EFEITOS SALARIAIS DA IMIGRAÇÃO NO BRASIL: UMA SIMULAÇÃO

Flávio A. De Stéfani Machado*
André Portela De Fernandes Souza†

Resumo

O vislumbre de novas ondas imigratórias no país desencadeou preocupação e interesse tanto por parte do governo quanto por parte da sociedade sobre seus possíveis efeitos econômicos, havendo, em especial, um temor sobre como o emprego e os salários dos nativos seriam afetados. Este trabalho contribui ao tema provendo estimativas de variação salarial dos nativos em resposta a influxos imigratórios em massa no Brasil, sendo o primeiro deste tipo estudo, sob o conhecimento dos autores, para a história recente brasileira (pós II Guerra Mundial). A presente análise possui uma característica distinta, enquanto quase toda a literatura foca-se em estimar os efeitos da imigração em algum período do passado, este estudo se propõe estimar os efeitos de prováveis imigrações futuras. A metodologia empregada nos permitiu simular para variados cenários - cada um correspondente a um tipo estipulado de influxo imigratório a partir de 2010 - o impacto salarial sobre inúmeros grupos de trabalhadores, cada um deles com um específico nível de educação e experiência. Calculou-se que um influxo imigratório que eleva 1% a força de trabalho com nível educacional "fundamental incompleto" reduz cerca de 0.7% o salário médio deste grupo, enquanto pouco afeta os demais; resultado semelhante é encontrado quando este influxo ocorre no grupo com educação "superior". Na simulação de um influxo equivalente a 1% da força de trabalho, distribuído uniformemente entre todos os grupos de habilidade, estimou-se um impacto negativo sobre o salário médio da economia ao redor de 0.8%. Ao agregar para a compreensão dos efeitos econômicos que a imigração pode trazer ao país, o presente estudo também visa ampliar o embasamento para construção de políticas imigratórias mais efetivas no alcance de seus objetivos e minimizando possíveis efeitos adversos.

Área ANPEC: Área 13 - Economia do Trabalho

Palavras-chave: Imigração. Salário. Função de Produção CES Aninhada. Simulação. Brasil.

Classificação JEL: J00, J21, J30, J61, F22

Abstract

The glimmer of new immigratory waves in the country prompted concern and interest by both the government and the society about its possible economic effects; in particular, there is a special worry about how the natives' employment and wage would be affected. This work contributes to the subject by providing estimates of natives' wage variation in response of mass immigratory influxes in Brazil, being the first of that type of study, to the authors' knowlegde, for the recent brazilian history (post II World War). The present analysis has a distinct feature, while almost the entire literature focus on estimating the effects of immigration for some past period, this study aims to estimate the effects of likely future immigrations. The applied methodology allowed us to simulate under varied scenarios - each one concerning a type of estipulated immigratory influx post 2010 Census date - the wage impact on numerous groups of workers, each one with an specific level of education and experience. The calculations showed that an immigratory influx that increases 1% the labor force with educational level "incomplete junior high school" decreases about 0.7% the wage of that group, while generates little effect on the others; similar result is found when that influx occurs in the education group "college graduates". In the simulation of an influx equivalent to 1% of the workforce, distributed evenly among all skill groups, the negative impact on the mean wage of the economy was estimated around 0.8%. By contributing to the understanding of the economic effects that immigration can bring to the country, the present study also aims to extend the foundations to build more effective immigratory polices while minimizing their possible adverse effects.

Keywords: Immigration. Wage. Nested CES Production Function. Simulation. Brazil.

JEL Classification: J00, J21, J30, J61, F22

*Escola de Economia de São Paulo (EESP) da Fundação Getúlio Vargas (FGV), São Paulo, SP, Brasil
†Escola de Economia de São Paulo (EESP) da Fundação Getúlio Vargas (FGV), São Paulo, SP, Brasil

1 Introdução

O Brasil, desde o século XVI, foi um país marcado por grandes influxos imigratórios e colonizatórios, e embora o número de estrangeiros residentes tenha caído significativamente a partir da década de 1970[1], nos últimos anos o país tem revertido essa tendência, dando novo fôlego à entrada imigratória. Segundo o Ministério da Justiça, somente entre 2010 e 2011, verificou-se uma entrada de 600 mil imigrantes regularizados, e estima-se que o número de irregulares chegue a pelo menos 20% desse montante. Essa nova tendência imigratória é, principalmente, mas não somente devida à crise econômica mundial - a qual não foi tão severa no Brasil como em alguns outros países - mas também à uma nova realidade política e econômica nacional. Empresas de diversos setores têm se preocupado em importar novas tecnologias, o que demanda a vinda estrangeiros que possam transmití-la. O governo, por sua vez, além de iniciar um abrandamento das regras imigratórias, tem se empenhado na criação de programas de imigração em massa com o intuito declarado de sanar deficiências internas de determinados tipos de mão-de-obra. O primeiro deste tipo programa foi implentado em 2013 e trouxe para o país milhares de médicos de diferentes nacionalidades. Apesar das críticas e da preocupação dos nativos com a competição dos imigrantes, o governo agora também vislumbra a importação de engenheiros e técnicos de inovação tecnológica, notadamente pelo programa chamado "Brasil de Braços Abertos". Adicionalmente, a SAE (Secretaria de Assuntos Estratégicos) estimou que o Brasil precisaria de 6 milhões de profissionais estrangeiros para atender a demanda atual do país por trabalhadores qualificados[2], e o governo já estuda políticas imigratórias que possam atrair tais cérebros.

Diante desse contexto, a imigração passou a configurar um tema político-econômico de grande relevância, gerando uma necessidade de melhor entendimento dos efeitos econômicos causados por influxos populacionais dessa natureza. Por ser um fenômeno recente, há uma ausência de estudos, sob o conhecimento dos autores, sobre os impactos econômicos de possíveis novas ondas imigratórias no país, estudos que seriam fundamentais para dar subsídios à elaboração de uma política imigratória eficiente no alcance de seus objetivos e com o mínimo de efeitos adversos. Com esse panorama em mente, este trabalho visa justamente dar alguma contribuição a esse tema.

Há algumas questões centrais quando se discute um política imigratória, primeiramente deve-se questionar "haverá ganhos de eficiência econômica, seja através de capital humano, desenvolvimento técnológico, mudança da cultura empresarial e de trabalho, ou por outros canais diversos?". Mesmo em caso afirmativo, outras questões precisam ser antes apreciadas para concluir se um determinado influxo imigratório é desejável do ponto de vista social e político, uma delas é "como o rendimento de cada grupo da força de trabalho nativa será impactado e em que medida?", reconhecidamente uma das questões mais preocupantes para os nativos. Elaborar repostas a essa indagação é o mote do presente estudo.

A metodologia empregada neste trabalho é uma adaptação da descrita em Borjas (2003) e consiste das seguintes etapas. Primeiramente, para investigar como diferentes grupos seriam afetados por influxos de imigrantes, dividimos a força de trabalho em grupos por nível de escolaridade e experiência no mercado de trabalho, onde o par ("educação", "experiência") forma o que denominaremos de "habilidade". Em seguida, é assumida uma estrutura de mercado e uma função de produção CES aninhada de 3 níveis e, na sequência, estimamos econometricamente os parâmetros subjacentes. Por fim, a partir do modelo resultante, realizamos simulações de variados perfis e magnitudes de influxos imigratórios a partir de 2010 (último ano do Censo Demográfico), avaliando o respectivo impacto no rendimento do trabalho de cada grupo da força de trabalho.

2 Base de Dados

Os dados empregados neste trabalho são extraídos dos Censos Demográficos Decenais do IBGE[3] dos anos 1980, 1991, 2000 e 2010, sendo a unidade observacional em nível individual. O presente estudo é restrito a homens e mulheres com idade entre 16 e 65 anos. Devido a impossibilidade computacional de se trabalhar com todas as milhões de observações dos Censos, executamos o procedimento padrão da literatura de se trabalhar com uma extração aleatória da base original, implementando a devida correção no fator de expansão amostral (peso amostral) dos indivíduos. Nossa amostra de trabalho é composta de 100% das observações de imigrantes e 1% das observações de nativos da base original, totalizando 835 mil observações. Definimos como imigrantes aqueles indivíduos classificados nos Censos como estrangeiros ou naturalizados, os demais são definidos como nativos. Como variável de rendimento do trabalho (salário), usamos o rendimento mensal bruto do trabalho principal[4], o qual se mostrou a medida mais consistente metodologicamente entre os diferentes anos do Censo. Essa variável não engloba os rendimentos em trabalhos secundários, mas como esses se mostraram de grandeza irrisória, não afetarão a análise. Os valores foram corrigidos pelo índice IPC-A do IBGE e atualizados monetariamente[5] para janeiro de 2014. No cômputo das médias

[1]O número de estrangeiros no Brasil passou de 1.27 milhão em 1970 para 1.11 milhão em 1980 e 592 mil em 2010, com base nos Censos Demográficos do IBGE.

[2]Fonte: BBC Brasil.

[3]Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística.

[4]Neste texto, nos referiremos a essa variável pelos termos "salário mensal" ou "renda (ou rendimento) mensal do trabalho", frequentemente omitindo o termo "mensal".

