasileiro, há uma relativa escassez de estudos, podendo-se citar os artigos de Bueno (2002), que encontrou evidências de caos na série do índice da Bolsa de Valores de São Paulo, Ibovespa, na década de 1990; e Bueno (2009) que atestou para sensíveis não linearidades na série de produção de bens de capital no Brasil. Marques (2013), analisando a inflação brasileira entre 1994 e 2009 com um modelo autorregressivo sujeito a mudanças de regime (*SETAR*), conclui que a variação dos preços é não linear no período considerado.

Nesse sentido, este artigo pretende cobrir essa lacuna de estudos empíricos referentes ao país respondendo, essencialmente, à seguinte questão: a dinâmica dos ciclos econômicos no Brasil apresentou componentes não lineares ou caóticos entre 1947 e 2012? Espera-se, a priori, que sejam possíveis oscilações não lineares no país, principalmente em razão do caráter altamente endógeno das crises econômicas acontecidas antes do Plano Real.

Pretende-se com isso, e baseado no caso brasileiro, avançar nos estudos dessa abordagem ainda não tão disseminada na literatura nacional, mas que altera com certo peso a visão a respeito da dinâmica temporal dos agregados relevantes. De um comportamento essencialmente estável e, em grande parte, previsível, como assume a macroeconomia clássica, o sistema passa a ser visto como passível de oscilações criadas endogenamente e de pouca previsibilidade no longo prazo. A verificação deste fenômeno em uma dada economia permite a implementação de políticas públicas que considerem de uma melhor maneira suas implicações futuras.

A metodologia adotada segue a proposta por Hsieh (1991), utilizando-se da estatística BDS (Brock *et al.*, 1996). Para o teste de não linearidade *versus* linearidade, verifica-se a independência dos resíduos de modelos autorregressivos adequados. Por sua vez, para a hipótese de não linearidade contra a alternativa de caos, a independência dos resíduos de um modelo não linear deve ser testada. No presente artigo, no que concerne à dinâmica não linear, assume-se que a série pode se comportar como um processo markovianos com dois estados na média e na variância (baseado em Hamilton, 1989).

A série analisada é o Produto Interno Bruto (PIB) real e dessazonalizado brasileiro, envolvendo o período de 1947 a 2012, com dados trimestrais. Os dados são fornecidos por Bonelli e Rodrigues (2012).

O restante desta pesquisa envolve, além desta introdução, mais três seções: na 2ª descrevem-se as principais diferenças e implicações teóricas entre modelos de ciclos econômicos lineares e não lineares; na 3ª discorre-se sobre a metodologia utilizada; na 4ª apresentam-se os resultados; e, por fim, na 5ª seção conclui-se o artigo.

2. Alguns conceitos e implicações macroeconômicas da teoria dos ciclos econômicos não lineares

Existe uma clara distinção entre as duas escolas de pensamento mencionadas na Introdução, que tratam das oscilações nas variáveis macroeconômicas ao longo do tempo. Na teoria dos Ciclos Reais de Negócios (Kydland e Prescott, 1982; Plosser, 1989), as oscilações dos agregados são explicadas dentro de um arcabouço teórico de equilíbrio geral, com agentes maximizadores, concorrência perfeita, inexistência de assimetrias informacionais ou qualquer outra forma de imperfeições nos mercados.

Nestes modelos os ciclos econômicos são gerados por choques tecnológicos aleatórios em equações estruturalmente lineares e seriam respostas ótimas dos agentes face às perturbações, ou novas informações percebidas.

A teoria RBC obteve uma grande difusão no meio acadêmico, possivelmente em razão de sua construção totalmente baseada em micro-fundamentos sólidos, e na grande evidência disponível internacionalmente de que as variáveis macroeconômicas, com exceção do

emprego, teriam uma raiz unitária (Nelson e Plosser, 1982; King *et al.*, 1991; Sosa, 1997, entre outros). Entretanto, ela ainda é alvo de muitas críticas.

Uma delas diz respeito ao fato de que suas flutuações não poderiam ser, em última instância, explicadas pela teoria econômica, pois elas são geradas por mecanismos incontrolláveis, aleatórios. Além disso, existem dúvidas quanto à importância do impacto de choques tecnológicos sobre as movimentações dos agregados relevantes (Mankiw, 1989), e quanto à habilidade dos modelos RBC em computar oscilações da magnitude das observadas nas economias reais (Rotemberg e Woodford, 1996).

Na outra escola encontram-se os teóricos envolvidos com a pesquisa dos ciclos econômicos endógenos, que baseiam seus modelos em leis motoras não lineares (Kaldor, 1940; Goodwin, 1951; e, mais atualmente Day, 1982; entre outros). Para esses autores, as oscilações surgem internamente aos sistemas econômicos, como fruto de suas equações fundamentais e, portanto, as formulações matemáticas poderiam até negligenciar a existência dos choques aleatórios no momento da simulação dos modelos, se isso fosse necessário.

No entanto, tais formulações não lineares e, ou, caóticas, também enfrentam suas críticas. Por exemplo, argumentava-se que os modelos iniciais sofriam da ausência de micro-fundamentação; entretanto, atualmente, existem modelos que podem exibir oscilações caóticas mesmo com agentes maximizadores e sob a hipótese de expectativas racionais (consultar Grandmont, 1985; ou Brock e Hommes, 1997 como ilustração).

Além disso, conforme indica Scheinkman (1990) e Hess e Iwata (1997), parecem não existir ganhos óbvios na utilização de modelos não lineares para o processo de previsão das séries de tempo macroeconômicas. Por fim, uma crítica que pesa estritamente contra modelos caóticos é a falta de consenso quanto à verificação empírica deste fenômeno em séries macroeconômicas.

Em que se pesem as diferenças estruturais dos modelos desenvolvidos em ambas as correntes de pensamento, a dicotomia entre elas é, contudo, ainda mais profunda em termos de políticas. Nesse sentido, para tornar o escopo dessa discussão ainda mais aparente, torna-se interessante praticar o exercício de algumas simulações. Para tanto, gerou-se uma sequência de 1000 números aleatórios, seguindo uma distribuição normal com média zero e variância um, denotada por e_t . A partir desta série construiu-se uma economia onde o produto, y , evolui como um passeio aleatório. De outra forma, gerou-se outra série de observações a partir de uma equação logística com o parâmetro de controle igual a quatro². Subtraiu-se 0,5 de cada observação deste conjunto de dados para que esta ficasse centrada em zero e acumularam-se os pontos, gerando-se, assim, a série x . A Figura 1, a seguir, ilustra esses dados.

À primeira vista, ambas as séries, (a) e (c) da Figura 1, são muito parecidas. Na verdade, elas poderiam ser boas representações das dinâmicas de variáveis macroeconômicas, ou de índices de ações. Mas, a distinção entre o processo gerador dessas séries é de relevante importância, pois são bastante diferentes as sugestões de políticas econômicas geradas por cada uma delas. Contudo, antes de comentar as diferenças geradas em nível teórico por ambas as séries, é interessante mostrar como o instrumental econométrico clássico pode falhar na distinção entre elas.

Na economia representada na parte “a” da figura anterior, a variável y evolui segundo um processo conhecido como passeio aleatório puro. Ela possui, por definição, uma raiz unitária e sua primeira diferença é independente e identicamente distribuída ao longo do tempo, ou seja, suas oscilações, ou variações ($y_{t+1} - y_t = e_{t+1}$) são imprevisíveis.

² A equação que rege esta dinâmica é bastante simples, qual seja, $x_{t+1} = x_t \mu (1 - x_t)$, em que x é uma variável qualquer e μ um parâmetro de controle. Sua aplicação é vasta na literatura. Está provado e de certa forma bem difundido nos meios especializados, que o mapa logístico exibe comportamento caótico para valores do parâmetro de controle variando de aproximadamente 3,57 até quatro.

Assim, a série y é um bom exemplar de uma dinâmica temporal linear aos moldes da teoria dos RBC.

