

Equilíbrio Dinâmico da Dívida Pública – Uma Abordagem M-GARCH

Juliana Inhasz¹, Rodrigo De-Losso²

Resumo:

Este artigo estuda a composição ótima da dívida pública, utilizando o modelo de suavização da tributação, conforme desenvolvido por Goldfajn (1996, 2000). A abordagem metodológica baseia-se no modelo multivariado de heterocedasticidade condicional (M-GARCH), justificado pela necessidade de se obter variâncias e covariâncias condicionais, sendo essa uma das contribuições desse trabalho. Além disso, diferente de outros trabalhos, o aumento da covariância entre inflação e crescimento do gasto público reduz a parcela do endividamento público total na forma prefixada, conforme enunciado por Goldfajn (1996, 2000). Por fim, a estimação do modelo mostra que os coeficientes estimados para a dívida pública em sua forma prefixada alinham-se àqueles observados.

Palavras chave: Dívida Pública; inflação; composição; indexação.

Abstract:

This paper studies the optimal composition of public debt, using the model of tax smoothing, as developed by Goldfajn (1996, 2000). The methodological approach is based on multivariate model conditional heteroscedasticity (M-GARCH), justified by the need to obtain conditional variances and covariances, which is one of the contributions of this work. Moreover, unlike other works, the increase of the covariance between inflation and growth in government spending reduces the share of total public debt as nominal debt, as enunciated by Goldfajn (1996, 2000). Finally, the estimation of the model shows that the estimated coefficients for the nominal debt are consistent with those observed.

Key Words: Debt; inflation; denomination; indexation.

JEL Code: H30, H63.

Área ANPEC 4: Economia do Setor Público

¹ Doutoranda em Teoria Econômica pela FEA-USP; professora auxiliar de economia no Insper-IBMEC São Paulo. julianainhasz@usp.br

² Professor Doutor do Departamento de Economia da FEA-USP. delosso@usp.br

1 INTRODUÇÃO

Este artigo estuda a composição ótima da dívida pública, utilizando para tal o modelo de suavização da tributação, conforme desenvolvido por Goldfajn (1996, 2000). A abordagem metodológica utilizada baseia-se no modelo multivariado de heterocedasticidade condicional (M-GARCH), justificado pela necessidade de se considerar a modelagem de forma dinâmica, sendo essa uma das contribuições desse trabalho.

O endividamento público caracteriza-se como um importante instrumento de política econômica, por possibilitar que autoridades fiscais se adaptem a eventos adversos ao longo do tempo, minimizando variações no bem-estar da sociedade e alterações nas estruturas fiscais. Nesse sentido, a dívida pública possui o efeito de inibir as variações na estrutura de tributos e gastos públicos (uma vez que os pressupostos da Equivalência Ricardiana¹ não se aplicam na prática). Não à toa, os governos têm-se utilizado desse recurso de maneira consistente, como é perceptível pelo aumento persistente da dívida pública total ao longo do tempo.

A gestão do endividamento público, em específico, preocupa-se não apenas com as novas emissões (que aumentam o total de dívida e podem, *ceteris paribus*, dissipar os efeitos das políticas de estabilização, fiscal ou monetária), mas também com o controle e qualidade desse endividamento. Isso porque não basta que o governo proceda aos ajustes fiscais e monetários que julgar necessários se seus esforços forem consumidos pelos custos de manutenção da dívida anteriormente emitida. O referencial teórico a ser explorado encontra-se, portanto, nos modelos de equilíbrio da dívida pública, que tem por objetivo o gerenciamento eficiente desse endividamento.

Entre as diversas modelagens existentes, destacam-se aquelas que versam sobre a consistência intertemporal do endividamento público (Calvo (1978), Lucas e Stokey (1983)), ou ainda sobre a suavização da tributação. Esta última, desenvolvida inicialmente por Barro

¹Segundo a Hipótese da Equivalência Ricardiana, toda variação de gastos públicos é compensada intertemporalmente com variações no total de tributos cobrados. Nesse sentido, considerando um horizonte de tempo finito, mercados incompletos e tributos distorcivos, a Hipótese de Equivalência Ricardiana não se sustenta, sendo necessário recorrer aos modelos de gestão da dívida pública.

(1979), inspirou uma série de modelos com o mesmo objetivo de suavizar alterações nos tributos, como forma de minimizar as perdas de bem-estar. São exemplos Bohn (1988, 1990), Missale (1997) e Goldfajn (1996, 2000).

Bohn (1988, 1990) utiliza um modelo semelhante àquele desenvolvido por Barro (1979), pelo qual objetiva-se a maximização de utilidade através da escolha do nível de consumo. Desenvolvendo seu referencial teórico em versão estocástica, o autor utiliza uma metodologia de vetores autorregressivos (VAR) para confirmar a importância da covariância entre produto interno e inflação na determinação da proporção de dívida prefixada.

Considerando a preocupação dos gestores públicos com o custo de variação da dívida pública ao longo do tempo, Missale (1997) define um modelo de suavização de tributação nos moldes daquele delimitado por Bohn (1998, 1990), presumindo, no entanto, uma especificação em horizonte infinito para a estimação dos coeficientes ótimos. A minimização das perdas de bem-estar frente à restrição orçamentária do governo, em que são variáveis de escolha as proporções de dívida prefixada e indexada a câmbio, é feita utilizando-se a metodologia VAR, e resulta em coeficientes ótimos que endossam as conclusões de Bohn (1988, 1990).

Goldfajn (1996, 2000) agrega a ideia de Bohn (1988, 1990), aos argumentos de Missale (1997), explicitando um modelo de suavização de tributação pelo qual as proporções ótimas de dívida prefixada² e dívida indexada a câmbio³ são proporções da dívida total, ponderadas pelas variâncias e covariâncias das variáveis de interesse, a saber inflação, gastos do governo, e apreciação cambial.

Em um modelo de dois períodos relativamente simples, o autor mostra que a decisão da administração pública deve, necessariamente, considerar a existência do trade-off entre o problema de consistência temporal e a suavização da tributação: de um lado, a emissão de títulos indexados permite que o governo minimize as flutuações do valor real de sua

²Para Goldfajn (1996, 2000), a dívida prefixada, ou nominal, é aquela que paga a taxa de juros nominal i e realiza taxa de retorno $\frac{(1+i)}{(1+\pi)}$, em que π corresponde à taxa de inflação.

