

Um Modelo Macroeconômico Híbrido para o Brasil: um *mix* de modelos DSGE e VAR

Sidney Martins Caetano^a, Guilherme Valle Moura^{b,1}

^a *Universidade Federal de Juiz de Fora-UFJF*
Programa de Pós-Graduação em Economia Aplicada
Email: sidney.caetano@ufjf.edu.br

^b *Universidade Federal de Santa Catarina-UFSC*
Programa de Pós-Graduação em Economia
Email: guilherme.moura@ufsc.br

Abstract

In this paper we use a hybrid macroeconometric model to forecast brazilian data. The model is based on a real business cycles model with a first order VAR process for the measurement errors. The estimation is performed via maximum likelihood with the aid of the Kalman filter. Despite the simplicity of the DSGE model used, the forecasts of the hybrid model are significantly more precise than the forecasts generated by a first and second order VAR. Thus, showing that the DSGE model can significantly contribute to VAR forecasts.

Keywords: Real Business Cycle Model, DSGE, VAR.

JEL: C52, E32, E37.

Resumo

O Presente trabalho utiliza um modelo macroeconômico híbrido para a economia brasileira. Para tanto, utiliza-se um *mix* de modelos DSGE e VAR estimado por máxima verossimilhança com auxílio do filtro de Kalman. Apesar da simplicidade do modelo DSGE utilizado, as previsões do modelo híbrido são, em geral, significativamente mais precisas do que as previsões de modelos VAR de primeira e segunda ordem. Neste sentido, conclui-se que o modelo DSGE utilizado contribui de forma significativa para aprimorar as previsões de modelos VAR. Portanto, a abordagem proposta pode ser vista como um passo para o desenvolvimento de modelos macroeconômicos empíricos úteis para previsão, porém com sólida fundamentação teórica.

Palavras-chave: Ciclos reais de negócios; DSGE; VAR.

Classificação JEL: C52; E32; E37.

Área 4: Macroeconomia, Economia Monetária e Finanças

¹Autor correspondente: E-mail: guilherme.moura@ufsc.br. Os autores agradecem José Ronaldo de Castro Souza Júnior pelos comentários relevantes.

1. Introdução

Desde os anos 80 a macroeconomia vem sofrendo fortes transformações, evoluindo a partir da hipótese de expectativas racionais, passando pelo modelo de ciclos reais, crítica de Lucas, perspectiva Novo Clássica e Novo Keynesiana até as recentes propostas do Novo Monetarismo. No início da década de 80 surgiram duas abordagens distintas para a análise macroeconômica que permanecem influenciando a formulação de políticas econômicas nos dias de hoje. Após a contribuição seminal de Sims (1980), vários trabalhos foram desenvolvidos com o intuito de explicar movimentos e comovimentos de séries temporais agregadas usando modelos de vetor autoregressivo (VAR). Por outro lado, estudos seguindo Kydland and Prescott (1982) tentaram explicar os movimentos das mesmas variáveis utilizando modelos dinâmicos e estocásticos de equilíbrio geral (DSGE).

Cada uma destas abordagens apresenta vantagens, mas também desvantagens, a saber: modelos VAR, por um lado, podem ser aplicados diretamente aos dados econômicos, são de fácil estimação, podem ser usados para realizar testes de hipóteses, bem como permitem gerar previsões fora da amostra. Como a especificação desses modelos exige pouca ou nenhuma referência à teoria econômica, modelos VAR são flexíveis o suficiente para se ajustar bem aos dados e gerar boas previsões. Porém, justamente devido ao fato dos modelos serem pouco fundamentados microeconomicamente, modelos VAR nem sempre permitem a identificação de parâmetros estruturais. Dessa forma, tais modelos apresentam instabilidade nos parâmetros diante de políticas fiscais e monetárias que se alteram (ver, por exemplo, Stock and Watson, 1996). Uma forma de enfrentar este problema é utilizar modelos VAR com parâmetros variantes no tempo, como proposto em, por exemplo, Cogley and Sargent (2005).

Modelos DSGE, por sua vez, são fortemente baseados em teoria econômica, uma vez que conectam diretamente parâmetros estruturais que descrevem o comportamento, preferências e tecnologia dos agentes privados, com o comportamento de séries macroeconômicas agregadas como produto e emprego. Em princípio, estes parâmetros estruturais deveriam permanecer constantes ao longo do tempo, mesmo após mudanças de políticas econômicas. Conforme Kydland and Prescott (1982), a base sólida em teoria econômica faz com que os modelos DSGE sejam considerados versões extremamente simplificadas da realidade para serem diretamente aplicados a dados macroeconômicos. Sendo assim, esses autores utilizam o método da calibração para a seleção dos parâmetros estruturais do modelo, o que impossibilita realizar testes de hipóteses e fazer previsões. A calibração também é a estratégia utilizada por vários pesquisadores brasileiros para analisar modelos DSGE (ver, por exemplo, Val and Ferreira, 2001; Ellery Jr. et al., 2002; Kanczuk, 2002; Kanczuk and Botelho, 2003; Mussolini and Teles, 2012).