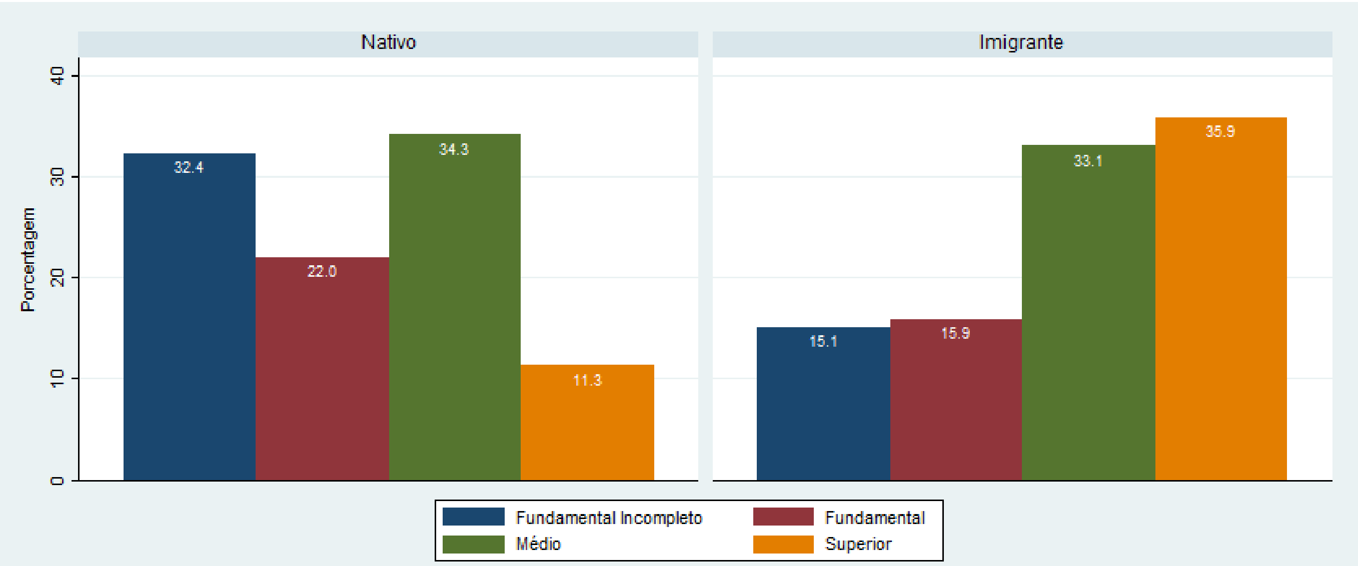
[5]O fatores de atualização monetária foram obtidos no serviço de correção de valores do Banco Central do Brasil.

de renda do trabalho foram considerados apenas os rendimentos de indivíduos não matriculados em escola de qualquer nível de ensino. A força de trabalho é definida como a população economicamente ativa (PEA).

Como mencionado previamente, classificamos e separamos os indivíduos em grupos (ou classes) de acordo com o grau de escolaridade (educação) e com os anos de participação no mercado de trabalho (experiência). A educação é dividida em 4 classes de acordo com o grau de ensino mais elevado completado pelo indivíduo: {1} Ensino Fundamental Incompleto, {2} Fundamental, {3} Médio, {4} Superior. Como o Censo não possui nenhuma informação sobre a experiência profissional dos indivíduos, adotamos uma estimativa de anos no mercado de trabalho como medida de experiência, sendo a mesma dada pela idade da pessoa subtraída a idade esperada que ingressou no mercado de trabalho (Mincer, 1974; Card, 2009). Assumimos que os grupos de educação {1} e {2} entram no mercado de trabalho aos 16 anos (limite mínimo permitido para trabalho formal), o grupo {3} aos 18, e o grupo {4} aos 21 anos. Por sua vez, a variável de experiência construída é dividida em 8 classes: {1} de 1 a 5 anos de experiência, {2} de 6 a 10 anos, e assim por diante até {8} de 36 ou mais anos de experiência. Fazendo a combinação dos 4 grupos de educação com os 8 de experiência, chegamos a um total de 32 grupos de habilidade.

Apresenta-se agora estatísticas do mercado de trabalho (especialmente de 2010, ano mais recente da base de dados) que contextualizam as análises que se seguirão. A Figura 1 descreve a frequência relativa nas classes de educação em 2010, é patente a concentração bem mais elevada de imigrantes com ensino superior em comparação aos nativos, observando-se o padrão oposto no grupo de menor nível educacional.

Figura 1
Frequência Relativa das Classes de Educação na Força de Trabalho em 2010



Fonte: Elaboração própria a partir dos Censos Demográficos decenais do IBGE.

A Tabela 1 apresenta as frequências relativas dentro de cada ano (ou período) de cada um dos grupos de habilidade. Comparando 1980 e 2010, nota-se uma considerável redução da participação dos grupos com ensino fundamental incompleto e fundamental em favor da elevação da participação daqueles com ensino médio e superior.

Tabela 1
Frequência Relativa da Força de Trabalho dos Grupos de Habilidade em cada Período

Nível Educacional	Anos de Experiência	1980	1991	2000	2010	1980-2010
Fundamental Incompleto	1-5	8.39%	10.37%	6.25%	2.52%	6.21%
	6-10	6.49%	9.53%	6.97%	3.07%	6.10%
	11-15	6.04%	7.84%	6.70%	3.60%	5.76%
	16-20	5.49%	5.26%	6.55%	4.25%	5.28%
	21-25	5.55%	4.51%	5.46%	4.57%	4.95%
	26-30	4.74%	4.12%	3.99%	4.16%	4.20%
	31-35	4.16%	3.39%	3.02%	3.87%	3.58%
	36+	7.19%	6.45%	4.33%	6.30%	5.96%
Fundamental	1-5	8.25%	2.89%	5.42%	3.85%	4.75%
	6-10	8.56%	3.21%	3.72%	3.38%	4.26%
	11-15	6.31%	3.62%	2.96%	2.92%	3.63%
	16-20	4.39%	4.89%	2.61%	2.42%	3.34%
	21-25	3.50%	4.33%	3.08%	2.17%	3.11%
	26-30	2.84%	3.24%	2.98%	2.07%	2.70%
	31-35	2.11%	2.09%	2.19%	2.04%	2.10%
	36+	2.77%	3.06%	2.81%	3.18%	2.99%
Médio	1-5	1.92%	2.43%	5.10%	6.16%	4.36%
	6-10	2.61%	3.60%	4.84%	7.19%	5.03%
	11-15	1.71%	3.16%	3.78%	6.06%	4.11%
	16-20	1.04%	2.34%	3.54%	4.42%	3.18%
	21-25	0.70%	1.56%	2.72%	3.48%	2.40%
	26-30	0.49%	0.87%	1.68%	2.81%	1.71%
	31-35	0.30%	0.45%	1.02%	2.02%	1.13%
	36+	0.29%	0.47%	0.75%	2.11%	1.09%
Superior	1-5	0.45%	0.56%	0.53%	0.98%	0.68%
	6-10	1.09%	1.23%	1.19%	2.09%	1.50%
	11-15	0.86%	1.26%	1.34%	1.86%	1.43%
	16-20	0.59%	1.25%	1.36%	1.65%	1.32%
	21-25	0.45%	0.99%	1.19%	1.65%	1.19%
	26-30	0.31%	0.51%	0.91%	1.30%	0.86%
	31-35	0.23%	0.30%	0.61%	0.93%	0.59%
	36+	0.18%	0.23%	0.41%	0.94%	0.52%

As Tabelas 2-4 informam a frequência absoluta e relativa de cada grupo de habilidade para o ano de 2010, comparando-se nativos e imigrantes. Vê-se que os imigrantes totalizam 232 mil trabalhadores, correspondendo a apenas 0.27% da força de trabalho. Observa-se que há uma tendência de concentração nos grupos de maior experiência, o que pode ter relação com o fato dos influxos imigratórios terem decrescido nas últimas décadas anteriores a de 2010, elevando a média de idade do imigrante[6].

[6]Lembre-se da estreita relação entre idade e a medida de experiência empregada.

Tabela 2
Distribuição da Força de Trabalho dos Nativos e Imigrantes entre os Grupos de Habilidade em 2010 (parte 1)

Nível Educacional	Anos de Experiência	Nativo	Imigrante	Total
Fundamental Incompleto	1-5	2,145,767	2,745	2,148,512
		99.87%	0.13%	100.00%
		2.52%	1.18%	2.52%
	6-10	2,617,147	4,235	2,621,382
		99.84%	0.16%	100.00%
		3.07%	1.82%	3.07%
	11-15	3,064,235	4,555	3,068,790
		99.85%	0.15%	100.00%
		3.60%	1.96%	3.60%
	16-20	3,624,468	3,977	3,628,445
		99.89%	0.11%	100.00%
		4.26%	1.71%	4.25%
	21-25	3,899,036	3,235	3,902,271
		99.92%	0.08%	100.00%
		4.58%	1.39%	4.57%
	26-30	3,551,419	2,879	3,554,298
		99.92%	0.08%	100.00%
		4.17%	1.24%	4.16%
	31-35	3,298,670	3,180	3,301,850
		99.90%	0.10%	100.00%
		3.88%	1.37%	3.87%
	36+	5,368,416	10,302	5,378,718
		99.81%	0.19%	100.00%
		6.31%	4.43%	6.30%
Fundamental	1-5	3,278,702	3,543	3,282,245
		99.89%	0.11%	100.00%
		3.85%	1.52%	3.85%
	6-10	2,882,190	4,033	2,886,223
		99.86%	0.14%	100.00%
		3.39%	1.73%	3.38%
	11-15	2,485,909	3,582	2,489,491
		99.86%	0.14%	100.00%
		2.92%	1.54%	2.92%
	16-20	2,058,368	3,052	2,061,420
		99.85%	0.15%	100.00%
		2.42%	1.31%	2.42%
	21-25	1,847,105	3,279	1,850,384
		99.82%	0.18%	100.00%
		2.17%	1.41%	2.17%
	26-30	1,764,354	2,905	1,767,259
		99.84%	0.16%	100.00%
		2.07%	1.25%	2.07%

Tabela 3
Distribuição da Força de Trabalho dos Nativos e Imigrantes entre os Grupos de Habilidade em 2010 (parte 2)