³Para Goldfajn (1996, 2000), a dívida indexada a câmbio, paga a taxa de juros nominal internacional i^* mais a taxa de depreciação da moeda, aqui representado pelo símbolo e , e realiza taxa de retorno real em moeda corrente igual a $\frac{(1+i^*)(1+e)}{(1+\pi)}$, em que π corresponde à taxa de inflação.

dívida, caso ocorram variações na inflação; por outro lado, se as mudanças no total de endividamento forem positivamente correlacionadas com os choques inflacionários, os títulos prefixados reduzem o valor real da dívida total. Os resultados encontrados pelo autor, pela utilização de metodologia VAR, confirmam as evidências de correlação positiva entre inflação e dispêndio.

No que diz respeito à abordagem empírica para dados brasileiros, além de Goldfajn (1996, 2000), podemos citar os trabalhos de Cysne (2007), Maia e Garcia (2012), entre outros. Importante ressaltar que ambos utilizam o arcabouço teórico desenvolvido por Goldfajn (1996, 2000).

Maia e Garcia (2012), em particular, estudam o impacto das volatilidades da inflação e do câmbio sobre a composição da dívida pública. Os autores concluem, através da aplicação de metodologia VAR, que a queda da volatilidade da inflação no período estudado (1994 a 2009) impulsiona o aumento da parcela de dívida prefixada. Os resultados para a dívida indexada em câmbio, no entanto, apontam para resultado dissonante daquele observado, com seu aumento no período.

Aqui, portanto, alteramos o modelo de Goldfajn (1996, 2000), definindo a variável de gasto do governo como a taxa de crescimento do dispêndio público no período. Essa alteração nos permite aplicar uma metodologia econométrica que estima a matriz de variâncias de forma dinâmica, adequada aos objetivos de encontrar proporções ótimas de dívida, condicionadas a cada período. Além disso, adotamos um período temporal diferente do escolhido por Goldfajn (1996, 2000).

A estimação do modelo via M-GARCH mostra que a dívida pública prefixada observada alinha-se ao modelo teórico. Além disso, diferente dos outros trabalhos, o aumento da covariância entre inflação e crescimento do gasto público reduz a parcela do endividamento público total na forma prefixada, conforme enuncia Goldfajn (1996, 2000). Este resultado sustenta-se teoricamente, mas a metodologia usada por outros autores não permite constatar esse fato empiricamente, o que nos dá novos indícios de que a metodologia empregada nos outros trabalhos pode estar equivocada.

O trabalho está dividido da seguinte forma. Após esta introdução, apresentamos o modelo teórico de suavização de tributação. Na seção 3, expomos a metodologia utilizada para estimação. Uma breve exposição dos dados é feita na seção 4. Os resultados são apresentados na seção 5. Na seção 6 estão as conclusões.

2 Modelo de suavização da tributação

O modelo de suavização da tributação motiva-se em Barro (1979). Segundo o autor, uma variação tributária excessiva teria o efeito de impor uma perda de bem-estar acentuada aos agentes econômicos. Nesse sentido, se a gestão da dívida pública tiver o objetivo de minimizar essas perdas, deverá internalizar o fato de que eventos inesperados poderão alterar a trajetória dos gastos públicos, traduzindo-se em alterações nos tributos.

O modelo que utilizamos é aquele proposto por Goldfajn (1996, 2000). Nele, o autor deriva a solução analítica para o problema de minimização de uma função de perda social, sujeita à restrição orçamentária do governo, que considera, entre outros, as proporções ótimas de dívida pública indexada.

Goldfajn (1996, 2000) estuda a suavização da tributação em um modelo simples, para dois períodos do tempo, sendo que a escolha do governo quanto à composição do endividamento deve ser efetuada observando os trade-offs existentes entre custo e risco. Nesse sentido, a escolha adequada do perfil da dívida deve ser efetuada tendo em vista o comportamento desta frente a diferentes choques que possam atingir a economia.

A dívida indexada a índices de preços caracteriza-se como uma interessante alternativa quando a economia é atingida por choques de demanda, uma vez que tais choques levariam à contração do produto e do nível de preços, reduzindo também o serviço da dívida indexada, oferecendo uma interessante proteção à política fiscal.

Já no caso de choques adversos de oferta, a dívida mais recomendada é aquela prefixada. Isso porque tais eventos levariam a queda do nível de produto, conjuntamente com elevação no nível de preços. Os efeitos sobre receitas e gastos do governo seriam opostos (queda para

o primeiro, elevação para o segundo), e nesse panorama, a dívida indexada a preços figuraria como um gasto adicional (já que aumento da inflação levaria ao aumento do serviço desta). Nesse contexto, dívidas prefixadas teriam, por efeito, reduzir o serviço da dívida em termos reais, oferecendo proteção e previsibilidade ao balanço fiscal do governo.

Tendo em vista, portanto, o dilema expresso pelos trade-offs anteriormente explicitados, a solução do problema no modelo de Goldfajn (1996, 2000) acontece em dois estágios. Num primeiro momento (t_0), o governo escolhe quanto emitir de dívida prefixada, indexada a câmbio ou indexada a preços (ou seja, escolhe qual composição de dívida utilizar), tendo em vista suas expectativas quanto aos possíveis choques da economia. Toda a dívida emitida inicialmente terá vencimento no período seguinte (t_1). Neste segundo período, o governo decide sobre o crescimento ótimo da moeda (que influenciará diretamente a inflação), conhecendo a evolução dos choques que, até então, eram desconhecidos ⁴.

A motivação empírica centra-se na análise da participação relativa de cada um dos componentes da dívida pública observada (prefixada, indexada a câmbio e indexada a preços) frente ao padrão sugerido pelo modelo, com objetivo de garantir a suavização de possíveis variações de tributação ao longo do tempo, minimizando os impactos no bem-estar.

