

A estrutura a termo da taxa de juros e a oferta de títulos públicos¹

Carolina Ribeiro Veronesi Marinho²

Emerson Fernandes Marçal³

Resumo

O presente trabalho tem como objetivo analisar como a oferta de títulos de dívida pública de diversas maturidades é capaz de afetar os *yields* e o excesso de retorno de títulos públicos. O estudo se baseia no modelo de Greenwood e Vayanos (2008), no qual a alteração da maturidade da dívida do governo afeta toda a estrutura a termo e tal efeito é mais intenso para títulos mais longos. Com esse intuito, testou-se se o prazo médio dos títulos afetava tanto o excesso de retorno como os *spreads* através de regressões por mínimos quadrados ordinários. Os resultados indicaram que o prazo médio afeta o *spread* e o excesso de retorno, com efeito mais intenso no segundo.

Palavras-chave: estrutura a termo da taxa de juros; maturidade; excesso de retorno; yield.

Códigos JEL: E43; C58

Abstract

The study aims to analyze how the supply of government debt can affect yields and excess return of bonds. This work is based on the model of Greenwood and Vayanos (2008). The model predicts that the change in the maturity of government debt affects the entire term structure and this effect is stronger for long-term maturities. We tested if the average maturity of the securities affected both the excess return as the spreads using ordinary least squares regressions. The results indicated that the average maturity affects the spread and the excess return, with stronger effect in the second.

Key words: term structure; maturity; excess return; yield.

JEL codes: E43; C58

¹ Os autores agradecem ao professor Marco Bonomo (EPGE-FGV) pelo auxílio em várias etapas da confecção deste trabalho. A responsabilidade pelo material é exclusiva dos autores, eximindo o professor por qualquer imperfeição remanescente. Os autores também agradecem a Diogo de Prince Mendonça pela assistência na pesquisa.

² Mestre em Economia pela EESP-FGV e economista do Itaú-Unibanco.

³ Coordenador do Centro de Macroeconomia Aplicada da EESP-FGV e professor da Universidade Mackenzie (efmarcal@gmail.com).

Introdução

A taxa de juros é um fator determinante do nível de investimentos e de outras variáveis macroeconômicas e, por isso, a relevância em estudar a estrutura a termo da taxa de juros. Os Bancos Centrais utilizam, em geral, a taxa de juros de curto prazo como âncora nominal e principal instrumento de política monetária, mas são as taxas de juros de prazos maiores que geram maiores influências na demanda agregada.

Uma política econômica do governo afeta a estrutura a termo da taxa de juros, o que impacta as taxas curtas e longas. Uma política econômica será bem sucedida se as taxas curtas afetarem as taxas de maturidades mais longas. Nesse contexto, um estudo da dinâmica da estrutura a termo torna-se relevante. O debate sobre a estrutura a termo aumentou no Brasil após o Plano Real. O programa de estabilização econômica com o controle da inflação permitiu a formação de uma curva a termo com prazos mais longos e maior liquidez nas diversas maturidades.

Na literatura, uma abordagem convencional para explicar o comportamento da estrutura a termo é dada pela teoria das expectativas. Segundo esta, a taxa de juros de longo prazo deve ser igual a uma média da expectativa futura das taxas de curto prazo mais um prêmio de risco (ou prêmio a termo). Na versão mais forte da teoria, o prêmio a termo seria constante no tempo e as mudanças nas expectativas dos agentes alterariam a inclinação da curva de estrutura a termo. Diversos estudos empíricos sobre a teoria das expectativas foram realizados durante a década de 1990 para os países os diversos países buscando validar tal hipótese. Os testes mostraram que a teoria das expectativas é rejeitada na maioria dos casos, especialmente para prazos mais longos. A indicação é de que o prêmio a termo não é constante ao longo do tempo porque os agentes exigem diferentes prêmios e variantes no tempo a medida que mudam os prazos.

No caso brasileiro, Lima e Issler (2002) apresentam resultados parcialmente favoráveis para a teoria das expectativas para a estrutura brasileira a termo. Enquanto isso os trabalhos de Tabak e Andrade (2001) e de Marçal e Pereira (2007) indicam a rejeição da teoria das expectativas.

A partir da insuficiência de evidência empírica da teoria das expectativas Vayanos e Vila (2009) desenvolvem um modelo de *habitat* definido, no qual os agentes têm preferências por maturidades específicas. As evidências empíricas deram base para

a formulação de um modelo teórico. Com base em Greenwood e Vayanos (2008), a estrutura a termo é definida pela interação entre os agentes e os arbitradores. Por exemplo, uma nova emissão de títulos longos aumentaria a taxa desses títulos, mas não afetaria o retorno dos títulos mais curtos. Na presença de arbitradores, os mercados seriam integrados e a emissão de dívida longa impacta toda a estrutura a termo. Como os arbitradores possuem certa aversão ao risco, a demanda dos investidores é importante para o modelo.

O presente trabalho analisará como a oferta de dívida é capaz de afetar os *yields* e o excesso de retorno de títulos públicos. O estudo baseia-se em Greenwood e Vayanos (2008) que examinam empiricamente como a maturidade da dívida pública nos Estados Unidos afeta os *yields* e o excesso de retorno dos títulos norte-americanos⁴. Tal estudo será adaptado ao caso brasileiro considerando as especificidades da estrutura a termo da taxa de juros brasileira.

Este trabalho está dividido em três seções, além desta introdução. A primeira seção apresenta o modelo proposto e suas implicações. A segunda aborda as características da dívida mobiliária federal e a base de dados utilizada. A terceira seção trata dos testes empíricos realizados para a economia brasileira. Na sequência, a conclusão do trabalho é apresentada.

