

# PRECIFICAÇÃO DE TERRENOS AGRÍCOLAS ATRAVÉS DA ABORDAGEM DE OPÇÕES REAIS: MODELO COM APLICAÇÃO A CULTURA DE SOJA E MILHO NO CENTRO-OESTE DO BRASIL

RICARDO RATNER ROCHMAN – FGV-EESP

PAULO EUVALDO SALVADOR – FGV-EESP

## Resumo

O agronegócio é uma das atividades mais importantes para a economia brasileira, e um dos principais custos para a produção de commodities agrícolas é a terra para o cultivo. Desta forma, a precificação de terrenos agrícolas mostra-se um importante elemento para o investidor decidir pela entrada ou não nesta indústria. Uma forma de precificar o terreno é considerar que seu preço equivale ao valor da opção que o investidor tem em entrar neste mercado. Considerando incertezas envolvidas na produção de commodities, como o preço do grão no momento da venda, a produtividade da terra e o próprio custo de produção, o valor do terreno foi calculado através de duas metodologias: Fluxo de Caixa Descontado, considerando que o agricultor escolherá no início do investimento qual cultura plantará e não mudará esta escolha, e Opções Reais, adicionando a flexibilidade do agricultor decidir por qual cultura plantar a cada safra. No estudo foram consideradas as culturas de milho, soja e a rotação entre soja e milho safrinha. Para isto, foi utilizado um modelo de preços para a soja e milho que considera comportamento estocástico da volatilidade e saltos aleatórios em datas determinadas, além de correlação entre a aleatoriedade dos preços. Os resultados mostram que utilizando ambas as metodologias chega-se a um valor que se aproxima ao valor de mercado observado para as terras, porém o uso da metodologia de Opções Reais agrega valor ao terreno de forma significativa e consistente.

Palavras-chave: Opções Reais, Agronegócio, Precificação, Soja, Milho

## Abstract

Agribusiness is one of the most important activities of Brazilian economy, and one of the main costs of production of agricultural commodities is the cropland. Therefore, the pricing of this land shows to be an important element for the investor to take the decision to enter or not this industry. One could calculate the price of the land by considering its value equals the value of the option the investor has to enter the business. Considering uncertainties such as the price of the grain on the moment of sale, the land productivity and the production costs, the price of the land was calculated through two different methodologies: Discounted Cash Flow, considering the investor will choose the crop to plant on the beginning and won't change the choice, and Real Options, which consider managerial flexibility for the investor to decide what to plant at each harvest. On this study were only considered the crops of corn, soybeans and soybeans' rotation with corn.

The price model for the commodities considered stochastic behavior of volatility and random jumps on determined dates, besides correlation of the randomness of the prices. The results shows that the price calculated with both of the methodologies approaches the market price of the land, but the use of the Real Options methodology aggregates significantly and consistently value for the land.

Keywords: Real Options, Agribusiness, Pricing, Soy, Corn

Área ANPEC: Área 11 – Economia Agrícola e do Meio Ambiente.

Classificação JEL: Q14

## 1 INTRODUÇÃO

O Agronegócio é uma indústria muito importante para a economia brasileira, responsável por uma contribuição significativa no PIB brasileiro, mesmo apresentando características diferentes para cada região. Por exemplo, na região Sul predominam pequenos produtores que se organizam em cooperativas agrícolas, sendo que na região Centro-Oeste predominam latifundiários com grandes propriedades de terra.

A rentabilidade de um produtor de commodities agrícolas envolve uma série de fatores que fogem de seu controle. As principais delas são (i) os preços das commodities, que não são controladas por nenhum *player* do setor, (ii) a produtividade da terra, que varia de acordo com condições climáticas, preparo do solo e rotação de culturas, e (iii) o custo de produção, dado que este envolve uma série de indústrias e está, inclusive, relacionado ao preço do petróleo, já que os químicos utilizados para preparo do solo e proteção da plantação são derivados do óleo. Para um investidor entrar neste mercado ele deve possuir terras para a plantação das commodities, sejam próprias ou arrendadas. Desta forma, este trabalho propõe uma metodologia de avaliação da opção de entrada neste mercado em função da rentabilidade esperada, considerando incertezas com relação ao lucro esperado pelo produtor. Além disto, busca-se mostrar como a abordagem via Opções Reais colabora para a precificação dos terrenos, considerando algumas das opções de flexibilidades gerenciais que são oferecidas aos gestores.

O trabalho é dividido de forma a primeiramente apresentar as principais características do mercado agrícola brasileiro e sua importância para a economia, detalhando algumas características deste mercado e sua evolução nos últimos 40 anos. Ainda neste primeiro momento, apresentam-se os ciclos agropecuários da soja e milho, as commodities utilizadas neste estudo.

Na sequência faz-se uma revisão sobre a literatura publicada sobre os fundamentos de teoria de Opções Reais e suas aplicações mais tradicionais. Revisa-se também a literatura a respeito da modelagem de curvas de preços de commodities, incluindo diversas linhas de modelos e a consideração de saltos e volatilidade estocástica. Por fim, revisam-se as aplicações de Opções Reais a investimentos relacionados a commodities. Após isto, apresentam-se os conceitos teóricos empregados no desenvolvimento do trabalho, assim como os modelos para determinação do valor da opção seguindo as duas formas escolhidas, o modelo de evolução do preço da commodity e suas peculiaridades. Neste mesmo momento, mostra-se também a estimação dos parâmetros a serem utilizados nos modelos de preço. Por fim o trabalho apresenta as simulações, discute os resultados nelas obtidos e faz a comparação entre os resultados com os valores de mercado de preços de terras e a colaboração da metodologia de Opções Reais.

## 2 O AGRONEGÓCIO BRASILEIRO E OS MERCADOS DE SOJA E MILHO

O propósito desta seção é primeiramente apresentar de forma resumida o agronegócio no Brasil, dando ênfase à sua importância para a economia e apresentando as suas principais características. Em seguida, a abrangência dos conceitos será reduzida e focada em produtores de da região Centro-Oeste do Brasil, de forma a melhor conceituar o escopo deste trabalho e apresentar características mais relevantes para o presente estudo. Por fim, serão apresentados de forma breve os ciclos agropecuários mais relevantes para o presente estudo: soja e milho. Esta apresentação terá como foco o produtor agrícola, e abrangerá desde a fase de obtenção de insumos como químicos e sementes até a fase de venda e escoamento dos produtos finais.

### 2.1 O Agronegócio brasileiro

O agronegócio pode ser definido como a soma das operações de produção e distribuição de suprimentos agrícolas, processamento e distribuição de produtos agrícolas e itens produzidos a partir deles (Davis &

Goldberg, 1957). Desta forma, a visão do agronegócio expande a barreira limitada do produtor agrícola e passa a abranger tanto os fornecedores destes produtores como toda a cadeia de distribuição destes produtos e alguns de seus clientes, dado que alguns itens são produzidos utilizando insumos da agropecuária. No Brasil, o agronegócio é uma das indústrias mais importantes para a economia, contribuindo com aproximadamente 23% do PIB nacional (Cepea-USP, 2013), se consideradas todas as culturas da agricultura e toda a agropecuária. É importante para entender a relevância deste estudo destacar que historicamente cerca de 70% do PIB do agronegócio tem origem em atividades relacionadas à agricultura (Cepea-USP, 2013).

Por se tratar de um país muito extenso e possuir uma variedade climática e de solo muito ampla, o Brasil naturalmente possui regiões mais propensas ao desenvolvimento de determinadas culturas quando comparado a outras regiões do planeta. Notando isto e o potencial da agricultura para o desenvolvimento do país, o governo vem promover programas de desenvolvimento desta indústria em algumas regiões do país a partir da década de 1970.

Nos últimos anos a área produtiva brasileira aumentou rapidamente, especialmente na região Centro-Oeste. Atualmente, a área plantada estimada para a Safra 2012/13 é de aproximadamente 53 milhões de ha (CONAB, 2013), correspondente a cerca de 6,2% de toda a extensão territorial do Brasil – hoje estimada em 8.515.767 km<sup>2</sup> (IBGE, 2011). É perceptível que a maior parte do aumento da terra cultivada se deu para plantação de soja, já que esta cultura aumentou sua participação de 6,9 mil ha (18,6%) para 27,6 mil ha (52,2%) no total de área plantada quando comparamos as safras dos anos 1977/78 e 2012/2013 (CONAB, 2013).