Dessa forma, Goldfajn (1996, 2000) resolve o problema de minimização :

$$\min_{\theta, \theta^*} E_{t-1} \left[A \frac{\tau_t^2}{2} + \frac{\pi_t^2}{2} \right] \quad (2.1)$$

sujeito a:

$$\tau_t = G_t + (1 + r_t) B_{t-1} [1 - \theta_t (\pi_t - \pi_t^e) - \theta_t^* (q_t - q_t^e)] \quad (2.2)$$

sendo a última equação a restrição orçamentária do governo, em que τ_t representa o total

⁴Apesar de o modelo versar sobre o crescimento da demanda por moeda, assume-se que, em equilíbrio, a equação que determinação do mercado monetário é do tipo $\pi = m + v$, em que m corresponde ao crescimento da oferta monetária, e v é a velocidade dos choques, considerada como um ruído branco. Adotando-se os pressupostos de que os agentes são neutros ao risco, e que, em equilíbrio, antecipam as decisões de alteração da oferta monetária, temos $\pi^e = E(\pi) = m$. Portanto, o crescimento da oferta monetária não será utilizado como argumento no modelo, mas apenas o efeito gerado no que diz respeito à variação da inflação.

de impostos arrecadados pelo governo no período t , π_t consiste na taxa de inflação vigente em t , A é uma constante de proporcionalidade, G_t representa o total de gastos públicos no período t , r_t é a taxa de juros real no período t , B_{t-1} corresponde ao nível total de dívida pública em $t-1$, q_t é uma medida de apreciação cambial em t , e o superescrito e corresponde a variáveis em seu valor esperado.

A apreciação cambial é apurada como a diferença entre a taxa de variação da inflação em 12 meses e a taxa de variação do câmbio nos 12 últimos meses.

$$q = \pi - e \quad (2.3)$$

Já a variável de gasto do governo foi utilizada de acordo com sua taxa de crescimento, de forma que:

$$G_t = (1 + g_t) G_{t-1} \quad (2.4)$$

A solução analítica do problema de minimização da função perda social, sujeito a restrição orçamentária, levando em consideração as medidas expressas pelas equações 2.3 e 2.4. retorna as proporções ótimas para as dívidas prefixada (θ_t) e indexada em câmbio (θ_t^*):

$$\theta_t = \frac{G_{t-1} (\sigma_{g\pi,t} \sigma_{q,t}^2 - \sigma_{gq,t} \sigma_{q\pi,t})}{B_{t-1} (\sigma_{\pi,t}^2 \sigma_{q,t}^2 + (\sigma_{q\pi,t})^2)} \quad (2.5)$$

e

$$\theta_t^* = \frac{G_{t-1} \sigma_{gq,t}}{B_{t-1} \sigma_{q,t}^2} - \frac{\sigma_{q\pi,t} \theta}{\sigma_{q,t}^2} \quad (2.6)$$

em que θ é a proporção ótima de dívida na forma prefixada, θ^* representa a parcela ótima de dívida indexada em câmbio, $\sigma_{g\pi,t}$ corresponde à covariância condicional entre a taxa de crescimento do gasto do governo e a inflação, $\sigma_{q,t}^2$ é a variância condicional da apreciação cambial, $\sigma_{gq,t}$ corresponde à covariância condicional entre a taxa de crescimento do gasto do governo e a apreciação cambial, $\sigma_{q\pi,t}$ representa a covariância condicional entre a apreciação cambial e a inflação, $\sigma_{\pi,t}^2$ é a variância condicional da inflação, G_{t-1} é o nível de gasto público

no período $t - 1$, e B_{t-1} representa o total de dívida pública no período $t - 1$.

A análise das formas analíticas do modelo de Goldfajn (1996, 2000) confirma as percepções quanto aos trade-offs anteriormente enunciados. A proporção ótima de dívida prefixada é crescente com relação a covariância entre inflação e gastos públicos, indicando que esse tipo de dívida é uma atrativa proteção para o governo toda vez que choques nos gastos públicos são acompanhados de variações também nos níveis de inflação.

Da mesma forma, a variância da inflação tende a reduzir o total de dívida alocada sob forma prefixada, uma vez que a variação pura da inflação acrescenta uma significativa parcela de incerteza na restrição orçamentária. Nesses casos, a resposta ótima dos agentes seria o aumento da parcela de dívida indexada a preços, como forma de se proteger contra a perda de valor dos títulos.

A parcela de dívida indexada em câmbio representa, por sua vez, uma nova forma de proteção para o governo, desde que a correlação entre a apreciação cambial real e as demais variáveis presentes na restrição orçamentária do governo não seja nula. Por outro lado, incluir um novo tipo de dívida na economia introduz uma nova fonte de incerteza. Portanto, se a variância da apreciação cambial é alta, a parcela de dívida cambial tende a ser pequena, já que as taxas de retorno intrínsecas teriam que flutuar muito para compensar os movimentos do valor real da dívida em câmbio.

Os resultados empíricos do trabalho de Goldfajn (1996, 2000) confirmam as evidências teóricas para a parcela de dívida prefixada, com acréscimos em θ dados acréscimos na covariância entre a inflação e os gastos públicos, e decréscimos em θ quanto a variância da inflação se eleva. Entretanto, a variância da medida de apreciação cambial apresentou comportamento distoante àquele previsto teoricamente, sendo que aumentos da variância de tal medida contribuíram positivamente para a evolução da parcela de dívida cambial.

Para períodos mais recentes, entretanto, a evidência empírica parece não corresponder às expectativas teóricas do modelo proposto por Goldfajn (1996, 2000). Isso fica evidente nos trabalhos de Bevilaqua, Garcia e Nechio (2004), e de Maia e Garcia (2012). O último, em especial, utilizando-se de uma metodologia de vetor autorregressivo com duas defasagens

para o cômputo das variâncias e covariâncias entre as séries de interesse, defende uma maior parcela de dívida pública do tipo prefixada em detrimento às demais, como resposta à correlação negativa entre os gastos públicos e a taxa de inflação.

Por fim, conforme argumenta Cysne (2005), apesar da confirmação empírica em torno dos determinantes da proporção de dívida nominal, os estudos sobre a dívida em moeda estrangeira não encontram sustentação empírica para a evidência teórica.