A literatura brasileira sobre modelos de ciclos reais busca reproduzir alguns fatos estilizados sobre propriedades dos ciclos reais de negócios no Brasil, a saber: se o investimento possui volatilidade entre duas e quatro vezes maior que a volatilidade do produto; se o consumo mostra-se quase tão volátil quanto o produto; e se a correlação serial e autocorrelação nas séries observadas e simuladas coincidem. Por exemplo, Val and Ferreira (2001) calibram modelos de ciclos reais para a economia brasileira em busca de ciclos simulados que aderem aos fatos estilizados brasileiros. Os autores concluíram que os modelos de ciclos reais analisados por eles não foram capazes de replicar o comportamento dos agregados macroeconômicos brasileiros de forma satisfatória. Com o objetivo de usar a metodologia de Kydland and Prescott (1982) para o Brasil, Ellery Jr. et al. (2002) constroem séries de tempo para o produto, consumo, produtividade, investimento e horas trabalhadas que são mais consistentes com os modelos de ciclos reais. Apesar dos esforços, os resultados obtidos pelos modelos calibrados por eles também não foram capazes de reproduzir certos fatos observados para a economia brasileira. Pinheiro (2005) calibra, simula e compara três especificações de modelos

de ciclos reais de negócios para uma pequena economia aberta de forma a tentar reproduzir com maior robustez características inerentes aos ciclos econômicos brasileiros. Porém, os modelos não permitiram captar duas características básicas dos ciclos de negócios internacionais, a volatilidade do consumo e a correlação negativa entre balança comercial e produto. Com foco no lado fiscal, Mussolini and Teles (2012) se propõem a desenvolver um modelo de ciclos reais com governo e capital público, de maneira a estudar o efeito dos choques fiscais sobre o ciclo econômico e reproduzir os principais fatos estilizados da política fiscal no Brasil do pós-guerra. O modelo calibrado pelo autores reproduz razoavelmente algumas características das variáveis fiscais ao longo do ciclo econômico. Entretanto, o modelo também subestima a volatilidade do consumo privado, já no caso do investimento privado, a variação é maior do que a apresentada nos dados. Portanto, apesar de serem atrativos de um ponto de vista metodológico, modelos RBC não parecem ser tão relevantes empiricamente, principalmente no caso brasileiro.²

Todavia, desde Bernanke (1986), Blanchard and Watson (1986), Sims (1986), trabalhos com modelos VAR estruturais tentam combinar o poder da teoria econômica com a flexibilidade de modelos VAR. De certa forma, estudos com VAR estrutural tem o objetivo de combinar teoria econômica com a flexibilidade empírica dos modelos VAR. Entretanto, modelos VAR estruturais só utilizam teoria econômica para argumentar em favor de restrições escolhidas para possibilitar a identificação do modelo.

A literatura também destaca que desde Smith (1993) e Canova et al. (1998) autores vem comparando os resultados de modelos DSGE com os resultados de modelos VAR. Porém, somente a partir de Ireland (2004) é que estes modelos foram de fato combinados para tentar explorar as vantagens das duas abordagens, DSGE e VAR, conjuntamente. Em Ireland (2004), o autor desenvolveu um modelo híbrido para a economia americana ao combinar o poder da teoria econômica presente em um modelo de ciclos reais e a flexibilidade do modelo VAR. Sua proposta parte de um DSGE construído sobre o trabalho de Hansen (1985), mas sem pressupor que este modelo represente a economia de forma completa, pois o resíduo do modelo, que caracteriza movimentos nas séries econômicas não descritos pelo modelo DSGE, é ajustado por meio de um modelo VAR de primeira ordem. Esta abordagem permitiu a estimação do modelo por máxima verossimilhança, além de testes de hipóteses, cálculo de funções impulso-resposta e previsões fora da amostra.

O presente trabalho tem por objetivo a estimação de um modelo híbrido combinando um DSGE e um VAR(1) para dados brasileiros. A estimação dos parâmetros estruturais, bem como dos parâmetros do modelo VAR(1) é feita por máxima verossimilhança e o modelo estimado é usado para gerar previsões fora da amostra dos dados macroeconômicos. Possibilitando assim, verificar a acurácia destas previsões frente às de geradas por modelos VAR de primeira e segunda ordem. Para tanto, o trabalho segue distribuído da seguinte forma: além da presente introdução, a seção 2 apresenta o modelo DSGE base; a seção 3 mostra o modelo macroeconômico híbrido; a seção 4 comenta os dados usados nos exercícios empíricos; a seção 5 apresenta e discute os resultados estimados; e, por fim, a seção 6 destaca as conclusões.

²No Brasil, não só os modelos RBC receberam atenção, mas toda a classe de modelos DSGE vem ganhando importância dentro da academia, IPEA e banco central (ver, por exemplo, Castro et al., 2011; Vereda and Cavalcanti, 2010). Acompanha tal crescimento, a expectativa de que estes modelos possam superar os modelos tradicionais de séries temporais ou pelo menos ser comparáveis a estes, permitindo maiores detalhes em termos de análise política. Porém, observa-se ainda mais modelos calibrados do que modelos estimados por métodos estatísticos.

2. O Modelo DSGE

O modelo DSGE utilizado para construir o modelo híbrido é o modelo de trabalho indivisível de Hansen (1985), usado também em Val and Ferreira (2001) e Ellery Jr. et al. (2002). Como argumentado por Ellery Jr. et al. (2002), este modelo é próximo da experiência brasileira, uma vez que a maior parte da variação nas horas trabalhadas corresponde a entrada e saída de pessoas de seus empregos e não a ajustes no número de horas trabalhadas (ver, por exemplo, Val and Ferreira, 2001). No modelo de trabalho indivisível de Hansen (1985), um consumidor representativo tem preferências em relação ao consumo, C_t , e a horas trabalhadas, L_t , durante um período de tempo infinito, como descrito pela seguinte função utilidade intertemporal:

$$E \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t (\log(C_t) - \gamma L_t), \quad (1)$$

onde o fator de desconto satisfaz $0 < \beta < 1$ e $\gamma > 0$. A firma representativa gera o produto da economia, Y_t , combinando capital, K_t , e trabalho, L_t , de acordo com uma tecnologia com retornos constantes de escala descrita por:

$$Y_t = A_t K_t^\theta (\eta^t L_t)^{1-\theta}, \quad (2)$$

onde $\eta > 1$ mede a taxa bruta de progresso tecnológico aumentador de trabalho e $0 < \theta < 1$. A dinâmica do choque tecnológico, A_t , é dada por:

$$\log(A_t) = (1 - \rho) \log(A) + \rho \log(A_{t-1}) + \epsilon_t, \quad (3)$$

onde $A > 0$ e $-1 < \rho < 1$. A inovação ϵ_t não é serialmente correlacionada, possui distribuição normal com média zero e variância σ^2 . A restrição de recursos da economia é dada por:

$$Y_t = C_t + I_t, \quad (4)$$

enquanto a lei de movimento do estoque de capital é:

$$K_{t+1} = (1 - \delta)K_t + I_t, \quad (5)$$

onde a taxa de depreciação satisfaz $0 < \delta < 1$.

