

Teoria da Programação e Economia Política: uma introdução alternativa a partir de Sraffa, Leontief e Lange

Tiago Camarinha Lopes¹
Henrique Dantas Neder²

ANPEC Área 1: Escolas do Pensamento Econômico, Metodologia e Economia Política

Resumo

Este artigo faz uma introdução à teoria da programação econômica a partir do modelo básico de *Produção de Mercadorias por Meio de Mercadorias* com atenção especial voltada para dois pontos: a manutenção da unidade das análises quantitativa e qualitativa e a contextualização do desenvolvimento histórico da economia do insumo-produto. Uma relação entre o modelo de Sraffa, as matrizes de Leontief e a Economia Política de tradição marxista, representada pela introdução à econometria do professor Oskar Lange, é estabelecida com o suporte dos conceitos de planejamento e lei do valor.

Palavras-chave: programação econômica, *input-output*, valor e preço, sistemas econômicos, Sraffa, Leontief, Marx

Classificação JEL: B23, B24, P51

Abstract

This paper introduces the theory of economic programming on the basis of the basic model of *Production of Commodities by Means of Commodities* with special care of two points: the union of the qualitative and quantitative analysis and the contextualization of the historical development of the input-output economics. The model of Sraffa, the Leontief matrices and the Political Economy of Marxist tradition, represented by the introduction to econometrics by Oskar Lange, are related with help of the concepts of planning and the law of value.

Key-words: economic programming, input-output, value and price, economic systems, Sraffa, Leontief, Marx

JEL: B23, B24, P51

¹ Mestrando do programa de pós-graduação em economia do Instituto de Economia da Universidade Federal de Uberlândia (IEUFU), Brasil e bolsista CAPES.

Contato: tiagocamarinhalopes@gmail.com.

² Professor Associado do Instituto de Economia da Universidade Federal de Uberlândia (IEUFU), Brasil.

1. Introdução

A economia de *input-output* tornou-se, desde a publicação dos trabalhos pioneiros de Leontief (1936) e ([1966] 1985), um dos ramos de enorme importância para as ciências econômicas, devido especialmente ao seu caráter prático de suporte às políticas econômicas. Em conformidade com esse desenvolvimento, a teoria que subjaz ao uso de matrizes para modelar a estrutura econômica da sociedade avançou concomitantemente ao progresso dos computadores. Se por um lado, isso permitiu uma modelagem econômica de complexidade inimaginável anteriormente, isso fez com que a teoria da programação e do planejamento econômico fosse apresentada de forma muito avançada para os economistas fora dessa tradição, que se dedicam primordialmente aos estudos históricos do desenvolvimento das relações sociais que refletem a base técnica da produção.³

Isso não significa que a formalização matemática deva ser controlada ou reprimida, mas que é preciso ter cuidado para dar significado preciso às equações constantemente, se a intenção for colocar o maior número possível de cientistas em condições de diálogo. De certa maneira, esse é o mesmo sentido do apelo de Leontief ([1964] 1985), que, aliás, continua hoje na ordem do dia, para aproximar “técnicos economistas” e “economistas políticos ou políticos economistas” como maneira de construir uma base sólida para tratar dos assuntos práticos da política econômica nacional.

Outro problema que emergiu, e que seria apontado justamente pelo lado oposto, ou seja, a partir da perspectiva de análise histórica, é que a teoria da programação e do planejamento, por se dedicar exclusivamente ao aspecto quantitativo da teoria do valor, acaba misturando categorias historicamente determinadas com categorias que abrangem a economia em geral. Em consequência, com frequência, vários modelos de insumo-produto começam com categorias capitalistas, que deveriam ser entendidas como formas específicas das categorias gerais econômicas. Desse modo, fala-se em lucro e taxa de juros antes de se ter clareza que estas rendas são formas historicamente determinadas do produto excedente. Assim, por exemplo, para poder falar sobre taxa de juros, é preciso antes desenvolver a categoria taxa de lucro, que por sua vez só pode ser entendida depois que o conceito de taxa de crescimento estiver desenvolvido. Este por sua vez, só tem racionalidade à medida que a noção de excedente tenha sido trabalhada.