	31-35	1,737,209	3,173	1,740,382
		99.82%	0.18%	100.00%
		2.04%	1.36%	2.04%
	36+	2,701,971	13,512	2,715,483
		99.50%	0.50%	100.00%
		3.17%	5.81%	3.18%
Médio	1-5	5,254,358	6,013	5,260,371
		99.89%	0.11%	100.00%
		6.17%	2.58%	6.16%
	6-10	6,130,652	8,304	6,138,956
		99.86%	0.14%	100.00%
		7.20%	3.57%	7.19%
	11-15	5,163,459	8,337	5,171,796
		99.84%	0.16%	100.00%
		6.07%	3.58%	6.06%
	16-20	3,760,718	8,736	3,769,454
		99.77%	0.23%	100.00%
		4.42%	3.76%	4.42%
	21-25	2,962,323	8,078	2,970,401
		99.73%	0.27%	100.00%
		3.48%	3.47%	3.48%
	26-30	2,394,141	7,260	2,401,401
		99.70%	0.30%	100.00%
		2.81%	3.12%	2.81%
	31-35	1,716,566	8,733	1,725,299
		99.49%	0.51%	100.00%
		2.02%	3.75%	2.02%
	36+	1,775,240	21,523	1,796,763
		98.80%	1.20%	100.00%
		2.09%	9.25%	2.11%
Superior	1-5	830,354	2,104	832,458
		99.75%	0.25%	100.00%
		0.98%	0.90%	0.98%
	6-10	1,777,709	5,609	1,783,318
		99.69%	0.31%	100.00%
		2.09%	2.41%	2.09%
	11-15	1,575,818	8,726	1,584,544
		99.45%	0.55%	100.00%
		1.85%	3.75%	1.86%
	16-20	1,400,372	11,026	1,411,398
		99.22%	0.78%	100.00%
		1.65%	4.74%	1.65%
	21-25	1,395,360	10,680	1,406,040
		99.24%	0.76%	100.00%
		1.64%	4.59%	1.65%

Tabela 4
Distribuição da Força de Trabalho dos Nativos e Imigrantes entre os Grupos de Habilidade em 2010 (parte 3)

	26-30	1,101,262	11,525	1,112,787
		98.96%	1.04%	100.00%
		1.29%	4.95%	1.30%
	31-35	782,001	11,184	793,185
		98.59%	1.41%	100.00%
		0.92%	4.81%	0.93%
	36+	777,334	22,599	799,933
		97.17%	2.83%	100.00%
		0.91%	9.71%	0.94%
Total		85,122,633	232,624	85,355,257
		99.73%	0.27%	100.00%
		100.00%	100.00%	100.00%

Para cada grupo há 3 células correspondentes, a primeira denota o número de trabalhadores na força de trabalho, a segunda indica a frequência relativa dentro do grupo de habilidade, e a terceira refere-se à frequência relativa dentro da população de nativos na 3. coluna ou de imigrantes na 4. coluna.

A Tabela 5 compara a média dos salários em 2010 por grupo de educação, comparando-se nativos e imigrantes. Três fatos ficam evidentes, a correlação positiva entre educação e renda, o grande salto de rendimento proporcionado pelo ensino superior, e a remuneração substancialmente maior do imigrante em relação ao nativo com mesma educação, o que sugere diferenças em outras variáveis de habilidade, sendo a experiência provavelmente uma delas.

Tabela 5
Média da Renda Mensal do Trabalho em 2010 por Nível Educacional

Nível Educacional	Nativo	Imigrante	Nativo & Imigrante
Fundamental Incompleto	980	1,919	982
Fundamental	1,213	2,110	1,215
Médio	1,535	3,006	1,540
Superior	4,086	7,689	4,117

A Tabela 6 reapresenta a análise da Tabela 5 subdividindo por níveis de experiência. Nota-se uma sólida correlação positiva entre renda e experiência dentro de cada classe de educação, confirmando a importância da experiência no mercado de trabalho. Repare também que há uma redução, em comparação à tabela anterior, do diferencial salarial de imigrantes e nativos do mesmo grupo, o que é consistente com o fato dos imigrantes estarem mais concentrados nos grupos de maior experiência em comparação aos nativos (Tabelas 2-4).

Tabela 6
Média da Renda Mensal do Trabalho em 2010 por Grupo de Habilidade

Nível Educacional	Anos de Experiência	Nativo	Imigrante	Nativo & Imigrante
Fundamental Incompleto	1-5	608	879	608
	6-10	732	1,005	733
	11-15	852	1,161	852
	16-20	1,072	1,053	1,072
	21-25	965	1,534	965
	26-30	977	2,471	978
	31-35	1,069	2,578	1,070
	36+	1,145	2,877	1,148
Fundamental	1-5	724	887	724
	6-10	842	1,094	842
	11-15	1,026	1,237	1,027
	16-20	1,169	1,384	1,170
	21-25	1,420	1,814	1,421
	26-30	1,482	2,277	1,483
	31-35	1,425	2,329	1,426
	36+	1,430	2,889	1,437
Médio	1-5	874	1,025	874
	6-10	1,093	1,956	1,094
	11-15	1,350	1,780	1,351
	16-20	1,532	2,357	1,534
	21-25	1,835	3,316	1,839
	26-30	2,099	3,531	2,103
	31-35	2,264	3,695	2,271
	36+	2,613	3,894	2,628
Superior	1-5	1,852	2,904	1,855
	6-10	2,951	5,846	2,959
	11-15	3,501	7,190	3,520
	16-20	4,340	7,209	4,363
	21-25	4,424	8,799	4,456
	26-30	5,030	8,278	5,063
	31-35	5,484	7,588	5,514
	36+	6,165	8,138	6,221

3 Metodologia e Estimações

Nosso estudo emprega uma metodologia estrutural-simulacional, adaptada de Borjas (2003), e consiste em impor uma estrutura de produção e de mercado, estimar os parâmetros relevantes desta estrutura, e por fim estipular perfis de interesse de influxo imigratório para o modelo calcular seu impacto. Esclarecemos de antemão que as variáveis, em geral, apresentarão 3 índices (ou alguma combinação deles), um correspondente ao grupo de educação indexado por $i \in \{1, 2, 3, 4\}$, outro referente ao grupo de experiência indexado por $j \in \{1, 2, ..., 8\}$ e o último indicando o tempo (ano do Censo) indexado por $t \in \{1980, 1991, 2000, 2010\}$.

3.1 Arcabouço Estrutural

Primeiramente, supõe-se que no período t a tecnologia de produção agregada da economia seja descrita pela seguinte função CES aninhada de 3 níveis:

$$Q_t = \left[\lambda_{kt} K_t^{\nu} + \lambda_{Lt} L_t^{\nu}\right]^{1/\nu} \tag{1}$$

, onde Q é o produto agregado (cujo preço é normalizado para 1), K o capital agregado, e L uma medida de trabalho agregado[7]. $\nu = 1 - \frac{1}{\sigma_{KL}}$, com $\nu \in]-\infty; 1]$, sendo σ_{KL} a elasticidade de substituição entre capital e trabalho. λ_{Kt} e λ_{Lt} são parâmetros tecnológicos variantes no tempo, com $\lambda_{kt} + \lambda_{Lt} = 1$. A medida de trabalho agregado L_t incorpora a contribuição de trabalho de todos os diferentes grupos de habilidade e é construída através de um aninhamento em dois níveis, conforme mostrado a seguir:

$$L_t = \left[\sum_i \theta_{it} L_{it}^{\rho}\right]^{1/\rho} \tag{2}$$

, onde L_{it} é uma medida de trabalho para o grupo de educação i no tempo t , cuja fórmula exata será explicitada na sequência. $\rho = 1 - \frac{1}{\sigma_E}$, com $\rho \in]-\infty; 1]$, sendo σ_E a elasticidade de substituição entre L_{it} e $L_{i\prime t}$ para qualquer $i \neq i\prime$. θ_{it} são parâmetros tecnológicos variantes no tempo que deslocam a produtividade das variáveis L_{it}, com $\sum_i \theta_{it} = 1$. L_{it} é construída da seguinte maneira:

$$L_{it} = \left[\sum_j \alpha_{ij} L_{ijt}^{\eta}\right]^{1/\eta} \tag{3}$$

, onde L_{ijt} é a quantidade de trabalho (número de trabalhadores) do grupo de educação i e experiência j no tempo t. $\eta = 1 - \frac{1}{\sigma_X}$, com $\eta \in]-\infty; 1]$, sendo σ_X a elasticidade de substituição entre trabalhadores de diferentes grupos de experiência mas do mesmo grupo de educação. α_{ij} são parâmetros tecnológicos constantes no tempo por hipótese[8], com $\sum_j \alpha_{ij} = 1$. Assume-se que nesta economia vale a condição de que o salário médio do grupo de habilidade (i, j) no tempo t é dado pela produtividade marginal de seu trabalho[9]. Logo,

$$\log \omega_{ijt} = \log \lambda_{Lt} + (1-\nu)\log Q_t + (\nu - \rho)\log L_t + \log \theta_{it} + (\rho - \eta)\log L_{it} + \log \alpha_{ij} + (\eta - 1)\log L_{ijt} \tag{4}$$

, onde $\log \omega_{ijt}$ é o logaritmo do salário médio do grupo de habilidade (i, j) no tempo t. Observe que esta condição pode ser reescrita como:

$$\log \omega_{ijt} = \delta_t + \delta_{it} + \delta_{ij} - \frac{1}{\sigma_X}\log L_{ijt} \tag{5}$$

, onde $\delta_t = \log \lambda_{Lt} + (1-\nu)\log Q_t + (\nu-\rho)\log L_t$; $\delta_{it} = \log \theta_{it} + (\rho - \eta)\log L_{it}$; $\delta_{ij} = \log \alpha_{ij}$. Pode-se então estimar δ_t como efeito fixo de tempo (ano do Censo), δ_{it} como efeito fixo das interações dos tempos com os grupos de educação, e δ_{ij} como efeito fixo das interações dos grupos de educação com os de experiência. Isso permite a estimação[10] de (5) sem a necessidade de se conhecer as variáveis e parâmetros que compõem δ_t, δ_{it}, e δ_{ij}. Desse modo, obtém-se uma estimativa de σ_X e $\log \alpha_{ij}$, e por conseguinte, de L_{it} em (3). Avançamos então para o próximo nível da CES utilizando novamente a condição da produtividade marginal igual ao salário médio para encontrar a seguinte equação para o log do salário médio do grupo de educação i:

$$\log \omega_{it} = \delta_t + \log \theta_{it} - \frac{1}{\sigma_E}\log L_{it} \tag{6}$$

, onde $\log \omega_{it}$ é o logaritmo do salário médio de educação i no tempo t. Evidentemente, o vetor θ_{it} não pode ser identificado. Para contornar esse problema, assume-se para $\log \theta_{it}$ uma tendência linear no tempo variando entre grupos de educação (Katz & Murphy, 1992), tornando possível estimar (6) e obter valores estimados para σ_E, θ_{it} e, consequentemente, para L_t em (2).