3 M-GARCH

Seguindo o objetivo de encontrar a composição ótima para o endividamento público, é necessário conhecer o comportamento das variâncias e covariâncias das variáveis relevantes.

Os trabalhos de Goldfajn (1996, 2000) e Maia e Garcia (2012) estimam a matriz de covariâncias das séries de interesse através dos resíduos da estimação de um vetor autorregressivo (VAR). Dessa forma, segundo argumenta Maia e Garcia (2012), o uso dos resíduos de um vetor autorregressivo como fonte de dados se justifica por estes quantificarem inovações não esperadas pelos agentes de forma mais precisa, já que nesse tipo de modelagem os resíduos são encontrados conjuntamente. Além disso, o período de estimação não apresenta mudanças estruturais ao longo do tempo.

Entretanto, nem sempre a estimação da matriz de covariâncias através de vetores autorregressivos é uma alternativa adequada. Quando o objetivo é obter variâncias e covariâncias condicionais através de dados macroeconômicos cujas mudanças estruturais ao longo do tempo são evidentes, a metodologia mais apropriada encontra-se na utilização dos modelos de heterocedasticidade condicional (GARCH) multivariados. Este é o nosso caso, uma vez que o período aqui estudado é relativamente longo, e agrega diferentes momentos econômicos.

Os modelos de heterocedasticidade condicional, tanto em sua forma original ARCH (Autoregressive Conditional Heterocedasticity (Engle, 1982)), quanto em sua forma generalizada (GARCH (Bollerslev, 1986)) representam uma importante contribuição aos modelos econométricos, uma vez que permitem incluir na estimação econométrica (univariada ou

multivariada) uma forma funcional específica para a variância do termo idiossincrático.

3.1 Modelo GARCH - BEKK

A especificação BEKK é uma parametrização específica para o modelo GARCH multivariado, desenvolvida por Baba, Engle, Kraft e Kroner. Nela, garante-se que a matriz de covariâncias é positiva definida em cada momento do tempo, através de uma formulação alternativa fornecida por Engle e Kroner (1995).

O modelo BEKK aqui utilizado pode ser expresso, seguindo De-Losso (2011), como o seguinte sistema:

$$\pi_t = c_{1,1} + c_{1,2}\pi_{t-1} + c_{1,3}q_{t-1} + \varepsilon_{\pi,t} \quad (3.1)$$

$$q_t = c_{2,1} + c_{2,2}q_{t-1} + \varepsilon_{q,t} \quad (3.2)$$

$$g_t = c_{3,1} + \varepsilon_{g,t} \quad (3.3)$$

sendo que $\epsilon = \begin{pmatrix} \varepsilon_{\pi,t} & \varepsilon_{q,t} & \varepsilon_{g,t} \end{pmatrix}' | I_{t-1} \sim N(0, \Sigma_t)$

e

$$\Sigma_t = CC' + A_1\epsilon_{t-1}\epsilon_{t-1}'A_1' + B_1\Sigma_{t-1}B_1' \quad (3.4)$$

em que π_t é a inflação em t , q_t representa a medida de apreciação cambial, g_t é a taxa de crescimento do gasto do governo, $\epsilon_t/I_{t-1} \sim N(\mathbf{0}, \Sigma_t)$ é um vetor de perturbações aleatórias; C, A_1, B_1 correspondem a matrizes 3×3 , sendo C uma matriz triangular superior, e o apóstrofe indica a transposição da matriz em questão.

O objetivo é, portanto, estimar o modelo BEKK de modo a encontrar as séries de variâncias e covariâncias condicionais para o período.

4 Dados

Os dados mensais utilizados para a estimação compreendem o período de janeiro/1997 a março/2012, e estão disponíveis na base de dados do Tesouro Nacional, bem como na base de

dados do Banco Central do Brasil e do Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada (IPEA)⁵.

No primeiro estágio de estimação foram utilizados:

- Despesas totais mensais do Governo Central⁶, como medida para o total de gastos do governo, em sua forma acumulada nos últimos 12 meses;
- Taxa de câmbio comercial - venda, em periodicidade mensal;
- Taxa de inflação, medida através das variações mensais do Índice de Preços ao Consumidor Amplo (IPCA), da Fundação Getulio Vargas (FGV), em sua forma acumulada nos últimos 12 meses.

As despesas totais do Governo Central foram incorporadas segundo sua taxa de crescimento nos últimos 12 meses, conforme especificado na equação 2.4. A medida de apreciação cambial foi apurada de acordo com a equação 2.3, considerando, também, horizonte temporal de 12 meses.

No segundo estágio de estimação utilizamos, além das séries de variâncias e covariâncias estimadas no primeiro estágio, as séries da dívida líquida do setor público (em termos nominais), bem como a série de despesas totais do Governo Central, de forma acumulada nos últimos 12 meses, além dos dados referentes à composição percentual da dívida pública, de acordo com o seu tipo de indexador (prefixada, cambial e indexada a índices de preços).

No terceiro estágio de estimação utilizamos, além das variâncias e covariâncias estimadas, e das proporções observadas para a dívida indexada, a série de dívida líquida do setor público como proporção do Produto Interno Bruto (PIB), acumulado nos 12 últimos meses.

⁵<http://www.bcb.gov.br>; <http://www.tesouro.fazenda.gov.br>; <http://www.ipeadata.gov.br>

⁶Não consideradas as despesas com pagamento de juros.

5 Resultados

5.1 Primeiro estágio: estimação das variâncias e covariâncias das séries

No primeiro estágio de estimação, nosso objetivo é estimar as variâncias das variáveis de interesse, a saber, taxa de inflação, taxa de apreciação cambial, e taxa de crescimento do gasto do governo, bem como a covariância entre elas. São essas medidas que, em conjunto com os níveis de dívida líquida do setor público e de gasto do governo, determinarão as proporções ótimas de dívida pública, conforme os resultados obtidos através da minimização da equação 2.1 restrita à equação 2.2.

Para a estimação da matriz de variâncias e covariâncias foi utilizado o modelo de heterocedasticidade condicional multivariado (GARCH multivariado), especificado anteriormente.