A evolução da área plantada, mantendo-se todas as demais condições, naturalmente deveria refletir em um aumento proporcional da produção total do país. Entretanto, percebe-se que o aumento da produção do país foi muito maior do que a área plantada. Isto pode ser explicado em parte pelo avanço da tecnologia relacionada à agricultura, como desenvolvimento de grãos mais resistentes e químicos mais eficientes com consequente aumento da produtividade das culturas. Porém, além do aumento de produtividade das culturas tradicionais, houve um importante acréscimo devido a inserção da 2ª safra de milho, também conhecida como safrinha. A safrinha caracteriza-se por ser uma cultura de transição, cultivada na entressafra de terras produtoras de soja que tem como objetivo aumentar a rentabilidade do produtor, pois ele passará a produzir milho em uma época que lhe restava somente o preparo da terra para a próxima safra de soja. Percebe-se que no Brasil seu uso intensificou-se a partir da década de 2000, e hoje é importante na produtividade nacional. Ao longo deste trabalho esta cultura será reabordada, pois trata-se de uma opção da qual o produtor pode escolher fazer uso ou não.

## **2.2 A agricultura na região Centro-Oeste**

A região Centro-Oeste é umas das principais regiões do Brasil em área plantada no Brasil. Atualmente, ela é responsável por aproximadamente 38% de toda a área plantada no país (CONAB, 2013). Esta região, especialmente nos estados de Mato Grosso e Mato Grosso do Sul, é caracterizada por grande parte da produção ser originada por latifundiários, ou seja, produtores que possuem grande área plantada.

Assim sendo, para estes produtores a terra tem grande valor, pois é sua fonte de geração de riqueza, e é muito representativa em seus custos (cerca de 17% do custo total) (IMEA, 2013), já que possuem grande área plantada. Mais uma vez o escopo deste trabalho mostra sua importância, pois visa colaborar justamente na obtenção do valor justo destas terras a serem cultivadas.

## **2.3 A Atividade Agrícola**

Nesta seção apresenta-se a atividade agrícola e seus principais componentes, de forma resumida. Primeiramente será apresentado o ciclo da soja e, em seguida, o ciclo da safra principal de milho separadamente. Ao final, será apresentado o ciclo do produtor de soja integrado ao ciclo de safrinha de milho.

### 2.3.1 O Ciclo da Soja

A soja caracteriza-se por ser uma safra de verão, ou seja, a maior parte da colheita da safra ocorre durante o verão brasileiro. A Figura 1 mostra a época de plantio, maturação e colheita da soja, assim como as datas de colheita e comercialização.

Soja	jan	fev	mar	abr	mai	jun	jul	ago	set	out	nov	dez
Plantio												
Colheita												
Comercialização												
Entressafra												

**Figura 1: Calendário agrícola da soja**

Desta forma, percebe-se que, a princípio, a terra do produtor fica inutilizada por 3 meses do ano, entre junho e agosto. Certamente este período é utilizado para recuperação do solo após uma safra e futura melhora de produtividade, entretanto o termo “inutilizado” se refere apenas à geração de riqueza no curto prazo para o proprietário da terra.

### 2.3.2 O Ciclo do Milho

De forma muito análoga, a Figura 2 traz o ciclo produtivo da safra principal de milho, contendo também informações sobre a data de utilização de insumos, plantio e colheita. Percebe-se novamente que a terra fica inutilizada entre maio e agosto, totalizando 4 meses de inutilização da terra.

Milho	jan	fev	mar	abr	mai	jun	jul	ago	set	out	nov	dez
Plantio												
Colheita												
Comercialização												
Entressafra												

**Figura 2: Calendário agrícola do milho**

### 2.3.3 O Ciclo Mesclado: Soja Verão e Milho Safrinha

A partir do momento em que os produtores passaram a perceber que havia um potencial desperdiçado de obtenção de riquezas com a sua terra, passaram a dar mais importância para a safrinha de milho. Como já adiantado neste trabalho, a safrinha nada mais é do que uma safra de passagem, que se dá no período de entressafra do plantio de outra cultura.

No caso do presente estudo, a safrinha será representante somente do plantio de milho na entressafra da soja no período em que anteriormente a terra ficava apenas se recuperando para a próxima safra. A Figura 3 traz o ciclo mesclado da soja com safrinha de milho.

Rotação Soja e Milho	jan	fev	mar	abr	mai	jun	jul	ago	set	out	nov	dez
Plantio Soja												
Colheita Soja												
Comercialização Soja												
Plantio Milho 2ª safra												
Colheita Milho 2ª safra												
Comercialização Milho 2ª safra												
Entressafra												

**Figura 3: Calendário agrícola da rotação de soja com milho safrinha**

O plantio da safrinha de milho traz tanto benefícios como algumas consequências negativas para o produtor que faz uso deste recurso. Entre os benefícios pode-se destacar:

- Aumento da renda obtida com a mesma porção de terra, pois no curto prazo obtém-se mais riquezas utilizando a terra para outros propósitos no tempo em que ficava ociosa;

- Enriquecimento de alguns nutrientes da terra, propiciado pela rotação de culturas em um mesmo terreno e a folhagem deixada pela produção de milho e;
- Maior diluição de custos fixos de produção, como mão-de-obra, depreciação da terra, máquinas e equipamentos.

Como consequências negativas, pode-se destacar:

- Redução de produtividade das safras subsequentes, já que há menos tempo para recuperação de algumas propriedades do solo e aplicação de químicos entre as safras e;
- Maior custo de produção agregado, pois gasta-se mais com fertilizantes, adubos, sementes e outros insumos, de forma com que o produtor fica mais exposto ao risco intrínseco do negócio agrícola dado pela variação de preços dos produtos.

### 3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Esta seção tem como objetivo apresentar as principais bases teóricas nas quais o presente trabalho se apoia.

#### 3.1 Opções Reais

A análise de grandes projetos historicamente foi realizada pelo método de VPL. Entretanto, este método possui falhas e subestima sistematicamente oportunidades de flexibilização do investimento que permitem tal variação. Isto se dá, pois este método é baseado somente em fluxos de caixas futuros esperados e, assim sendo, desconsidera o valor das opções de flexibilização presentes nos investimentos (Copeland & Antikarov, 2002).

De forma mais clara ou mais escondida, todo investimento está sujeito à flexibilizações, de forma com que sempre é possível utilizar o método de opções reais e obter um valor mais justo sobre o projeto em análise, já que em todo projeto há no mínimo a opção de abandono (Trigeorgis, Real Options: Managerial Flexibility and Strategy in Resource Allocation, 1996).

De forma a capturar os valores das opções embutidas em cada investimento, é preciso primeiramente entender quais opções há no projeto que está sendo analisado (Luehrman, 1998). As opções mais comuns de se ter em projetos são (Bowman & Moskowitz, 2001) (Copeland & Antikarov, 2002) (Dixit & Pindyck, 1994) (Luehrman, 1998): (i) Investimento, (ii) Abandono, (iii) Expansão da produção, (iv) Redução da produção, e (v) Postergação.

Uma vez escolhidas as opções que serão utilizadas no estudo em questão, é preciso quantificá-las através de forma análoga a opções financeiras. Os estudos iniciais neste ramo faziam uso frequente do modelo desenvolvido por Black & Scholes, de forma a associar variáveis de opções reais às variáveis utilizadas no famoso modelo, segundo mostrado na Tabela 1 (Luehrman, 1998).

**Tabela 1: Mapeamento da oportunidade de investimento em termos do modelo de Black-Scholes**

<b>Variável no modelo de Opções Reais</b>	<b>Variável no modelo de Black-Scholes</b>
Valor presente do ativo a ser adquirido	Valor da ação
Investimento necessário para adquirir os ativos necessários	Preço de exercício da opção
Tempo pelo qual a decisão pode ser adiada	Tempo até o vencimento da opção
Valor do dinheiro no tempo	Taxa de retorno livre de risco
Risco envolvido nos ativos do projeto	Variância do dos retornos da ação

A utilização de múltiplas opções em um mesmo projeto pode afetar o valor determinado pela metodologia, se não observadas as possíveis interações entre elas. Por exemplo, caso em um mesmo projeto esteja se avaliando as opções de abandono e aumento de produção, é necessário considerar que,

caso se exerça a opção de abandono não será mais possível exercer a opção de aumento de produção (Trigeorgis, 1993).

Observando estas interações e, dependendo da metodologia utilizada para a precificação, é necessário calcular o impacto das opções de um modo único, de forma a não afetar o valor do projeto pela combinação de opções que, na prática, não existe. De forma geral, o valor incremental de uma opção em um estudo em que já há opções consideradas é menor do que o valor desta opção caso ainda não houvesse nenhuma outra opção considerada no projeto até o momento de sua inserção (Trigeorgis, 1993).