Uma importante vantagem do uso da tecnologia CES de 3 níveis é a redução do espaço de parâmetros (o que justamente torna este estudo factível), pois como veremos a seguir, requer-se os valores de apenas 3 parâmetros $(\sigma_{KL}, \sigma_E, \sigma_X)$ da CES para simular o impacto salarial em resposta a variações na oferta de trabalho. Por outro lado, tal conveniência não surpreendentemente acarreta numa redução da flexibilidade analítica, a qual será explicada posteriormente. Aplicando os procedimentos descritos, vimos que se pode obter as elasticidades de substituição σ_X

[7] Aqui o termo “agregado” se refere ao total da economia após a exclusão dos grupos de indivíduos que não foram incluídos na base de dados. Veja Apêndice B.

[8] Tal hipótese é importante para a identificação estatística dos parâmentros do modelo.

[9] Note que, implicitamente, isso configura hipóteses sobre a estrutura de mercado.

[10] A regressão é executada com a restrição $\sum_j \alpha_{ij} = 1$.

e σ_E através dos procedimentos sobrejacentes. Para estimar σ_{KL}, seria preciso impor invariância (ou algum tipo de estrutura) temporal sobre os parâmetros tecnológicos λ_{Kt} e λ_{Lt}; e, para uma estimação razoavelmente precisa, usar séries de Q_t e K_t com mais períodos de tempo. Por essa razão, faremos uso do valor de σ_{KL} estimado na literatura subjacente.

3.2 Estimação dos Parâmetros

O procedimento para se obter valores empíricos dos parâmetros de interesse consiste em estimar econometricamente (5) e (6)[11]. Antes, observe que o tamanho da força de trabalho em cada grupo de habilidade provavelmente é endógeno devido a influência do salário na decisão do indivíduo de se posicionar num determinado grupo de habilidade. Isso faria com que as estimativas de σ_X e σ_E pelo método de mínimos quadrados ordinários incorressem em viés. Em razão disso, usaremos o número de imigrantes por grupo de habilidade como variável instrumental para a força de trabalho por grupo de habilidade[12]. Este é o instrumento utilizado por Borjas (2003), presumindo-se os influxos imigratórios ocorridos no período em cada grupo estarem correlacionados com a respectiva força de trabalho e não-correlacionados com o respectivo salário[13]. Nestas regressões, utilizamos o método de estimação de mínimos quadrados de dois estágios e erros-padrão robustos (apresentados entre parênteses) clusterizados na variável indicadora do grupo de habilidade (i, j). Cada observação é ponderada pelo número de indivíduos na respectiva célula (i, j, t). Começamos apresentando o resultado da estimação de (5)[14]:

$$\begin{aligned}\log \omega_{ijt} = \delta_t + \delta_{it} + \delta_{ij} - &0.3476 \log L_{ijt} \\ &(0.4546)\end{aligned} \tag{7}$$

O coeficiente de -0.3476 implica um valor aproximado de 2.87 para σ_X, ligeiramente abaixo do resultado de 3.5 encontrado por Borjas (2003) para a economia americana. As estimativas de δ_{ij} e σ_X levam imediatamente a estimativas dos parâmetros α_{ij} e η, com os quais geramos L_{it} de (3). Agora, podemos prosseguir com a estimaçao de (6), cujos resultados são apresentados a seguir[15]:

$$\begin{aligned}\log \omega_{it} = \delta_t &+ [efeitos\, fixos\, de\, educação + efeitos\, fixos\, da\, interação\, de\, uma\, tendência\, temporal\, linear\, com\, educação] \\ &- 0.7581 \log L_{it} \\ &\quad (0.0389)\end{aligned} \tag{8}$$

O coeficiente de -0.7581 implica um valor aproximado de 1.31 para σ_E, curiosamente, o mesmo valor econtrado por Borjas (2003) para a economia americana. De posse dessas estimativas, seguimos para a última etapa da metodologia, a simulação.

3.3 Arcabouço Simulacional

Nesta seção apresentamos a metodologia para simulação do impacto salarial da imigração. Por definição, a fórmula de elasticidade do preço do fator y em relação a quantidade do fator z, é expressada por:

$$\varepsilon_{yz} = \frac{\frac{\mathrm{d}\omega_{\mathrm{y}}}{\omega_{\mathrm{y}}}}{\frac{\mathrm{dL_z}}{L_z}} = \frac{\mathrm{d} \log \omega_{\mathrm{y}}}{\mathrm{d} \log \mathrm{L_z}} \tag{9}$$

Elas fornece, *ceteris paribus,* o impacto na remuneração (salário) do fator y mediante variação na quantidade do fator z. Calculando-a para a função de produção CES de 3 níveis, chegamos às seguintes três fórmulas[16]:

$$\varepsilon_{ij,ij} = \frac{1}{\sigma_{KL}} s_{ij} + \left(\frac{1}{\sigma_E} - \frac{1}{\sigma_{KL}}\right) \frac{s_{ij}}{s_L} + \left(\frac{1}{\sigma_X} - \frac{1}{\sigma_E}\right) \frac{s_{ij}}{s_i} - \frac{1}{\sigma_X} \tag{10}$$

$$\varepsilon_{ij,ij\prime} = \frac{1}{\sigma_{KL}} s_{ij} + \left(\frac{1}{\sigma_E} - \frac{1}{\sigma_{KL}}\right) \frac{s_{ij\prime}}{s_L} + \left(\frac{1}{\sigma_X} - \frac{1}{\sigma_E}\right) \frac{s_{ij\prime}}{s_i} \tag{11}$$

[11] A variável de salário usada nestas regressões é a média (no grupo correspondente) do logaritmo do salário mensal dos nativos. O salário dos imigrantes não são incluídos no cômputo dessa média para se evitar efeitos de composição. Não obstante, refazendo a análise incluindo-os no cálculo, nos forneceu resultados bastante próximos.

[12] O instrumento para $\log L_{ijt}$ é dado pelo logaritmo do número de imigrantes na célula (i, j, t), e o instrumento para $\log L_{it}$ é dado por $\log M_{it}$, onde $M_{it} = \left(\sum_j \alpha_{ij} M_{ijt}^{\eta}\right)^{1/\eta}$, sendo M_{ijt} o número de imigrantes na célula (i, j, t).

[13] Contudo, no contexto plausível de que os grupos de habilidade com salários relativos mais altos tenham atraído maior influxo imigratório, as elasticidades σ_X e σ_E calculadas pelas regressões ficariam sobrestimadas.

[14] A mesma regressão impondo a restrição $\sum_j \alpha_{ij} = 1$ gerou um coeficiente estimado idêntico (até a sexta casa decimal).

[15] O termo entre colchetes é o substituto de $\log \theta_{it}$ para tornar a equação identificável, conforme salientado anteriormente.

[16] Ver Apêndice A para a demonstração das fórmulas apresentadas neste estudo.

, com $j \neq j\prime$. s_x denota o share do fator x e é definido como $\frac{L_x \omega_x}{Q}$, sendo Q o mesmo definido em (1).

$$\varepsilon_{ij,i\prime j\prime} = \frac{1}{\sigma_{KL}} s_{i\prime j\prime} + \left(\frac{1}{\sigma_E} - \frac{1}{\sigma_{KL}} \right) \frac{s_{i\prime j\prime}}{s_L} \tag{12}$$

, com $i \neq i\prime$.

Não dispomos dos valores de s_L e de σ_{KL}, como já mencionado. Logo, adotaremos $\sigma_{KL} = 0.53$ e $s_L = 0.57$, ambos valores extraídos da literatura subjacente, mais especificamente, de Considera & Pessoa (2013) cujas estimações foram obtidas para o Brasil usando uma função CES e abrangendo o período 1959-2009. A partir de s_L, usamos nossa base de dados para calcular o share de todos os grupos de educação (s_i) e de habilidade (s_{ij}) através da fórmula: share do grupo x = (somatória dos salários dos indivíduos do grupo x em 2010 / somatória dos salários em 2010) multiplicado por s_L. Agora, de posse de valores para todos os parâmetros de interesse, as equações permitem computar o impacto salarial em um grupo de habilidade dado um aumento na força de trabalho em outro (ou no mesmo) grupo de habilidade. As elasticidades computadas estão apresentadas na Tabela 7. A terceira, quarta, e última colunas apresentam os valores calculados pelas fórmulas (10), (11) e (12), respectivamente.