Para assegurar a validade dos resultados, verificou-se a estacionariedade das séries de interesse para o período estudado. Segundo o teste de Ng-Perron para a presença de raízes unitárias, as séries são estacionárias a 1%.

Os resultados dos coeficientes estimados nesta primeira etapa encontram-se abaixo.

$$\pi_t = \underset{(0,0006)}{0,0018^{***}} + \underset{(0,0657)}{1,6487^{***}}\pi_{t-1} - \underset{(0,0644)}{0,6822^{***}}\pi_{t-1} \quad (5.1)$$

$$q_t = \underset{(0,0050)}{0,0031} + \underset{(0,0273)}{0,9589^{***}}q_{t-1} \quad (5.2)$$

$$g_t = \underset{(0,0004)}{0,0102^{***}} \quad (5.3)$$

Os resultados das variâncias e covariâncias estimadas através do modelo GARCH multivariado indicam variância decrescente para as variáveis no período. Vale ressaltar a queda da variância da medida de apreciação cambial (o que teoricamente implicaria em aumento da parcela de dívida pública alocada sob a forma de títulos indexados ao câmbio, seguindo as conclusões de Goldfajn (2000)), bem como a queda da variância da inflação, especialmente a partir de 2004 (o que, segundo Goldfajn (2000), agiria no sentido de aumentar a parcela de dívida prefixada).

5.2 Segundo estágio: encontrando as proporções ótimas para a dívida indexada

Uma vez encontradas as séries de variâncias e covariâncias, é possível aferir quais seriam as proporções ótimas para a dívida indexada (θ e θ^*) de modo a garantir a suavização de choques macroeconômicos via emissão de dívida adicional, minimizando as variações no bem-estar dos agentes. Os trabalhos utilizados como referencial teórico (Goldfajn, 1996,2000; Maia e Garcia, 2010) não se preocupam em encontrar os valores ótimos seguindo a solução do problema de minimização. A preocupação central destes é estudar de que forma as variâncias e covariâncias relevantes auxiliam na variação dessas proporções que são efetivamente realizadas pelo governo. Nesse sentido, os resultados obtidos no segundo estágio da estimação não possuem meios de comparação com outros trabalhos.

Portanto, procedemos à substituição dos valores encontrados para as variâncias e covariâncias das variáveis de interesse nas equações 2.5 e 2.6, bem como os valores realizados de G_{t-1} e B_{t-1} . Os valores para tais proporções estão representados nas Figuras 5.1.e 5.3.

Os resultados indicam que a quantidade ótima de dívida prefixada foi crescente no período, com proporção de aproximadamente 20% da dívida total no início de 2012. Esse resultado alinha-se às expectativas de aumento da dívida prefixada previsto pelo modelo, e observada na prática, dada a queda da variância da inflação, bem como o aumento da covariância entre a inflação e o crescimento do gasto público.

O gráfico 5.1 mostra a evolução conjunta das proporções de dívida prefixada, observada e ótima, ao longo do tempo. É possível notar que, a partir de meados do ano de 2003, a proporção ótima reflete, na média, comportamento mais próximo àquele observado, muito embora, em praticamente todo o período de estudo, o modelo subestima as proporções ótimas frente àquelas observadas.

Apesar da diferença no nível de dívida prefixada (em março/2012, a dívida prefixada observada foi de 37%, enquanto a dívida ótima foi de 21%), o comportamento da dívida prefixada ótima foi muito próximo ao comportamento da dívida prefixada observado no período, com correlação de 0,77 entre os dados. Esse comportamento pode ser visto no

Figura 5.1: Dívida Prefixada

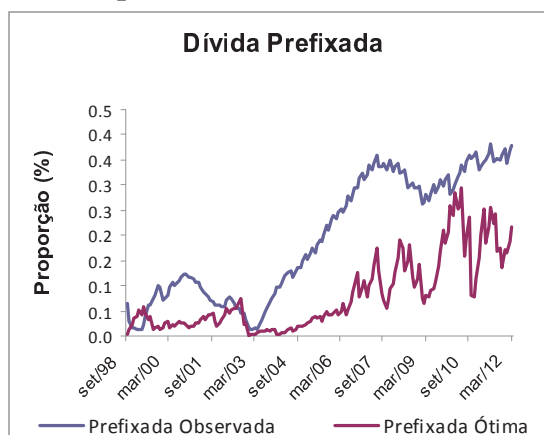
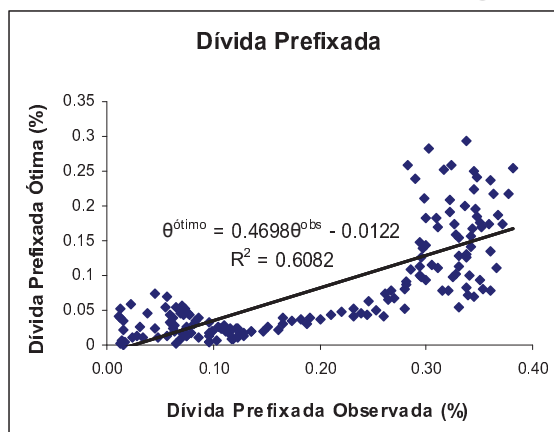


gráfico de dispersão 5.2, em que representamos o comportamento conjunto das proporções ótimas e observadas. Os coeficientes estimados para a reta de ajuste do gráfico mostraram-se estatisticamente significantes, com poder explicativo de 0,60

Figura 5.2: Dívida Prefixada - Dispersão



No que diz respeito à proporção ótima de dívida indexada a câmbio, os resultados são, aparentemente, contraditórios. As proporções de dívida denominada em moeda estrangeira são muito próximas a zero, e apresentam comportamento crescente ao longo do período de estudo, conforme expresso na figura 5.3 . Esse resultado é contrário àquele observado na

prática, onde percebemos queda eminente da parcela da dívida indexada ao câmbio. Esse comportamento pode ser visto no gráfico de dispersão 5.4.