Por fim, ressalta-se que o uso da Teoria de Opções Reais deve ser feita com domínio das premissas e técnicas utilizadas na precificação, pois é possível que as conclusões de um trabalho utilizando esta teoria sejam conflitantes com as premissas básicas utilizadas para sua obtenção. Para não recorrer nesta situação, o autor deve estudar as técnicas e, eventualmente, fazer adaptações para atender ao seu problema em específico (Bowman & Moskowitz, 2001).

Assim sendo, o modelo a ser utilizado tem grande importância no resultado, tanto do ponto de vista quantitativo – o valor do projeto – como do ponto de vista de tomada de decisão – investir ou não investir – que será obtido através de seu uso (Ozorio, Bastian-Pinto, & Brandão, 2010).

### 3.2 Precificação de commodities

Os modelos para precificação de commodities vêm sendo desenvolvidos e refinados desde os primeiros trabalhos sobre modelagem de comportamento de preços de ativos.

Inicialmente, a linha de raciocínio principal visava adotar o modelo desenvolvido por Black & Scholes (1973) a modelos de commodities, como por exemplo, o trabalho de Black (1975). Entretanto, estes modelos ainda eram muito insipientes e pouco representava a realidade do preço de commodities. Muitos modelos a seguir incluíram o custo de estocagem e a *convenience yield*, como por exemplo, o de Gibson & Schwartz (1990).

Schwartz (1997) discorre sobre a importância da escolha do modelo estocástico do preço de commodities e sua implicância para a precificação de contratos, utilizando modelos de reversão à média. Em seu trabalho, faz a comparação de três diferentes modelos e inicia a inserção de taxas de juros estocásticas. Miltersen & Schwartz (1998) desenvolveram um modelo para avaliar o preço de opções considerando taxas de juros e *convenience yields* estocásticas visando em aplicações de curto e longo prazo.

Pindyck (1999) desenvolve um modelo de reversão à média para preços de commodities visando o longo prazo, enquanto Schwartz & Smith (2000) focam em um outro modelo de reversão à média, porém com foco no curto prazo. Já Cortazar & Schartz (2002) desenvolvem um modelo de 3 fatores para a estrutura a termo de contratos futuros de óleo, porém já afirmam que ele seria aplicado a diversas commodities. Hilliard & Reis (1998) desenvolvem modelos de 1, 2 e 3 fatores considerando *convenience yields* e taxas de juros estocásticas, assim como *jumps* no processo, concluindo que a diferença entre modelos de 1 e 2 fatores é grande, entretanto a inclusão do terceiro afeta apenas preços futuros.

Uma outra linha de trabalhos visa modelar o comportamento dos preços de commodities através de modelos autorregressivos. Beck (2001) encontra que um processo de heterocedasticidade condicional autorregressiva (ARCH) pode ser encontrado em vinte commodities testadas, utilizando modelos ARCH-M. Nesta mesma linha, Saphoras, Khalaf & Pelletier (2002) e Kharaf, Saphoras & Bilodeau (2003) desenvolvem modelos ARCH e GARCH adicionando *jumps* no processo e fazendo testes de aderência.

Bernard, Khalaf, Kichian, & McMahon (2006) comparam três diferentes tipos de modelo (i) modelos de passeio aleatório com efeitos autorregressivos com heterocedasticidade condicional generalizada (GARCH) com distribuição t-student, (ii) Jumps de difusão com distribuição de Poisson com efeitos GARCH com distribuição normal e t-student e (iii) modelos de reversão à média que permitem incerteza no preço a qual o preço reverte. Como conclusão, chegam que para projeções para preço spot com dados diários, o modelo (iii) é muito superior aos demais. Já para projeções de longo prazo utilizando dados mensais, o modelo (iii) é superior segundo o critério MSPE enquanto o modelo GARCH-M é superior

segundo o critério MAPE.

### 3.3 Opções Reais aplicadas a commodities

A aplicação do modelo de opções reais no contexto de commodities pode se dar de várias formas, devido à alta flexibilidade do modelo. De forma geral, todos os trabalhos desta seção terão como incerteza principal o preço da commodity a ser comercializada pelo investidor, entretanto vários trabalhos adicionam incertezas adicionais e diferentes tipos de opções. Tzouramani & Mattas (2002) afirmam que a aplicação do método de Fluxo de Caixa Descontado na agricultura nem sempre é apropriado para decidir se o investimento em determinado projeto é rentável ou não devido à alta influência das condições de incerteza e irreversibilidade. O modelo de opções reais de mostra-se um método mais poderoso, dado que trata de forma mais robusta as questões envolvendo a incerteza e irreversibilidade.

Os autores aplicaram ambos os métodos em um projeto que considera a adoção de novas tecnologias na plantação frente a tecnologias tradicionais – e considerando as incertezas tanto do preço da commodity como da produtividade da terra –, é possível encontrar, através do método de VPL, que a adoção de novas tecnologias é preferível. Naturalmente, o método de opções reais indicou o mesmo caminho, entretanto evidenciou que a melhor opção para o investidor seria adiar o investimento. Assim sendo, a adoção do método de opções reais agrega valor ao investidor agrícola e, de forma geral, para investidores de setores com alto grau de incerteza. O melhor momento para se investir foi calculado através do *Trigger Marshalliano* (Dixit, 1992), que leva em consideração as incertezas envolvidas no projeto e a correlação entre elas. Em seguida, calcula-se o valor da opção atribuindo a ela um MBG na qual as incertezas seguem um processo de Wiener. O melhor timing é calculado através da simulação de Monte Carlo com pequenos intervalos de tempo.

Já Luong & Tower (2005) desenvolveram uma abordagem utilizando o modelo de opções reais para tomada de decisão no mercado de café no Vietnã. Os autores se baseiam em um modelo no qual o preço do café é a única incerteza, e ele segue um MBG, com *drift* e volatilidade fixos no tempo. Para o cálculo das opções faz uso de modelos desenvolvidos por Dixit & Pindyk (1994) e Hull (1997). Os autores utilizam também custos fixos e variáveis estáticos, além de custo para abandono do projeto. Como conclusões, os autores chegam a pontos de entrada e de saída para três tipos de investidores, classificados como eficientes, médios e ineficientes. Uma importante conclusão é que o ponto de saída é muito abaixo do preço de mercado, indicando que por algum tempo é possível o produtor continuar no projeto mesmo com preço de mercado abaixo do preço de custo. Isto se dá pois o investidor muitas vezes possui uma expectativa a respeito do preço, e acredita que ele voltará a patamares superiores, dado um intervalo de confiança. Por fim, Du & Hennesy (2008) desenvolveram um trabalho com o objetivo de se comparar o valor de aluguel a ser pago em uma terra produtora para a safra seguinte, considerando a opção de se postergar a escolha entre a produção de soja e de milho até o último momento possível. No trabalho, o principal valor da opção consta em esperar até o mais tarde possível para se tomar a decisão de qual cultura cultivar na próxima safra.

Os autores consideram como fonte de incerteza os preços da soja, do milho e do fertilizante a ser utilizado como insumo na plantação, além da produtividade da terra considerando plantação de soja e milho. Os fazendeiros são tomadores de preços que tem acesso ao dinheiro a uma mesma taxa livre de risco constante. Além disto, a função de custo de produção da soja é homogênea e independente do preço do fertilizante. Já o custo do milho segue uma função Cobb-Douglas, que é função do preço do fertilizante, dada a sua relevância nos custos de produção. A receita esperada pelas safras são avaliadas fazendo uso de variáveis de estado para todas as fontes de incerteza e suas interações. Vale ressaltar que os autores utilizam correlação entre os preços de soja, milho e fertilizante.

As correlações são calculadas através de uma distribuição t-Student trivariada, enquanto os preços do milho e soja são calculados através de uma distribuição normal bivariada, calculados através de um modelo MGARCH. Já a produtividade das terras é calculada utilizando-se bases históricas de estudos já realizados na região de estudo. Como conclusões, os autores chegam a um valor de aluguel 11% maior

utilizando a abordagem de opções reais. Em outras palavras, os investidores estariam dispostos a gastar até 11% a mais no aluguel da terra para a safra seguinte, dado que eles agora consideram o valor da flexibilidade de prorrogar a escolha entre plantar soja ou milho até o mais tarde possível.

## 4 MODELAGEM CONCEITUAL

Para o presente estudo foi considerado como contexto de análise o mercado agrícola brasileiro, no qual um determinado investidor deseja entrar para obter ganhos. O potencial produtor ainda não possui terras para a produção, e como ele necessita terras para o plantio da cultura que escolher, possui duas possibilidades: comprar ou alugar terras. Este estudo será focado na primeira das opções.

Uma vez adquiridas as terras, o investidor terá acesso a todas as possibilidades de cultivo que desejar, podendo assim vender o produto e rentabilizar seu investimento inicial. Desta forma, pode-se afirmar que o preço justo do terreno no qual o produtor irá cultivar o valor da opção de entrar neste mercado.