1. Modelo de habitat definido e seus resultados teóricos

O modelo de Greenwood e Vayanos (2008) é construído em torno de três agentes: os investidores com habitats definidos, os arbitradores e o governo. O investidor demanda títulos de maturidades específicas com base no seu grau de aversão ao risco e nas demais características. Por exemplo, os fundos de pensão apresentam preferências por títulos mais longos, uma ilustração de investidor como mencionado anteriormente. Por simplificação, os investidores demandam apenas certa maturidade, não migrando suas preferências na estrutura a termo. Tais agentes demandam outras maturidades em menor grau já que preferem alguma maturidade específica. Essa

⁴ A hipótese de equivalência ricardiana de Barro (1974) é contestada, o que serve de motivação para o trabalho de Greenwood e Vayanos (2009). Essa hipótese indica que alterações na dívida pública não deveriam afetar a atividade econômica. Quando há o aumento na emissão de dívida pelo governo, os agentes interpretam que esse endividamento está apenas postergando as elevações nos impostos e, por isso, não consomem mais do que antes.

simplificação não é um obstáculo, pois se os investidores migrassem de preferência, eles estariam atuando como arbitradores.

Assim, o mercado para as diferentes maturidades seria segmentado pela existência de demanda própria para cada maturidade específica na ausência de arbitradores. Os arbitradores são importantes porque interligam as taxas longas e curtas nesse modelo. Por exemplo, suponha o aumento das taxas de juros mais curtas, o que aumenta a atratividade do investimento em títulos curtos relativamente aos de maior maturação. Apesar disso, os investidores demandantes de títulos longos não deslocarão sua demanda para títulos curtos por possuírem um habitat definido. Porém, os arbitradores se beneficiarão dessa oportunidade comprando títulos curtos e vendendo os longos. Embora inicialmente a mudança seja nas taxas mais curtas, toda a estrutura a termo é afetada.

O terceiro agente é o governo cuja política econômica determina a oferta de títulos públicos. A emissão de nova dívida é considerada endógena e se altera de acordo com o ambiente macroeconômico e aos demais fatores que influenciam as tomadas de decisão dos formuladores de política econômica.

O modelo é construído em tempo contínuo e a estrutura a termo no instante t é definida pelos títulos zero-cupom com maturidade no intervalo $(0, T]$ e valor de face igual a um. O preço do título no instante t com maturidade em τ é definido por P_t^τ . O *yield* em t do título com valor de face unitário que não paga cupom é dado por

$$y_t^\tau = -\frac{\log P_t^\tau}{\tau} \quad (1).$$

A demanda dos investidores e arbitradores será maior ou menor de acordo com os *yields* pagos pelo título.

A taxa de juros de curto prazo (r_t^τ) é o limite do *yield* quando a maturidade τ tende a zero. Considera-se a taxa de juros de curto prazo exógena e seguindo um processo Ornstein-Uhlenbeck⁵ com reversão à média:

$$dr_t = k_r \left(\bar{r}_t - r_t \right) dt + \sigma_r dB_t \quad (2).$$

⁵ O processo Ornstein-Uhlenbeck é um processo estocástico de reversão à média definido pela equação diferencial. Tal processo é utilizado para a modelagem estocástica de taxa de juros, de variações na taxa de câmbio e de preço de *commodities*.

Na equação (2), \bar{r}, k_r, σ_r são constantes em que \bar{r} é a taxa média de juros de curto prazo como ponto de equilíbrio suportado pelo modelo. O parâmetro σ_r representa a volatilidade das taxas de juros decorrente de choques e B representa o movimento Browniano. As taxas de juros para maturidades mais longas são determinadas endogenamente pela interação entre investidores e arbitadores.

A oferta líquida de títulos públicos (s_t^τ) é dada pela oferta de títulos públicos menos a demanda dos investidores e dos arbitadores por esses títulos. No modelo, a oferta líquida de títulos públicos é uma função linear decrescente dos *yields* apresentada pela equação abaixo:

$$s_t^\tau = \beta_t^\tau - \alpha^\tau y_t^\tau \quad (3),$$

com a restrição de que a função α^τ seja positiva. O parâmetro β_t^τ depende da maturidade τ e do tempo t da seguinte maneira:

$$\beta_t^\tau = \bar{\beta} + \sum_{k=1}^K \theta_k(\tau) \beta_{k,t} \quad (4),$$

na qual $\bar{\beta}$ é uma constante, $\{\beta_{k,t}\}$ são os K fatores de risco que caracterizam demanda e oferta e $\{\theta_k(\tau)\}$ funções que caracterizam como cada fator de risco impacta as diferentes maturidades na ausência de arbitragem. Greenwood e Vayanos (2008) demonstram que se $\theta_k(\tau)$ fosse independente da maturidade, as mudanças no fator de risco $\beta_{k,t}$ impactariam todas as maturidades igualmente e causariam um deslocamento paralelo na estrutura a termo. Mas quando $\theta_k(\tau)$ está relacionado a determinada maturidade, as mudanças no fator de risco impactam essa maturidade em maior grau e, por isso, são interpretadas como choques locais de demanda ou de oferta.

Na ausência de oportunidades de arbitragem, a oferta e demanda se igualam em equilíbrio e a oferta líquida será zero. Então, o *yield* será dado por

$$\beta_t^\tau = y_t^\tau \quad (5).$$

Ainda supõe-se que o fator $\beta_{k,t}$ siga o processo Ornstein-Uhlenbeck:

$$d\beta_{k,t} = -k_{\beta,k} \beta_{k,t} dt + \sigma_{\beta,k} dB_{\beta,k,t} \quad (6),$$

na qual $k_{\beta,k}$ e $\sigma_{\beta,k}$ são constantes positivas e $B_{\beta,k,t}$ é um movimento Browniano independente de $B_{k',t}$ e de $B_{\beta,k',t}$ para $k' \neq k$.