As apresentações dos fluxos entre os setores que iniciam a partir da perspectiva da contabilidade nacional incorrem no erro de apresentar o modelo geral da economia, formalizado nas matrizes, a partir da perspectiva do valor. Claro que, se o leitor conhece a Crítica da Economia Política, isso não é problema, mas em geral, esse não é o caso dos que adentram a economia do insumo-produto. A importância de se distinguir as leis gerais da economia das leis que prevalecem no modo de produção do capital é importante, não só para a consolidação da economia como ciência, mas também para a própria prática do planejamento, isto é, do uso coletivo consciente dos recursos para atingir as metas que a sociedade se põe. A distinção das categorias históricas de categorias que abrangem todas as formas de organização social da produção e distribuição equivale à distinção que Oskar Lange faz entre as leis técnicas e de balanço da produção e as leis específicas de uma formação social dada. Esta diferenciação constitui um dos tópicos em aberto do materialismo histórico.⁴

Este artigo tem o objetivo de fazer uma discussão introdutória à teoria da programação econômica observando estas ressalvas com base no modelo apresentado por Sraffa (1960). A partir das equações apresentadas no livro de Piero Sraffa, *Produção de Mercadorias Por Meio de Mercadorias* (Production of Commodities by Means of Commodities – doravante PCC), e de sua interpretação econômica, será possível estabelecer a relação entre o modelo de Sraffa, as matrizes de Leontief e a Economia Política de tradição marxista, representada pela introdução à econometria do professor

³ Para uma introdução à análise do insumo-produto em relação com o planejamento econômico a partir da perspectiva tradicional, ver Stone (1984). No Brasil, Rosseti ([1974] 1993) consegue realizar uma apresentação abrangente, abordando tanto o lado histórico como o teórico. Na prática, a técnica adentrou no país durante os preparativos para a confecção do Plano de Metas em 1956, quando o manual da CEPAL *Introducción a la técnica de programación* difundiu a metodologia de programação mesmo quando as matrizes eram muito pouco detalhadas devido à falta de informações estatísticas.

⁴ Sobre isso, ver Lange ([1959] 1966), em especial capítulo 3, assim como Lange (1945-46).

Oskar Lange.⁵ Assim, em consonância com a perspectiva de Teixeira (1984), a introdução à teoria do planejamento econômico aqui feita tem a peculiaridade de observar a necessidade de manter a análise quantitativa e qualitativa em relação dialética nas ciências econômicas, o que elimina de antemão os conflitos que surgem entre autores que preferem se concentrar em um dos pólos e faz jus ao esforço científico destes três importantes economistas do século XX.

2. O modelo de *Produção de Mercadorias por Meio de Mercadorias*

Para apresentar a teoria da programação dentro do conforme estabelecido, qual seja, o de evitar os problemas referentes à separação entre as análises quantitativa e qualitativa no tratamento da teoria do valor, é necessário partir do modelo econômico mais simples de PCC. Isso é útil porque, se queremos separar as categorias historicamente determinadas das categorias econômicas gerais, precisamos partir da economia básica e, posteriormente avançar para as economias mais complexas, como se deu o desenvolvimento histórico das formações sociais reais. Assim, será possível identificar quais termos se referem às categorias mais gerais e quais são seus equivalentes na terminologia econômica que cresce conforme o sistema ganha complexidade. Sraffa (1960) procede de forma semelhante, começando com uma sociedade que produz apenas o suficiente para sobreviver, e incorporando ao longo do livro os elementos que tornam o sistema cada vez mais complexo, à medida que a reprodução dos valores de uso pode ser concatenada e expandida quando surge o excedente.⁶

No primeiro capítulo de *Produção de Mercadorias por meio de Mercadorias* (PCC), Sraffa idealiza, portanto, um sistema de produção de subsistência. Na primeira seção, ele considera um *método de produção*⁷ de apenas dois produtos (trigo e ferro), que é apresentado da seguinte forma.⁸

$$\begin{aligned} 280 \text{ arr. trigo} + 12 \text{ t ferro} &\rightarrow 400 \text{ arr. trigo} \\ 120 \text{ arr. trigo} + 8 \text{ t ferro} &\rightarrow 20 \text{ t ferro} \end{aligned}$$

Esta representação significa que “uma sociedade extremamente simples” produz, a partir de uma específica combinação entre os valores de uso trigo e ferro, os valores de uso trigo e ferro na quantidade apenas suficiente para se manter. Chamaremos esse esquema de reprodução de método de produção.