### 4.1 Modelos de precificação do projeto

Desenvolve-se nesta seção dois modelos para precificação do terreno no qual o produtor irá plantar sua cultura: Fluxo de Caixa Descontado e Modelo de Opções Reais.

O primeiro assume como premissa fundamental que o produtor irá escolher a cultura a ser plantada no início do projeto, e não alterará esta escolha para as safras seguintes. Em outras palavras, no início ele fará projeções de preços das commodities a serem plantadas, estimações de custos e retornos, para desta forma escolher qual cultura ele plantará, e esta cultura será plantada em todas as safras.

Já a abordagem via opções reais permitirá ao produtor escolher qual cultura plantar em todas as entressafras, garantindo a ele a flexibilidade de escolha de plantar a cultura que possui o maior retorno esperado para a próxima safra. Assim, o valor da opção será composto pelo somatório do valor das opções que o investidor terá durante todo o período de investimento.

#### 4.1.1 Premissas Básicas

De forma a reduzir o escopo de abrangência do estudo, limitaremos o problema ao de um investidor que deseja obter terras na região Centro-Oeste brasileira. Como a maior parte dos produtores desta região faz, ele poderá escolher entre plantar soja, plantar milho ou plantar soja e cultivar milho na safrinha.

Este investidor também não fará uso de mecanismos de *hedge* para proteção contra variação do preço das commodities vendidas, ou seja, não assumirá posição “vendida” nas commodities comercializadas – também conhecido pela expressão “travar preço”, de forma com que sua rentabilidade dependerá do preço da commodity no momento da comercialização.

Para ambos os modelos serão assumidos custos de produção iguais, compreendendo: defensivos, sementes, adubos e fertilizantes, custo de produção ( mão-de-obra, máquinas e equipamentos, depreciação e outros), e frete da soja até o porto considerado na precificação das commodities.

Assume-se também que: (1) o mercado de soja e milho são completos e perfeitamente competitivos; (2) os produtores não influenciam os preços praticados no mercado (produtores são *price-takers*); (3) produtores podem pegar dinheiro emprestado ou emprestar à mesma taxa constante e livre de risco  $r$ ; (4) o mercado de dinheiro está aberto a todo o momento e os produtores tem acesso a ele sem restrições;

#### 4.1.2 Modelo de Fluxo de Caixa Descontado

Este modelo – em inglês Discounted Cash Flow (DCF) – consta em precificar o projeto conforme as possibilidades existentes e, ao final, escolher qual delas seguir. Assim, o modelo para cálculo do valor da opção através do DCF ( $V_{DCF}$ ) pode ser descrito como:



$$V_{DCF} = \max \{E_0(\pi_S), E_0(\pi_M), E_0(\pi_{SM})\} \quad (1)$$

onde  $\pi_i$  representa o lucro obtido com a  $i$ -ésima combinação entre (i) a plantação de soja, (ii) plantação de milho e (iii) combinação de soja verão com milho safrinha e  $E_0$  o operador Esperança na data inicial. Assim, temos que:

$$\pi_i = \sum_{j=1}^{\infty} (E_0(\pi_{i,j})) \quad (2)$$

onde  $\pi_{i,j}$  representa o lucro obtido pela  $i$ -ésima combinação na  $j$ -ésima safra. Em outras palavras, o lucro de cada cultura será o somatório do lucro obtido com esta cultura em cada uma das safras, naturalmente trazidos a valor presente. Vale ressaltar que as esperanças utilizadas são calculadas com base na expectativa hoje do retorno no futuro. Desta forma, podemos representar cada  $\pi_{i,j}$  da seguinte forma:

$$\pi_{i,j} = \left[ \frac{1}{T_j} \int_j e^{-rt} (S_{i,j} \cdot p_{i,j} - C_{i,j}) dt \right] \cdot [1 - I] \quad (3)$$

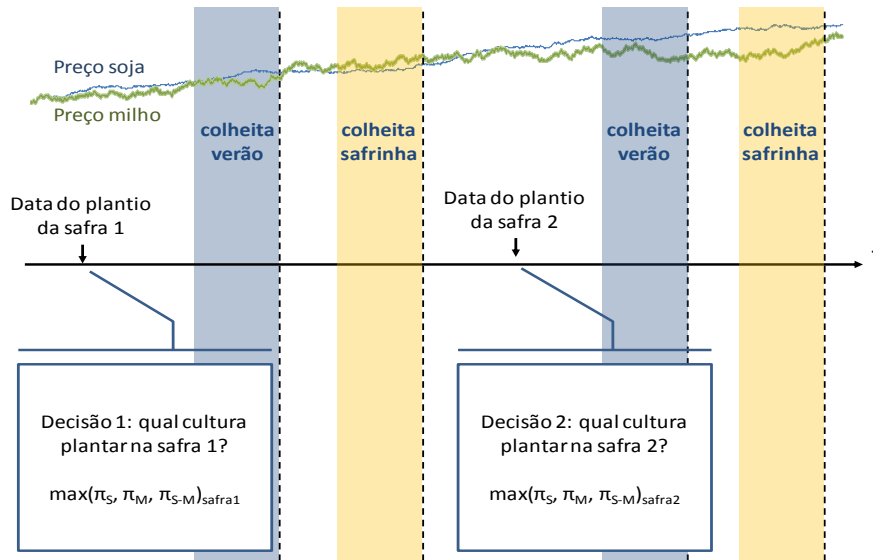
onde  $T_j$  representa o período no qual será obtido o retorno sobre a  $j$ -ésima safra da commodity escolhida,  $S_{i,j}$  representa o preço instantâneo da commodity,  $C_{i,j}$  representa o custo para aquela safra e produção,  $p_{i,j}$  a produtividade da terra, que terá uma trajetória conforme descrito na seção da Simulação e Resultados,  $r$  a taxa de juros livre de risco e  $I$  representa o valor dos impostos sobre o lucro. Vale ressaltar que o modelo a ser utilizado para o preço de commodity será um modelo livre de risco, portanto é esta a taxa que deve ser utilizada para trazer o valor do projeto a valor presente. Assim, uma vez obtidos o preço da commodity nas datas interessantes e o custo de produção é possível calcular o preço do terreno através das equações (1), (2) e (3).

### 4.1.3 Modelo de Opções Reais

Diferentemente do modelo de fluxo de caixa descontado, o modelo de opções reais considera a flexibilização do produtor em escolher a commodity a ser plantada no início de cada safra. Assim, o valor  $V_{OR}$  do projeto através do modelo de Opções Reais corresponde a:

$$V_{OR} = \sum_{j=1}^{\infty} \max \{E_j(\pi_{S,j}), E_j(\pi_{M,j}), E_j(\pi_{SM,j})\} \quad (4)$$

Onde  $j$  representa as safras,  $E_j$  representa o operador Esperança calculado no momento  $j$  e  $\pi_{i,j}$  o valor do lucro já descrito. Neste caso o valor da opção – e do terreno – será calculado pela soma, a valor presente, dos maiores retornos esperados a cada safra. A Figura 4 traz um diagrama didático a respeito da dinâmica das escolhas.



**Figura 4: Diagrama da dinâmica de escolhas do modelo de Opções Reais**

Em outras palavras, a cada safra será calculado o retorno esperado para cada um das culturas e, assumindo que o investidor faz decisões racionais, escolher-se-á a que possuir o maior valor. Ao final, cada um destes fluxos será trazido a valor presente e a soma indicará o valor do projeto. Da mesma forma como o modelo anterior, os retornos  $\pi_{i,j}$  são calculados conforme a expressão (3).