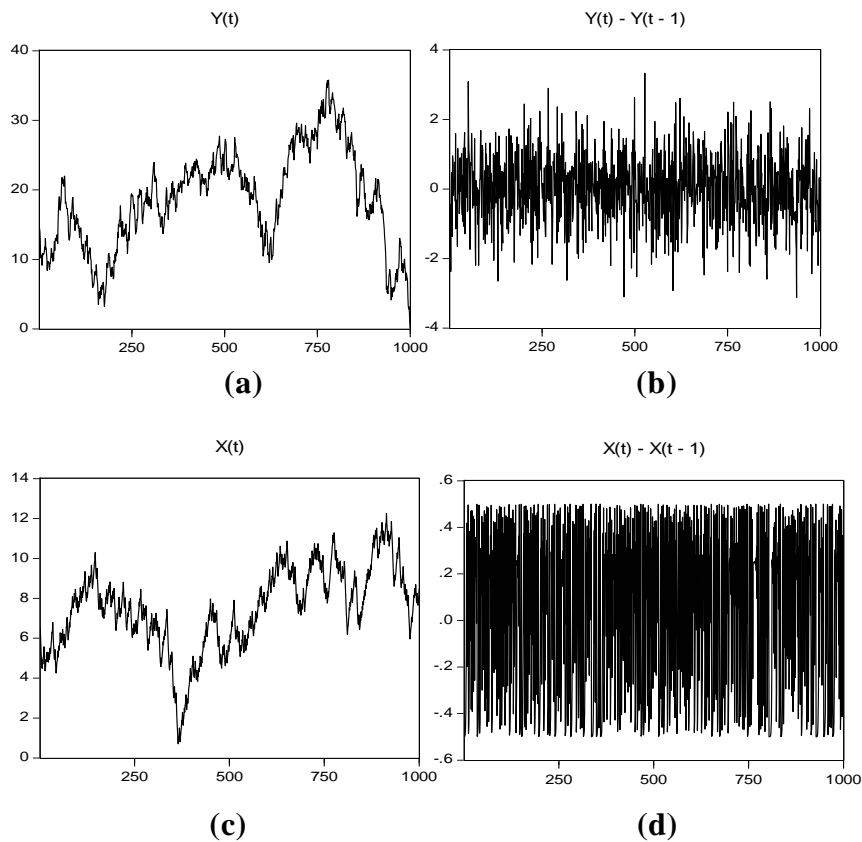


Figura 1: Dinâmica *random walk* (a), e sua primeira diferença (b); dinâmica caótica (c) e sua primeira diferença (d).

Fonte: Elaboração própria.

Qualquer desvio do produto entre dois períodos consecutivos seria determinado exclusivamente por eventos estocásticos e, por isso, não deveriam ser alvos de políticas estabilizadoras. Inclusive, alguns autores defendem que as políticas monetárias ou fiscais só teriam algum impacto nas variáveis reais na medida em que elas também fossem imprevisíveis pelos agentes. Esta visão está fortemente baseada nos trabalhos de Lucas (1972) e Sargent e Wallace (1976).

Por sua vez, a série x , apesar de caótica, também possui raiz unitária e seu correlograma é praticamente idêntico ao de y em nível, isto é, em ambos os casos há um pico na correlação parcial na primeira defasagem, enquanto que a autocorrelação cai lentamente, refletindo a presença de uma raiz unitária, conforme se verifica na Tabela 1, construída para melhor visualização do problema. Deste modo, este exemplo mostra que o fato de não se rejeitar a hipótese de raiz unitária numa série, não quer dizer que esta não possa seguir uma tendência determinística não linear.

Ainda mais interessante, é o fato do correlograma das duas séries diferenciadas apresentarem autocorrelações não significativas a 10% de significância para todas as defasagens consideradas (até a ordem de 120), indicando que esses resíduos se aproximariam de um ruído branco. Não obstante essas similaridades, as políticas sugeridas pelas teorias que lidam com séries do tipo x são diametralmente opostas às do tipo y .

Tabela 1: Testes de raiz unitária nas séries x e y *

Série	Teste ADF	Teste PP	Teste KPSS
$x(t)$	-0,55 (0,48)	-0,51 (0,49)	1,48 (0,74)
$x(t) - x(t - 1)$	-31,85 (0,00)	-31,88 (0,00)	0,03 (0,74)
$y(t)$	-0,96 (0,30)	-0,95 (0,30)	0,96 (0,74)
$y(t) - y(t - 1)$	-30,87 (0,00)	-30,87 (0,00)	0,22 (0,74)

Fonte: Resultados da pesquisa. (*) Nota: Para os testes Augmented Dickey-Fuller (ADF) e Phillips-Perron (PP) os valores fora dos parênteses são as estatísticas τ calculadas, e entre parênteses são as probabilidades da hipótese nula. Para o teste KPSS, o número entre os parênteses representa a estatística tabelada ao nível crítico de 1% de significância.

A principal característica de sistemas caóticos, exemplificados pela série x anterior, é a sua sensibilidade às condições iniciais, isto é, duas trajetórias geradas por um mesmo processo podem se diferir exponencialmente se o ponto inicial de uma delas for, por exemplo, 10^{-5} vezes maior do que o ponto inicial da outra. Economistas muitas vezes não sabem ou não podem determinar o valor inicial das variáveis de interesse em suas simulações e, em razão disso, suas previsões podem errar consistentemente dependendo da natureza do sistema estudado.

Além disso, como defendem Médio e Gallo (1992), a possibilidade de ocorrência de ciclos econômicos caóticos enfraquece até mesmo o postulado das expectativas racionais. Dada uma situação de elevada imprevisibilidade, ou de incertezas no sentido Keynesiano, é natural que os agentes econômicos adotem as chamadas “regras de bolso” em suas decisões de consumo, ou escutem seus “*animal spirits*” nas decisões de investimento. Assim, em ambientes econômicos desse tipo, a política econômica pode afetar os níveis reais do produto, consumo e investimento.

Ainda assim, apesar de poderem afetar a atividade econômica, as intervenções governamentais podem ter efeitos imprevisíveis em longo prazo. Seria preferível criar, dessa forma, regras claras e amplamente aceitas que mantivessem a economia em sua trajetória de crescimento estável em longo prazo ou, em outras palavras, políticas que guiassem a economia para uma trajetória de maior bem-estar, contudo, prezando pela estabilidade do ambiente macroeconômico ao longo do tempo (Grandmont, 1985).

Em casos onde se verifica a presença de não linearidade, mas não caos, a questão se torna um pouco menos complexa. Neste caso, é possível que uma dada economia se estabilize em uma situação de armadilha da pobreza, existindo autores como Kaldor (1940) e Zhang (2005), que defendem uma elevada intervenção governamental ou internacional para alterar essa situação.

Deste modo, vê-se que a averiguação empírica de não linearidades e, ou, caos nos ciclos econômicos de um país como de elevada importância no entendimento das possíveis dinâmicas que as variáveis podem assumir, bem como na formulação de políticas econômicas adequadas a cada caso.

Como mostrado anteriormente, se estão presentes as não linearidades, percebe-se que a evolução da economia torna-se bastante sensível aos parâmetros de controles que a governam, ou seja, pequenas alterações nestes podem levar uma trajetória de crescimento relativamente estável para outra de estagnação. Nesse sentido, mesmo que as políticas afetem as variáveis reais e possam retirar uma economia da situação de pobreza, elas deveriam ser adotadas com a cautela necessária.

Nos casos em que o sistema econômico pode evoluir para períodos de caos, é mais interessante aos governos criar sinais positivos, ou instituições macroeconômicas sólidas, que guiem a economia a um estado superior de crescimento e estabilidade. Nesse caso, a trajetória futura das variáveis relevantes pode ser imprevisível, demandando políticas de caráter estrutural, ao contrário de medidas meramente conjunturais.