Tabela 7
Elasticidade do Preço (Salário) do Fator em Relação à Oferta de outro (ou do próprio) Fator

Nível Educacional	Anos de Experiência	Própria Elasticidade	Elasticidade Cruzada (Dentro da Mesma Classe de Educação)	Elasticidade Cruzada (Entre Classes Distintas de Educação)
Fundamental Incompleto	1-5	-0.3601	-0.0125	-0.0003
	6-10	-0.3749	-0.0273	-0.0007
	11-15	-0.3874	-0.0398	-0.0011
	16-20	-0.4101	-0.0625	-0.0016
	21-25	-0.4095	-0.0619	-0.0016
	26-30	-0.4053	-0.0577	-0.0015
	31-35	-0.4050	-0.0574	-0.0015
	36+	-0.4461	-0.0985	-0.0026
Fundamental	1-5	-0.3635	-0.0159	-0.0003
	6-10	-0.3894	-0.0418	-0.0008
	11-15	-0.3975	-0.0499	-0.0010
	16-20	-0.3969	-0.0493	-0.0010
	21-25	-0.4039	-0.0563	-0.0011
	26-30	-0.4055	-0.0579	-0.0012
	31-35	-0.4029	-0.0553	-0.0011
	36+	-0.4360	-0.0884	-0.0018
Médio	1-5	-0.3813	-0.0337	-0.0014
	6-10	-0.4064	-0.0588	-0.0024
	11-15	-0.4148	-0.0672	-0.0028
	16-20	-0.4057	-0.0581	-0.0024
	21-25	-0.4049	-0.0573	-0.0024
	26-30	-0.4015	-0.0539	-0.0022
	31-35	-0.3906	-0.0430	-0.0018
	36+	-0.3998	-0.0522	-0.0021
Superior	1-5	-0.3626	-0.0150	-0.0007
	6-10	-0.4029	-0.0553	-0.0026
	11-15	-0.4077	-0.0601	-0.0028
	16-20	-0.4138	-0.0662	-0.0031
	21-25	-0.4164	-0.0688	-0.0032
	26-30	-0.4087	-0.0611	-0.0028
	31-35	-0.3947	-0.0471	-0.0022
	36+	-0.4002	-0.0526	-0.0024

Para 1% de variação na força de trabalho de um grupo de habilidade: A "Própria Elasticidade" designa a variação percentual no salário deste mesmo grupo de habilidade; a "Elasticidade Cruzada (Dentro da Mesma Classe de Educação)" dá a variação percentual no salário de todos os outros grupos com a mesma educação; e a "Elasticidade Cruzada (Entre Classes Distintas de Educação)" configura a variação percentual no salário de todos os outros grupos com nível de educação diferente.

Finalmente, para simular o efeito salarial total no grupo de habilidade $(i = s, j = x)$ em resposta a um influxo imigratório, precisamos somar os impactos provenientes de cada grupo, o que está expresso matematicamente na seguinte equação:

$$\Delta \log \omega_{sx} = \varepsilon_{sx,sx} m_{sx} + \sum_{j \neq x} \varepsilon_{sx,sj} m_{sj} + \sum_{i \neq s} \sum_{j} \varepsilon_{sx,ij} m_{ij} \tag{13}$$

, em que m_{ij} é o percentual de aumento da força de trabalho no grupo (i,j) atribuído a um influxo de imigrantes. Desta forma, para qualquer distribuição da população imigrante entre os grupos de habilidade, poderemos obter uma estimativa de seu impacto[17]. Neste trabalho estamos interessados no que aconteceria com a estrutural salarial em resposta a entradas de imigrantes a partir do ano de 2010, último ano do Censo. Baseado em cenários plausíveis, realizaremos variados exercícios simulacionais, cada um estipulando um particular perfil e uma particular magnitude de influxo imigratório. Assim sendo, o m_{ij} de nossas análises será definido pela fórmula[18]:

$$m_{ij} = 100 \frac{\Delta LM_{ij,simulação}}{L_{ij,2010}} \tag{14}$$

, onde $L_{ij,2010}$ representa a força de trabalho no grupo de habilidade (i,j) no ano 2010 e $\Delta LM_{ij,simulação}$ denota o número estipulado de imigrantes de habilidade (i,j) que entrarão na força de trabalho a partir de 2010.

4 Simulações

Nosso primeiro exercício simulacional computa a fórmula (13) supondo um influxo imigratório, equivalente a 1% da força de trabalho[19] de 2010 (o que corresponde a aproximadamente 853 mil trabalhadores), sendo esse número dividido igualmente entre os grupos de habilidade. Os resultados, expostos na Tabela 8, apontam uma redução de 0.83% no salário médio da economia, sendo o grupo com educação superior o mais afetado, o que já era esperado por ser o menor grupo.

Tabela 8
Variação Percentual do Salário
Para um Influxo Imigratório, Equivalente a 1% (853 mil) da PEA de 2010,
Distribuído Uniformemente entre Todos os Grupos de Habilidade

	Nível Educacional				
Anos de Experiência	Fundamental Incompleto	Fundamental	Médio	Superior	Todos Trabalhadores
1-5	-0.8063	-0.8594	-0.6126	-2.1151	-0.8247
6-10	-0.7284	-0.8982	-0.5874	-1.5213	-0.7996
11-15	-0.6769	-0.9494	-0.6156	-1.5865	-0.8132
16-20	-0.6303	-1.0267	-0.6823	-1.6583	-0.8470
21-25	-0.6123	-1.0780	-0.7485	-1.6608	-0.8716
26-30	-0.6356	-1.1016	-0.8224	-1.8345	-0.9111
31-35	-0.6555	-1.1097	-0.9737	-2.1703	-0.9539
36+	-0.5471	-0.9184	-0.9524	-2.1604	-0.7735
Todos Trabalhadores	-0.6657	-0.9742	-0.6808	-1.7474	-0.8395

Na Tabela 9 se encontram os resultados da segunda simulação, a qual supõe um influxo imigratório, equivalente a 1% da força de trabalho de 2010 (853 mil trabalhadores), sendo esse distribuído entre os grupos de habilidade na mesma proporção que os estrangeiros (imigrantes) residentes em 2010. Observa-se uma retração de 0.76% no salário médio da economia, sendo o grupo "fundamental incompleto" menos afetado que na simulação anterior e o grupo "superior" ainda mais afetado. Os últimos dois resultados decorrem do fato de os imigrantes residentes em 2010

[17] Este estudo assume nível de capital constante, como esse se ajusta no longo prazo em resposta a ocilações no fator trabalho, a variação salarial calculada por (13) deve ser interpretada como o impacto de curto prazo.
[18] Multiplica-se por 100 para que (14) e (13) gerem valores em porcentagem.
[19] A força de trabalho, ou população economicamente ativa (PEA), empregada aqui não considera indivíduos com informação faltante (missings) na variável habilidade.

estarem mais concentrados no grupo de educação "superior" e menos no "fundamental incompleto" em comparação aos nativos, vide Figura 1.

Tabela 9
Variação Percentual do Salário
Para um Influxo Imigratório, Equivalente a 1% (853 mil) da PEA,
Distribuído entre os Grupos de Habilidade na Mesma Proporção que os Estrangeiros em 2010

	Nível Educacional				
Anos de Experiência	Fundamental Incompleto	Fundamental	Médio	Superior	Todos Trabalhadores
1-5	-0.4610	-0.5904	-0.7903	-1.9592	-0.6528
6-10	-0.5041	-0.6309	-0.8170	-2.0380	-0.7655
11-15	-0.4874	-0.6362	-0.8501	-2.3392	-0.8004
16-20	-0.4379	-0.6415	-0.9401	-2.6333	-0.8317
21-25	-0.4038	-0.6787	-0.9913	-2.6057	-0.8228
26-30	-0.4014	-0.6624	-1.0301	-2.9578	-0.8215
31-35	-0.4209	-0.6852	-1.2901	-3.4353	-0.8691
36+	-0.5424	-1.0873	-2.1723	-5.2401	-1.0962
Todos Trabalhadores	-0.4634	-0.6895	-0.9563	-2.6710	-0.8159

As simulações restantes focarão nas classes de educação "fundamental incompleto" e "superior", isso porque são os grupos com maior projeção de entrada a partir de 2010; o grupo "superior" estimulado pelo próprio governo brasileiro, e o grupo "fundamental incompleto" sobretudo devido às emigrações de países da América Latina que se encontram em crise econômica e/ou política. O próximo exercício simulacional estipula um influxo imigratório, equivalente a 1% do grupo de educação "fundamental incompleto" (276 mil) em 2010, distribuído somente dentro dessa classe de educação[20]. Os resultados, ilustrados na Tabela 10, apontam uma contração de 0.77% no salário do grupo "fundamental incompleto" e de 0.32% na renda do trabalho média do país. Devido à pequena magnitude estimada da "Elasticidade Cruzada (Entre Classes Distintas de Educação)" apresentada na Tabela 7, os demais grupos são muito pouco afetados, apenas 0.01%.

Outro resultado que chama a atenção é o impacto idêntico sobre todos os demais grupos de habilidade, o qual se deve à limitação, da função CES de 3 níveis, de impor elasticidades cruzadas idênticas para grupos diferentes[21]. É por isso que quando a entrada de imigrantes acontece somente num grupo de educação, os demais são impactados igualmente, fato que também ficará evidente na próxima simulação. Importante ressaltar que nesse arcabouço de divisão por dezenas de grupos de habilidade o uso de funções de produção mais flexíveis do ponto de vista explicativo, como a Translog e a Leontief Gerneralizada, implicariam a estimação de centenas de parâmetros, o que não seria factível de se executar neste contexto. Logo, a CES de 3 níveis, embora tenha limitações, surge como uma alternativa viável para se implementar uma análise dessa natureza.

[20] Nesta e nas subsequentes simulações, dentro de cada grupo de educação, os imigrantes entrantes são distribuídos igualmente entre os grupos de experiência.

[21] Rever nota explicativa da Tabela 7 e fórmula (13) para melhor entendimento.

Tabela 10
Variação Percentual do Salário
Para um Influxo Imigratório, Equivalente a 1% do Grupo de Educação "Fundamental Incompleto" (276 mil) em 2010, Distribuído Somente Dentro desta Classe de Educação

	Nível Educacional		
Anos de Experiência	Fundamental Incompleto	Demais Grupos de Educação	Todos Trabalhadores
1-5	-0.9524	-0.0104	-0.3759
6-10	-0.8517	-0.0104	-0.3141
11-15	-0.7850	-0.0104	-0.3092
16-20	-0.7247	-0.0104	-0.2980
21-25	-0.7015	-0.0104	-0.3041
26-30	-0.7316	-0.0104	-0.3306
31-35	-0.7574	-0.0104	-0.3718
36+	-0.6172	-0.0104	-0.3528
Todos Trabalhadores	-0.7705	-0.0104	-0.3299

Nesta última simulação, estipula-se um influxo imigratório, equivalente a 1% do grupo de educação "superior" (97 mil) em 2010, distribuído somente dentro dessa mesma classe. A consequência, conforme resultados da Tabela 11, é um efeito negativo de 0.78% no salário daqueles com educação superior e de apenas 0.08% no salário médio da economia.