## 4.2 Modelo de preços da commodity

Nesta seção será apresentado o modelo de preços de commodities a ser utilizado neste estudo, assim como a estimação dos parâmetros utilizados. Segundo Bernard, J. T., Khalaf, L., Kichian, M., & McMahon, S. (2006), para projeções de longo prazo de preço de commodities uma das boas opções é o de volatilidade estocástica com saltos. O modelo aqui apresentado foi desenvolvido inicialmente por Oztukel & Wilmott (1998), e consiste em um modelo com volatilidade estocástica empírica. Bodra (2012) aplicou este modelo a preços de commodities agrícolas, mais especificamente a preços de soja e milho, e o incrementou com saltos determinísticos. O modelo proposto, apresentado por Bodra (2012) consta das seguintes equações:

$$dS = \mu S dt + \sigma S dW_1 + I\{t = s_j\}U_j \quad (5)$$

$$d\sigma = \phi^2 \sigma^{2\gamma-1} \left( \gamma - \frac{1}{2} - \frac{1}{2a^2} \log\left(\frac{\sigma}{\bar{\sigma}}\right) \right) dt + \phi \sigma^\gamma dW_2 \quad (6)$$

$$\langle dW_1 dW_2 \rangle = \rho \quad (7)$$

Onde:

$\mu$  : média de crescimento do preço da commodity

$S$  : preço instantâneo da commodity

$dt$ : incremento infinitesimal de tempo

$\sigma$ : volatilidade do preço da commodity

$dW_1$  : processo de Wiener para o preço da commodity

$I$ : operador indicativo, que toma o valor 1 caso a expressão  $\{t = s_j\}$  seja verdadeira e 0 caso contrário

$s_j$ : datas de divulgação dos relatórios do USDA

$U_j$ : tamanho do salto no preço devido ao relatório divulgado  
 $\phi, \gamma, a, \bar{\sigma}$ : parâmetros para determinação do comportamento da volatilidade  
 $dW_2$  : processo de Wiener para a volatilidade  
 $\rho$ : correlação entre  $dW_1$  e  $dW_2$

#### 4.2.1 Primeiro fator: modelo de preço com saltos determinísticos

O modelo de precificação desenvolvido por Black & Scholes (1973) tem como base que a trajetória do preço  $S$  do ativo-objeto segue um processo estocástico do tipo:

$$dS = \mu S dt + \sigma S dW_1 \quad (8)$$

onde  $\mu$  é o *drift* instantâneo (ou tendência instantânea), que é determinística,  $\sigma$  a volatilidade dos preços  $S$  e  $dW_1$  um processo de Wiener. Este tipo de processo tem como uma das principais características o fato do preço do ativo-objeto ser alterado majoritariamente com variações muito pequenas, levando o comportamento do preço a seguir uma trajetória quase contínua – como em um modelo de difusão ou movimento browniano. Na prática, entretanto, observa-se que a trajetória dos preços é descontínua em alguns pontos, devido à presença de saltos.

Alguns modelos de *jump-diffusion*, como são conhecidos, já foram desenvolvidos, sendo o modelo de Merton (1976) talvez o mais conhecidos deles. Ele consta em um modelo de difusão similar ao movimento browniano utilizado por Black & Scholes acrescentado de um termo que representa os saltos que ocorrem. No modelo de Merton, estes saltos ocorrem em datas aleatórias seguindo uma distribuição de Poisson, com uma frequência e intensidade especificadas conforme a aplicação.

Como sabemos, os preços das commodities tem como característica o fato de serem correlacionados em todas as bolsas do mundo, com algumas adaptações locais. Assim sendo, é de se esperar que um salto no preço no mercado da bolsa de Chicago será refletido no preço pago no porto em Paranaguá. Desta forma, e sabendo que um grande influenciador dos preços das commodities globais é o relatório disponibilizado pelo USDA, será este o fato gerador do salto nos preços das commodities.

Fazendo um paralelo com o modelo de Merton, fica evidente que sua simples aplicação não convém, dado que as datas dos relatórios são conhecidas – portanto a data do salto também é conhecido. Assim, faz-se necessário o uso de um modelo de saltos em que as datas são conhecidas, porém o valor do salto não. Introduzindo o salto à dinâmica de preços (8), temos:

$$dS = \mu S dt + \sigma S dW_1 + I\{t = s_j\}U_j \quad (9)$$

sendo  $I\{t = s_j\}$  uma função indicadora que assume valor 1 se o período  $t$  coincidir com a data de evento  $s_j$  e valor 0 caso contrário.  $U_j$  corresponde ao valor do salto, que segue uma distribuição  $U_j \sim (\mu_j, \sigma_j)$  com média  $\mu_j$  e desvio-padrão  $\sigma_j$ .

#### 4.2.2 Segundo fator: modelo da volatilidade estocástica

Como observa-se nos preços das commodities, em especial as utilizadas neste estudo – soja e milho, percebemos que a volatilidade não se comporta da forma como proposta no modelo de Black & Scholes. Até por se tratar de uma grandeza não diretamente observável, muitas vezes nos deparamos, por exemplo, com volatilidades implícitas diferentes para opções com prazos de vencimento diferentes. Isto mostra que o mercado percebe que a volatilidade não é constante ao longo do tempo.

Assim sendo, faz-se necessário desenvolver um modelo não só o preço varia com o tempo, mas também a volatilidade. Desta forma, uma das opções é um modelo no qual a volatilidade também segue um processo estocástico aleatório do tipo:

$$d\sigma = \alpha(S, \sigma, t) dt + \beta(S, \sigma, t) dW_2 \quad (11)$$

onde  $\alpha$  e  $\beta$  são os fatores que descrevem esta trajetória, e  $dW_2$  um processo de Wiener. Muitas vezes é comum assumir que  $dW_2$  está correlacionado com  $dW_1$ , e será este o caminho seguido neste trabalho. Aqui, será assumido que a correlação é simples e tem valor  $\rho$ , que deve ser estimado.

Uma das formas de estivar os valores  $\alpha$  e  $\beta$  é escolhê-los de tal forma que o modelo final precifique corretamente as opções disponíveis no mercado, entretanto ele geralmente é utilizado para modelos mais simples e que apresentem resoluções analíticas. Como o modelo em questão não possui solução de fácil tratamento, a abordagem será diferente.

A abordagem utilizada neste trabalho foi apresentada por Oztukel e Wilmott (1998), e consta em ajustar os parâmetros  $\alpha$  e  $\beta$  com base nos dados históricos de volatilidade. Nele, a volatilidade é modelada separadamente do preço do ativo-objeto, de forma com que a relação com o preço se dará através do modelos de 2 fatores e a correlação entre a aleatoriedade dos processos de difusão.

O processo da volatilidade é dado por:

$$d\sigma = \alpha(\sigma)dt + \beta(\sigma) dW_2 \quad (12)$$

onde o *drift*  $\alpha(\sigma)$  e a volatilidade  $\beta(\sigma)$  são ambas funções da volatilidade, e somente da volatilidade. A diferença com (11) consta justamente no fato de ambos os fatores serem independentes do tempo e do nível de preços. Como vantagem natural, o modelo é de muito mais fácil estimação. A estimativa dos parâmetros se dá de forma separada e independente.

Para se estimar a volatilidade da volatilidade, assumimos que  $\beta(\sigma)$  é da forma:

$$\beta(\sigma) = \phi \sigma^\gamma \quad (13)$$

Onde  $\phi$  e  $\gamma$  são constantes a serem estimadas. Esta forma é a escolhida de forma a reduzir o problema a encontrar estes dois parâmetros. Esta vantagem ficará mais evidente nos passos à frente. Os autores ressaltam, entretanto, que este método é aplicável a qualquer forma de  $\beta(\sigma)$ , não ficando restritos à forma apresentada.

De (13), temos que:

$$(d\sigma)^2 = \beta(\sigma)^2 dt v^2 \quad (14)$$

excluindo os termos de ordem menor, onde  $v$  é uma variável que segue uma distribuição normal-padrão. Fazendo uso de (13), temos:

$$(d\sigma)^2 = \phi^2 \sigma^{2\gamma} dt v^2 \quad (15)$$

Partindo da série da volatilidade é possível calcular uma série de  $d\sigma$ . Tomando a esperança, e depois o logaritmo natural da expressão (15), temos:

$$\ln(E[(d\sigma)^2]) = \ln(\phi^2 dt) + 2\gamma \ln(\sigma) \quad (16)$$

Assim, se a forma assumida em (13) for verdadeira, é possível traçar um gráfico de  $\ln(E[(d\sigma)^2])$  em função de  $\ln(\sigma)$  e obter uma linha reta, com inclinação  $2\gamma$  e que intercepte o eixo-y no ponto  $\ln(\phi^2 dt)$ . Se a forma escolhida não fosse a (13), neste ponto seria necessário escolher a curva com melhor ajuste e o resultado não seria exato.

De forma a ajustar os dados à linha reta, divide-se  $\sigma$  em  $b$  faixas ao longo de todo o espectro de  $\sigma$ :

$$b_i = \sigma_{min} + i \frac{(\sigma_{max} - \sigma_{min})}{b}, \text{ para } i = 0, \dots, b \quad (16)$$

E calcula-se, para cada faixa, qual o valor esperado para  $(d\sigma)^2$  para cada  $\sigma$  que caia dentro da faixa na faixa em particular:

$$E[(d\sigma)^2]_i = \frac{1}{n} \sum_{\sigma_i \leq \sigma < \sigma_{i+1}} (d\sigma)^2 \quad (17)$$

onde  $n$  é o número de observações para cada faixa.