3. Metodologia

3.1. Dados e modelos econométricos

Esta pesquisa analisa a série do PIB real e dessazonalizado, estimada por Bonelli e Rodrigues (2012), para os anos de 1947 a 2012, isto é, com 264 observações. A Figura 2, a seguir, apresenta os logaritmos desta série. As regiões sombreadas da figura representam, para fins ilustrativos, períodos de recessão segundo a datação do Comitê Brasileiro de Datação de Ciclos Econômicos, CODACE, que realizou um mapeamento do início e do fim das oscilações econômicas brasileiras a partir do ano de 1980³.

No intuito de estudar as propriedades dos ciclos econômicos no Brasil, o ponto de partida adotado no tratamento das séries é a extração de seu componente cíclico. Um método bastante utilizado na literatura econômica para tal é o desenvolvido por Hodrick e Prescott (1997) e conhecido como filtro-HP. Este obtém uma estimativa suave da tendência de longo-prazo da série, deixando como resíduo os componentes cíclicos e irregulares, os objetos deste estudo.

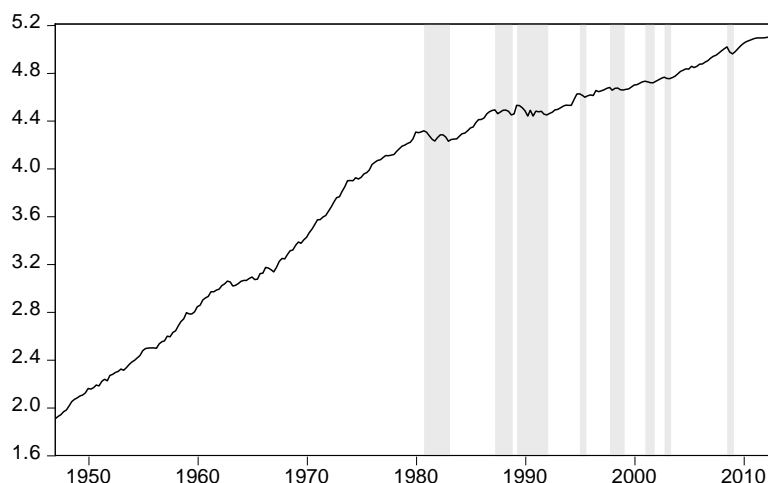


Figura 2: Série de tempo analisada: PIB real variando de 1947 a 2012.

Nota: Regiões sombreadas são áreas de recessão segundo a datação do CODACE.

Ravn e Ulich (2002) afirmam que apesar de existirem métodos de filtragem mais sofisticados, como os de Baxter e King (1999) e Christiano e Fitzgerald (1999), por exemplo, o filtro-HP tem resistido aos seus críticos e se mostrado realmente capaz de se manter como um método padrão ao longo dos anos.

Basicamente, este filtro computa uma série suavizada, y^T , da série original, y , minimizando a variância desta última em torno da primeira, sujeito a uma restrição na segunda diferença de y^T , isto é:

$$\sum_{t=1}^T (y_t - y_t^T)^2 + \eta \sum_{t=2}^{T-1} [(y_{t+1}^T - y_t^T) - (y_t^T - y_{t-1}^T)]^2 \quad (1)$$

O parâmetro η controla a suavidade da tendência, de forma que quanto maior η , mais próxima da linear ela será (de fato, isso acontece quando $\eta \rightarrow \infty$,). Para dados trimestrais, o

³ Disponível em <http://portalibre.fgv.br/>.

valor do parâmetro η sugerido por Hodrick e Prescott (1997) é de 1600, que foi o adotado nesta pesquisa. A série cíclica, y^c , é obtida diretamente após a filtragem, fazendo $y^c = y - y^T$.

Para obter maior robustez nos resultados, contudo, além de analisar a série cíclica do produto obtida com o filtro-HP, a série das primeiras diferenças do PIB também é estudada. Assim, todo o passo-a-passo descrito abaixo foi realizado sobre o resultado da filtragem HP e sobre a série $d(PIB_t) = \log(PIB_t/PIB_{t-1}) * 100$.

Na etapa seguinte de cálculos, utiliza-se o método proposto por Hsieh (1991). O primeiro passo deste é ajustar um modelo autorregressivo adequado sobre os dados estacionários, com o número de defasagens escolhido, por exemplo, pelo critério de Akaike (1987)⁴. Em seguida, analisam-se os resíduos deste modelo econométrico com a estatística BDS (descritas a seguir). Com efeito, a rejeição da hipótese nula de resíduos *iid*, neste caso, indica a presença de não linearidades nos dados.

A seguir, o modelo linear é expandido para tentar computar formas de não linearidades. Como elas podem estar presentes tanto na média quanto na variância das séries temporais, espera-se que um modelo com dois regimes markovianos (modelos de cadeias de Markov heterocedásticos) seja capaz de captar todas as relações lineares e não lineares existentes, exceto a caótica, se esta estiver presente. O modelo abaixo é o efetivamente estimado por esta pesquisa:

$$\text{Regime 0: } y_t^c = \mu_0 + \rho_1 y_{t-1}^c + \dots + \rho_p y_{t-p}^c + \varepsilon_{0,t}, \varepsilon_{0,t} \sim N(0, \sigma_0^2), \quad (2)$$

$$\text{Regime 1: } y_t^c = \mu_1 + \rho_1 y_{t-1}^c + \dots + \rho_p y_{t-p}^c + \varepsilon_{1,t}, \varepsilon_{1,t} \sim N(0, \sigma_1^2), \quad (3)$$

As equações (2) e (3) têm diversas implicações. Primeiro, considera-se que podem existir dois regimes nos ciclos da economia, um com taxa de crescimento μ_0 e outro com taxa μ_1 . Isto pode capturar, por exemplo, a queda na taxa de crescimento de longo prazo da economia brasileira após a década de 1980, ou mesmo períodos de expansão e recessão da atividade⁵.

Além disso, assume-se a possibilidade de dois regimes para a volatilidade das variáveis. No estado 0, $s_t = 0$, a variabilidade é dada por σ_0^2 e, no “estado 1” ($s_t = 1$), por σ_1^2 . Essa característica do modelo econométrico é interessante porque ela pode captar, por exemplo, o período de maior estabilidade da economia Brasileira, pós Plano Real.

Por fim, os coeficientes autorregressivos são mantidos constantes entre os regimes, dado que as evidências têm mostrado que a persistência dos ciclos econômicos no Brasil tende a ser alta e razoavelmente constante no período considerado (veja, por exemplo, Ellery Jr. *et al.*, 2002; e, Araújo *et al.*, 2005).

A mudança da atividade econômica entre os dois estados (ou regimes) acontece de acordo com a matriz de probabilidades de transição, P_2 , a ser estimada. Cada elemento dessa matriz é representado por p_{ij} , em que $p_{ij} = \text{pr}[s_t = j \mid s_{t-1} = i]$. Assim, a probabilidade do sistema

⁴ Tal critério é adotado, pois ele tende a selecionar um número maior de defasagens nos modelos autorregressivos. Como o intuito é filtrar dependências lineares, pode-se abster, nesse momento, de certo grau de parcimônia estatística.

⁵ Chauvet (2002) estimou modelo similar, porém permitindo quebras somente nas médias. Seus resultados suportam a existência de dois regimes de crescimento no país, um acelerado, com taxa média de 7,4% ao ano, e outro moderado, com taxa de 1,15% ao ano.

estar no estado j no período corrente depende somente do estado em que se estava no período anterior, s_{t-1} .

Ao fim do processo de estimação, as saídas econométricas fornecem o seguinte conjunto de parâmetros: $(\mu_0; \mu_1; \rho_1; \dots; \rho_p; \sigma_o^2; \sigma_1^2; p_{00}; p_{11})$, em que p_{00} e p_{11} representam a probabilidade de permanência nos regimes 0 e 1, respectivamente. O método de estimação utiliza o algoritmo de filtragem proposto por Hamilton (1989), aliado ao de suavização de Kim (1994). Detalhes adicionais podem ser consultados nos artigos originais.

Nesse sentido, ao estimar regressões bem especificadas, contendo elementos lineares e não lineares, dever-se-ia eliminar toda a dependência temporal dos resíduos, de modo que estes se comportassem como uma série *iid*, produzindo, com isso, estatísticas BDS não significativas; caso contrário, conclui-se pela provável presença de caos nas séries, na forma de uma dependência temporal não linear mais complexa.