Os arbitradores buscam maximizar sua riqueza instantânea resolvendo um problema de média-variância ao investir em títulos de qualquer maturidade. O problema de otimização é dado por:

$$\max_{\{x_t^\tau\}} \left[E_t(dW_t) - \frac{a}{2} \text{Var}_t(dW_t) \right] \quad (7),$$

no qual W_t é a riqueza do arbitrador no momento t , a o coeficiente de aversão ao risco do arbitrador e x_t^τ representa o valor monetário investido no título com maturidade τ . Nesse modelo, o arbitrador é fundamental por interligar as diferentes maturidades da estrutura a termo. Na ausência dos arbitradores, a estrutura a termo seria segmentada e cada maturidade seria um mercado separado, sendo influenciada apenas por choques de demanda e de oferta para a maturidade específica. A segmentação plena é evitada pela presença de arbitradores, mas não deixa de existir em certo grau e está relacionada à aversão ao risco desses agentes.

Outro papel dos arbitradores é incorporar informações sobre as taxas de juros curtas (determinadas exogenamente) no preço dos títulos. Quando o Banco Central altera a taxa de juros de curto prazo, a propagação dessa política monetária para toda a estrutura a termo está relacionada ao grau de aversão ao risco dos arbitradores. A propagação é limitada quando os arbitradores apresentam elevado grau de aversão ao risco de modo que as taxas de juros mais longas reagirão pouco às mudanças de expectativas em relação às taxas curtas.

O investimento em títulos deve oferecer retorno esperado positivo para atrair os arbitradores por conta de envolver algum risco. Se a taxa curta é elevada, os arbitradores assumirão posição vendida em títulos longos e investirão nas taxas curtas. Assim, os títulos longos oferecem prêmio negativo e menor retorno esperado que as taxas com prazos menores. Nesse contexto, o valor de mercado dos fatores de risco é relevante e comum a todos os títulos⁶. Portanto, a alteração da política econômica em relação à oferta de dívida afeta toda a estrutura a termo. O raciocínio é que a emissão de títulos longos pelo governo impacta a estrutura a termo ao alterar o valor de mercado dos fatores de risco. A reação dos arbitradores será de aumentar suas posições em títulos longos por conta do aumento relativo na oferta desses títulos e de reduzir suas posições na taxa curta. Como os títulos longos são mais sensíveis a alterações nas taxas curtas, os

⁶ O valor de mercado dos fatores de risco é definido como o excesso de retorno do ativo em relação ao risco de mercado dividido pelo risco do próprio ativo.

arbitradores ficam mais expostos ao risco e requerem uma compensação maior. Assim, o valor de mercado do risco das taxas curtas deve aumentar o que eleva o prêmio de risco e o *yield* de todos os títulos. Tal argumento será testado para a economia brasileira no presente trabalho.

Em equilíbrio, o preço dos títulos é dado por

$$P_t^\tau = \exp\left(-A_r^\tau r_t - \sum_{k=1}^K [A_{\beta,k}^\tau \beta_{k,t} + C^\tau]\right) \quad (8).$$

A função A_r^τ caracteriza a sensibilidade do retorno dos títulos à taxa curta r_t , C^τ o pagamento do cupom de todos os títulos considerados e as funções $A_{\beta,k}^\tau$ e $\beta_{k,t}$ para $k=1,\dots,K$ representam, respectivamente, a sensibilidade aos fatores de demanda e de oferta.

Pelo Lemma de Itô, o retorno instantâneo do título será:

$$\frac{dP_t^\tau}{P_t^\tau} = \mu_t^\tau dt - A_r^\tau \sigma_r dB_{r,t} - \sum_{k=1}^K A_{\beta,k}^\tau \sigma_{\beta,k} dB_{\beta,k,t} \quad (9),$$

no qual μ_t^τ representa o valor esperado do retorno do título. Na ausência de arbitragem, o prêmio de risco do título em relação à taxa curta é uma função linear dos fatores de risco que sensibilizam o título.

Em um modelo sem arbitragem com $K+1$ fatores, a equação abaixo é obtida:

$$\mu_t^\tau - r_t = A_r^\tau \gamma_{r,t} + \sum_{k=1}^K A_{\beta,k}^\tau \gamma_{\beta,k,t} \quad (10),$$

no qual os coeficientes $\gamma_{r,t}$ e $\gamma_{\beta,k,t}$ para $k=1,\dots,K$ são comuns para todos os títulos e representam, respectivamente, o valor de mercado do risco correspondentes aos fatores r_t e $\beta_{k,t}$ para $k=1,\dots,K$. A relação do valor de mercado dos fatores de risco com a oferta e a maturidade da dívida pública é a contribuição do modelo de Greenwood e Vayanos (2008). Os autores mostraram que a oferta e a maturidade da dívida pública alteram o *yield* e o retorno dos títulos através da alteração do valor de mercado dos fatores de risco. Greenwood e Vayanos (2008) supõem que não exista alteração no valor total da dívida e, por isso, focam na alteração da maturidade da dívida.

As proposições a seguir são obtidas a partir do modelo teórico e todas supõem uma baixa aversão ao risco dos arbitradores⁷.

⁷ As cinco proposições listadas são demonstradas no trabalho de Greenwood e Vayanos (2008).

Proposição 1: O aumento em uma unidade do fator $\beta_{k,t}$ reduzirá o retorno do título em

$$A_{\beta,k}^{\tau} \approx \frac{\alpha \sigma_r^2 \int_0^T \alpha^{\tau} \tau \theta_k^{\tau} \frac{1 - \exp(1 - \exp(-k_r \tau))}{k_r}}{(k_r - k_{\beta,k})} \left(\frac{1 - \exp(-k_{\beta,k} \tau)}{k_{\beta,k}} - \frac{1 - \exp(-k_r \tau)}{k_r} \right) \quad (11).$$

Essa proposição indica como choques de demanda e de oferta nos títulos afetam a estrutura a termo. Supõe-se que o fator $\beta_{k,t}$ esteja relacionado com a maturidade da dívida pública. Um aumento nesse fator implica em elevação na maturidade média da dívida através da emissão de títulos longos pelo governo e a recompra de títulos mais curtos.