A fim de assegurar que o modelo da volatilidade possui características de longo prazo, não será utilizado o mesmo procedimento para determinação do *drift*  $\alpha(\sigma)$  da volatilidade. É natural que se deseje determinar a volatilidade da série utilizando períodos mais curtos e mais detalhados, entretanto para se determinar a tendência de longo prazo é necessário olhar os dados de forma mais macro. Assim, é importante assegurarmos que são utilizados dados de longo prazo para esta estimativa, de forma a tentar reproduzir mais fielmente o comportamento de longo prazo da volatilidade dos preços.

Tanto a tendência da volatilidade como sua própria volatilidade são necessárias para se determinar seu comportamento de longo prazo. Em particular, entre elas é possível determinar um estado estacionário da distribuição da volatilidade, se ele existir. Se for possível determinar esta distribuição, é possível encontrar o *drift* através do uso da equação de Fokker-Planck.

Desta forma, assumiremos que existe o estado estacionário. Se ele existir, ele pode ser determinado através da equação de Fokker-Planck, e também empiricamente. A equação que governa a função densidade de probabilidade para a volatilidade é a equação de Fokker-Planck (ou equação a termo de Kolmogorov):

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial \sigma^2} (\beta(\sigma)^2 P) - \frac{\partial}{\partial \sigma} (\alpha(\sigma) P) \quad (18)$$

onde  $P$  é a função densidade de probabilidade de  $\sigma$ .

À medida em que fazemos  $t \rightarrow \infty$ , o número de possibilidades para a distribuição é reduzido. Dado que a equação diferencial que rege o comportamento da volatilidade é homogênea, pode-se concluir que (i) ou existe uma distribuição de probabilidade teórica no estado estacionário (ii) ou a volatilidade cresce ou diminui no longo prazo. Como é possível deduzir uma distribuição através dos dados, assumiremos que ela é a distribuição de probabilidade no estado estacionário  $P_\infty$  e ela deve satisfazer a versão no estado estacionário de (18):

$$\frac{d}{d\sigma} (\alpha(\sigma) P_\infty) = \frac{1}{2} \frac{d^2}{d\sigma^2} (\beta(\sigma)^2 P_\infty) \quad (19)$$

Integrando os termos, obtemos:

$$\alpha(\sigma) = \frac{1}{2P_\infty} \frac{d}{d\sigma} (\beta(\sigma)^2 P_\infty) + \frac{c}{P_\infty} \quad (20)$$

onde  $c$  é a constante de integração. É possível mostrar que esta constante vale zero por considerar o comportamento de  $\alpha$  tanto para valores grandes como pequenos de  $\sigma$ .

Para determinar o  $\alpha$  agora basta determinarmos  $P_\infty$ . Isto pode ser feito empiricamente traçando o histograma de  $\sigma$  e encontrando uma curva de densidade de probabilidade que possua características similares. Observando os dados, concluímos que a distribuição lognormal é uma boa aproximação para a distribuição de  $\sigma$ . Desta forma, assumimos que ambas as volatilidades possuem distribuição lognormal, ou seja,  $P_\infty$  segue esta distribuição. Assim sendo, temos que:

$$P_\infty = \frac{1}{\sqrt{2\pi a\sigma}} e^{-\frac{(\log(\frac{\sigma}{\bar{\sigma}}))^2}{2a^2}} \quad (21)$$

onde  $\log(\bar{\sigma})$  representa a média da distribuição de  $\log(\sigma)$  e  $a$  descreve a dispersão da distribuição em torno da média. Desta forma, obtemos então o *drift* da volatilidade:

$$\alpha(\sigma) = \phi^2 \sigma^{2\gamma-1} \left( \gamma - \frac{1}{2} - \frac{1}{2a^2} \log\left(\frac{\sigma}{\bar{\sigma}}\right) \right) \quad (22)$$

E de (13) e (22) temos a equação do modelo da volatilidade:

$$d\sigma = \phi^2 \sigma^{2\gamma-1} \left( \gamma - \frac{1}{2} - \frac{1}{2a^2} \log\left(\frac{\sigma}{\bar{\sigma}}\right) \right) dt + \phi \sigma^\gamma dW_2 \quad (23)$$

## 5 SIMULAÇÃO E RESULTADOS

Esta seção tem como objetivo detalhar a determinação dos parâmetros, mostrar alguns passos das simulações realizadas assim como apresentar os resultados obtidos e fazer alguns comentários a respeito deles.

### 5.1 Simulação dos parâmetros do preço das commodities

Nesta seção apresentam-se detalhes da simulação dos parâmetros utilizados nas equações que compõe o modelo de preços das commodities.

#### 5.1.1 Parâmetros dos saltos determinísticos

A estimação dos parâmetros utilizados no modelo de saltos determinísticos se dá de forma empírica, observando a variação do preço  $P_R$  de fechamento nas datas nas quais ocorrem às divulgações do relatório do USDA com relação ao preço de fechamento  $P_{R-1}$  no dia imediatamente anterior.

$$ret = \ln\left(\frac{P_R}{P_{R-1}}\right) \quad (10)$$

Conforme mostrado por Bodra (2012), o melhor ajuste a estes preços é uma curva Normal. Assim sendo, calcula-se a média  $\bar{\mu}_j$  e desvio-padrão  $\bar{\sigma}_j$  dos dados amostrais, que estão apresentados na Tabela 2.

**Tabela 2: Média e desvio-padrão amostrais da variação dos preços nas datas de divulgação de relatórios USDA**

Commodity	$\bar{\mu}_j$	$\bar{\sigma}_j$
Soja	0,0024	0,0142
Milho	-0,0018	0,0085

#### 5.1.2 Parâmetros da volatilidade da volatilidade

Para a estimação destes parâmetros foram utilizadas volatilidades calculadas com base em preços diários das commodities em uma janela de 20 dias úteis, aproximando-se da volatilidade mensal. Foram utilizados 10 faixas de valores para a volatilidade. As linhas e parâmetros foram obtidos fazendo uso da regressão utilizando método de mínimos quadrados. A Tabela 3 traz os valores calculados através da regressão e os valores de  $\phi$  e  $\gamma$ .

**Tabela 3: Valores de Phi e Gamma para cálculo da volatilidade da volatilidade**

Commodity	$\ln(\phi^2 dt)$	$2\gamma$	$\phi$	$\gamma$
Soja	-4,9597	1,1038	0,2973	0,5519
Milho	-3,9735	1,3573	0,4868	0,6786

### 5.1.3 Parâmetros da volatilidade da volatilidade

A partir dos dados históricos, é possível calcular os valores para as constantes deste modelo. A Tabela 4 mostra os valores encontrados para cada série.

**Tabela 4: Valores estimados dos parâmetros para cálculo do alpha da volatilidade**

Commodity	$\log(\bar{\sigma})$	$\alpha$
Soja	-4,7235	0,4653
Milho	-5,0716	0,4006

## 5.2 Simulação do custo de produção e produtividade

Observando dados históricos de custo de produção, percebe-se que o custo de cada uma das culturas assumiu, em fev/13, os valores informados na Tabela 5. Vale ressaltar que, para fins deste trabalho, não foi considerado o custo de remuneração da terra. Esta escolha se deve ao fato de que cada produtor deve esperar a remuneração da terra conforme a sua própria expectativa, de forma com que este custo de oportunidade não seja igual para todos. Assim sendo, os custos iniciais assumidos encontram-se na última linha desta tabela.

A evolução destes custos será dada de forma determinística, assumindo uma taxa de inflação para cada um dos custos totais de acordo com os valores observados nos últimos anos. Esta premissa não é muito forte, porém não é o objetivo deste trabalho desenvolver uma metodologia avançada para a inflação.

Assim sendo, serão feitas simulações com diversos valores de inflação, assumindo os valores de 5%, 7,5% e 10% para todas as commodities em cada uma das simulações. Estes valores estão ao redor das estimativas de mercado para a inflação geral.