O consumidor representativo escolhe as sequências $\{Y_t, C_t, I_t, L_t, K_{t+1}\}_{t=0}^{\infty}$ que maximizam a função utilidade (1), sujeito às restrições (2)-(5). As condições de primeira ordem para este problema incluem:

$$\gamma C_t L_t = (1 - \theta) Y_t, \quad (6)$$

$$\frac{1}{C_t} = \beta E_t \left\{ \frac{1}{C_{t+1}} \left[\frac{\theta Y_{t+1}}{K_{t+1}} + 1 - \delta \right] \right\}. \quad (7)$$

A condição intratemporal (6) iguala a taxa marginal de substituição entre consumo e lazer ao produto marginal do trabalho, enquanto a condição intertemporal (7) iguala a taxa de substituição intertemporal com o produto marginal do capital.

As equações (2)-(7) formam um sistema de seis equações em diferença não-lineares e estocásticas nas seis variáveis Y_t, C_t, I_t, L_t, K_t e A_t . Apesar da solução para o sistema acima não possuir fórmula fechada, é possível aproximá-la. Para isso, é necessário reescrever o sistema em termos das variáveis

estacionárias $y_t = Y_t/\eta^t$, $c_t = C_t/\eta^t$, $i_t = I_t/\eta^t$, $l_t = L_t$, $k_t = K_t/\eta^t$ e $a_t = A_t$. Assim,

$$y_t = a_t k_t^\theta l_t^{1-\theta}, \quad (8)$$

$$\log(a_t) = (1 - \rho) \log(A) + \rho \log(a_{t-1}) + \epsilon_t, \quad (9)$$

$$y_t = c_t + i_t, \quad (10)$$

$$\eta k_{t+1} = (1 - \delta)k_t + i_t, \quad (11)$$

$$\gamma c_t l_t = (1 - \theta)y_t, \quad (12)$$

$$\frac{\eta}{c_t} = \beta E_t \left\{ \frac{1}{c_{t+1}} \left[\frac{\theta y_{t+1}}{k_{t+1}} + 1 - \delta \right] \right\}. \quad (13)$$

Na ausência de choques tecnológicos, a economia irá convergir para o estado estacionário, onde as variáveis estacionárias acima irão permanecer constantes em seus valores de estado estacionário, denotados pelas mesmas letras, mas sem o subscrito temporal.

O estado estacionário do sistema em questão pode ser calculado da seguinte forma:

$$k = \left(\frac{\theta}{\frac{\eta}{\beta} - 1 + \delta} \right) y, \quad (14)$$

$$i = \left[\frac{\theta(\eta - 1 + \delta)}{\frac{\eta}{\beta} - 1 + \delta} \right] y, \quad (15)$$

$$c = \left\{ 1 - \left[\frac{\theta(\eta - 1 + \delta)}{\frac{\eta}{\beta} - 1 + \delta} \right] \right\} y, \quad (16)$$

$$l = \left(\frac{1 - \theta}{\gamma} \right) \left\{ 1 - \left[\frac{\theta(\eta - 1 + \delta)}{\frac{\eta}{\beta} - 1 + \delta} \right] \right\}^{-1}. \quad (17)$$

Substituindo estas expressões em (8), obtém-se:

$$y = a^{\frac{1}{1-\theta}} \left(\frac{\theta}{\frac{\eta}{\beta} - 1 + \delta} \right)^{\frac{\theta}{1-\theta}} \left(\frac{1 - \theta}{\gamma} \right) \left\{ 1 - \left[\frac{\theta(\eta - 1 + \delta)}{\frac{\eta}{\beta} - 1 + \delta} \right] \right\}^{-1}. \quad (18)$$

Ainda, observa-se que estas equações mostram a dependência dos valores de estado estacionário relativa aos parâmetros β , γ , θ , η , δ e A . Todavia, elas não dependem dos parâmetros ρ e σ .

Talvez a forma mais usual de se aproximar a solução do sistema não-linear (2)-(7) seja por meio da log-linearização deste ao redor do estado estacionário, que pode ser obtida usando aproximação de Taylor de primeira ordem. Reescrevendo as variáveis em termos do logaritmo dos desvios destas em relação ao estado estacionário, obtém-se:

$$\hat{y}_t = \hat{a}_t + \theta \hat{k}_t + (1 - \theta) \hat{l}_t, \quad (19)$$

$$\hat{a}_t = \rho \hat{a}_{t-1} + \epsilon_t, \quad (20)$$

$$\left(\frac{\eta}{\beta} - 1 + \delta\right) \hat{y}_t = \left[\left(\frac{\eta}{\beta} - 1 + \delta\right) - \theta(\eta - 1 + \delta)\right] \hat{c}_t + \theta(\eta - 1 + \delta) \hat{i}_t, \quad (21)$$

$$\eta \hat{k}_{t+1} = (1 - \delta) \hat{k}_t + (\eta - 1 + \delta) \hat{i}_t, \quad (22)$$

$$\hat{c}_t + \hat{l}_t = \hat{y}_t, \quad (23)$$

$$0 = \frac{\eta}{\beta} \hat{c}_t - \frac{\eta}{\beta} E_t \hat{c}_{t+1} + \left(\frac{\eta}{\beta} + 1 - \delta\right) E_t \hat{y}_{t+1} - \left(\frac{\eta}{\beta} + 1 - \delta\right) \hat{k}_{t+1}, \quad (24)$$

onde $\hat{y}_t = \log(y_t/y)$, $\hat{c}_t = \log(c_t/c)$, $\hat{i}_t = \log(i_t/i)$, $\hat{k}_t = \log(k_t/k)$, $\hat{l}_t = \log(l_t/l)$ e $\hat{a}_t = \log(a_t/a)$.