Proposição 2: Um aumento na maturidade média da dívida pública aumentará o yield de todos os títulos. Entretanto, os títulos de maior maturidade serão os mais afetados.

Proposição 3: A elevação na maturidade média da dívida pública aumentará o prêmio de risco de todos os títulos. Porém, o prêmio de risco dos títulos mais longos será o mais afetado⁸.

Proposição 4: O efeito do aumento da maturidade da dívida pública no prêmio de risco é maior que o efeito nos yields⁹.

O prêmio de risco dos títulos apresenta uma relação positiva com a inclinação da curva de estrutura a termo (definida como o *yield* de um título longo menos o *yield* de um título curto). Por exemplo, o aumento da maturidade da dívida pública elevará o prêmio dos títulos e a inclinação da estrutura a termo (porque os *yields* tornam-se menores).

Proposição 5: O aumento na maturidade média da dívida pública resulta em elevação no excesso de retorno dos títulos em uma regressão univariada (quando apenas a maturidade média é a variável independente do modelo) ou quando controla-se a inclinação da curva de estrutura a termo.

As proposições de um a cinco consideram que os arbitadores possuem baixa aversão ao risco, migrando com facilidade ao longo das maturidades. Quando esses agentes se tornam mais avessos ao risco, essa migração ocorre em menor grau. Nesse caso, os choques de demanda e de oferta tendem a ser mais locais e as conseqüências

⁸ O aumento no prêmio de risco é maior para títulos mais longos por serem mais sensíveis às alterações nas taxas curtas.

⁹ O efeito do aumento da maturidade da dívida pública nos *yields* foi apresentado na proposição 2.

dependerão dos demais fatores de risco no mercado. O modelo teórico de Greenwood e Vayanos (2008) sugerem regularidades empíricas que serão testadas para a economia brasileira no presente trabalho. A seguir trata-se da seção descritiva e da fonte dos dados.

2. Seção descritiva e fonte dos dados

Define-se o total de pagamentos dos títulos (D) em t é definido como:

$$D_t^\tau = PR_t^\tau + C_t^\tau \quad (12),$$

no qual PR é o somatório do pagamento do principal e C o somatório do pagamento do cupom de todos os títulos considerados. A partir de D_t^τ obtém-se a *duration* e a maturidade da carteira desses títulos. O conceito de *duration* utilizado é definido por todos os pagamentos da carteira de títulos descontados pelo valor médio histórico da taxa de juros de curto prazo (\bar{r}) tal que

$$Duration_t = \sum_{0 \leq \tau \leq 30} t \frac{D_t^\tau}{(1 + \bar{r})^\tau} \quad (13).$$

Seguindo a linha de raciocínio do trabalho, uma estrutura a termo será estimada a partir do *yields* dos títulos da dívida pública. O próximo passo é analisar a estrutura da dívida pública brasileira. A Dívida Pública Mobiliária Federal (DPMF) é composta por todos os títulos federais emitidos pelo Tesouro Nacional¹⁰.

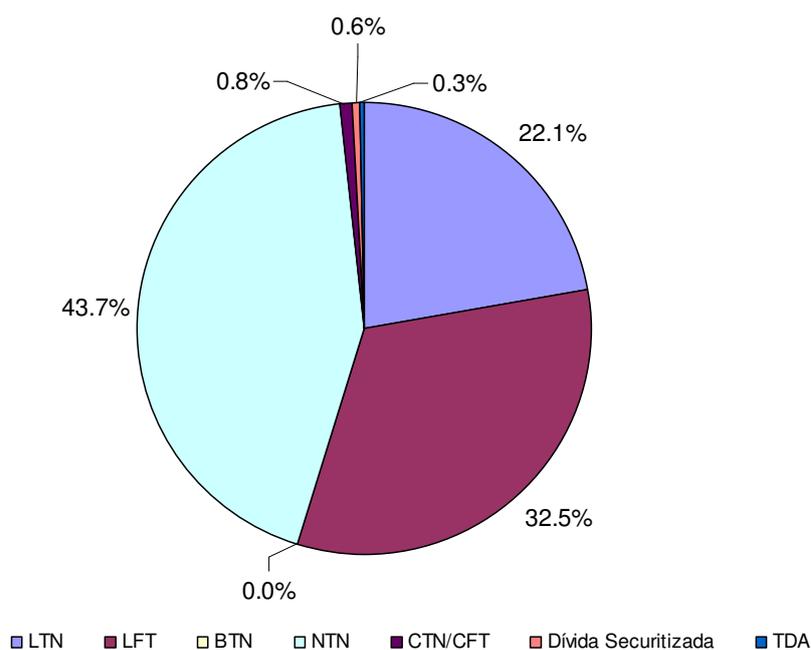
A DPMF representa a maior parte da dívida pública líquida. A dívida líquida do setor público representou 39,91% do PIB em fevereiro de 2011, mas esse percentual foi de 50,45% caso seja considerado apenas a dívida interna. Os títulos públicos emitidos representavam 42,66% do PIB no mesmo período, sendo a principal forma de financiamento do setor público. Para estudar a dívida mobiliária brasileira, é necessário ter a maturidade total da dívida pública e as taxas pagas pelos títulos de diversas maturidades para o período de referência.