3.2. O teste BDS de independência temporal

O teste BDS, explicado em Brock *et al.* (1996), mede o grau de dependência temporal em uma série. Em sua hipótese nula, a série é *iid*, podendo ser testada contra uma variedade de alternativas. A importância prática da estatística BDS é, contudo, ainda mais abrangente, sendo o teste útil na comparação de modelos alternativos e na verificação de má especificação estatística.

A estatística BDS é fundamentada no conceito de dimensão/integral de correlação. Em sistemas puramente aleatórios, a dimensão de correlação cresce proporcionalmente com a dimensionalidade (número de variáveis) do sistema. Assim, uma forma de testar a ausência de dependência temporal, contra outras hipóteses, é verificando a significância estatística da diferença entre a dimensão dos dados sob a hipótese nula de *iid*, contra a verificada empiricamente. Este é, basicamente, o procedimento proposto por Brock *et al.* (1996).

Especificamente, na construção da estatística de teste, escolhe-se uma distância máxima de comparação entre pontos, ϵ . Então, para quaisquer pares de observações, se a série é realmente *iid*, a probabilidade da distância entre os pontos ser menor ou igual a ϵ será constante. Denota-se esta probabilidade por $c_1(\epsilon)$.

Constroem-se, agora, conjuntos de pares de pontos escolhidos através de observações consecutivas da amostra, isto é, dados os pontos ϵ_t e ϵ_s da série de resíduos padronizados (do modelo linear ou não linear), o conjunto terá a seguinte forma:

$$\{\{\epsilon_s, \epsilon_t\}, \{\epsilon_{s+1}, \epsilon_{t+1}\}, \{\epsilon_{s+2}, \epsilon_{t+2}\}, \dots, \{\epsilon_{s+m-1}, \epsilon_{t+m-1}\}\}. \quad (4)$$

Em que m é o número de sucessivos pontos do conjunto, também conhecido como dimensão de imersão.

Define-se, então, a probabilidade conjunta de todos os pares de pontos pertencentes ao conjunto satisfazerem a condição de ϵ por $c_m(\epsilon)$. Sob a suposição de independência, esta probabilidade será simplesmente o produto das probabilidades individuais de cada par de pontos, ou seja:

$$c_m(\epsilon) = c_1^m(\epsilon) \quad (5)$$

No caso de dados amostrais, $c_m(\epsilon)$ e $c_1(\epsilon)$ devem ser estimadas e, por isso, a equação (5) não é verificada exatamente, mas sim com algum erro. Quanto maior este erro, menor a probabilidade de que ele seja gerado por uma variação aleatória.

Para estimar a probabilidade de uma dimensão em particular, coletam-se todos os possíveis grupos de uma dada duração (intervalo de tempo entre pontos) e observam-se quantos deles obedeceram à condição ϵ . A razão destes conjuntos pelo total de conjuntos possíveis fornece a estimativa da probabilidade.

Dada a série de erros ϵ com n pontos amostrais, a formulação matemática desta probabilidade é:

$$c_{m,n}(\epsilon) = \frac{2}{(n-m+1)(n-m)} \sum_{s=1}^{n-m+1} \sum_{t=s+1}^{n-m+1} \prod_{j=0}^{m-1} I_{\epsilon}(\epsilon_{s+j}, \epsilon_{t+j}), \quad (6)$$

em que I_{ϵ} é uma função indicador que assume o valor 1 se o módulo da distância entre dois pontos for menor ou igual a ϵ e zero, caso contrário. A estatística $c_{m,n}$ é conhecida como integral de correlação.

O teste de independência é construído da seguinte maneira:

$$b_{n,m}(\epsilon) = c_{n,m}(\epsilon) - c_{1,n-m+1}(\epsilon)^m. \quad (7)$$

Sob a suposição de independência, Brock *et al.* (1996) mostraram que $(\sqrt{n-m+1})b_{n,m}/\sigma_{n,m}$ segue uma distribuição aproximadamente normal, com média zero e variância 1. Assim, o p-valor da hipótese nula pode ser calculado a partir das informações da distribuição normal padronizada. Entretanto, neste artigo também se analisam os p-valores empíricos gerados por 10^4 simulações *bootstrap*. A estatística para o cálculo de $\sigma_{m,n}^2$ pode ser consultada no artigo que baseia esta seção.

É conveniente agora resumir os procedimentos listados nessa seção para um melhor entendimento. O PIB é, em um primeiro momento, decomposto em seus componentes estruturais por intermédio do método de Hodrick e Prescott (1997), donde se retém a parcela cíclica deste. Esse componente é, em seguida, ajustado em modelos AR(p) e markovianos com um intuito de se obter resíduos padronizados aparentemente ruídos brancos. Por fim, emprega-se o teste BDS sobre esses resíduos. Como defende Hsieh (1991), se são eliminadas dependências lineares e não lineares dos dados, a ocorrência de estatísticas BDS significativas é um indicativo da presença de caos determinístico na dinâmica das séries temporais analisadas.

4. Resultados

4.1. Primeira hipótese: linearidade *versus* não linearidade nos ciclos econômicos brasileiros

A primeira parte desta seção tem foco na verificação de possíveis não linearidades nos ciclos econômicos brasileiros, através de análises da série cíclica do PIB real, oriunda da filtragem HP com o parâmetro de suavização de 1600. Em seguida, as primeiras diferenças do PIB são analisadas. Não se realiza, aqui, testes de estacionariedade, pois ambas as séries são centradas em zero, como é possível verificar na Figura 3, partes *a* e *b*, abaixo. As áreas

sombreadas são as datas de recessão da CODACE e, como se pode ver na parte *a*, a série cíclica do PIB tem boa correspondência com as datações deste órgão.

Testa-se, agora, a hipótese de linearidade nos ciclos econômicos brasileiros. Para tal, ajusta-se um modelo $AR(p)$ adequado, em que as parcelas AR são selecionadas pelo critério de Akaike (1987), de maneira que os resíduos desta regressão não apresentem sinais de dependência temporal, para então analisá-los com a estatística BDS.

Ao proceder da maneira descrita, encontraram-se duas defasagens como minimizadores do critério Akaike para a série cíclica do produto. Assim, na Tabela 2 apresentam-se as saídas da regressão, bem como algumas informações adicionais. O modelo obteve um bom ajustamento, evidenciado pelo coeficiente de determinação de 56%, e sua significância global é atestada pela estatística F de 163 e seu p-valor inferior a 1%. Em adição, todas as raízes inversas dos termos ARMA encontraram-se dentro do círculo unitário o que garante sua estabilidade e inversibilidade. Como verificado pelo coeficiente autorregressivo de primeira ordem, da ordem de 0,85, percebe-se a elevada persistência dos ciclos econômicos no Brasil. Um choque de um desvio-padrão, por exemplo, leva aproximadamente oito trimestres para desaparecer.

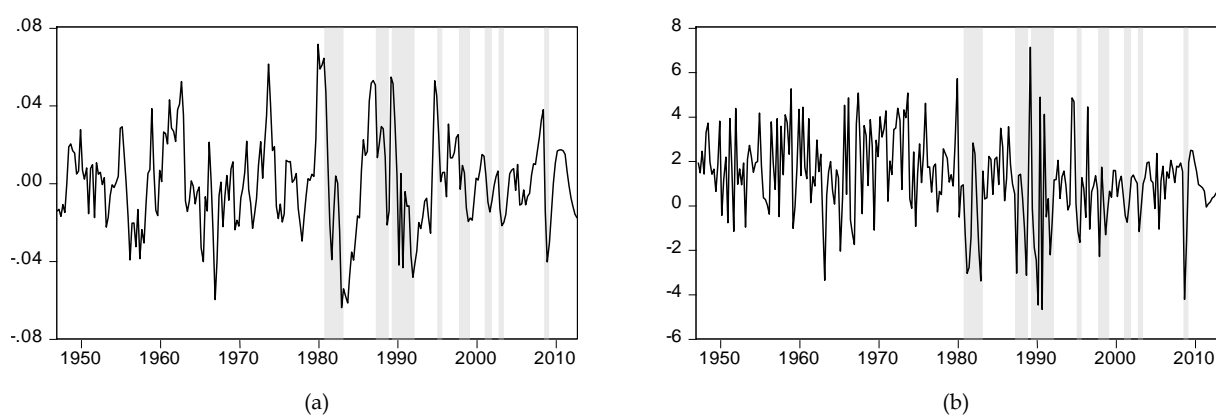


Figura 3: (a) Resultado da aplicação do filtro HP na série do PIB; (b) Primeira diferença do PIB.