Agora, as equações mostram que a dinâmica do modelo depende dos parâmetros estruturais $\beta, \theta, \eta, \delta$ e ρ , mas não de γ ou A . Estas últimas variáveis servem apenas para determinar o estado estacionário. Já σ irá determinar o tamanho dos choques tecnológicos, mas não terá efeito na forma das funções impulso-resposta.

O sistema de equações em diferenças linear e estocástico acima possui solução em fórmula fechada e o método de Blanchard and Kahn (1980) pode ser usado para encontrar uma solução aproximada da forma:

$$s_t = A s_{t-1} + B \epsilon_t, \quad (25)$$

$$f_t = C s_t, \quad (26)$$

onde os vetores s_t e f_t contêm o logaritmo dos desvios das variáveis estacionárias em relação ao seus respectivos valores estacionários:

$$\begin{aligned} s_t &= [\log(k_t/k), \log(a_t/a)]', \\ f_t &= [\log(y_t/y), \log(c_t/c), \log(i_t/i), \log(l_t/l)]', \end{aligned}$$

além disso, em (25) e (26), os elementos das matrizes A , B e C dependem de alguns dos parâmetros estruturais: $\beta, \theta, \eta, \delta$ e ρ . Para mais detalhes a respeito da log-linearização e solução de modelos DSGE, ver DeJong and Dave (2011).

3. Modelo Macroeconômico Híbrido

Em princípio, é possível utilizar dados sobre produto, horas trabalhadas, consumo ou investimento, juntamente com (25) e (26), para estimar os parâmetros estruturais do modelo de ciclos reais apresentado na seção anterior. Entretanto, vários pesquisadores, entre eles Kydland and Prescott (1982), argumentam que modelos DSGE são versões muito simplificadas da realidade, desaconselhando a utilização de métodos estatísticos de estimação baseado na função de verossimilhança, pois estes métodos assumem que o modelo descreve o verdadeiro processo gerador dos dados. Realmente, a hipótese implícita do modelo acima de que apenas um tipo de choque (choque tecnológicos) afeta o ciclo econômico é implausível. Adicionalmente, Ingram et al. (1994) enfatiza que a hipótese de apenas um choque torna o modelo singular, implicando que algumas combinações de variáveis endógenas serão determinísticas. Por sua vez, se estas relações determinísticas não aparecerem nos dados

reais, qualquer tentativa de estimar o modelo por métodos baseados na função de verossimilhança irá falhar.

Uma abordagem muito utilizada para lidar com o problema da singularidade é a adição de mais choques estruturais, como choques de preferências, monetários, fiscais, entre outros, até que o número de choques iguale o número de séries temporais usadas na estimação. Esta abordagem é utilizada, por exemplo, em Bencivenga (1992); DeJong et al. (2000); Ireland (2003). Todavia, a inclusão de mais choques estruturais só aumenta a dependência do modelo à teoria econômica, bem como as restrições impostas aos dados. Ou seja, abordagens deste tipo restringem ainda mais as possíveis contribuições das observações de séries de tempo.

Alternativamente, seguindo o trabalho pioneiro de Sargent (1989), pode-se adicionar erros de medida às equações estruturais do modelo DSGE, permitindo o mapeamento destes em representações de espaço de estado linear/Gaussiano. Esta abordagem permite caracterizar o modelo DSGE como um modelo probabilístico, possibilitando inferência estatística e exercícios de previsão, porém, ainda exige que os abstratos e simplificados modelos DSGE capturem toda a dinâmica e inter-relações das variáveis econômicas observáveis, uma vez que os erros de medida são independentes e identicamente distribuídos.

Ireland (2004) tenta outra saída e, baseando-se no trabalho de Sargent (1989), inclui erros de medida que seguem um modelo VAR de primeira ordem ao modelo DSGE. Dessa forma, o modelo empírico contém a equação de transição de estados (25), além da seguinte equação de medida:

$$f_t = Cs_t + u_t, \quad (27)$$

$$u_t = Du_{t-1} + \xi_t, \quad (28)$$

onde ξ_t é um vetor normal com média zero, matriz de covariância dada por $E[\xi_t \xi_t'] = V$ e não correlacionado com a inovação tecnológica ϵ_t . Nesta abordagem, u_t tem a função de capturar movimentos e co-movimentos presentes nos dados e que não podem ser explicados pelo modelo DSGE. Portanto, o modelo híbrido permite combinar o poder e elegância da teoria econômica com a flexibilidade de um VAR de forma mais profunda que modelos VAR estruturais.

O modelo empírico em (25), (27) e (28) está em formato de estado-espaço e, portanto, pode ser estimado pelo método da máxima verossimilhança. O filtro de Kalman pode ser usado para a construção da função de verossimilhança, que tem como argumentos os parâmetros estruturais do modelo de ciclos reais, elementos da matriz D , que refere-se à persistência e codependência dos resíduos, e os elementos da matriz de covariância dos resíduos, V , ou seja:

$$l(\Theta) = -\frac{3T}{2} \log(2\pi) - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T \log |\Omega| - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T w_t' \Omega^{-1} w_t, \quad (29)$$

onde Θ é o vetor de parâmetros, w_t é o erro de previsão um passo a frente e Ω é sua matriz de covariância³. O logaritmo natural da função de verossimilhança (29) é então maximizada numericamente.