⁵ O estabelecimento das conexões dos resultados atingidos por estes economistas, grupo ao qual também podem fazer parte Neumann ([1938] 1945-46) e outros que trabalham na formalização da corrente que remonta à Economia Política Clássica e, ocasionalmente, à fisiocracia, ainda não foi completado. Os estudos de Clark (1984) e Kurz e Salvadori (2000) fazem uma análise histórica dessa tradição. Bêni (1995) apresenta a análise do insumo-produto com foco sobre a teoria do valor trabalho. Pasinetti (1977) e Kurz e Salvadori (2006) apresentam a análise do insumo-produto a partir das semelhanças entre os trabalhos de Leontief e Sraffa. Para o estado atual desta linha de pesquisa em História do Pensamento, ver Kurz (2011).

⁶ Por outro lado, Sraffa (1960) utiliza termos que se circunscrevem a formações históricas específicas para tratar do modelo econômico geral. O próprio título da obra deveria ser “Produção de valores de uso por meio de valores de uso”, de tal maneira que a forma mercadoria enquanto produto pudesse ser desenvolvida histórico logicamente. Isso não significa que Sraffa não estava ciente da sobreposição de categorias distintas, apenas que a distinção no contexto de seu objetivo primordial de criticar a teoria marginalista do valor talvez não fosse necessária. Sobre Sraffa usando categorias histórico-específicas para designar fenômenos econômicos gerais, ver Bellofiore (2008), p. 89. A interpretação da obra de Sraffa (1960) aqui adotada é similar à posta por Tolipan (1979), qual seja a de que Sraffa realiza o “último retorno a Ricardo” como maneira de colocar a ciência econômica na trilha certa e reconhecer a Crítica da Economia Política.

⁷ As relações deste esquema representativo são denominadas por Sraffa de métodos de produção. Aqui, usaremos o termo no singular, ou seja, *método de produção*, para caracterizar o próprio esquema.

⁸ Sraffa usa os termos “mercadoria” e “produto” de modo indistinto em sua apresentação. Aqui, enquanto as relações sociais de reprodução material não forem relações mercantis, usaremos sempre o termo “produto” para deixar claro que se trata da coisa enquanto valor de uso. Produto e valor de uso serão usados como sinônimos. Assim, a reprodução retratada aqui se refere apenas à reprodução material. Sobre o tratamento de Sraffa da circulação de mercadorias em termos materiais, ver Kurz e Salvadori (2005). Segundo estes autores, a dificuldade em modelar a circulação de mercadorias como um processo de reprodução material encontra sérias dificuldades na existência de capital fixo. Um dos objetivos de Sraffa seria demonstrar que mesmo nesse caso tal modelagem é possível.

Cada linha do esquema representa um setor de atividade econômica desta sociedade. A primeira linha é o setor produtor de trigo, enquanto a segunda, de ferro. Assim, por exemplo, o setor produtor de trigo usa 280 arrobas de trigo e 12 toneladas de ferro para produzir 400 arrobas de trigo. Cada setor utiliza como insumo tanto trigo quanto ferro, nas quantidades indicadas. Usando uma linguagem do tipo *input-output*, pode-se dizer que, a partir da combinação dos insumos (lado esquerdo do esquema), há a produção de produtos (lado direito). Sraffa salienta que ao fim do processo de produção, os dois produtos desta economia, que antes estavam distribuídos de modo específico entre os ramos de produção, se encontram concentrados em seus respectivos setores. Ou seja, todo trigo está no setor produtor de trigo e todo ferro está no setor de ferro.