Fonte: Resultados da pesquisa.

A estatística de Durbin-Watson, próxima a dois, indica que não há autocorrelação nos resíduos da regressão, entretanto este teste não é o mais adequado aqui. As estatísticas dos testes Q de Ljung-Box para as defasagens dos resíduos de número 1, 6, 12, 24 e 36 são, respectivamente, [0,02; 6,31; 15,78; 34,81; 45,18], todos não significativos a 10% (a única exceção refere-se à defasagem de número 24, com p-valor de 0,071). Assim, resta verificar se o teste BDS atesta pela independência dos resíduos obtidos pelo modelo linear.

Tabela 2: Saídas da estimação do modelo linear – série cíclica (HP)

Variável	Coefficiente	Erro-padrão	P-valor
Constante	0,000	0,003	0,984
AR(1)	0,846	0,062	0,000
AR(2)	-0,141	0,062	0,023
$R^2 = 56\%$	$F_{\text{calc}} = 163$	Akaike = -5,41	$SQ_{\text{res}} = 0,07$
$R^2_{\text{ajust}} = 55\%$	$F_{\text{prob}} = 0,00$	$DW_{\text{calc}} = 2,01$	Observações = 264

Fonte: Resultados da pesquisa.

Nesse sentido, a Tabela 3 traz os resultados do teste BDS. Nesta última tabela citada, calcularam-se as estatísticas BDS para distâncias de separação variando de 0,5 a 2 desvios-

padrão (dado que o desvio-padrão calculado para a série foi de 0,02). Assim, na grande maioria dos casos a hipótese de erros *iid* foi rejeitada ao nível de 1% de significância. Tal fato fornece indicativos suficientes para constatar que, a despeito do teste multiplicador de Ljung-Box terem indicado resíduos sem relação temporal, ainda há resquícios de algum elo entre eles, evidenciado pelo elevado número de estatísticas BDS significativas.

Tabela 3: Teste de independência dos resíduos do modelo linear– série cíclica (HP)*

Dimensão	$\epsilon = 0,5*$ Desvio-padrão			$\epsilon = 1*$ Desvio-padrão		
	BDS	P. Normal	P. <i>Bootstrap</i>	BDS	P. Normal	P. <i>Bootstrap</i>
2	0,011	0,000	0,000	0,019	0,000	0,001
3	0,010	0,000	0,000	0,024	0,000	0,001
4	0,007	0,000	0,000	0,024	0,000	0,001
5	0,004	0,000	0,000	0,018	0,000	0,002
6	0,002	0,000	0,000	0,014	0,000	0,002
Dimensão	$\epsilon = 1,5*$ Desvio-padrão			$\epsilon = 2*$ Desvio-padrão		
	BDS	P. Normal	P. <i>Bootstrap</i>	BDS	P. Normal	P. <i>Bootstrap</i>
2	0,015	0,001	0,004	0,010	0,001	0,011
3	0,026	0,000	0,002	0,021	0,000	0,004
4	0,031	0,001	0,004	0,028	0,001	0,005
5	0,033	0,001	0,005	0,035	0,001	0,004
6	0,035	0,000	0,004	0,043	0,000	0,004

Fonte: Resultados da pesquisa. Nota (*): probabilidades *bootstrap* calculadas com 10^4 simulações.

No contexto da discussão em questão, este resultado fornece provas fortes de que a série cíclica do PIB brasileiro exibe componentes não lineares que deveriam ser considerados em pesquisas empíricas e teóricas que tratam deste tema. Tal resultado fora encontrado anteriormente por outros autores como Brock e Sayers (1988) que evidenciaram a presença de não linearidades nas séries de emprego, desemprego, produção industrial e de ferro-gusa norte-americanas, e Scheinkman e Lebaron (1989a) que obtiveram resultados similares ao analisar séries financeiras diárias e semanais desse país.

Passa-se, neste momento, para a verificação da hipótese da linearidade na primeira diferença do PIB brasileiro. A seguir, apresentam-se as saídas da estimação do AR(7), modelo selecionado pelo critério de Akaike (1987) para a série $d(\text{PIB}_t)$, na Tabela 4.

Quanto à qualidade do ajuste, esta foi correspondente com a verificada em séries de log-retorno, onde se obtém, em geral, coeficientes de determinação baixos. O teste F, que mede a significância global do modelo, contudo, é significativo, mesmo a 1% de significância estatística. Quanto às evidências iniciais de dependência temporal remanescente nos resíduos do modelo linear, o teste Q de Ljung-Box indica que ela não está presente, com estatísticas calculadas para as defasagens 1, 6, 12, 24 e 36 iguais a, respectivamente, [0,00; 0,30; 6,94; 18,41; 29,00], todas não significativas a 10%.

Tabela 4: Saídas da estimação do modelo linear - $d(\text{PIB}_t)$

Variável	Coefficiente	Erro-padrão	P-valor
Constante	0.012	0.002	0.000
AR(1)	0.113	0.063	0.074
AR(2)	0.034	0.063	0.595
AR(3)	-0.013	0.062	0.837
AR(4)	-0.042	0.062	0.500
AR(5)	0.179	0.062	0.004
AR(6)	0.083	0.063	0.192

AR(7)	0.100	0.063	0.115
$R^2 = 8\%$	$F_{calc} = 3,08$	Akaike = -5,11	$SQ_{res} = 0,09$
$R^2_{ajust} = 5\%$	$F_{prob} = 0,004$	$DW_{calc} = 2,00$	Observações = 264

Fonte: Resultados da pesquisa.

Analisa-se, agora, a hipótese *iid* dos resíduos do modelo AR(7) para a primeira diferença do PIB através da estatística BDS. Os resultados são apresentados na Tabela 5. Ao analisar as probabilidades na suposição de normalidade, e aquelas oriundas de simulações *bootstrap*, percebe-se que a 1% de significância a hipótese de erros *iid* é rejeitada em todos os 20 casos considerados.

Em suma, estes resultados indicam a modelagem não linear como mais apropriada para os ciclos econômicos no Brasil. Em ambos os casos, isto é, assumindo a série cíclica da filtragem HP ou a primeira diferença do PIB, a hipótese de independência dos resíduos dos modelos lineares foi amplamente rejeitada, o que fornece fortes indicações a favor das não linearidades.

Tabela 5: Teste de independência dos resíduos do modelo linear - $d(PIB_t)$ *

Dimensão	$\epsilon = 0,5 * \text{Desvio-padrão}$			$\epsilon = 1 * \text{Desvio-padrão}$		
	BDS	P. Normal	P. <i>Bootstrap</i>	BDS	P. Normal	P. <i>Bootstrap</i>
2	0,011	0,000	0,000	0,019	0,000	0,001
3	0,010	0,000	0,000	0,024	0,000	0,001
4	0,007	0,000	0,000	0,023	0,000	0,001
5	0,004	0,000	0,000	0,018	0,000	0,002
6	0,002	0,000	0,000	0,014	0,000	0,003
Dimensão	$\epsilon = 1,5 * \text{Desvio-padrão}$			$\epsilon = 2 * \text{Desvio-padrão}$		
	BDS	P. Normal	P. <i>Bootstrap</i>	BDS	P. Normal	P. <i>Bootstrap</i>
2	0,015	0,001	0,004	0,010	0,001	0,008
3	0,026	0,000	0,003	0,021	0,000	0,005
4	0,031	0,001	0,004	0,028	0,001	0,006
5	0,033	0,001	0,005	0,036	0,001	0,007
6	0,035	0,000	0,004	0,043	0,000	0,005

Fonte: Resultados da pesquisa. Nota (*): probabilidades *bootstrap* calculadas com 10^4 simulações.