³Ver Durbin and Koopman (2012) para mais detalhes sobre estimação de modelos de estado-espaço.

4. Os dados

As séries temporais macroeconômicas utilizadas no modelo de ciclos econômicos referem-se aos dados trimestrais de 1995 a 2011. Especificamente são: i) Consumo real das famílias per capita; ii) investimento real privado per capita; produto equivalente à soma das duas primeiras variáveis; iv) horas trabalhadas.

Para se obter os itens i) e ii) partiu-se das séries de despesa de consumo final das famílias em milhões de reais e do investimento total definido por meio da formação bruta de capital fixo, ambos do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística, Sistema de Contas Nacionais Trimestrais Referência 2000. Para deflacionar as duas séries utilizou-se a série de consumo final das famílias - deflator implícito - var. - (%) e a série de capital fixo, formação bruta, deflator implícito - var. - (%). Todas essas informações foram obtidas no sistema IPEADATA⁴. Entretanto, cabe destacar que os deflatores na forma disponível não são adequados, uma vez que é variação do trimestre em relação à média do ano anterior. Neste caso, as séries foram trabalhadas de forma a gerar os deflatores implícitos - trimestre/trimestre anterior (em %) e, posteriormente, os deflatores implícitos trimestral - índice (2009 = 100).

Após obter os deflatores, a série de consumo real foi dessazonalizada para então calcular o Consumo real das famílias per capita, usando a população residente cuja série anual foi interpolada de forma a gerar série trimestral. O item ii) ainda não seria possível, uma vez que o IPEADATA disponibiliza apenas a série de investimento total. Dessa forma, teria-se que obter o investimento público para derivar o investimento privado. Tal cálculo foi possível a partir do trabalho de Santos et al. (2011) no qual os autores fazem um significativo esforço para apresentar estimativas inéditas de séries mensais da formação bruta de capital fixo (FBCF) das administrações públicas (APUs) no Brasil. As séries foram atualizadas e cedidas gentilmente pelos autores. Uma vez com tal série em mãos, o investimento privado foi obtido descontando do investimento total o investimento das administrações públicas. Em seguida, o investimento privado é deflacionado e dessazonalizado para então gerar o investimento real privado per capita. Como o modelo trata de uma economia fechada sem governo, o produto é obtido somando consumo real das famílias per capita e investimento real privado per capita. Dado a dificuldade de extrair tanto do consumo como do investimento a parte externa, a mesma permanece embutida nos dados, como de praxe neste tipo de abordagem aplicada⁵. Por último, dado que não é possível obter uma série de horas trabalhadas para a economia brasileira, utiliza-se como *proxy* a série de horas trabalhadas da indústria, índice dessazonalizado (média 2006 = 100) da Confederação Nacional da Indústria, também obtida no sistema IPEADATA.

5. Resultados Empíricos

5.1. Estimativas

A Tabela 1 apresenta estimativas de máxima verossimilhança para 21 dos 23 parâmetros do modelo híbrido, bem como os desvios-padrão destas estimativas. O valor da taxa de desconto intertemporal do agente representativo, β , bem como a taxa de depreciação do estoque de capital, δ , foram calibrados em $\beta = 0.99$ e $\delta = 0.025$, pois o valor das estimativas de máxima verossimilhança

⁴ www.ipeadata.gov.br

⁵ Outros trabalhos que tratam de modelos RBC também passaram por este problema, em que algumas das séries utilizadas não são exatamente as variáveis comentadas nos modelos, principalmente a série de consumo em que os bens duráveis deveriam compor os investimentos, tornando mais complexa sua interpretação, ver Pinheiro (2005), Kanczuk and Botelho (2003).

eram irrealistas⁶. Altug (1989), bem como Ireland (2004) também encontram dificuldades para estimar estes parâmetros e adotaram a calibração.

Tabela 1: Parâmetros estimados e desvios-padrão

Parâmetros	Estimativas	Desvios-padrão
γ	0.0088	0.0001
θ	0.2547	0.0026
η	1.0100	0.0005
A	7.0474	0.0237
ρ	0.9402	0.0166
σ	0.0037	0.0004
d_{yy}	-0.2750	0.3884
d_{yc}	1.3398	0.4060
d_{yh}	0.0016	0.0555
d_{cy}	-0.9154	0.3252
d_{cc}	1.8165	0.3506
d_{ch}	0.0339	0.0447
d_{hy}	0.1434	0.3972
d_{hc}	0.4692	0.4188
d_{hh}	0.8125	0.0458
v_y	0.0136	0.0003
v_c	0.0123	0.0003
v_h	0.0153	0.0011
v_{yc}	$1.5613e - 04$	$1.1906e - 06$
v_{yh}	$1.4363e - 04$	$6.5574e - 08$
v_{ch}	$1.2321e - 04$	$1.1957e - 06$

A estimativa de $\theta = 0.2547$ implica que a participação do capital no produto é aproximadamente 25%, bem mais baixa que a participação do capital no produto calibrados por Ellery Jr. et al. (2002) e Val and Ferreira (2001). Entretanto, a estimativa aqui apresentada é bem mais próxima das estimativas internacionais. A estimativa de $\eta = 1.01$ corresponde a uma taxa de crescimento anual média do produto, no estado estacionário, de 4%. Os valores estimados $\rho = 0.9402$ e $\sigma = 0.0037$ mostram que o choque tecnológico é extremamente persistente, porém não muito volátil. As estimativas de $A = 7.0474$ e $\gamma = 0.0088$ aproximam os valores de estado estacionário do produto, consumo e horas trabalhadas no modelo com o nível médio destas variáveis na base de dados utilizada.