Tabela 11
Variação Percentual do Salário
Para um Influxo Imigratório, Equivalente a 1% do Grupo de Educação "Superior" (97 mil) em 2010, Distribuído Somente Dentro desta Classe de Educação

	Nível Educacional		
Anos de Experiência	Demais Grupos de Educação	Superior	Todos Trabalhadores
1-5	-0.0203	-0.9486	-0.0597
6-10	-0.0203	-0.6780	-0.0787
11-15	-0.0203	-0.7077	-0.0860
16-20	-0.0203	-0.7404	-0.0926
21-25	-0.0203	-0.7415	-0.0939
26-30	-0.0203	-0.8207	-0.0931
31-35	-0.0203	-0.9737	-0.0964
36+	-0.0203	-0.9692	-0.0670
Todos Trabalhadores	-0.0203	-0.7810	-0.0818

Devido a mencionada escassez de estudos com essa específica temática no Brasil, ainda não há como fazer comparações com a literatura sobre o Brasil. Em virtude disso, contextualizaremos nossos resultados com os obtidos em estudos para outras localidades, notadamente os Estados Unidos, país cuja pesquisa e preocupação com o tema têm sido bastante elevadas nas últimas décadas. Os achados da literatura são notavelmente variados, principalmente em razão das diferentes metodologias, países e períodos de tempo considerados[22]. Entretanto, analisando como um todo, há consideráveis evidências de que influxos imigratórios geram um efeito negativo no salário dos nativos, embora a magnitude desse efeito e os grupos afetados possam variar substancialmente (Taylor, 1997; Borjas, 2006; Friedberg & Hunt, 1995).

Usando metodologia bem semelhante a deste estudo, Borjas (2003) calculou uma contração de 3% a 4% no salário médio da economia em decorrência do influxo imigratório ocorrido entre 1980 e 2000 nos EUA, equivalente a aproximadamente 10% da força de trabalho média no período. Em nosso estudo, o objetivo é diferente, nossa preocupação não está em estimar o impacto de imigrações passadas, mas sim determinar o de imigrações futuras; e como vimos, esse impacto depende da suposição sobre o tamanho e perfil do influxo. Todavia, se supuséssemos, no Brasil, um influxo também equivalente a 10% da PEA (o que corresponde a 8.5 milhões de trabalhadores) e o distribuíssemos como nas simulações das Tabelas 8 e 9, o impacto seria, respectivamente, 8.3% e 8.1%, revelando uma maior susceptibilidade da economia brasileira. Ainda assim, uma retração de 8% no salário médio a cada 8.5 milhões de entrantes na força de trabalho, aparentemente, está longe de figurar um cenário catastrófico para os nativos. Contudo, é importante atentar para o perfil de habilidade dos imigrantes que serão atraídos ao país, pois os grupos de mesma habilidade são muito mais afetados que os demais (Tabelas 7 e 10-11).

5 Comentários Finais

O vislumbre de novas ondas imigratórias no país desencadeou preocupação e interesse tanto por parte do governo quanto por parte da sociedade sobre seus possíveis efeitos econômicos, havendo, em especial, um temor sobre como o emprego e os salários dos nativos seriam afetados. Diante desse contexto, este trabalho intencionou contribuir ao tema provendo estimativas de variação salarial dos nativos em resposta a influxos imigratórios em massa no Brasil, sendo o primeiro deste tipo estudo, sob o conhecimento dos autores, para a história recente brasileira (pós II Guerra Mundial). A presente análise possui uma característica distinta, enquanto quase toda a literatura foca-se em estimar os efeitos da imigração em algum período do passado, este estudo se propõe estimar os efeitos de prováveis imigrações futuras. A metodologia empregada permitiu simular para variados cenários - cada um correspondente a um tipo estipulado de influxo imigratório a partir de 2010 - o impacto salarial sobre inúmeros grupos de trabalhadores, cada um deles com um específico nível de educação e experiência. Calculou-se que um influxo imigratório que eleva 1% a força de trabalho de 2010 no grupo de educação “fundamental incompleto” reduz cerca de 0.7% o salário médio deste grupo, enquanto pouco afeta os demais; resultado semelhante é encontrado quando este influxo ocorre no grupo de educação “superior”. Na simulação de um influxo equivalente a 1% (cerca de 8.5 milhões) da força de trabalho de 2010, distribuído uniformemente entre todos os grupos de habilidade, estimou-se um impacto negativo sobre o salário médio da economia ao redor de 0.8%. Os resultados obtidos dão uma idéia da dimensão dos impactos decorrentes de possiveís ondas imigratórias. Aparentemente, as variações salariais, dada sua magnitude, estão longe de figurar um cenário catastrófico para os nativos. Naturalmente, muitas questões ainda precisam ser abordadas. Nossa análise, por exemplo, ao assumir que imigrantes e nativos com mesmo nível de educação e experiência são indiferentes do ponto de vista econômico, ignorou possíveis diferenças e complementaridades entre esses dois grupos. Adicionalmente, o impacto sobre o emprego é outra questão fundamental que ainda carece de investigação. Não obstante, ao agregar para a compreensão dos efeitos econômicos que a imigração pode trazer ao país, o presente estudo também visa ampliar o embasamento para construção de políticas imigratórias mais efetivas no alcance de seus objetivos e minimizando possíveis efeitos adversos.

Referências

Akbari, A.H. and Devoretz, D.J. (1992). The substitutability of foreign-born labour in canadian-production: circa 1980. *Canadian Journal of Economics 25*(3), 604–614.

Altonji, Joseph G., and David Card (1991). *The Effects of Immigration on the Labor Market Outcomes of Less-Skilled Natives* (in John M. Abowd and Richard B. Freeman, eds., Immigration, Trade, and the Labor Market ed.). Chicago: University of Chicago Press.

Angrist, Joshua D., and Adriana D. Kugler (2003). Protective or counter-productive? labour market institutions and the effect of immigration on eu natives. *The Economic Journal 113.488*, F302–F331.

Barrett, Alan, John FitzGerald, and Brian Nolan (2002). Earnings inequality, returns to education and immigration into ireland. *Labour Economics 9.5*, 665–680.

Bonin, Holger (2005). Wage and employment effects of immigration to germany: Evidence from a skill group approach. *Institute for the Study of Labor Discussion paper 1875.*

Borjas, George J. (1985). Assimilation, changes in cohort quality, and the earnings of immigrants. *Journal of labor Economics 3*(4), 463–489.

Borjas, George J. (1995). Assimilation and changes in cohort quality revisited: What happened to immigrant earnings in the 1980s? *Journal of Labor Economics 13*(2), 201–245.

[22] Ver survey de Okkerse (2008), por exemplo.

Borjas, George J. (2003). The labor demand curve is downward sloping: reexamining the impact of immigration on the labor market. *The Quarterly Journal of Economics 118*(4), 1335–1374.

Borjas, George J. (2006). Native internal migration and the labor market impact of immigration. *Journal of Human Resources 41.2*, 221–258.

Borjas, George J., Jeffrey Grogger , and Gordon Hanson (2011). Substitution between immigrants, natives, and skill groups. *National Bureau of Economic Research No. w17461.*

Borjas, George J., Richard B. Freeman, and Lawrence F. Katz (1996). Searching for the effect of immigration on the labor market. *American Economic Review Papers and Proceedings LXXXVI*, 246–251.

Card, David (1990). The impact of the mariel boatlift on the miami labor market. *Industrial and Labor Relations Review XLIII*, 245–257.

Card, David (2001). Immigrant inows, native outows, and the local labor market impacts of higher immigration. *Journal of Labor Economics XIX*, 22–64.

Card, David (2009). Immigration and inequality. *National Bureau of Economic Research No. w14683.*

Card, David, and John E. DiNardo (2000). Do immigrant inflows lead to native outflows? *National Bureau of Economic Research No. w7578.*

Card, David, and Thomas Lemieux (2001). Can falling supply explain the rising return to college for younger men? a cohort-based analysis. *The Quarterly Journal of Economics 116.2*, 705–746.

Carrington, William J., and Lima, Pedro JF De (1996). The impact of 1970s repatriates from africa on the portuguese labor market. *Industrial and Labor Relations Review*, 330–347.

Cohen-Goldner, Sarit, and M. Daniele Paserman (2011). The dynamic impact of immigration on natives' labor market outcomes: Evidence from israel. *European Economic Review 55.8*, 1027–1045.

Considera, Claudio Monteiro, Samuel de Abreu Pessoa (2013). A Distribuição Funcional de Renda no Brasil no Período 1959-2009. *pesquisa e planejamento econômico 43*(3), 480–511.

Cortes, Patricia (2008). The effect of low-skilled immigration on us prices: evidence from cpi data. *Journal of political Economy 116.3*, 381–422.

D'Amuri, Francesco, Gianmarco IP Ottaviano, and Giovanni Peri (2010). The labor market impact of immigration in western germany in the 1990s. *European Economic Review 54.4*, 550–570.

De New, John P., and Klaus F. Zimmermann (1994). Native wage impacts of foreign labor: a random effects panel analysis. *Journal of population economics 7.2.*

Dolado, Juan, Alessandra Goria, and Andrea Ichino (1994). Immigration, human capital and growth in the host country. *Journal of population economics 7.2*, 193–215.

Duleep, Harriet Orcutt, and Mark C. Regets (1999). Immigrants and human-capital investment. *The American Economic Review 89.2*, 186–191.

Dustmann, Christian, Francesca Fabbri, and Ian Preston (2005). The impact of immigration on the british labour market. *The Economic Journal 115.507*, F324–F341.

Dustmann, Christian, Tommaso Frattini, and Ian P. Preston (2012). The effect of immigration along the distribution of wages. *The Review of Economic Studies 80.1*, 145–173.