Figura 5.3: Dívida Cambial

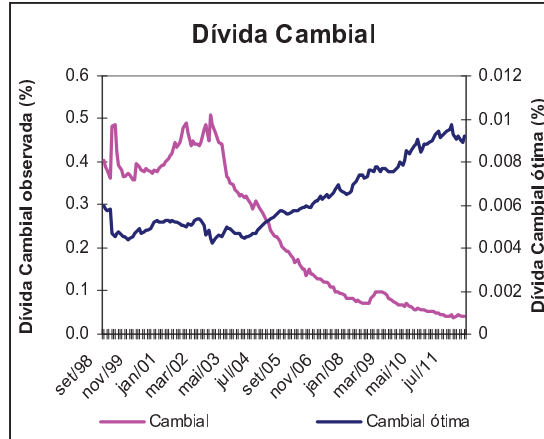
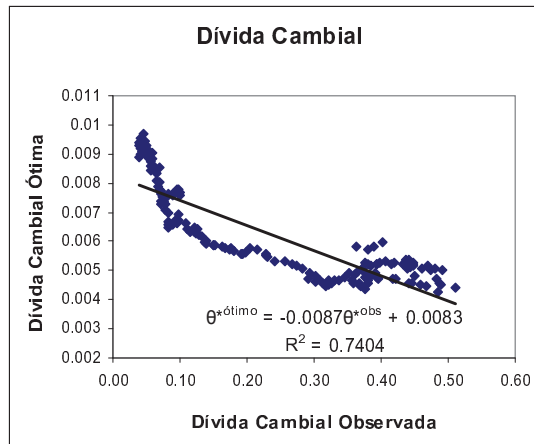
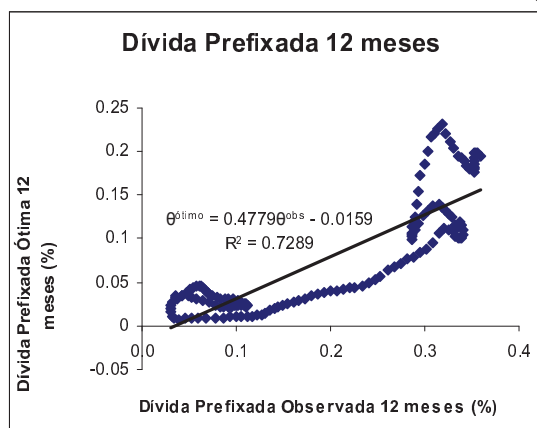


Figura 5.4: Dívida Cambial - Dispersão



Quando depara-se com um choque exógeno, que altera significativamente a relação entre as variáveis envolvidas, é racional que o governo, frente às suas expectativas quanto a duração e persistência do choque, calcule os custos e benefícios de se alterar a composição da dívida pública, e decida pela melhor forma de fazer tal alteração. Isso também se aplica à existência

Figura 5.5: Dívida Prefixada 12 meses - Dispersão



de ciclos, que podem alterar a ordem econômica durante um período relativamente curto de tempo. Nesses casos, alterar a composição da dívida pública de forma radical pode não ser uma resposta ótima da administração pública, caso o custo de fazê-la seja superior aos benefícios⁷.

Para contemplar essa outra possibilidade, que considera custos intrínsecos à mudança do perfil da dívida, apuramos a média dos valores ótimos para a dívida prefixada e cambial, considerando um horizonte temporal de 12 meses. Acreditamos que, dessa forma, é possível suavizar ao longo do tempo o impacto de mudanças na composição da dívida indexada, internalizando a preocupação com os custos existentes na mudança de composição da dívida.

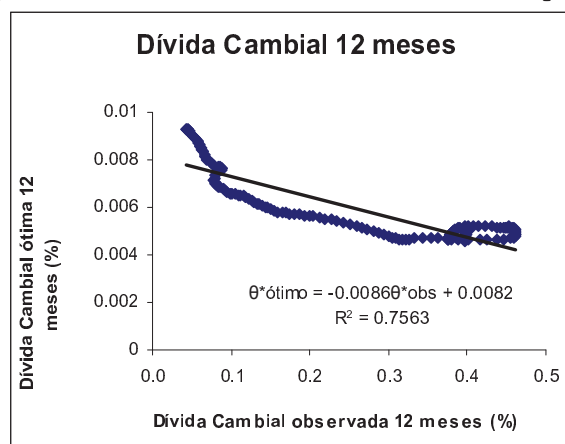
Os resultados obtidos desse modo, expressos nas figuras 5.5 e 5.6, mostram impactos suavizados na mudança das proporções de dívida prefixada e cambial. Destaque para a reta de regressão no gráfico de dispersão de dívida prefixada, onde os coeficientes continuaram estatisticamente significantes, e o poder explicativo do modelo apresentou melhora, sendo agora de 0,729.

Com o objetivo de comprovar a robustez do modelo, foram testadas outras especificações além daquela adotada neste trabalho, assim como diferentes períodos⁸ de estudo. Os resul-

⁷Para maiores explicações, veja Cysne (2007).

⁸Restringimos o início da série para março/2000, e/ou seu término para julho/2010. Também testamos

Figura 5.6: Dívida Cambial 12 meses - Dispersão



tados encontrados nessas especificações alternativas alinham-se aos resultados aqui expostos, apesar das diferenças absolutas das proporções estimadas da dívida pública.

Os resultados encontrados mostram que a variação da dívida prefixada estimada alinha-se a variação da dívida prefixada observada, ainda que, em nível, os valores estimados subestimem as proporções observadas. Portanto, é possível concluir que os elementos captados pelo modelo, que alteram as proporções de dívida prefixada ótima, também são considerados na prática da gestão da dívida pública.

5.3 Terceiro estágio: regressões via Mínimos Quadrados Ordinários (MQO)

Uma vez encontradas as variâncias e covariâncias das variáveis de interesse, e as proporções ótimas para a indexação da dívida pública, concentramos na contribuição que essas variâncias e covariâncias fornecem para explicar a evolução das proporções das dívidas prefixada e indexada a câmbio que são realmente observadas. Na prática, aqui queremos verificar a existência do trade-off entre inflação e emissão de nova dívida.

especificações com variáveis *dummy* para eventos adversos.