Além das estimativas dos parâmetros do modelo DSGE, a Tabela 1 também apresenta as estimativas do VAR residual do modelo híbrido. A matriz D tem um autovalor real de módulo 0.9619 e dois autovalores complexos de módulo 0.6961, o que implica que os resíduos u_t são persistentes. Além disso, as inovações ξ_t tem desvios-padrão altos em comparação com o desvio-padrão das inovações do choque tecnológico ϵ_t .

⁶As estimativas de máxima verossimilhança foram $\beta = 0.8321$ e $\delta = 0.2314$.

5.2. Previsão e decomposição da variância

O modelo híbrido pode ser usado para responder qual a fração do produto observado pode ser explicada pelo modelo RBC estimado. O modelo híbrido pode ser utilizado para decompor a variância do erro de previsão h -passos a frente das séries observáveis em dois componentes ortogonais: um relativo ao choque tecnológico do modelo RBC e o outro relativo aos três choques presentes no modelo VAR.

A Tabela 2 apresenta o resultado desta decomposição de variância dos erros de previsão. A última linha desta tabela mostra que o modelo RBC explica apenas 10% da variação de longo prazo nas séries de produto, consumo e investimento, enquanto não chega a explicar nem 1% da variação de longo prazo na série de horas trabalhadas. O fraco desempenho de modelos RBC na explicação de movimentos nas séries brasileiras já foi documentado em Val and Ferreira (2001), Ellery Jr. et al. (2002), entre outros. Entretanto, é importante ressaltar que estes 10% explicados pelo modelo RBC não podem ser explicados pelo VAR(1), uma vez que estes componentes são ortogonais, sugerindo que o modelo RBC pode sim agregar poder explicativo a modelos VAR.

Tabela 2: Decomposição da variância dos erros de previsão

Horizonte	Produto	Consumo	Investimento	Horas Trabalhadas
1	3.7954	0.9682	7.2106	2.9609
4	5.7644	1.8543	8.3588	1.3197
8	7.6564	3.8828	9.9710	0.9362
12	8.0315	5.2008	9.8864	0.8324
20	8.6938	7.1037	10.1916	0.7571
40	9.9079	9.3446	10.9971	0.8514
∞	10.6352	10.1405	11.4346	0.9396

A Tabela 3 apresenta a acurácia das previsões fora da amostra para o modelo híbrido. Este modelo possui 21 parâmetros estimados, mesmo número de parâmetros que um modelo VAR(1) irrestrito para as mesmas séries de variáveis observáveis e incluindo constantes e tendência linear.

Com isso, o modelo VAR(1) aparece como um *benchmark* natural para o modelo RBC híbrido. Portanto, a Tabela 3 compara a raiz da média do quadrado do erro de previsão do modelo híbrido, do modelo híbrido restrito por matrizes D e V diagonais, do modelo VAR(1) e também de um VAR(2), apesar deste último conter um número bem superior de parâmetros.

Para criar as estatísticas apresentadas na Tabela 3, cada um dos modelos foi estimado com dados de 1995:1 até 2006:4 e previsões fora da amostra foram geradas para um, dois, três e quatro períodos a frente. Na sequência, a amostra foi ampliada até 2007:1, os modelos reestimados e novas previsões foram geradas. Continuando dessa forma, foi possível obter uma série de previsões h -passos a frente que foram comparadas com os dados reais. Os resultados indicam que o modelo híbrido apresenta resultados superiores aos modelos VAR em todas as instâncias. Este resultado indica que apesar da pequena parcela da variância explicada pelo modelo RBC, este modelo traz informações relevantes que não podem ser extraídas via VAR, evidenciando o poder adicional do modelo híbrido.

O teste de Diebold and Mariano (1995) foi usado para determinar se estas diferenças na acurácia de previsão são estatisticamente diferentes. Seja $\{e_t^h\}_{t=1}^T$ uma série de erros de previsão h -passos a frente do modelo híbrido, $\{e_t^u\}_{t=1}^T$ a série correspondente para o modelo VAR e $\{d_t\}_{t=1}^T$ a série de diferenças $d_t = (e_t^u)^2 - (e_t^h)^2 \forall t = 1, 2, \dots, T$. Diebold and Mariano (1995) mostraram que a estatística de teste $s = \frac{\bar{d}}{\sigma_d}$ segue uma distribuição normal padrão, onde \bar{d} é a média amostral de d_t

Tabela 3: Acurácia das Previsões

Horizonte	1	2	3	4
Produto				
REQM: Híbrido	1.6964	2.8077	3.5375	4.0420
REQM: Diagonal	1.9321	3.3165	4.2647	4.8713
REQM: VAR(1)	2.0897	3.7168	5.1721	6.3820
REQM: VAR(2)	1.8237	3.7164	5.6235	7.3564
Consumo				
REQM: Híbrido	1.2115	1.9743	2.5059	2.9899
REQM: Diagonal	1.2309	2.0455	2.6888	3.1849
REQM: VAR(1)	1.6553	3.0406	4.4052	5.6441
REQM: VAR(2)	1.5591	3.2122	4.8824	6.4397
Investimento				
REQM: Híbrido	5.2144	8.2399	9.7242	10.2823
REQM: Diagonal	5.8481	10.0292	12.5258	13.6483
REQM: VAR(1)	5.7800	9.2826	11.3632	12.4294
REQM: VAR(2)	5.2159	8.8532	11.7722	13.9524
Horas trabalhadas				
REQM: Híbrido	1.8690	3.4190	4.7124	5.5454
REQM: Diagonal	2.3628	4.0981	5.3732	6.0696
REQM: VAR(1)	2.6223	4.6940	6.3233	7.3576
REQM: VAR(2)	1.9563	4.1523	6.5444	8.6164

e σ_d é o seu desvio padrão (ver Diebold and Mariano, 1995, para mais detalhes).