Fernandes, Reynaldo; Naércio Menezes-Filho (2012). Educação, salários e a alocação de trabalhadores entre tarefas: Teoria e evidências para o brasil. *pesquisa e planejamento econômico 42*(3).

Filer, Randall K. (1992). *The effect of immigrant arrivals on migratory patterns of native workers* (in G.J. Borjas and R.B. Freeman (eds),Immigration and the Work Force ed.). Chicago, IL: University of Chicago Press.

Friedberg, Rachel M. (2001). The impact of mass migration on the israeli labor market. *Quarterly Journal of Economics CXVI*, 1373–1408.

Friedberg, Rachel M., and Jennifer Hunt (1995). The impact of immigration on host country wages, employment and growth. *Journal of Economic Perspectives IX*, 23–44.

Gadelha, Sérgio Ricardo de Brito (2009). Crescimento econômico, imigração e salários reais no brasil, 1880-1937. *história econômica & história de empresas XII*(1), 71–100.

Gang, Ira N., and Francisco L. Rivera-Batiz (1994). Labor market effects of immigration in the united states and europe. *Journal of population economics 7.2*, 157–175.

Glitz, Albrecht (2012). The labor market impact of immigration: A quasi-experiment exploiting immigrant location rules in germany. *Journal of Labor Economics 30.1*, 175–213.

Greenwood, Michael J., and Gary L. Hunt (1995). Economic effects of immigrants on native and foreign-born workers: Complementarity, substitutability, and other channels of influence. *Southern Economic Journal*, 1076–1097.

Grossman, Jean Baldwin (1982). The substitutability of natives and immigrants in production. *Review of Economics and Statistics LIV*, 596–603.

Hamermesh, Daniel S. (1996). *Labor Demand.* Princeton, NJ: Princeton University Press.

Hunt, Jennifer (1992). The impact of the 1962 repatriates from algeria on the french labor market. *Industrial and labor relations review*, 556–572.

Jaeger, David A. (1996). Skill differences and the effect of immigrants on the wages of natives. *US Bureau of Labor Statistics Working Paper 273.*

Katz, Lawrence F.; Kevin M. Murphy (1992). Changes in relative wages, 1963-1987: Supply and demand factors. *The*

Q 107(1), 35–78.
Kemnitz, Alexander (2001). Endogenous growth and the gains from immigration. *Economics Letters 72.2*, 215–218.
Manacorda, Marco, Alan Manning, and Jonathan Wadsworth (2012). The impact of immigration on the structure of wages: Theory and evidence from britain. *Journal of the European Economic Association 10.1*, 120–151.
Mincer, Jacob (1974). *Schooling, Experience and Earnings.* New York: Columbia University Press.
Mühleisen, Martin, and Klaus F. Zimmermann (1994). A panel analysis of job changes and unemployment. *European Economic Review 38.3*, 793–801.
Okkerse, Liesbet (2008). How to measure labor makert effects of immigration: A review. *Journal of Economic Surveys 22*(1), 1–30.
Orrenius, Pia M., and Madeline Zavodny (2007). Does immigration affect wages? a look at occupation-level evidence. *Labour Economics 14.5*, 757–773.
Peri, Giovanni (2007). Immigrants' complementarities and native wages: Evidence from california. *National Bureau of Economic Research No. w12956.*
Pischke, Jorn-Steffen, and Johannes Velling (1997). Employment effects of immigration to germany: An analysis based on local labor markets. *Review of Economics and Statistics LXXIX*, 594–604.
Pope, David, and Glenn Withers (1993). Do migrants rob jobs? lessons of australian history, 1861-1991. *The Journal of Economic History 53.4*, 719–742.
Simon, Julian L., Stephen Moore, and Richard Sullivan (1993). The effect of immigration on aggregate native unemployment: an across-city estimation. *Journal of Labor Research 14.3*, 299–316.
Souza, André Portela Fernandes de; Blau, Francine D.; Kahn, Lawrence; Moriarty, Joan (2003). The role of the family in immigrant's labor market activity: An evaluation of alternative explanations: Comment. *American Economic Review 93*(1), 429–447.
Taylor, Alan M. (1997). Peopling the pampa: On the impact of mass migration to the river plate, 1870-1914. *Explorations in Economic History 34.1*, 100–132.
Vilela, Elaine Meire (2011). Desigualdade e discriminação de imigrantes internacionais no mercado de trabalho brasileiro. *DADOS - Revista de Ciências Sociais 54*(1), 89–128.
Welch, Finis (1979). Effects of cohort size on earnings: the baby boom babies' financial bust. *The Journal of Political Economy*, S65–S97.
Winter-Ebmer, Rudolf, and Josef Zweimüller (1996). Immigration and the earnings of young native workers. *Oxford economic papers 48.3*, 473–491.
Winter-Ebmer, Rudolf, and Josef Zweimüller (1999). Do immigrants displace young native workers: the austrian experience. *Journal of Population Economics 12.2*, 327–340.

A Demonstrações das Fórmulas

Considere as equações (1), (2), (3), e as três equivalências abaixo:

$$\nu = 1 - \frac{1}{\sigma_{KL}} \tag{15}$$

$$\rho = 1 - \frac{1}{\sigma_E} \tag{16}$$

$$\eta = 1 - \frac{1}{\sigma_X} \tag{17}$$

É assumido que o salário médio de cada grupo é igual a produtividade marginal de sua oferta de trabalho, o que é expressado pelas equações (18), (19) e (20).

$$\omega_t = \frac{\partial Q_t}{\partial L_t} \tag{18}$$

$$\omega_{it} = \frac{\partial Q_t}{\partial L_{it}} \tag{19}$$

$$\omega_{ijt} = \frac{\partial Q_t}{\partial L_{ijt}} \tag{20}$$

A partir dessas considerações, prosseguiremos com as provas das equações utilizadas neste trabalho.

A.1 Demonstração das Equações (4) e (5)

Com base em (1), (2) e (3), aplicando a Regra da Cadeia do Cálculo Diferencial em (20), leva-se a:

$$\omega_{ijt} = \frac{\partial Q_t}{\partial L_{ijt}} = \frac{\partial Q_t}{\partial L_t}\frac{\partial L_t}{\partial L_{it}}\frac{\partial L_{it}}{\partial L_{ijt}} \tag{21}$$

E consequentemente o logaritmo da expressão equivale a:

$$\log\omega_{ijt} = \log\frac{\partial Q_t}{\partial L_{ijt}} = \log\frac{\partial Q_t}{\partial L_t} + \log\frac{\partial L_t}{\partial L_{it}} + \log\frac{\partial L_{it}}{\partial L_{ijt}} \tag{22}$$

Diferencia-se (1) em relação a L_t, resultando em:

$$\frac{\partial Q_t}{\partial L_t} = \frac{1}{\nu}Q_t^{1-\nu}\nu\lambda_{Lt}L_t^{\nu-1} = Q_t^{1-\nu}\lambda_{Lt}L_t^{\nu-1} \tag{23}$$

, pois $Q_t^{1-\nu} = [\lambda_{kt}K_t^{\nu} + \lambda_{Lt}L_t^{\nu}]^{(1/\nu)-1}$. Aplicando o logaritmo natural, obtém-se:

$$\log\frac{\partial Q_t}{\partial L_t} = (1-\nu)\log Q_t + \log\lambda_{Lt} + (\nu-1)\log L_t \tag{24}$$

Diferencia-se (2) em relação a L_{it}, levando a:

$$\frac{\partial L_t}{\partial L_{it}} = \frac{1}{\rho}L_t^{1-\rho}\rho\theta_{it}L_{it}^{\rho-1} = L_t^{1-\rho}\theta_{it}L_{it}^{\rho-1} \tag{25}$$

, observando que $L_t^{1-\rho} = \left[\sum_i \theta_{it}L_{it}^{\rho}\right]^{(1/\rho)-1}$. O logaritmo da expressão é dado por:

$$\log\frac{\partial L_t}{\partial L_{it}} = (1-\rho)\log L_t + \log\theta_{it} + (\rho-1)\log L_{it} \tag{26}$$

Diferencia-se (3) em relação a L_{ijt}, encontrando:

$$\frac{\partial L_{it}}{\partial L_{ijt}} = \frac{1}{\eta}L_{it}^{1-\eta}\eta\alpha_{ij}L_{ijt}^{\eta-1} = L_{it}^{1-\eta}\alpha_{ij}L_{ijt}^{\eta-1} \tag{27}$$

, sendo $L_{it}^{1-\eta} = \left[\sum_j \alpha_{ij}L_{ijt}^{\eta}\right]^{(1/\eta)-1}$. O logaritmo da expressão é dado por:

$$\log\frac{\partial L_{it}}{\partial L_{ijt}} = (1-\eta)\log L_{it} + \log\alpha_{ij} + (\eta-1)\log L_{ijt} \tag{28}$$

Substituir as equações (24), (26) e (28) em (22) resulta em:

$$\log\omega_{ijt} = [(1-\nu)\log Q_t + \log\lambda_{Lt} + (\nu-1)\log L_t] + [(1-\rho)\log L_t + \log\theta_{it} + (\rho-1)\log L_{it}] + [(1-\eta)\log L_{it} + \log\alpha_{ij} + (\eta-1)\log L_{ijt}]$$

Agora basta rearranjar e simplificar a expressão para se chegar a (4). E como $\log\lambda_{Lt}+(1-\nu)\log Q_t+(\nu-\rho)\log L_t \equiv \delta_t$, $\log\theta_{it} + (\rho-\eta)\log L_{it} \equiv \delta_{it}$, $\log\alpha_{ij} \equiv \delta_{ij}$, e $\eta - 1 = -\frac{1}{\sigma_X}$, a equação (4) se transforma em (5).