Nesse estágio, abandona-se parcialmente a ideia de formular valores teóricos ótimos para as proporções da dívida indexada, conforme efetuado no segundo estágio, e segue-se para o estudo do sinal das variáveis de interesse para a determinação das proporções ótimas de indexação. É essa, em linhas gerais, a análise empírica efetuada por Goldfajn (1996, 2000) e Maia e Garcia (2012)⁹. Neste aspecto, o exercício aqui proposto tem como finalidade a comparação com os resultados encontrados por Goldfajn(1996, 2000)¹⁰. Reconhecemos, entretanto, o problema de endogeneidade existente nas regressões efetuadas por Goldfajn (1996, 2000), e salientamos que este não foi tratado, com o objetivo de manter a comparabilidade entre os trabalhos.

Assim, de posse das séries de variâncias e covariâncias estimadas no primeiro estágio, regredimos as proporções efetivamente realizadas de dívida prefixada e dívida cambial contra as variâncias e covariâncias que efetivamente as compõe. Diferentes especificações de modelo são testadas, e os resultados encontram-se reportados nas Tabelas 5.7 e 5.8.

Com relação à dívida prefixada, foram estimados seis modelos, dos quais três utilizaram como regressor a dívida do setor público como proporção do PIB $\left(\frac{D_t}{Y_t}\right)$. Os sinais dos coeficientes estimados para todos os modelos alinharam-se às expectativas descritas por Goldfajn (2000), com sinais negativos nos coeficientes estimados para a variância da inflação e para a dívida líquida como proporção do PIB. No entanto, nossos modelos não observam sinal positivo para a covariância entre a inflação e o gasto público, conforme descrito por Goldfajn (2000).

Os coeficientes estimados para a variância da inflação foram, em todos os modelos, negativos e estatisticamente significantes a 1%. Goldfajn (1996, 2000) também encontra valores negativos para esta variável, indicando que períodos de grande incerteza quanto a evolução dos preços refletem, necessariamente, diminuições na parcela de dívida da forma prefixada.

Outro resultado consistente com Goldfajn (1996, 2000) é a contribuição positiva da covariância entre inflação e gastos do governo. Nossos resultados indicaram sinal negativo nesta

⁹Esses trabalhos preocupam-se, exclusivamente, em estudar de que forma variações na matriz de covariâncias alteram as decisões da administração pública no que diz respeito à composição do endividamento.

¹⁰Resultados explicitados nas Tabelas 1 e 3 de Goldfajn (1996, 2000).

Figura 5.7: Determinantes da Dívida Indexada no Brasil: 1998 a 2012 - Dívida Prefixada

Modelo	Constante	Tendência Linear	$\sigma_{\pi}^2 \cdot 10^{-3}$	σ_q^2	$\sigma_{\pi g} \cdot 10^{-3}$	$\sigma_{gq} \cdot 10^{-3}$	$\sigma_{\pi q} \cdot 10^{-3}$	D/Y	R ²
1	0,2955*** (0,0609)	0,0017*** (0,0001)	-0,9539*** (0,3478)	-0,3471 (0,5590)	-3,0273 (2,272)	0,1572 (0,129)	0,0494 (0,0751)	-0,4799*** (0,1293)	0,8417
2	0,3007*** (0,0603)	0,0017*** (0,0001)	-0,8905*** (0,3378)	- -	-2,9672 (2,2601)	0,1972** (0,0942)	- -	-0,5022*** (0,0001)	0,8429
3	0,2976*** (0,0607)	0,0017*** (0,0001)	-0,9279*** (0,3445)	- -	-2,9683 (2,2647)	0,1949** (0,0945)	0,0435 (0,0749)	-0,4923*** (0,1274)	0,8423
4	0,0757*** (0,0144)	0,0019*** (0,0000)	-1,8041*** (0,2718)	-0,6693 (0,5734)	-9,2803*** (15820)	0,1149 (0,1166)	0,07506 (0,0774)	- -	0,8292
5	0,0652*** (0,0128)	0,0019*** (0,0000)	-1,7580*** (0,2697)	- -	-9,7364*** (15568)	0,1924* (0,0984)	- -	- -	0,8287
6	0,0681*** (0,0130)	0,0019*** (0,0000)	-1,7963*** (0,2720)	- -	-9,4877*** (15737)	0,1881* (0,0984)	0,0821 (0,0773)	- -	0,8288

Nota 1: a variável dependente nos modelos é a proporção observada de dívida prefixada no período de janeiro de 1997 a março de 2012.

Nota 2: desvio-padrão das estimativas entre parênteres.

Nota 3: sinal (*) representa significância estatística a 10%, (**) representa significância estatística a 5%, e (***) representa significância estatística a 10%.

Figura 5.8: Determinantes da Dívida Indexada no Brasil: 1998 a 2012 - Dívida Cambial

Modelo	Constante	Tendência Linear	σ_q^2	$\sigma_{gq} \cdot 10^{-3}$	$\sigma_{\pi q} \cdot 10^{-3}$	D/Y	R ²
1	0,2055*** (0,0355)	-0,0026*** (0,0000)	-0,2342 (0,5826)	-0,1834 (0,185)	-0,0733 (0,0775)	0,5665*** (0,0687)	0,8953
2	0,2034*** (0,0355)	-0,0026*** (0,0001)	-0,1897 (0,5805)	-0,1847 (0,184)	- -	0,5718*** (0,0685)	0,8953
3	0,2078*** (0,0355)	-0,0026*** (0,0000)	0,3080 (0,4863)	- -	- -	0,5521*** (0,0676)	0,8944
4	0,4872*** (0,0116)	-0,0029*** (0,0000)	0,4880 (0,6833)	-0,0024 (0,1881)	-0,1254 (0,0916)	- -	0,8526
5	0,4882*** (0,0116)	-0,0029*** (0,0000)	0,5763 (0,6821)	-0,0798 (0,1885)	- -	- -	0,8518
6	0,4882*** (0,0108)	-0,0029*** (0,0000)	0,5784 (0,5731)	- -	- -	- -	0,8527

Nota 1: a variável dependente nos modelos é a proporção observada de dívida prefixada no período de janeiro de 1997 a março de 2012.