Como no próximo período produtivo a sociedade precisa alocar esses produtos de novo como insumos entre os setores, Sraffa indica que existe um único conjunto de valores de troca que restabelece aquela disposição original dos valores de uso trigo e ferro. Neste primeiro exemplo, tal conjunto é expresso na relação de equivalência entre 10 arrobas de trigo e uma tonelada de ferro.⁹ A determinação das relações quantitativas entre os diferentes valores de uso, que coloca os produtos de volta nessa combinação original pode ser modelada matematicamente a partir do método de produção, com um sistema de equações.

Na seção 2 do primeiro capítulo de PCC, Sraffa incorpora um terceiro produto, porcos. O aumento de setores começa a tornar o sistema muito difícil de ser resolvido sem o auxílio de máquinas de calcular. Vamos analisar o exemplo para este caso, ou seja, o do sistema de produção de subsistência com apenas três produtos. O método de produção imaginado por Sraffa para esse caso é representado assim:

$$\begin{aligned} 240 \text{ arr. trigo} + 12 \text{ t ferro} + 18 \text{ porcos} &\rightarrow 450 \text{ arr. trigo} \\ 90 \text{ arr. trigo} + 6 \text{ t ferro} + 12 \text{ porcos} &\rightarrow 21 \text{ t ferro} \\ 120 \text{ arr. trigo} + 3 \text{ t ferro} + 30 \text{ porcos} &\rightarrow 60 \text{ porcos} \end{aligned}$$

Como é possível escrever esse esquema na forma de um sistema de equações de tal modo que seja possível inserir no computador o modelo apresentado por Sraffa? São dois passos necessários para converter o modelo de Sraffa em uma representação apropriada para fazer a simulação computacional, e conseqüentemente, em uma representação própria da economia do insumo-produto.

Primeiro escrevemos tal método de produção em forma de um sistema de equações, colocando os preços de cada produto como incógnitas. Para o exemplo em questão, o sistema de equações é:

$$\begin{aligned} 240p_t + 12p_f + 18p_c &= 450p_t \\ 90p_t + 6p_f + 12p_c &= 21p_f \\ 120p_t + 3p_f + 30p_c &= 60p_c \end{aligned}$$

Onde p_t é o preço da arroba de trigo, p_f o preço da tonelada de ferro e p_c o preço de um porco. De que maneira essa apresentação alterou o sentido do esquema de reprodução anteriormente apresentado? Note que agora, no lugar do símbolo ‘→’, que representava uma transformação qualitativa, temos o sinal de igualdade. Assim, estamos considerando que os valores de uso do esquema de reprodução estão quantificados em valor no sistema de equações e que podem, portanto, ser somados. É por esta razão que passamos a escrever o esquema na forma de um sistema de equações e foi tal passagem que possibilitou solucionar logicamente o problema econômico básico de “agregação” de diferentes valores de uso.¹⁰

O segundo passo consiste em escrever este sistema na forma matricial e manipular a equação de

⁹ Poder-se-ia dizer que “10 arrobas de trigo valem uma tonelada de ferro” ou que “o preço de uma tonelada de ferro é dez vezes maior que o preço de uma arroba de trigo”. Apesar dessas expressões só fazerem sentido quando a alocação de valores de uso é feita através do mercado, elas podem ser usadas como maneira de se referir às “relações quantitativas entre os valores de uso que colocam o sistema em reprodução” de acordo com a predisposição da matriz insumo. O termo “mercado” usado por Sraffa, de modo equivalente, tem esse sentido mais abrangente.