A.2 Demonstração da Equação (6)

Com base em (1) e (2), aplicando a Regra da Cadeia em (19), leva-se a:

$$\omega_{it} = \frac{\partial Q_t}{\partial L_{it}} = \frac{\partial Q_t}{\partial L_t}\frac{\partial L_t}{\partial L_{it}} \tag{29}$$

E consequentemente o logaritmo da expressão equivale a:

$$\log\omega_{it} = \log\frac{\partial Q_t}{\partial L_{it}} = \log\frac{\partial Q_t}{\partial L_t} + \log\frac{\partial L_t}{\partial L_{it}} \tag{30}$$

De (24) e (26), extrai-se: $\log\frac{\partial Q_t}{\partial L_t}+\log\frac{\partial L_t}{\partial L_{it}} = [(1-\nu)\log Q_t + \log\lambda_{Lt} + (\nu-1)\log L_t]+[(1-\rho)\log L_t + \log\theta_{it} + (\rho-1)\log L_{it}]$. Portanto: $\log\omega_{it} = [(1-\nu)\log Q_t + \log\lambda_{Lt} + (\nu-1)\log L_t] + [(1-\rho)\log L_t + \log\theta_{it} + (\rho-1)\log L_{it}]$. Simplificando a expressão, tem-se: $\log\omega_{it} = \log\lambda_{Lt}+(1-\nu)\log Q_t+(\nu-\rho)\log L_t+\log\theta_{it}+(\rho-1)\log L_{it}$. Usando (16) e substituindo a expressão equivalente por δ_t, encontra-se (6).

A.3 Demonstração da Equação (10)

Em (9), estabelecemos $y = z = ijt$, de modo que:

$$\varepsilon_{ijt,ijt} = \frac{\mathrm{d}\log\omega_{\mathrm{ijt}}}{\mathrm{d}\log\mathrm{L_{ijt}}} \tag{31}$$

Através de (9) e se fazendo uso da Regra da Cadeia, pode-se reescrever $\varepsilon_{ijt,ijt}$ como: $\varepsilon_{ijt,ijt} = \frac{\mathrm{d}\log\omega_{\mathrm{ijt}}}{\mathrm{d}\log\mathrm{L_{ijt}}} = \frac{\partial\log\omega_{\mathrm{ijt}}}{\partial\exp(\log\mathrm{L_{ijt}})}\frac{\partial\exp(\log\mathrm{L_{ijt}})}{\partial\log\mathrm{L_{ijt}}} = \frac{\partial\log\omega_{\mathrm{ijt}}}{\partial\mathrm{L_{ijt}}}L_{ijt}$. A partir de (4), calcula-se $\frac{\partial\log\omega_{\mathrm{ijt}}}{\partial\mathrm{L_{ijt}}}$ e substitui na expressão, o que resulta em:

$$\varepsilon_{ijt,ijt} = \left[\frac{(1-\nu)\partial\log Q_t}{\partial L_{ijt}} + \frac{(\nu-\rho)\partial\log L_t}{\partial L_{ijt}} + \frac{(\rho-\eta)\partial\log L_{it}}{\partial L_{ijt}} + \frac{(\eta-1)\partial\log L_{ijt}}{\partial L_{ijt}}\right]L_{ijt} \tag{32}$$

, e ao efetuar as derivadas dos logaritmos, obtém-se: $\varepsilon_{ijt,ijt} = \left[\frac{(1-\nu)}{Q_t}\frac{\partial Q_t}{\partial L_{ijt}} + \frac{(\nu-\rho)}{L_t}\frac{\partial L_t}{\partial L_{ijt}} + \frac{(\rho-\eta)}{L_{it}}\frac{\partial L_{it}}{\partial L_{ijt}} + \frac{(\eta-1)}{L_{ijt}}\right]L_{ijt}$. A associação e manipulação de (18), (21) e (29) produz: $\omega_{it} = \frac{\partial Q_t}{\partial L_{it}} = \frac{\partial Q_t}{\partial L_t}\frac{\partial L_t}{\partial L_{it}} = \omega_t\frac{\partial L_t}{\partial L_{it}} \Rightarrow \frac{\partial L_t}{\partial L_{it}} = \frac{\omega_{it}}{\omega_t}$. Ao combinar esse resultado com (21), gera-se: $\omega_{ijt} = \frac{\partial Q_t}{\partial L_{ijt}} = \frac{\partial Q_t}{\partial L_t}\frac{\partial L_t}{\partial L_{it}}\frac{\partial L_{it}}{\partial L_{ijt}} = \omega_t\frac{\omega_{it}}{\omega_t}\frac{\partial L_{it}}{\partial L_{ijt}} \Rightarrow \frac{\partial L_{it}}{\partial L_{ijt}} = \frac{\omega_{ijt}}{\omega_{it}}$. Como $\frac{\partial L_t}{\partial L_{ijt}} = \frac{\partial L_t}{\partial L_{it}}\frac{\partial L_{it}}{\partial L_{ijt}}$, obtém-se também que $\frac{\partial L_t}{\partial L_{ijt}} = \frac{\omega_{ijt}}{\omega_t}$. Aplica-se esses resultados à (32), conduzindo a: $\varepsilon_{ijt,ijt} =$

$\left[\frac{(1-\nu)\omega_{ijt}}{Q_t} + \frac{(\nu-\rho)}{L_t}\frac{\omega_{ijt}}{\omega_t} + \frac{(\rho-\eta)}{L_{it}}\frac{\omega_{ijt}}{\omega_{it}} + \frac{(\eta-1)}{L_{ijt}}\right] L_{ijt} = (1-\nu)s_{ijt} + (\nu-\rho)\frac{s_{ijt}}{s_{Lt}} + (\rho-\eta)\frac{s_{ijt}}{s_{it}} + (\eta-1)$. Associando (15), (16) e (17) a essa expressão, chega-se a: $\varepsilon_{ijt,ijt} = \frac{1}{\sigma_{KL}}s_{ijt} + \left(\frac{1}{\sigma_E} - \frac{1}{\sigma_{KL}}\right)\frac{s_{ijt}}{s_{Lt}} + \left(\frac{1}{\sigma_X} - \frac{1}{\sigma_E}\right)\frac{s_{ijt}}{s_{it}} - \frac{1}{\sigma_X}$. Essa fórmula é válida para cada t, inclusive quando há apenas um período. Empilhando os dados entre os todos os t's, forma-se o equivalente a um único período de tempo, caso em que o subscrito t se torna desnecessário por representar todo o agregado temporal. Logo, o $\varepsilon_{ijt,ijt}$ agregado para todos os tempos ($\varepsilon_{ij,ij}$) é obtido simplesmente substituindo seus argumentos, s_{ijt}, s_{Lt} e s_{it}, por seus respectivos agregados temporais, s_{ij}, s_L e s_i, resultando em (10).

A.4 Demonstração da Equação (11)

Na fórmula (9), desta vez substituímos y por ij e z por $ij\prime$, para todo $j \neq j\prime$. A demonstração é perfeitamente análoga à de (10), exceto pelo seguinte fato: $\frac{\partial \log L_{ijt}}{\partial L_{ij\prime t}} = \frac{1}{L_{ijt}}\frac{\partial L_{ijt}}{\partial L_{ij\prime t}} = 0$, uma vez que $j \neq j\prime$ e consequentemente L_{ijt} não é função de $L_{ij\prime t}$. Com isso, a equação (32) passa a ser:

$$\varepsilon_{ijt,ij\prime t} = \left[\frac{(1-\nu)\partial \log Q_t}{\partial L_{ij\prime t}} + \frac{(\nu-\rho)\partial \log L_t}{\partial L_{ij\prime t}} + \frac{(\rho-\eta)\partial \log L_{it}}{\partial L_{ij\prime t}}\right] L_{ij\prime t} \tag{33}$$

Evidentemente, a mudança consiste no desaparecimento do último termo de (32). A partir daí, aplicando-se procedimento exatamente análogo ao da demonstração de (10), chega-se à equação (11).

A.5 Demonstração da Equação (12)

Na fórmula (9), desta vez substituímos y por ij e z por $i\prime j\prime$, para todo $i \neq i\prime$. A demonstração é exatamente análoga à de (11), exceto pelo seguinte fato: $\frac{\partial \log L_{it}}{\partial L_{i\prime j\prime t}} = \frac{1}{L_{it}}\frac{\partial L_{it}}{\partial L_{i\prime j\prime t}} = 0$, uma vez que $i \neq i\prime$ e consequentemente, por (3), L_{it} não é função de $L_{i\prime j\prime t}$. Com isso, a equação correspondente a (33) converte-se em: $\varepsilon_{ijt,i\prime j\prime t} = \left[\frac{(1-\nu)\partial \log Q_t}{\partial L_{i\prime j\prime t}} + \frac{(\nu-\rho)\partial \log L_t}{\partial L_{i\prime j\prime t}}\right] L_{i\prime j\prime t}$. A mudança, claramente, consiste no desaparecimento do último termo de (33). A partir desse ponto, implementa-se procedimento perfeitamente análogo ao da demonstração de (10), resultando em (12).

B Hipótese de Separabilidade

Implicitamente, estamos assumindo a separabilidade de (1) da seguinte forma: $\tilde{Q}_t = Q_t(K_t, L_t) + Q_t^*(K_t, L_t^*)$, onde $\tilde{Q}_t$ é o produto total da economia, $Q_t(K_t, L_t)$ é o produto dado pela fórmula (1), L_t é a força de trabalho composta pelos grupos incluídos na análise, e L_t^* é a força de trabalho composta pelos grupos excluídos da análise (neste caso, menores de 16 e maiores de 65 anos de idade), sendo $Q_t^*(K_t, L_t^*)$ a parte do produto total da economia proveniente do emprego de L_t^*. Logo, $\omega_t = \frac{\partial \tilde{Q}_t}{\partial L_t} = \frac{\partial Q_t}{\partial L_t}$, pois $\frac{\partial Q_t^*}{\partial L_t} = 0$. É fácil ver que isso será igualmente válido para todos os subgrupos que compõem L_t. Essa propriedade permite que realizemos as análises em questão desconsiderando o termo $Q_t^*(K_t, L_t^*)$.