Em modelos de ciclos econômicos não lineares, crises e *booms* podem surgir internamente, podendo se agravar através de processos retro-alimentadores que aumentam o grau de incerteza dos agentes. Adicionalmente, não linearidade implica a possibilidade de múltiplos equilíbrios e mudanças qualitativas na dinâmica das economias, dessa forma, a ação governamental poderia guiar a trajetória para aquela mais próxima da socialmente ótima.

4.2. Segunda hipótese: não linearidade associada às mudanças de regimes *versus* caos nos ciclos econômicos brasileiros

Trata-se agora da possibilidade de períodos caóticos na atividade econômica agregada brasileira. Para tal, ajustam-se modelos de regimes markovianos nas duas séries cíclicas analisadas até agora, verificando, a seguir, a hipótese *iid* em seus resíduos padronizados.

Para manter a estrutura da pesquisa, a série cíclica do filtro HP ($\lambda = 1600$) é avaliada primeiramente. Nesse sentido, o número de termos autorregressivos continua sendo dois, conforme fora selecionado pelo critério de Akaike (1987), anteriormente. Aqui, porém, expande-se tal especificação para incluir dois regimes markovianos na média e na variância. Os resultados são apresentados na Tabela 6, a seguir.

Tabela 6: Saídas da estimação do modelo MS-AR(2) - série cíclica (HP)

Variável	Coefficiente	Erro-padrão	P-valor
AR(1)	0,9136	0,0583	0,000
AR(2)	-0,2097	0,0609	0,001
μ_0	0,0005	0,0035	0,877
μ_1	0,0012	0,0029	0,670
σ_0^2	0,0189	0,0012	0,000
σ_1^2	0,0057	0,0012	0,000
p_{00}	0,9061	0,0499	0,000
p_{01}	0,2092	0,1042	0,046

Teste LR de linearidade: $\text{Chi}^2(4) = 32,14$ [p-valor = 0,000]

Fonte: Resultados da pesquisa.

Como mostra a Tabela 6, ambas as médias foram consideradas não significativas, de modo que a série cíclica não apresenta evidências de dois regimes distintos de crescimento. Isso resulta da característica do filtro HP, que proporciona séries cíclicas centradas em zero.

Com respeito às volatilidades, ao contrário, percebem-se dois regimes bastante diferentes, a saber, o regime 0 tem variância cerca de três vezes maior que a estimada para o regime 1 (veja-se dados da Tabela 6). Ademais, o modelo linear é rejeitado a 1% de significância de acordo com a estatística LR (Garcia e Perron, 1996). Dessa forma, a adição de regimes ao modelo linear é interessante do ponto de vista estatístico.

Economicamente, tal especificação diz que os ciclos no Brasil variam entre dois regimes, o primeiro com alta volatilidade e, o segundo, caracterizando períodos de maior estabilidade. Verifica-se, também, que os regimes são persistentes. A probabilidade de se manter no estado “zero”, por exemplo, é de 91%. A Figura 4, abaixo, traz as probabilidades suavizadas do sistema econômico se situar em cada um dos regimes. Percebe-se que após a segunda metade dos anos de 1990, há uma predominância do regime 1.

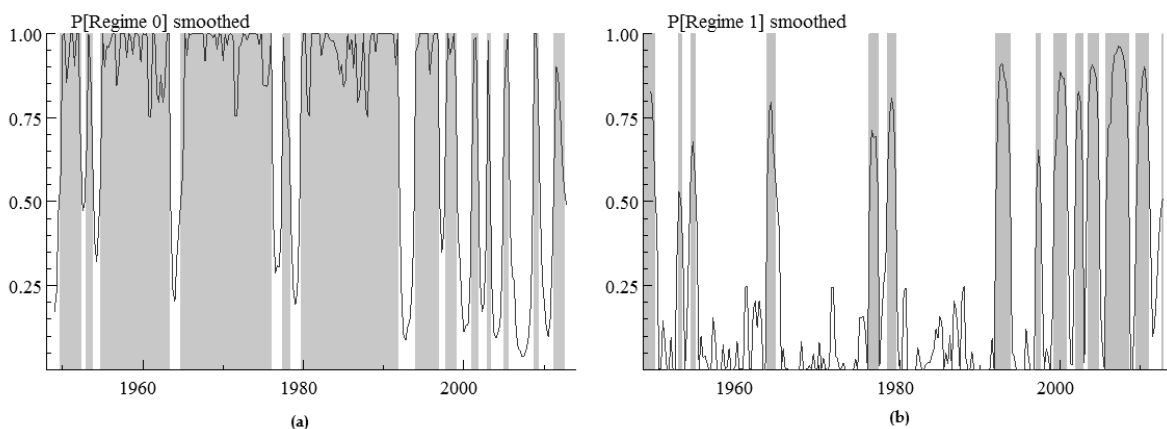


Figura 4: (a) Probabilidade suavizada do regime 0; (b) Probabilidade suavizada do regime 1, ciclos HP.

Fonte: Resultados da pesquisa.

Na Tabela 7 analisam-se os resíduos do modelo markoviano com a estatística BDS. Conforme se vê, na grande maioria dos casos as estatísticas calculadas não rejeitam a hipótese

iid para os resíduos do modelo não linear. Fornecem-se, assim, evidências iniciais de que os ciclos econômicos brasileiros são bem descritos por modelos não lineares e não caóticos.

Tabela 7: Teste de independência dos resíduos do modelo não linear– série cíclica (HP)*

Dimensão	$\epsilon = 0,5*$ Desvio-padrão			$\epsilon = 1*$ Desvio-padrão		
	BDS	P. Normal	P. <i>Bootstrap</i>	BDS	P. Normal	P. <i>Bootstrap</i>
2	0,001	0,144	0,292	0,002	0,489	0,484
3	0,002	0,005	0,093	-0,001	0,845	0,968
4	0,000	0,179	0,450	-0,001	0,567	0,721
5	0,000	0,621	0,780	-0,001	0,663	0,837
6	-0,000	0,535	0,946	-0,000	0,802	0,965
Dimensão	$\epsilon = 1,5*$ Desvio-padrão			$\epsilon = 2*$ Desvio-padrão		
	BDS	P. Normal	P. <i>Bootstrap</i>	BDS	P. Normal	P. <i>Bootstrap</i>
2	-0,001	0,739	0,819	0,001	0,622	0,606
3	-0,008	0,122	0,170	-0,001	0,796	0,895
4	-0,011	0,096	0,144	-0,004	0,557	0,687
5	-0,009	0,167	0,227	-0,004	0,682	0,825
6	-0,006	0,359	0,478	-0,001	0,936	0,926

Fonte: Resultados da pesquisa. Nota (*): probabilidades *bootstrap* calculadas com 10^4 simulações.

Prossegue-se com a análise da primeira diferença do PIB, neste momento. Conforme se vê na Tabela 8, dos coeficientes autorregressivos, apenas as defasagens um e cinco foram significativas. Ao analisar as constantes, μ_0 e μ_1 , são significativas, com o período “um” apresentando uma taxa de crescimento levemente superior (em termos anualizados, 4,4% ao ano no regime zero, e 5,6% ao ano no regime um).

Tabela 8: Saídas da estimação do modelo MS-AR(7) - $d(\text{PIB}_t)$

Variável	Coefficiente	Erro-padrão	P-valor
AR(1)	0,1701	0,0684	0,014
AR(2)	0,0204	0,0506	0,687
AR(3)	-0,0328	0,0488	0,503
AR(4)	-0,0335	0,0517	0,517
AR(5)	0,1085	0,0491	0,028
AR(6)	0,0478	0,0575	0,407
AR(7)	0,0878	0,0547	0,110
μ_0	1,1131	0,2299	0,000
μ_1	1,3847	0,2066	0,000
σ_0^2	2,0954	0,1367	0,000
σ_1^2	0,5544	0,1060	0,000
p_{00}	0,9118	0,0367	0,000
p_{01}	0,2528	0,0815	0,002

Teste LR de linearidade: $\text{Chi}^2(4) = 28,89$ [p-valor = 0,000]

Fonte: Resultados da pesquisa.