Nota 2: desvio-padrão das estimativas entre parênteres.

Nota 3: sinal (*) representa significância estatística a 10%, (**) representa significância estatística a 5%, e (***) representa significância estatística a

variável, e em três modelos esses coeficientes não mostraram significância estatística.

Por fim, o poder explicativo das regressões nos seis modelos foi superior a 0,80.

Quanto à dívida cambial, os modelos estimados não são conclusivos quanto à contribuição da variância da apreciação cambial, uma vez que há alternância de sinal, e os coeficientes estimados não apresentam significância estatística em nenhuma das especificações escolhidas. Quanto à covariância entre a apreciação cambial e os gastos do governo, o coeficiente não apresentou significância estatística em nenhum dos modelos.

O coeficiente estimado para a tendência linear mostrou-se negativo e estatisticamente significativo em todos os modelos estimados, confirmando a queda do valor da dívida cambial. Por fim, vale ressaltar que os modelos estimados para a dívida cambial são inconclusivos,

refletindo o comportamento aparentemente contraditório¹¹ da parcela de dívida indexada em variação cambial. Resultados semelhantes são encontrados por Goldfajn (1996, 2000).

6 Conclusões

Este trabalho teve por objetivo estudar a determinação ótima da estrutura de endividamento público, em específico sob a ótica da indexação. Nesse sentido, através da utilização de um modelo de suavização, encontramos as proporções ótimas de dívida prefixada e dívida indexada em câmbio que minimizam as perdas de bem-estar advindas das variações não esperadas no total de tributos e na inflação, para o período de janeiro de 1997 a março de 2012.

O trabalho foi dividido em três etapas. Na primeira, estimamos as variâncias e covariâncias das séries de inflação, gasto do governo e apreciação cambial, através de um modelo de heterocedasticidade condicional (M-GARCH). Essas variâncias e covariâncias serviram de subsídio para encontrarmos, na segunda etapa, as proporções ótimas da dívida prefixada e indexada a câmbio, seguindo os resultados do modelo de minimização de perdas de bem-estar proposto por Goldfajn (1996, 2000).

As proporções ótimas de dívida prefixada, apesar de apresentarem valores absolutos diferentes daqueles utilizados na prática, mostraram evolução comum às proporções efetivamente observadas, quer consideradas em padrão mensal, quer consideradas em sua média nos últimos 12 meses. Esses resultados se confirmam através da alta correlação entre os valores estimados e realizados. Quanto às proporções de dívida indexada à variação cambial, os valores estimados são contrários àqueles observados na prática, muito embora a proporção estimada de dívida atrelada ao câmbio seja inferior a 1% em todo o período.

Por fim, estimamos, na terceira etapa, a contribuição das variâncias e covariâncias das séries de interesse (utilizadas na primeira etapa) para a determinação das proporções observadas de dívida prefixada e dívida indexada ao câmbio. No que diz respeito à dívida

¹¹Uma vez que o modelo de minimização proposto indica elevação da dívida cambial, enquanto que, na prática, houve queda da dívida indexada à variação cambial.

prefixada, os sinais dos coeficientes alinharam-se àqueles apontados por Goldfajn (1996, 2000), com exceção à contribuição da covariância entre inflação e gasto público. Já quanto a dívida indexada no câmbio, os resultados são inconclusivos, uma vez que os coeficientes não se mostraram estatisticamente significantes.

Referências

- [1] BARRO Robert J., On the determination of the public debt. *Journal of Political Economy* 87, 940-971, 1979
- [2] BARRO, Robert J. , Optimal Management of Indexed and Nominal Debt, NBER Working Paper 6197, 1997.
- [3] BEVILAQUA, A. S., GARCIA, M. G. P. E NECHIO, F. Títulos Cambiais e Composição Ótima da Dívida. Mimeo, PUC-Rio, Department of Economics, 2004
- [4] BOHN, H. Why do we have nominal government debt?, *Journal of Monetary Economics* 21 (1988). 127-140.
- [5] BOHN, H. A Positive theory of foreign currency debt, *Journal of International Economic* 29 (1990) 273-29, 1990.
- [6] BOHN, H. Tax Smoothing with Financial Instruments, *The American Economic Review*, 80, 5: 1217-123, 1990
- [7] CYSNE, R. (2005), Public Debt Indexation and Denomination, The Case of Brazil: A Comment, *Ensaios Econômicos – EPGE*, 2007.
- [8] DE-LOSSO, Rodrigo. *Econometria de Séries Temporais*. São Paulo: Cengage, 2011.
- [9] GARCIA, M. G. P. Public Debt Management, Monetary Policy and Financial Institutions. Departamento de Economia PUC-Rio, Texto para discussão n° 464, 2002.

- [10] GOLDFAJN, I Public Debt Indexation and Denomination: The Case of Brazil, *International Journal of Finance and Economics* 5: 4, 2000.
- [11] GOLDFAJN, I., DE PAULA, A. Uma nota sobre a composição ótima da dívida pública - reflexões para o caso brasileiro. Departamento de Economia PUC-Rio, Texto para discussão n° 411, 1999.
- [12] GOLDFAJN, I.; GUARDIA, E.R. Fiscal Rules and Debt Sustainability in Brazil. *International Monetary Fund. IMF Working Paper* 98/18, 1998.
- [13] MAIA, P.; GARCIA, M.G.P. A gerência recente do endividamento público brasileiro. *Revista de Economia Política*, 32. 2012.
- [14] MISSALE, A.; BLANCHARD, O.J. The debt burden and debt maturity. *American Economic Review* 84, 309-319., 1994.
- [15] MISSALE, A. Tax Smoothing with price-index-linked bonds: a case study of Italy and the United Kingdom. In: De Cecco, M, Pechi, L, Piga, G. eds. *Managing Public Debt*, Edward Elgan, 1997.
- [16] SILVA, A.C.; CARVALHO, L.O.; MEDEIROS, O.L. *Dívida Pública: a experiência brasileira*. Tesouro Nacional. Brasília, 2009.
- [17] TESOURO NACIONAL. *Composição Ótima da Dívida Pública: Definição de uma Referência de Longo Prazo*. Brasília: 2011.