¹⁰ A descrição dos diversos tipos de títulos da dívida pública federal pode ser encontrada no Manual de Finanças Públicas do Banco Central, disponível no sítio <http://www.bcb.gov.br/htms/infecon/finpub/cap6p.pdf>.

Os estudos sobre a curva de juros no Brasil se intensificaram após o Plano Real. Antes dele, os títulos que compunham a dívida pública eram indexados a índice de preços em sua maioria e a análise era distorcida em um ambiente de hiperinflação.

A construção da estrutura a termo de juros requer a consolidação de todos os títulos emitidos para poder analisar o prazo e as taxas pagas mensalmente. A técnica de interpolação de taxas é aplicada para obtenção das maturidades intermediárias (aquelas sem dados observáveis diretamente). Por conta da complexidade desse processo, a opção foi focar nos títulos pré-fixados, representados por Letras do Tesouro Nacional (LTN's) em sua maioria, por conta das taxas pagas por esses títulos serem conhecidas na emissão e não pagarem cupom. Conforme o gráfico abaixo, as LTN's representavam 22,1% dos títulos sob responsabilidade do Tesouro Nacional.

Gráfico 1 – Composição da dívida mobiliária federal sob responsabilidade do Tesouro Nacional em fevereiro de 2011



Fonte: Banco Central do Brasil.

Há a carência de dados para estimação da curva de juros para prazos mais longos e de informação para a construção de uma estrutura a termo mensal. Dada essa carência, o presente trabalho utiliza a taxa referencial de *swaps* de DI pré-fixada porque a curva de juros para esse derivativo segue a curva de juros pré-fixada (semelhante a das LTN's). Tal *swap* é negociado diariamente na BM&F Bovespa com vencimento em

diferentes prazos. A partir de 2005, os prazos negociados ultrapassaram 15 anos apesar da liquidez ainda reduzida para contratos mais longos. Por outro lado, as LTN's apresentam maturidade máxima de 3,2 anos. Então, supõe-se a hipótese que o retorno dos *swaps* mencionados se comporta de forma semelhante ao retorno dos títulos públicos pré-fixados.

No caso do *swap* DI pré-fixado, a estrutura a termo formada pelo *yield* desses derivativos somente possui liquidez considerável para maturidades de até cinco anos. No presente trabalho, considera-se um mês de maturidade como *yield* curto (o artigo de referência utilizou um ano) e calcula-se o *spread* entre *yields* para maturidades mais longas e o de um mês.

A análise de Greenwood e Vayanos (2008) foi realizada para a economia norte-americana em que os títulos públicos têm um histórico longo e com liquidez elevada. No Brasil, a maturidade dos títulos emitidos é curta e se deve principalmente às incertezas associadas às variáveis macroeconômicas do país. Entretanto, a tendência é o alongamento da dívida pública brasileira, que já está em curso. Por exemplo, em dezembro de 2003 71,3% dos títulos emitidos tinham vencimento em até 24 meses, mas essa porcentagem caiu para 40,6% em fevereiro de 2011.

Os dados mensais da taxa de juros implícita desses *swaps* com maturidades de 1, 6, 12, 24 e 36 meses foram coletados do sítio da BM&F Bovespa. A queda de liquidez nas negociações é observada para maturidades mais longas e, por isso, as maturidades de 48 e 60 meses (além das outras maturidades citadas acima) foram selecionadas como os prazos mais longos a serem analisados. A taxa negociada no último dia de cada mês foi utilizada para tais prazos.

Ainda a análise requer o uso de prazos intermediários, não disponíveis em fontes públicas. A técnica de interpolação desenvolvida por Svensson (1994) foi utilizada para obtenção das informações para tais prazos intermediários. A partir da curva mensal de 1, 6, 12, 24 e 36 meses obteve-se a curva para 11, 23 e 35 meses.

O período abordado no trabalho é de janeiro de 2000 a dezembro de 2010 (período em que os dados puderam ser coletados), com exceção das maturidades de 48 e 60 meses em que os dados só puderam ser coletados a partir de março de 2004. A seguir trata-se dos testes empíricos realizados.

3. Testes empíricos

Os resultados dos testes das proposições de Greenwood e Vayanos (2008) são abordados nesta seção. A partir da análise dos resultados, será possível inferir se o modelo proposto contribui para o melhor entendimento da estrutura brasileira a termo.

O teste consiste inicialmente em regressões com maturidade ou *duration* da carteira de títulos públicos como variáveis independentes por serem modificadas de acordo com a política econômica do governo. O impacto da oferta relativa de títulos públicos nos *spreads* entre as taxas de diversas maturidades será analisado no trabalho, no qual a oferta relativa entre títulos considera maturidades elevadas e curtas. Seguindo a idéia do trabalho de Greenwood e Vayanos (2008), uma estrutura a termo será estimada a partir dos *yields* dos títulos da dívida pública.

A primeira hipótese a ser testada é se os *spreads* entre os *yields* de títulos com maturidade de τ meses e um mês crescem à medida que a maturidade da dívida pública aumenta¹¹. Considere a seguinte regressão

$$y_t^\tau - y_t^1 = a + bX_t + u_t \quad (14),$$

no qual a variável dependente é o spread entre *yields* (y) longos ($\tau = 6, 12, 24, 36, 48, 60$ meses) e curto ($\tau = 1$ mês). As taxas foram utilizadas em logaritmo neperiano em todas as análises. Como variável independente (X) adotou-se o prazo médio da dívida mobiliária federal interna, em que estão consolidados os títulos emitidos pelo Tesouro Nacional.

O resultado da regressão (14) por mínimos quadrados ordinários é apresentado na tabela 1. O coeficiente associado ao prazo médio da dívida pública é estatisticamente significativo, indicando que o prazo explica a diferença de *yield* entre títulos longos e curtos. Entretanto, o teste de Durbin-Watson apresenta estatística menor que 1,3 para os *spreads* de diferentes maturidades, um indício de autocorrelação nos resíduos¹².