**Tabela 5: Distribuição dos custos de produção. Fonte: IMEA**

	Soja	Milho Safra Verão	Milho Safrinha*
<b>1 - INSUMOS</b>	<b>930,85</b>	<b>1011,26</b>	<b>850,04</b>
Sementes	105,61	236,60	198,88
Fertilizantes	486,64	481,31	404,58

<b>Defensivos</b>	338,60	167,35	140,67
<b>2 - OPERAÇÕES AGRÍCOLAS</b>	<b>140,45</b>	<b>76,09</b>	<b>63,96</b>
Mão de obra	43,80	26,11	21,95
Adubação e Semeadura	19,35	19,69	16,55
Aplicações	21,00	5,52	4,64
Colheita	37,26	23,15	19,46
Outros	19,04	1,62	1,36
<b>A - CUSTO OPERACIONAL (1+2)</b>	<b>1071,31</b>	<b>1087,35</b>	<b>914,00</b>
<b>3 - OUTROS CUSTOS</b>	<b>376,23</b>	<b>461,30</b>	<b>387,76</b>
Assistência Técnica	9,31	7,29	6,13
Transporte da Produção	43,95	84,96	71,42
Armazenagem e Beneficiamento	86,45	169,10	142,14
Impostos	70,60	20,42	17,16
Financiamentos	79,28	87,30	73,38
Custos Administrativos	82,29	92,23	77,53
Outros	4,35	0,00	0,00
<b>B - CUSTOS VARIÁVEIS (1+2+3)</b>	<b>1447,53</b>	<b>1548,65</b>	<b>1301,76</b>
<b>C - CUSTOS FIXOS</b>	<b>367,04</b>	<b>175,16</b>	<b>147,24</b>
Depreciação	50,29	56,67	47,64
Custo da terra	316,75	116,41	97,85
Outros	0,00	2,08	1,75
<b>CUSTO TOTAL (B+C)</b>	<b>1814,58</b>	<b>1723,81</b>	<b>1449,00</b>
<b>CUSTO TOTAL - CUSTO DA TERRA</b>	<b>1497,83</b>	<b>1607,40</b>	<b>1351,15</b>

\* Valores estimados com base no custo total.

Já para a produtividade da terra foi assumido uma dinâmica de evolução seguindo parâmetros históricos de comportamento. Observando-se os dados, os comportamentos das curvas de produtividade seguem uma tendência, porém sua evolução ano a ano não é necessariamente uniforme.

Este comportamento instável pode ser explicado em partes pela não-uniformidade climática observada nos diversos anos de produção. Em alguns anos pode haver quebras de safra, enquanto em outros pode haver supersafras devido a condições favoráveis.

Dado que a condição climática muitas vezes afeta a produtividade não só de uma cultura, mas sim de todas, foi assumido que a aleatoriedade da produtividade de cada uma das culturas está relacionada com as demais. Para determinar o valor desta relação foi calculada a correlação da variação de produtividade nos últimos 10 anos entre as 3 safras. Por outro lado, parte da tendência de crescimento observado pode ser explicado por avanço tecnológico a respeito de fertilizantes e adubos, assim como na produção de sementes mais resistentes à climas adversos. Além disto, a evolução do maquinário para a produção agrícola colabora para aumento da produtividade. Nesta linha, percebe-se que a produtividade do milho safrinha cresceu muito nos últimos anos, de forma com que a taxa de crescimento esteja enviesada positivamente, dado que existe uma limitação de produtividade do solo.

Assim sendo, serão feitas duas simulações distintas para cada curva de evolução de preços. Em uma delas, serão adotados os valores calculados para as culturas com base em dados históricos. Na outra, será considerado que a taxa de crescimento e a volatilidade da produtividade do milho safrinha assume os mesmos valores do milho safra verão, porém sua aleatoriedade é diferente. Desta forma, a produtividade para cada uma das culturas assume a seguinte forma:

$$dp_i = \mu_p p dt + \sigma_p p dW_i \quad (24)$$



$$\langle dW_S dW_M dW_{S-M} \rangle = \Sigma \quad (25)$$

onde  $\mu_p$  representa a média de crescimento da produtividade,  $\sigma_p$  sua volatilidade – ambos valores constantes - e  $\Sigma$  a matriz de correlação entre a produtividade das 3 culturas.

Desta forma, foram simuladas 100 trajetórias de produtividade para cada uma das culturas sob cada uma das premissas de preço, e para cada uma destas trajetórias foram simuladas 1000 trajetórias para o preço das commodities, de forma com que chega-se a 600 mil combinações simuladas para cada uma das commodities.

### 5.3 Simulação dos preços das commodities e valores das opções

Seguindo a metodologia apresentada e parâmetros calculados, foram simuladas 1000 trajetórias tanto para o milho quanto para a soja para cada trajetória de produtividade simulada, somando 600 mil trajetórias para cada commodity. Foram considerados 10 anos de projeção dos preços, custos e produtividades, de forma a contar com um modelo que represente de forma verossímil a realidade. Projeções mais longas contariam com tanta incerteza que poderiam não refletir condições viáveis.

Vale lembrar mais uma vez que os preços projetados para as commodities representam o preço no mundo neutro ao risco, devido à forma de simulação.

Assim, para cada trajetória simulada é possível calcular o valor da opção seguindo o método de Fluxo de Caixa Descontado e Opções Reais. Para capturar o efeito da perpetuidade da geração de fluxo, é calculado o fator de decaimento médio nos últimos 3 anos de projeção e perpetua-se este fator. Assim, a expressão para o lucro fica:

$$\pi_{i,j} = \left[ \pi_{i,j}^{10} + \frac{\pi_{i,10}}{1-q} \right] \cdot [1-I] \quad (26)$$

$$\pi_{i,j}^{10} = \frac{1}{T_j} \int_{t=1}^{10} e^{-rt} (S_{i,j} \cdot p_{i,j} - C_{i,j}) dt \quad (27)$$

$$q = \frac{1}{3} \sum_{n=T-4}^{T-1} \frac{\pi_{i,n+1}}{\pi_{i,n}} \quad (28)$$

Os resultados obtidos estão mostrados na Tabela 6.

**Tabela 6: Resultados da simulação do valor do projeto**

Taxa de inflação	Modelo de produtividade	V <sub>DCF</sub> (R\$/ha)	V <sub>OR</sub> (R\$/ha)	Variação %
5%	Original	8.298	9.234	11,4%
7,5%	Original	7.534	8.374	11,2%
10%	Original	6.937	7.712	11,2%
5%	Adaptado	8.689	9.638	10,9%
7,5%	Adaptado	8.000	8.893	11,2%

10%	Adaptado	7.234	8.040	11,1%
-----	----------	-------	-------	-------

O modelo de produtividade chamado de Original se refere à utilização dos dados originais, e o modelo Adaptado segue adaptação comentada a respeito da produtividade do milho safrinha.

A partir dos resultados apresentados na Tabela 6, é possível tirar algumas conclusões a respeito da precificação de terrenos agrícolas a partir dos dois métodos apresentados.

A primeira conclusão é de que é vantajoso investir na compra de um terreno agrícola para obter lucro através da venda de commodities plantadas nele. Isto se deve ao fato de que, em todas as abordagens, o valor da opção mostrou-se positivo. Isto indica que é esperado retorno positivo através da compra deste terreno e posterior venda dos produtos provenientes da plantação nele.

Em outras palavras, porém acrescentando uma diferença sutil na ênfase, é possível concluir que em todas as simulações chega-se à mesma decisão de investimento: comprar o terreno. Perceba que a diferença está na ênfase da decisão de investimento, e não no valor obtido pelas simulações.

Outra conclusão se dá com relação ao valor calculado para a opção em cada uma das metodologias e sua comparação com o valor de mercado de terrenos na região utilizada para o estudo. Consultando o anuário da Agriannual 2012 – reconhecido guia de preços de terrenos agrícolas no Brasil, entre outras informações – nota-se que o preço médio de terreno na área estudada gira entre R\$ 7.677/ha e R\$ 13.033/ha, dependendo da qualidade da terra. Comparando com os valores obtidos, e lembrando que as simulações foram feitas com valores médios de produtividade e custos, pode-se concluir que os valores obtidos estão dentro da realidade do mercado atual.

Ademais, percebe-se que independente das premissas utilizadas é possível concluir que a abordagem via opções reais resultou em um valor de terreno 11% superior ao valor encontrado com a abordagem tradicional de fluxo de caixa descontado. Isto pode ser reescrito sob dois pontos de vista: do vendedor e do comprador.

Sob a ótica do comprador, um investidor que tenha feito a análise sob a abordagem de opções reais estaria disposto a desembolsar até 11% a mais no terreno quando comparado a um investidor que não tenha valorizados as flexibilizações aqui apresentadas. Assim, poderia vencer uma eventual concorrência com outros potenciais compradores por corretamente precificar a possibilidade de alterar a commodity a ser plantada em cada alternância de safras.

Sob a ótica do vendedor, o dono do terreno calcularia um valor de terreno maior caso utilize esta abordagem, resultando em uma maior receita advinda da venda deste terreno. Entretanto, vale ressaltar que, se os demais vendedores de terra não utilizarem a mesma abordagem, pode precificar seu terreno acima dos demais e não conseguir vendê-lo.