A volatilidade é superior no regime zero, cerca de quatro vezes maior do que no outro regime. Caracterizam-se, assim, duas conjunturas para os ciclos econômicos brasileiros, uma com altas instabilidades, definida no regime zero, e outra com baixa volatilidade, concentrada no regime um. Além disso, as fases são bastante persistentes, com probabilidade p_{00} de 0,91, e p_{11} de 0,75.

Tais fatos denotam uma assimetria nas fases dos ciclos na economia brasileira, com elevada heterocedasticidade. Veja-se na Figura 5, por exemplo, que o regime 1 está bastante concentrado após o início da década de 1990, período marcado pela maior estabilidade econômica pós Plano Real. Assim, modelos econômicos em que choques afetam da mesma maneira os períodos de crescimento e recessão, como os RBC clássicos, seriam inadequadas representações dos dados brasileiros.

A interpretação da economia brasileira, com base nesses resultados, está em consonância com a política econômica adotada antes e após 1990. No primeiro período, a industrialização no Brasil, por meio do processo de substituição de importações, contou com políticas que privilegiavam o crescimento. A limitação da poupança interna, assim como da externa, associada a uma política econômica expansionista, caracterizou o cenário macroeconômico desse período, marcado por três grandes problemas estruturais: inflação, dívida interna e dívida externa. A análise das políticas fiscais, monetárias, creditícias, cambiais, para citar as mais importantes, mostra a grande instabilidade dessas e, conseqüentemente, do comportamento do crescimento do produto, da inflação, do desemprego, dentre outros indicadores.

Já no período pós 1990, observa-se uma alteração substancial na condução da política econômica. Com uma matriz industrial relativamente completada, e após uma década de crise e vários planos de combate à inflação fracassados, a estabilidade passa a ser foco dos gestores econômicos, ao menos dos primeiros governos que implantam e consolidam o Plano Real.

Nesse sentido, pode-se associar maior instabilidade (regime zero) ao período de desenvolvimento da industrialização brasileira, enquanto que mais recentemente a política econômica com foco na baixa inflação (regime um) permitiu menor instabilidade dos agregados econômicos. Sugere-se, assim, que os comportamentos cíclicos são influenciados por fatores históricos (nesse caso, a industrialização tardia) e pela política econômica adotada.

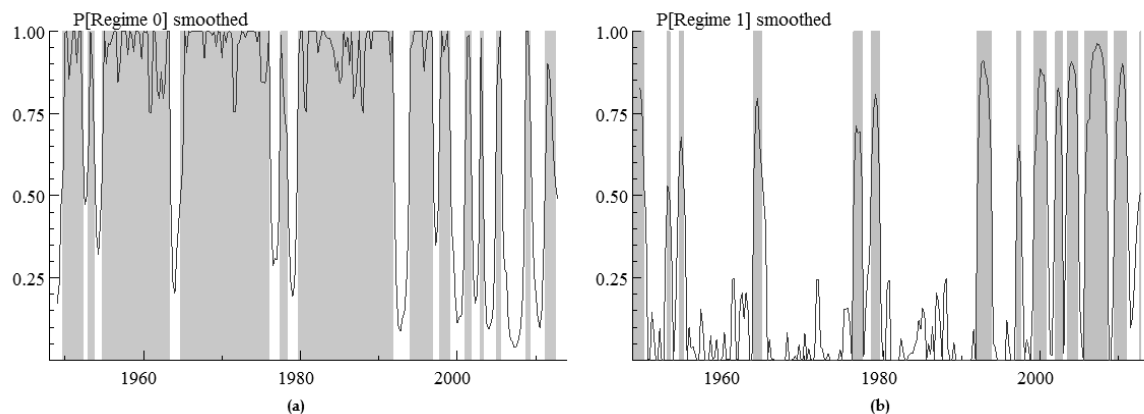


Figura 5: (a) Probabilidade suavizada do regime 0; (b) Probabilidade suavizada do regime 1, $d(\text{PIB}_t)$.

Fonte: Resultados da pesquisa.

Por fim, a Tabela 9 apresenta as estatísticas BDS para a hipótese *iid* nos resíduos padronizados do modelo markoviano da primeira diferença do PIB. Como verificado, os valores calculados são não significativos a 5% na maior parte das vezes, a saber, em 19 dos 20 casos (quando se considera o nível de 10% de significância estatística, existem apenas três casos em que se rejeita a hipótese nula). Esta tabela, portanto, reforça os resultados encontrados anteriormente de que os ciclos econômicos no Brasil são não lineares, mas não caóticos.

Tabela 9: Teste de independência dos resíduos do modelo não linear – $d(\text{PIB}_t)$

Dimensão	$\epsilon = 0,5 \cdot \text{Desvio-padrão}$			$\epsilon = 1 \cdot \text{Desvio-padrão}$		
	BDS	P. Normal	P. <i>Bootstrap</i>	BDS	P. Normal	P. <i>Bootstrap</i>
2	0,002	0,036	0,204	-0,001	0,664	0,776
3	0,002	0,000	0,046	-0,001	0,605	0,746
4	0,001	0,000	0,070	-0,002	0,412	0,581
5	0,000	0,161	0,587	-0,001	0,609	0,771
6	0,000	0,002	0,324	0,000	0,921	0,840
Dimensão	$\epsilon = 1,5 \cdot \text{Desvio-padrão}$			$\epsilon = 2 \cdot \text{Desvio-padrão}$		
	BDS	P. Normal	P. <i>Bootstrap</i>	BDS	P. Normal	P. <i>Bootstrap</i>
2	0,003	0,302	0,326	0,005	0,052	0,087
3	0,001	0,901	0,829	0,007	0,168	0,205
4	-0,001	0,901	0,983	0,009	0,201	0,236
5	0,001	0,914	0,810	0,011	0,181	0,215
6	0,003	0,653	0,583	0,017	0,103	0,137

Fonte: Resultados da pesquisa. Nota (*): probabilidades *bootstrap* calculadas com 10^4 simulações.

5. Conclusões

O presente artigo avaliou a possibilidade de não linearidades e caos nos ciclos econômicos brasileiros. Utilizaram-se, a esse respeito, as estatísticas BDS para analisar a hipótese de erros *iid* advindos de modelos lineares, autorregressivos, e não lineares, do tipo markoviano com dois regimes, ajustados à série do PIB brasileiro entre os anos de 1947 e 2012.

As evidências apontaram fortemente para a rejeição das especificações lineares, mas não forneceram suporte à possibilidade de caos no principal agregado macroeconômico brasileiro. Resultados similares têm sido encontrados por várias aplicações em nível internacional, veja-se, por exemplo, Brock e Sayers (1988), Hamilton (1989), Scheinkman e Lebaron (1989b) e Arora *et al.* (2013), para o caso norte-americano e Bueno (2009), para o caso da produção de bens de capital brasileira.

As não linearidades encontradas pelo presente estudo foram modeladas como mudanças de regimes markovianos, em que se distinguiram períodos de maior e menor instabilidade econômica. Especificamente, as evidências mostraram que a volatilidade se reduziu de 60 a 75% nos anos pós 1995. Dessa forma, atesta-se para duas possíveis fontes de não linearidades, a saber: heterocedasticidade e assimetria de duração entre as fases dos ciclos. No período de 1947 ao início dos anos de 1990, por exemplo, em 80% do tempo, a economia brasileira esteve no regime de alta volatilidade, enquanto que, a partir de 1993, a conjuntura de baixa volatilidade tem vigorado em 60% do tempo.