¹¹ Conforme citado anteriormente, o trabalho de Greenwood e Vayanos (2008) utilizou a maturidade em anos e a adaptação necessária para o caso brasileiro foi tratar a maturidade em meses.

¹² Os valores da estatística de Durbin-Watson oscilam entre 0,38 e 0,47. Os dois limites tabelados para o teste de Durbin-Watson são 1,61 e 1,66 para o caso de 82 observações (PINDYCK; RUBINFELD, 2004). Como a estatística de Durbin-Watson obtida é inferior àquela tabelada, rejeita-se a hipótese nula de ausência de correlação serial nos resíduos. A indicação é de correlação serial positiva nos resíduos da regressão. Mas o desvio-padrão estimado foi corrigido para a presença de correlação serial no resíduo.

Tabela 1 – Variável independente: prazo médio da dívida mobiliária interna

MQO								
Variável	nº de	constante	desvio-padrão	prazo médio	desvio-padrão	p-valor (b)	R ²	R ²
dependente	obs	(a)	(a)*	(b)	(b)*			ajustado
spread06	132	-0.0610	0.0142	0.0016	0.0037	0.0000	0.3194	0.3142
spread12	132	-0.1016	0.0195	0.0027	0.0005	0.0000	0.3675	0.3626
spread24	132	-0.1610	0.0264	0.0043	0.0071	0.0000	0.4395	0.4352
spread36	132	-0.2007	0.0322	0.0054	0.0009	0.0000	0.4650	0.4609
spread48	82	-0.1588	0.0167	0.0042	0.0004	0.0000	0.5421	0.5364
spread60	82	-0.1687	0.0175	0.0044	0.0004	0.0000	0.5497	0.5441

Fonte: Elaboração própria.

* desvio-padrão robusto à heterocedasticidade e autocorrelação.

Pela primeira hipótese, o *spread* entre os *yields* de títulos com maturidade em τ meses e um mês cresce à medida que a maturidade da dívida pública aumenta. Esse resultado está em linha com o obtido para a economia norte-americana. Assim, todos os títulos (longos e curtos) são afetados quando a maturidade da dívida pública aumenta. Porém, os títulos de maiores maturidades são os mais afetados, o que ratifica as evidências que corroboram com a proposição 2¹³. As demais hipóteses testadas no presente trabalho são apresentadas na seqüência.

Hipótese 2: O retorno entre títulos com maturidade em τ anos e um ano cresce à medida que a maturidade da dívida pública aumenta. Essa relação é também válida quando a inclinação da curva a termo $(y_t^\tau - y_t^1)$ é controlada.

Hipótese 3: A hipótese 2 torna-se mais forte à medida que τ aumenta.

Hipótese 4: Variações no prazo médio terão maior efeito nos retornos do que nos *yields*.

O retorno de um título comprado de N períodos e vendido no período seguinte (quando restará N-1 períodos para a maturidade) é dado por (considerando as taxas em logaritmo neperiano):

$$r_{t+1}^\tau = \tau y^\tau - (\tau - 1)y^{\tau-1} \quad (15).$$

Dessa maneira, as seguintes regressões foram feitas para testar as hipóteses 2, 3 e 4:

$$r_{t,t+1}^\tau - y_t^1 = a + bX_t + u_{t+1} \quad (16),$$

$$r_{t,t+1}^\tau - y_t^1 = a + bX_t + c(y_t^\tau - y_t^1) + u_{t+1} \quad (17).$$

¹³ Além de maiores coeficientes para os *spreads* com os títulos longos de até 36 meses principalmente, o R² ajustado aumenta à medida que o prazo do derivativo se eleva.

A equação (16) considera o excesso de retorno de um mês do *swap* de 12, 24 e 36 meses e os resultados são apresentados na tabela 2. A indicação é a validade da hipótese 2 dado que o prazo médio parece explicar o excesso de retorno dos títulos de diversas maturidades. Pela teoria, o excesso de retorno é uma boa medida para o prêmio de risco e, por isso, há duas vantagens em relação aos *yields* nessa análise. Primeiro, a maturidade da dívida pública afeta a estrutura a termo via prêmio de risco (e o excesso de retorno por estar diretamente relacionado). Segundo, a maturidade tem efeitos mais fortes no excesso de retorno do que nos *yields* de acordo com o modelo ao comparar as tabelas 1 e 2. Por exemplo, para a maturidade de 12 meses, o coeficiente associado ao prazo médio aumenta de 0,0027 (tabela 1) para 0,0057 (tabela 2) quando o excesso de retorno é analisado. As análises para 12 e 36 meses corroboram a hipótese 3 e, por isso, em concordância com a teoria.

Tabela 2 – Resultados da estimação da equação (16)

Variável dependente	nº de obs	MQO				p-valor (b)	R ²
		constante (α)	desvio-padrão (α)*	prazo médio (b)	desvio-padrão (b)*		
retorno12	132	-0.2117	0.0356	0.0057	0.0009	0.0000	0.4490
retorno24	132	-0.1129	0.0324	0.0030	0.0009	0.0008	0.1529
retorno36	132	-0.3954	0.0740	0.0107	0.0019	0.0000	0.4172

Fonte: Elaboração própria.

* desvio-padrão robusto à heterocedasticidade e autocorrelação.

O coeficiente associado ao prazo médio para o excesso de retorno de um mês do *swap* de 24 meses não corroborou a teoria uma vez que tal coeficiente foi menor do que na análise do *yield*. Uma justificativa poderia ser que a taxa de 23 meses (necessária para o cálculo de retorno) foi obtida por técnica de interpolação, o que pode ocasionar alguma distorção.