¹⁰ Sobre o problema da agregação com relação ao modelo de insumo-produto ver Bêrni (1995).

tal forma que uma matriz contendo todas as incógnitas, possa ser escrita como a incógnita geral. Para o exemplo em questão, isto é feito assim:

$$\begin{bmatrix} 240 & 12 & 18 \\ 90 & 6 & 12 \\ 120 & 3 & 30 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} p_t \\ p_f \\ p_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 450p_t \\ 21p_f \\ 60p_c \end{bmatrix}$$

Agora, como nesta formulação não temos todas incógnitas contidas em uma única matriz, precisamos alterar levemente a disposição da equação. Utilizando o sistema de equações anterior, escrevemos:

$$\begin{aligned} (240p_t - 450p_t) + 12p_f + 18p_c &= 0 \\ 90p_t + (6p_f - 21p_f) + 12p_c &= 0 \\ 120p_t + 3p_f + (30p_c - 60p_c) &= 0 \end{aligned}$$

Que equivale a:

(4)

$$\begin{bmatrix} (240 - 450) & 12 & 18 \\ 90 & (6 - 21) & 12 \\ 120 & 3 & (30 - 60) \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} p_t \\ p_f \\ p_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Ou:

$$A * X = B$$

$$X = A^{-1} * B$$

A partir dessa forma matricial, pode-se utilizar o computador para calcular os valores de troca p_t , p_f e p_c que recriam a distribuição original dos valores de uso, onde $X = \begin{bmatrix} p_t \\ p_f \\ p_c \end{bmatrix}$. É preciso tomar um valor de uso como padrão da medida do valor de troca. Aqui, escolhemos o valor de uso trigo como referência e escrevemos $p_t = 1$ ou qualquer valor diferente de zero. Isto evita também a solução trivial $p_t = p_f = p_c = 0$.

Assim, a partir do método de produção, que é dado pelas circunstâncias objetivas da produção, é possível determinar as relações quantitativas entre os valores de uso que compõem o produto para que a matriz input original seja recriada. Essas relações quantitativas, expressas aqui nos termos p_i , são o que Marx chama de preços de produção, e que os clássicos designam também como “preços naturais”.

Na terceira e última seção do primeiro capítulo de PCC, Sraffa faz a apresentação deste modelo de subsistência para o caso geral, ou seja, para um sistema com k produtos. Neste caso, o procedimento apresentado para dispor o sistema escrito por Sraffa em uma forma propícia para a simulação computacional pode ser escrito a partir da seguinte representação do método de produção abstrato:

$$\begin{aligned} A_a + B_a + \dots + K_a &\rightarrow A \\ A_b + B_b + \dots + K_b &\rightarrow B \\ \dots & \\ A_k + B_k + \dots + K_k &\rightarrow K \end{aligned}$$

Onde cada valor de uso é representado por uma letra. Assim, o setor produtor do valor de uso ‘a’ utiliza as quantidades A_a, B_a, \dots, K_a dos valores de uso a, b, \dots, k ; o setor produtor do valor de uso ‘b’ utiliza as quantidades A_b, B_b, \dots, K_b dos valores de uso a, b, \dots, k , etc. Denominamos então de ‘A’ a quantidade produzida do valor de uso ‘a’ ao cabo do processo de produção, de ‘B’ quantidade produzida do valor de uso ‘b’, etc. e de ‘ A_a ’ a quantidade de ‘a’ utilizada pelo setor produtor de ‘a’, de ‘ A_b ’ a quantidade de ‘a’ utilizada pelo setor produtor de ‘b’, etc. Ao solucionar o problema da agregação logicamente, pode-se escrever tal esquema de reprodução de valores de uso com o seguinte sistema de equações:

$$\begin{aligned} A_a p_a + B_a p_b + \dots + K_a p_k &= A p_a \\ A_b p_a + B_b p_b + \dots + K_b p_k &= B p_b \\ \dots & \\ A_k p_a + B_k p_b + \dots + K_k p_k &= K p_k \end{aligned} \tag{1}$$

ou:

$$\begin{aligned} (A_a - A) p_a + B_a p_b + \dots + K_a p_k &= 0 \\ A_b p_a + (B_b - B) p_b + \dots + K_b p_k &= 0 \\ \dots & \\ A_k p_a + B_k p_b + \dots + (K_k - K) p_k &= 0 \end{aligned} \tag{2}$$

Que pode ser escrito na forma matricial:

$$\begin{bmatrix} (A_a - A) & B_a & \dots & K_a \\ A_b & (B_b - B) & \dots & K_b \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ A_k & B_k & \dots & (K_k - K) \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} p_a \\ p_b \\ \dots \\ p_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{bmatrix} \tag{3}$$