Vale comentar brevemente sobre a semelhança entre o resultado aqui obtido com o resultado obtido no estudo de Du & Hennesy (2008). Aqui foram consideradas as flexibilizações de postergação de escolha de cultura a ser plantada em cada uma das safras futuras, com as opções de escolha entre soja, milho e a rotação entre estas duas culturas. Já no outro estudo foi considerada apenas a opção de postergação da escolha da safra seguinte, podendo optar entre soja e milho, mas não a rotação. Se considerarmos que este estudo considera a reprodução da mesma opção por várias safras, é satisfatório esperar que o benefício da postergação da escolha seja parecido em todas as safras, já que as premissas são as mesmas. Assim, pode-se argumentar que o resultado coincidente não é ocasional, e indica que o valor do benefício da postergação – considerando somente as culturas de milho e soja – deve ser próximo de 10%.

## 6 CONCLUSÕES

O objetivo primário deste trabalho foi propor uma metodologia para a precificação de terrenos agrícolas, através do cálculo a valor presente do lucro esperado com o terreno. Um segundo objetivo foi apresentar formas para a realização deste cálculo, comparando o modelo tradicional de Fluxo de Caixa Descontado

com o modelo de Opções Reais, considerando as flexibilizações aqui apresentadas.

Para isto, foi utilizado um modelo de preços de commodities que tem em sua dinâmica incorporados saltos determinísticos decorrentes da divulgação de relatórios do USDA e o comportamento estocástico da volatilidade, este estimado com base nas observações históricas.

Os resultados mostram que a abordagem via Opções Reais, que considera as flexibilizações gerenciais de escolher a cultura a ser plantada a cada safra, agrega significativamente valor à opção de compra do terreno, e conseqüentemente ao valor do terreno em si. Isto se mostra em todos os cenários de taxa de inflação e produtividade da terra simulados.

Outro resultado encontrado é que o valor absoluto da opção varia de forma sensível acordo com as premissas adotadas, entretanto o valor relativo entre as abordagens não se altera com relevância dadas estas mesmas alterações. Isto mostra que, independentemente das premissas, a abordagem via Opções Reais agrega valor de forma consistente à avaliação do valor do terreno.

Neste trabalho foi escolhido um modelo para evolução de preços de commodities, entretanto vale comparar o resultado aqui obtido com resultados obtidos através da aplicação desta mesma metodologia utilizando outros modelos de evolução de preços para, enfim, concluir qual o valor justo do terreno.

Por fim, vale ressaltar que a aplicação de opções reais a commodities é um ramo de estudo ainda incipiente, que possui muitas aplicações a serem aprofundadas. Em específico a precificação de terrenos agrícolas brasileiros, esta abordagem pode ser estendida a terrenos em outras regiões do país, alterando as premissas adotadas com relação a custos e produtividade e as opções consideradas.

Uma das limitações do trabalho se dá com relação ao valor calculado para a opção. Como já era esperado, este número está bastante atrelado às premissas adotadas com relação ao preço das commodities, produtividade das terras e evolução dos custos de produção, que por sua vez devem refletir o mais próximo possível a realidade das condições simuladas. Desta forma, como trabalhos futuros recomenda-se utilizar outros modelos para cada uma destas variáveis.

Outra sugestão de trabalho futuro se dá com relação às opções oferecidas ao produtor. Neste trabalho foi oferecida somente a opção de troca de cultura a cada ano. Na realidade, o produtor também possui uma série de outras opções que podem ser relevantes. Por exemplo, ele possui a opção de alugar o terreno (e não comprá-lo), vender o terreno a qualquer momento, tem a opção de simplesmente abandonar a terra, tem a opção de não plantar nada naquele ano e aguardar até o ano seguinte e a opção de plantar outra cultura. Em futuros trabalhos, vale estudar cada uma delas para concluir se agregam valor ou não.

## 7 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Beck, S. (2001). *Autoregressive Conditional Heteroscedasticity in Commodity Spot Prices*. Journal of Applied Econometrics 16: 115-32.
- Bernard, J. T., Khalaf, L., Kichian, M., & McMahon, S. (2006). *Forecasting Commodity Prices: GARCH, Jumps, and Mean Reversion*. Bank of Canada, Working Paper 2006-14
- Black, F. (1975). *The pricing of commodity contracts*. Journal of Financial Economics 3: 167-179
- Black, F., & Scholes, M. (1973). *The Pricing of Options and Corporate Liabilities*. Journal of Political Economy, Vol. 81: 637-654
- Bowman, E. & Moskowitz, G. (2001). *Real Options Analysis and Strategic Decision Making*. Organization Science, Vol. 12, No. 6, pp 772-777
- Bodra, R. A. (2012). “Modelo de volatilidade estocástica com saltos aplicado a commodities agrícolas”. Fundação Getúlio Vargas
- Cepea – Centro de Estudos Avançados em Economia Aplicada – ESALQ/USP (2013). *Base da dados histórica*. Fonte: <http://cepea.esalq.usp.br/pib>
- Cortazar, G. & E. Schwartz. (2002). *Implementing a Stochastic Model for Oil Future Prices*. Energy Economics 25: 215-38.
- Copeland, T., & Antikarov, V. (2003). *Real Options, Revised Edition: A Practitioner's Guide*. New York,

EUA: Texere.

CONAB – Companhia Nacional de Abastecimento (2013). *Bases de dados históricas*. Fonte: <http://www.conab.gov.br>

Davis, J. & Goldberg, R. (1957). *A Concept of Agribusiness*. Journal of Marketing, Vol. 22, No. 2, pp. 221-222

Dixit, A. (1992). *Investment and Hysteresis*, Journal of Economic Perspectives, 6(1), pp 107-132.

Dixit, A. & Pindyck, R. (1994). *Investment under uncertainty*. Princeton: Princeton Press.

Du, X. & Hennessy, D. (2008). *The Planting Real Option in Cash Rent Valuation*, Working Paper 08-WP 463, Center for Agricultural and Rural Development, Iowa State University

Gibson, R. & E. Schwartz. (1990). *Stochastic Convenience Yield and the Pricing of Oil Contingent Claims*. Journal of Finance 45: 959-76.

Hilliard, L. E., & Reis, J. (1998). *Valuation of Commodity Futures and Options Under Stochastic Convenience Yields, Interest Rates, and Jump Diffusions in the Spot*. The Journal of Financial and Quantitative Analysis, 33: 61-86

Hull, J. C. (1997). *Options, Futures, and Other Derivatives*. Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ.

IBGE – Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (2011). *Censo 2010*. Fonte: <http://ibge.gov.br>

IMEA – Instituto Mato-grossense de Economia Agropecuária (2013). *Custo de produção de soja Safra 2012/2013*. Fonte: <http://www.imea.com.br>

Khalaf, L., J.D. Saphores, & J.F. Bilodeau. (2003). *Simulation-Based Exact Jump Tests in Models with Conditional Heteroskedasticity*. Journal of Economic Dynamic and Control 28: 531-53.

Luehrman, T. (1998). *Investment Opportunities as Real Options: Getting Started on the Numbers*, Harvard Business Review.

Merton R. (1976), *Option pricing when underlying stock returns are discontinuous*, Journal of Financial Economics.

Miltersen, K. R., & Schwartz, E.S. (1998). *Pricing of Options on Commodity Futures with Stochastic Term Structures of Convenience Yields and Interest Rates*. The Journal of Financial and Quantitative Analysis, 33: 33-59.

Oztukel A. & Wilmott P. (1998). *Uncertain Parameters, an Empirical Stochastic Volatility Model and Confidence Limits*, International Journal of Theoretical and Applied Finance.

Ozorio, L., Bastian-Pinto, C., Brandão, L. (2010). *The Choice of Stochastic Process in Real Option Valuation*. Annual International Real Options Conference.

Pindyck, R.S. (1999). *The Long Run Evolution of Energy Prices*. Energy Journal 20: 1-27.

Saphores, J.D., L. Khalaf, & D. Pelletier. (2002). *On Jumps and ARCH Effects in Natural Resource Prices: An Application to Stumpage Prices from Pacific Northwest National Forests*. American Journal of Agriculture Economics 84: 387-400.

Schwartz, E.S. (1997). *The Stochastic Behavior of Commodity Prices: Implications for Valuation and Hedging*. Journal of Finance 52: 923-73.

Schwartz, E.S. & J.E. Smith. (2000). *Short-Term Variations and Long-Term Dynamics in Commodity Prices*. Management Science 46: 893-911.

Trigeorgis, L. (1993). *The Nature of Option Interactions and the Valuation of Investments with Multiple Real Options*. The Journal of Financial and Quantitative Analysis, Vol. 28, No. 1, pp. 1-20.

Trigeorgis, L. (1996). *Real Options: Managerial Flexibility and Strategy in Resource Allocation*. Cambridge, EUA. The MIT Press.

Tzouramani, I. & Mattas, K. (2002). *Employing Real Options Methodology for Decision Making in Greenhouse Technology*, Xth EAAE Congress 'Exploring Diversity in the European Agri -Food System', Zaragoza, Spain.