A tabela 3 apresenta os resultados da expansão do teste para o caso em que a inclinação da estrutura a termo é adicionada como variável independente, ou seja, refere-se à equação (17). A variável explicativa *spread* dos *yields* é incluída para explicar o excesso de retorno. As regressões para 12 e 36 meses mostraram coeficiente associado a essa variável explicativa como significativo estatisticamente. O poder explicativo elevado para essas duas regressões advém do fato de as séries *spread* do *yield* e excesso de retorno apresentarem elevada correlação (maior que 0,92). Ao incluir tal variável explicativa, o prazo médio deixou de ser significativo para explicar o

excesso de retorno de 36 meses. Assim, os resultados foram distintos aos anteriores. Além disso, o excesso de retorno de 24 meses novamente apresentou resultados distorcidos.

Tabela 3 – Resultados da estimação da equação (17)

Variável dependente	nº de obs	MQO								R ²
		constante (α)	desvio-padrão (α)*	prazo médio (b)	desvio-padrão (b)*	p-valor (b)	spread (c)	desvio-padrão (c)*	p-valor (c)	
retorno12	132	-0.0470	0.0182	0.0013	0.0005	0.0054	1.6211	0.1015	0.0000	0.9041
retorno24	132	0.0340	0.2498	-0.0010	0.0006	0.1329	0.9121	0.9777	0.0000	0.4944
retorno36	132	-0.0253	0.0507	0.0008	0.0013	0.5586	1.8444	0.2302	0.0000	0.8293

Fonte: Elaboração própria.

* desvio-padrão robusto à heterocedasticidade e autocorrelação.

Por fim, a diferença de *spread* ao investir no ativo arriscado foi analisada, ou seja, a diferença da taxa paga pelo *swap* com maturidade qualquer e por outro livre de risco. O ativo livre de risco deve ser determinado pelo governo para que não exista arbitragem, sendo definida pela taxa de juros de curto prazo da economia. Por isso, a taxa Selic foi adotada como ativo livre de risco uma vez que é definida pela política econômica e representa a taxa de juros básica da economia brasileira. Com esse intuito, a análise baseia-se na seguinte especificação:

$$y_t^r - r_t = a + bX_t + u_{t+1} \quad (18).$$

Com base na equação (18), os resultados são apresentados na tabela 4. Novamente o prazo médio apresentou-se relevante para explicar o prêmio de risco definido. O coeficiente associado ao prazo médio aumentou para maturidades maiores. Note que a taxa livre de risco mostrou-se semelhante ao *yield* de um mês no período analisado ($r \approx y^1$), ou seja, os resultados apresentados na tabela 4 foram parecidos com aqueles da tabela 1.

Tabela 4 – Resultados da estimação da equação (18)

Variável dependente	nº de obs	MQO					R ²
		constante (α)	desvio-padrão (α)*	prazo médio (b)	desvio-padrão (b)*	p-valor (b)	
spread06	132	-0.0701	0.0168	0.0018	0.0004	0.0000	0.3291
spread12	132	-0.1107	0.0213	0.0029	0.0006	0.0000	0.3800
spread24	132	-0.1700	0.0275	0.0045	0.0007	0.0000	0.4466
spread36	132	-0.2097	0.0331	0.0056	0.0009	0.0000	0.4695
spread48	82	-0.1597	0.0166	0.0042	0.0004	0.0000	0.5484
spread60	82	-0.1696	0.0174	0.0045	0.0004	0.0000	0.5553

Fonte: Elaboração própria.

* desvio-padrão robusto à heterocedasticidade e autocorrelação.

A análise realizada buscou determinar empiricamente como a estrutura da maturidade da dívida pública afeta a curva a termo da taxa de juros. A abordagem convencional baseia-se na hipótese de expectativas para explicar o comportamento da estrutura a termo. De acordo com a literatura, a teoria é rejeitada para a economia brasileira.¹⁴ Assim, o presente trabalho tratou de uma nova abordagem para o entendimento da estrutura a termo, relacionando-a com a oferta relativa de dívida pública. O modelo proposto parece ajudar a compreender a dinâmica da estrutura a termo da taxa de juros para o Brasil conforme a análise empírica indicou.

Ressalta-se que o estudo das taxas de juros na economia brasileira ainda é um processo com fragilidades. Dada a carência de dados, o uso de derivativos ao invés de títulos públicos foi à opção adotada uma vez que os derivativos apresentam maior histórico de liquidez e são negociados para maturidades mais longas. Ainda o período de análise no presente trabalho é curto quando comparado ao trabalho de Greenwood e Vayanos (2008) que trata de um período superior a 50 anos. De maneira geral, os resultados corroboram a teoria proposta, mas com limitações ao tratar da economia brasileira.

Conclusão

¹⁴ Ver Lima e Isller (2002), Marçal e Valls (2007) e Brito, Duarte e Guilién (2007).

O presente trabalho procurou analisar o impacto da variação da oferta de títulos públicos no *spread* entre os títulos de diferentes maturidades e no excesso de retorno com base em Greenwood e Vayanos (2008).

Considere o caso de segmentação no mercado de juros em que os investidores demandam maturidades específicas. Uma nova emissão de títulos longos aumentaria a taxa desses títulos, mas não afetaria o retorno dos títulos curtos, por exemplo. Porém, de acordo com o modelo proposto no trabalho, os arbitradores são os que atuam nas diferentes maturidades tornando os mercados integrados. Com mercados integrados, a emissão de dívida longa deverá impactar em toda a estrutura a termo.