Nesse sentido, os resultados aqui apresentados são relevantes tanto na esfera teórica quanto na prática. Em termos da criação e desenvolvimento de modelos econômicos, aqueles que apresentam algum tipo de assimetria e persistência endógena passam a ser mais relevantes de acordo com as evidências expostas. Ademais, de acordo com Benhabib e Gali (1995), tal característica dos dados aponta na direção de modelos de crescimento que geram múltiplos equilíbrios. As implicações práticas do presente artigo decorrem daí, dado que fases assimétricas dos ciclos (com expansões mais duradouras, ou com períodos de diferentes graus de estabilidade) e a possibilidade de equilíbrios inferiores (como armadilhas da pobreza) pedem por políticas econômicas ativas para a promoção do crescimento, ou para a estabilização. O caso brasileiro ilustra bem as variações dessas políticas e suas implicações sobre o comportamento dos agregados macroeconômicos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Akaike, H. (1987). Factor Analysis and AIC. *Psychometrika*, v.52, n.3, pp.317-332.
- Araújo, E., Luciane, C., & Cunha, A. (2008). Brazilian Business Cycles and Growth from 1850 to 2000. *Estudos Econômicos*, v.38, n.3, pp.557-581.
- Arora, S., Little, M., & Mcsharry, P. (2013). Nonlinear and nonparametric modeling approaches for probabilistic forecasting of the US gross national product. *Studies in Nonlinear Dynamics and Econometrics*, v.17, n.4, p.395-420.
- Barnett, W., & Chen, P. (1988). Deterministic chaos and fractal attractors as tools for nonparametric dynamical econometric inference: with an application to the divisional monetary aggregates. *Mathematical and Computer Modelling*, v.10, n.4, p.275-296.
- Baxter, M., & King, R. (1999). Measuring business cycles: Approximate band-pass filters for economic time series. *Review of Economics and Statistics*, v.81, n.4, pp.575-593.
- Benhabib, J., & Gali, J. (1995). On growth and indeterminacy: Some theory and evidence. *Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy*, v.43, pp.163-211.
- Bonelli, R., & Rodrigues, C. (2012). PIB Trimestral: Proposta Metodológica e Resultados para o Período 1947-79. [mimeo], 24 pp.
- Brock, W., & Hommes, C. (1997). A rational route to randomness. *Econometrica*, v.65, n.5, pp.1059-1095.
- Brock, W., & Sayers, C. (1988). Is the Business Cycle Characterized by Deterministic Chaos? *Journal of Monetary Economics*, v.22, n.1, pp.71-90.
- Brock, W., Scheinkman, J., Dechert, W., & LeBaron, B. (1996). A test for independence based on the correlation dimension. *Econometric reviews*, v.15, n.3, pp.197-235.
- Bueno, N. (2002). Algumas evidências da presença de não linearidades compatíveis com caos determinístico no IBOVSPA na década de 1990. *Revista de Economia Aplicada*, v.6, n.3, p.555-576.
- Bueno, N. (2009). Visitando vizinhos: Uma análise da série histórica de produção de bens de capital no Brasil utilizando diagramas de recorrência. *Economia e Sociedade*, v.18, n.2, pp.399-416.
- Burns, A., & Mitchell, W.C. (1946). *Measuring Business Cycles*. Cambridge: National Bureau of Economic Research, NBER. 590 pp.
- Chauvet, M. (2002). The Brazilian Business and Growth Cycles. *Revista Brasileira de Economia*, v.56, n.1, pp.75-106.
- Christiano, L.J., & Fitzgerald, T.J. (1998). The business cycle: It's still a puzzle. *Federal Reserve Bank of Chicago, Economic Perspective*, v.22, n.4, pp.56-83.
- Day, R. (1982). Irregular growth cycles. *American Economic Review*, v.72, n.3, p.406-414.
- Ellery-Jr., R., Gomes, V., & Sachsida, A. (2002). Business Cycle Fluctuations in Brazil. *Revista Brasileira de Economia*, v.56, n.2, pp.269-308.
- Gao, J., Hu, J., Tung, W., & Zheng, Y. (2013). Multiscale analysis of economic time series by scale-dependent Lyapunov exponent. *Quantitative Finance*, v.13, n.2, pp.265-274.
- Goodwin, R. (1951). The Nonlinear Accelerator and the Persistence of Business Cycles. *Econometrica*, v.19, n.1, p.1-17.
- Grandmont, J. (1985). On endogenous competitive business cycles. *Econometrica*, v.53, n.5, p.995-1045.
- Hamilton, J. (1989). A New Approach to the Economic Analysis of Nonstationary Time Series and the Business Cycle. *Econometrica*, v.57, n.2, pp.357-384.
- Hess, G., & Iwata, S. (1997). Measuring and Comparing Business-Cycle Features. *Journal of Business and Economic Statistics*, v.15, n.4, pp.432-444.
- Hodrick, R., & Prescott, E. (1997). Postwar U.S. business cycles: An empirical investigation. *Journal of Money, Credit and Banking*, v.29, n.1, pp.1-16.

- Hsieh, D. (1991). Chaos and nonlinear dynamics: Application to financial markets. *The journal of finance*, v.46, n.5, pp.1839-1877.
- Kaldor, N. (1940). A Model of the Trade Cycle. *Economic Journal*, v.50, n.197, p.78-92.
- King, R., Plosser, C., Stock, J., & Watson, M. (1991). Stochastic trends and economic fluctuations. *American Economic Review*, v.81, n.4, pp.819-840.
- Kydland, F., & Prescott, E. (1982). Time to Build and Aggregate Fluctuations. *Econometrica*, v.50, n.6, pp.1345-1370.
- Lucas Jr., R. (1972). Expectations and the Neutrality of Money. *Journal of Economic Theory*, v.4, n.2, pp.103-124.
- Madhavan, V. (2013). Nonlinearity in investment grade Credit Default Swap (CDS) Indices of US and Europe: Evidence from BDS and close-returns tests. *Global Finance Journal*, v.24, n.3, pp.266-279.
- Mankiw, N. (1989). Real Business Cycles: A New Keynesian Perspective. *Journal of Economic Perspectives*, v.3, n.3, pp.79-90.
- Marques, A. (2013). Não linearidades, mudanças de regime e assimetrias na taxa de inflação brasileira: Análise a partir de um modelo SETAR, 1944-2009. *Economia e Sociedade*, v.22, n.1, pp.141-163.
- Medio, A., & Gallo, G. (1992). *Chaotic dynamics: Theory and applications to economics*. Cambridge: Cambridge University Press. 344 pp.
- Nelson, C., & Plosser, C. (1982). Trends and random walks in macroeconomic time series : Some evidence and implications. *Journal of Monetary Economics*, v.10, n.2, pp.139-162.
- Plosser, C. (1989). Understanding Real Business Cycles. *Journal of Economic Perspectives, American Economic Association*, v.3, n.3, pp.51-77.
- Rotemberg, J., & Woodford, M. (1996). Real-business-cycle models and the forecastable movements in output, hours, and consumption. *American Economic Review*, v.86, n.1, pp. 71-89.
- Sargent, T., & Wallace, N. (1976). Rational expectations and the theory of economic policy. *Journal of Monetary Economics*, v.2, n.2, pp.169-183.
- Scheinkman, J. (1990). Nonlinearities in Economic Dynamics. *Economic Journal*, v.100, n.400, pp.33-48.
- Scheinkman, J., & Lebaron, B. (1989a). Nonlinear Dynamics and Stock Returns. *Journal of Business*, v.62, n.3, pp.311-337.
- Scheinkman, J., & Lebaron, B. (1989b). Nonlinear Dynamics and GNP Data. In: W. Burnett, J. Gewerke, & K. Shell, *Economic Complexity: Chaos, Sunspots, Bubbles and Nonlinearity* (pp. 213-231). Cambridge: Cambridge University Press.
- Sosa, E. (1997). Testing for unit-roots and trend-breaks in Argentine real GDP. *Económica*, v.43, n.(1-2), pp.123-142.
- Zhang, W. (2005). Path-dependent economic evolution with capital accumulation and education. *Non-linear Dynamics Psychol. Life Sci.*, v.9, n.3, pp.335-357.