A Tabela 4 mostra que as previsões do modelo híbrido são estatisticamente superior às do modelo VAR(1) ao nível de confiança de 90%, principalmente para horizontes mais curtos de previsão, onde o nível de confiança dos resultados supera 99%. O resultado se deteriora à medida que o horizonte de previsão aumenta também pelo fato do número de erros de previsão usados no cálculo das estatísticas diminuir com o horizonte, reduzindo assim o poder do teste em questão. Esta tabela ainda mostra que o modelo híbrido diagonal, apesar de mais parcimonioso, não é superior ao modelo híbrido irrestrito. Note que o modelo híbrido diagonal exige que a correlação entre as séries seja toda explicada pelo modelo RBC, o que é uma restrição forte. Por isso mesmo, um teste de razão de verossimilhança para a restrição de D e V diagonais no modelo híbrido gera um p-valor de 1.7764e-15.

5.3. Função Impulso-Resposta

Outra análise interessante pode ser explorada por meio das funções impulso-resposta construídas para choques de um desvio-padrão na dinâmica do progresso tecnológico. A transmissão dos efeitos do choque de produtividade para o comportamento das variáveis macroeconômicas são apresentadas na Figura 1.

As estimativas mostram que, após o impacto do choque, todas as variáveis macroeconômicas aumentaram, a saber: produto, consumo, investimento e horas trabalhadas. Claramente o investimento é a variável mais sensível ao choque tecnológico, pois foi a que sofreu o maior impacto. Um choque positivo de produtividade tende a aumentar a produção, horas trabalhadas, salários reais e a demanda, como é comum em modelos RBC (ver, por exemplo, Pinheiro, 2005).

Tabela 4: Teste Diebold-Mariano para diferença na acurácia das previsões

Horizonte	1	2	3	4
Produto				
Híbrido vs. VAR(1)	2.0491**	1.2682	1.1963	1.3277*
Diagonal vs. VAR(1)	0.7333	0.5997	0.7986	1.1094
Consumo				
Híbrido vs. VAR(1)	2.1487**	1.6450**	1.5490*	1.5199*
Diagonal vs. VAR(1)	2.3269***	1.7411**	1.6208*	1.5427*
Investimento				
Híbrido vs. VAR(1)	1.3661*	1.1910	1.0652	0.9843
Diagonal vs. VAR(1)	-0.1321	-0.5609	-0.4822	-0.3955
Horas trabalhadas				
Híbrido vs. VAR(1)	2.7475***	1.8068**	1.4040*	1.2754*
Diagonal vs. VAR(1)	1.8156**	1.2499	1.1562	1.2118

Nota: *, **, ***, denotam significância ao nível de 10%, 5% e 1%, respectivamente.

Em seguida ao impacto inicial, as variáveis começam uma tendência de queda, até os efeitos se dissiparem.

6. Conclusões

Seguindo Ireland (2004), este trabalho combinou um modelo dinâmico e estocástico de equilíbrio geral com um VAR(1) de forma a criar um modelo híbrido capaz de explorar as qualidades destas duas abordagens em uma aplicação empírica usando dados brasileiros.

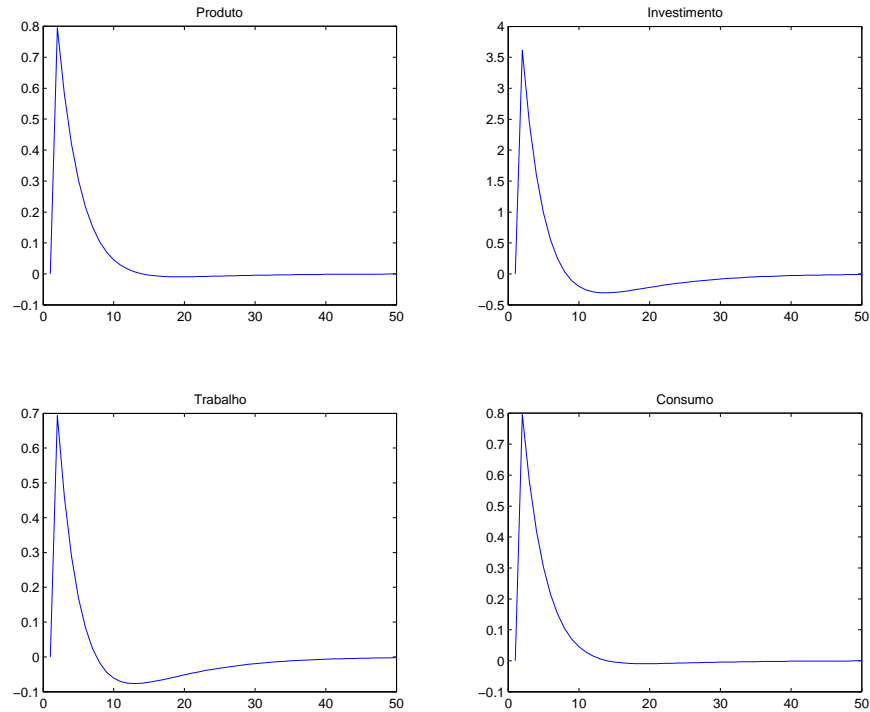
O resultado dos exercícios foi um modelo híbrido com embasamento teórico com capacidade de prever as séries de produto, consumo e horas trabalhadas com mais acurácia que modelos VAR. A estimação dos parâmetros se deu por máxima verossimilhança com auxílio do filtro de Kalman, o que possibilitou inferência em relação aos parâmetros, previsões fora da amostra e decomposição do erro de previsão.