O trabalho de referência de Greenwood e Vayanos (2008) apresenta debates relacionando o perfil de vencimento da dívida pública com *yield* e excesso de retorno dos títulos americanos. Entretanto, há pouca evidência empírica envolvendo esses assuntos. Em uma amostra com mais de 50 anos, os autores analisaram empiricamente como a estrutura do vencimento da dívida pública é capaz de afetar os *yields* e o excesso de retorno dos papéis negociados. Os resultados para a economia norte-americana corroboraram com o modelo proposto pelos autores. Greenwood e Vayanos (2008) apresentam que a oferta relativa de títulos longos é positivamente relacionada aos seus *spreads* e, conseqüentemente, ao excesso de retorno em relação aos títulos mais curtos. De acordo com o modelo e a evidência empírica dos autores, os títulos de maior maturidade são os mais afetados.

A aplicação do estudo de Greenwood e Vayanos (2008) para a economia brasileira deve considerar as principais diferenças em relação aos dados utilizados. Nos EUA, os títulos de maior maturidade (como os de 20 anos) possuem histórico de liquidez. Isso não acontece com o Brasil dado que a dívida pública apresenta perfil de vencimento curto. Por isso, o período de análise é diferente. Enquanto a amostra contempla 50 anos nos EUA, uma estrutura a termo passível de testes somente pode ser estimada após a implementação do Plano Real.

Apesar da fragilidade nos dados para a aplicação no presente trabalho, os testes mostraram resultados que corroboram o modelo proposto. O prazo médio da dívida pública apresenta significância para explicar a diferença de *yield* entre títulos de diferentes maturidades e títulos curtos. Assim, toda a estrutura a termo é afetada pelas alterações na maturidade da dívida, embora os efeitos sejam maiores para maturidades mais longas.

Quanto ao excesso de retorno, os testes também corroboram a teoria: o prazo médio parece ser significativo para explicar o excesso de retorno. Como a maturidade da dívida pública afeta os *yields* através da alteração no prêmio de risco, as evidências são mais fortes para o excesso de retorno do que para os *spreads*.

Por fim, diversos fatores estão embutidos na formação de taxas e de retornos de títulos. A análise do trabalho foi feita em apenas um desses fatores: a oferta relativa de títulos públicos. Assim, o resultado foi de que choques de oferta alteram a estrutura a termo. Com isso, a análise realizada no trabalho é relevante para os formuladores de política econômica porque os choques de oferta repercutiriam nas decisões de consumo e de investimento dos agentes.

Referências

BARRO, R. *Are governments bonds net wealth?* Journal of Political Economy, v. 82 (5), pp. 1095-1117, 1974.

BRITO, R.; DUARTE, A.J.M.; GUILLÉN, O.T.C. *Prêmio pela maturidade na estrutura a termo das taxas de juros brasileiras*. Banco Central do Brasil, texto para discussão n. 72, 2003.

CAMPBELL, J.Y.; SHILLER, R.J. *Cointegration and tests of present value models*. Journal of Political Economy, 95, 5, 1062-1088, 1987.

GARCIA, M.; SALOMÃO, J. *Alongamento dos títulos de renda fixa no Brasil*. Anbid, 2005.

GREENWOOD, R; VAYANOS, D. *Bond supply and excess Bond returns*. National Bureau of Economic Research, NBER Working paper n 13806, 2008.

LAURINI, M. *Extensões bayesianas do modelo de estrutura a termo Diebold-Li*. Tese de doutoramento em Estatística no Instituto de Matemática, Estatística e Computação científica. Orientador Luiz Koodi Hotta. Universidade Estadual de Campinas (Unicamp), 2009.

LIMA, A.M.; ISSLER, J.V. *A hipótese das expectativas na estrutura a termo de juros no Brasil: uma aplicação de modelos de valor presente*. Anais do II Encontro Brasileiro de Finanças, 2002.

MARÇAL, E.; VALLS PEREIRA, P.L. *A estrutura a termo das taxas de juros no Brasil: testando a hipótese de expectativas racionais*. Pesquisa e Planejamento Econômico, v. 37 (1), 2007.

PENNACHI, G. *Theory of asset pricing*. Prentice Hall, University of Illinois, Business Department, 2007.

PINDYCK, R.S.; RUBINFELD, D.L. *Econometria: modelos e previsões*. Elsevier, Rio de Janeiro, 4a edição, 2004.

SHOUSA, S. *Estrutura a termo da taxa de juros e dinâmica macroeconômica no Brasil*. Revista do BNDES, Rio de Janeiro, v. 15, n 30, pp. 303-345, 2008.

SOUZA, S.R.S.; TABAK, B.M.; CAJUEIRO, D.O. *Investigação da memória de longo prazo da taxa de câmbio no Brasil*. Banco Central do Brasil, Texto para discussão n 113, 2006.

SVENSSON, L.E.O. *Estimating and interpreting forward interest rates*: Sweden 1992-1994. National Bureau of Economic Research, NBER Working paper n 4871, 1994.

TABAK, B.M.; ANDRADE, S.C. *Testing the expectations hypothesis in the Brazilian term structure of interest rates*. Banco Central do Brasil, Texto para discussão n 30, 2001.

TUROLLA, F. *A dívida pública brasileira: conceitos, perfil, evolução e perspectivas*. Artigo para discussão do GV-Prevê. São Paulo, Fundação Getúlio Vargas, 2002.

VAYANOS, D.; VILA, J. A preferred-habitat model of the term structure of interest rates. National Bureau of Economic Research, NBER Working paper n 15487, 2009.

Banco Central do Brasil, base de dados – séries temporais. www.bcb.gov.br. Último acesso em 05/04/2011.

BM&F Bovespa. www.bmfbovespa.com.br/pt-br/mercados/mercadorias-e-futuros. Último acesso em 05/04/2011.

Tesouro Nacional, Dívida Pública – características dos títulos públicos. www.tesouro.fazenda.gov.br/tesouro_direto/historico.asp. Último acesso em 05/04/2011.