Apesar do modelo de ciclos reais utilizado não conseguir descrever grande parte das variações nas séries de tempo observadas, este modelo agrega informações relevantes para a previsão fora da amostra não captadas por modelos VAR. Mais especificamente, o teste de Diebold and Mariano (1995) para diferenças na acurácia das previsões mostra que as previsões do modelo híbrido são, em geral, significativamente mais precisas do que as previsões de modelos VAR de primeira e segunda ordem. Neste sentido, a abordagem aqui utilizada pode ser vista como um passo para o desenvolvimento de modelos macroeconômicos úteis para previsão, mas que contenham também um embasamento teórico mais forte.

Referências

- Altug, S. (1989). Time-to-build and aggregate fluctuations: Some new evidence. *International Economic Review*, 30(4):889–920.
- Bencivenga, V. (1992). An econometric study of hours and output variation with preference shocks. *International Economic Review*, pages 449–471.

Figura 1: Funções impulso-resposta.



Bernanke, B. (1986). Alternative explanations of the money-income correlation. In *Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy*, volume 25, pages 49–99. Elsevier.

Blanchard, O. and Kahn, C. (1980). The solution of linear difference models under rational expectations. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, pages 1305–1311.

Blanchard, O. and Watson, M. (1986). Are business cycles all alike? In *The American business cycle: Continuity and change*, pages 123–180. University of Chicago Press.

Canova, F., Finn, M., and Pagan, A. (1998). Evaluating a real business cycle model. *Real Business Cycles: A Reader*, page 431.

Castro, M. R., Gouvea, S. N., Minella, A., Santos, R. C., and Souza-Sobrinho, N. F. (2011). Samba: Stochastic analytical model with a bayesian approach. Working Paper Series, n. 239, 1-138, Central Bank of Brazil.

Cogley, T. and Sargent, T. (2005). Drifts and volatilities: monetary policies and outcomes in the post wwii us. *Review of Economic dynamics*, 8(2):262–302.

DeJong, D. and Dave, C. (2011). *Structural macroeconometrics*. 2nd edition.

DeJong, D., Ingram, B., Whiteman, C., et al. (2000). Keynesian impulses versus solow residuals: identifying sources of business cycle fluctuations. *Journal of Applied Econometrics*, 15(3):311–329.

- Diebold, F. X. and Mariano, R. S. (1995). Comparing predictive accuracy. *Journal of Business and Economic Statistics*, (13):253–263.
- Durbin, J. and Koopman, S. (2012). *Time Series Analysis by State Space Methods*. 2nd edition.
- Ellery Jr., R., Gomes, V., and Sachsida, A. (2002). Business cycle fluctuations in brazil. *Revista Brasileira de Economia*, 56(2):269–308.
- Hansen, G. (1985). Indivisible labor and the business cycle. *Journal of monetary Economics*, 16(3):309–327.
- Ingram, B., Kocherlakota, N., and Savin, N. (1994). Explaining business cycles: A multiple-shock approach. *Journal of Monetary Economics*, 34(3):415–428.
- Ireland, P. (2003). Endogenous money or sticky prices? *Journal of Monetary Economics*, 50(8):1623–1648.
- Ireland, P. (2004). A method for taking models to the data. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 28(6):1205–1226.
- Kanczuk, F. (2002). Juros reais e ciclos reais brasileiros. *Revista Brasileira de Economia*, 56(2):249–267.
- Kanczuk, F. and Botelho, F. B. (2003). Preços rígidos e ciclos reais brasileiros. *Pesquisa e Planejamento Econômico*, 33(2):191–210.
- Kydland, F. E. and Prescott, E. C. (1982). Time to build and aggregate fluctuations. *Econometrica*, 50(6):1345–70.
- Mussolini, C. C. and Teles, V. K. (2012). Ciclos reais e política fiscal no brasil. *Revista Estudos Econômicos*, 42(1):75–96.
- Pinheiro, F. O. D. (2005). *Modelos de Ciclos Reais de Negócios em Pequena Economia Aberta Aplicados ao Brasil*. Dissertação (mestrado em economia), Fundação Getúlio Vargas, EPGE.
- Santos, C. H. M., Orair, R. O., Gobetti, S. W., Ferreira, A. S., Rocha, W. S., Da Silva, H. L., and De Mello Brito, J. M. (2011). Uma metodologia de estimação da formação bruta de capital fixo das administrações públicas brasileiras em níveis mensais para o período 2002-2010. Texto para Discussão 1660, Brasília: IPEA.
- Sargent, T. (1989). Two models of measurements and the investment accelerator. *The Journal of Political Economy*, pages 251–287.
- Sims, C. (1980). Macroeconomics and reality. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, pages 1–48.
- Sims, C. (1986). Are forecasting models usable for policy analysis? *Federal Reserve Bank of Minneapolis Quarterly Review*, 10(1):2–16.
- Smith, A. (1993). Estimating nonlinear time-series models using simulated vector autoregressions. *Journal of Applied Econometrics*, 8(S1):S63–S84.

- Stock, J. and Watson, M. (1996). Evidence on structural instability in macroeconomic time series relations. *Journal of Business & Economic Statistics*, 14(1):11–30.
- Val, P. R. C. and Ferreira, P. C. (2001). Modelos de ciclos reais de negócios aplicados à economia brasileira. *Pesquisa e Planejamento Econômico*, 31(2):213–248.
- Vereda, L. and Cavalcanti, M. A. F. H. (2010). Modelo dinâmico estocástico de equilíbrio geral (dsge) para a economia brasileira: Versão 1. Texto para Discussão 1479, IPEA.