Esta é uma representação direta para a inserção dos dados em qualquer sistema de programação que pretenda ser utilizado como instrumento para modelar uma economia utilizando matrizes. A

solução deste sistema mostrará os valores da matriz $\begin{bmatrix} p_a \\ p_b \\ \vdots \\ p_k \end{bmatrix}$, que indicará qual é a relação quantitativa

entre os valores de uso que restaura a matriz insumo da qual se partiu.¹¹

Para manter a rigorosidade formal, é adequado ressaltar que este sistema é homogêneo. Por isso, ele só admitirá solução (além da solução trivial) no caso de nulidade do determinante da primeira matriz que está do lado esquerdo da equação (3). Ou seja, as parcelas A_a, A_b, \dots, A_k devem atender a esta restrição para que tenhamos uma solução não trivial (distinta de zero) para o sistema de preços. O sistema de equações homogêneas terá um conjunto infinito de soluções no caso do seu determinante da matriz de coeficientes ser nulo. Isto significa que existe dependência linear entre as parcelas de insumos utilizadas na produção de cada indústria. Esta condição parece ser muito mais casuística do que natural. Em outras palavras, para termos uma solução econômica para o sistema de preços (solução não trivial do sistema anterior) em um sistema de produção sem formação de excedente é necessário cumprir-se uma condição muito especial. Observe-se que esta condição não é a mesma estabelecida pelas equações de balanço.

¹¹ No caso onde existe excedente, a reposição equivalente remonta as equações de balanço de forma proporcional, de tal modo que a expansão do sistema é equilibrada. As complicações do excedente não serão tratadas neste artigo.

3. Coerência interna do programa ou análise estática do insumo-produto

Apresentado o modelo básico de Sraffa, que corresponde à formação econômica mais simples possível e que historicamente é identificada como sociedade primitiva, onde não há excedente, podemos iniciar a apresentação da teoria da programação. De acordo com Lange ([1961] 1967), a teoria da programação econômica é composta de duas partes: a primeira trata da chamada “coerência interna dos programas” e a segunda da questão sobre o “nível ótimo dos programas”. Essas duas partes podem também ser pensadas como os dois níveis possíveis de análise do insumo-produto: enquanto a primeira se refere à análise estática, a segunda corresponde à análise dinâmica das matrizes *input-output*. Esta seção apresenta a primeira parte, e a seção seguinte, a segunda.¹²

Na apresentação do método de produção, vimos que ao final do período de produção, cada valor de uso da economia está concentrado no seu respectivo setor produtor. Por isso, para que o ciclo produtivo se repita, a sociedade precisa realocar esses produtos entre os diversos ramos da produção. Considerando que a matriz *input* se converte na matriz *output* sucessivamente, o método de produção no decorrer do tempo pode ser escrito assim:

$$\begin{bmatrix} A_a & B_a & \dots & K_a \\ A_b & B_b & \dots & K_b \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ A_k & B_k & \dots & K_k \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} A \\ B \\ \vdots \\ K \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} A_a & B_a & \dots & K_a \\ A_b & B_b & \dots & K_b \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ A_k & B_k & \dots & K_k \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} A \\ B \\ \vdots \\ K \end{bmatrix} \rightarrow \dots$$

Ou

$$q \rightarrow Q \rightarrow q \rightarrow Q \rightarrow \dots$$

Esta representação concatena as matrizes *input* em unidades físicas (q) e *output* também em unidades físicas (Q) ao longo do tempo, conectando-as com o sinal ‘ \rightarrow ’. A passagem da matriz *input* para a matriz *output* representa a esfera da produção, ou transformação qualitativa dos valores de uso. A passagem seguinte, da matriz dos produtos A, B, \dots, K para a matriz dos insumos A_a, B_a, \dots, K_k representa a esfera da circulação ou distribuição do produto, ou ainda a transformação quantitativa dos valores de uso produzidos, que são meramente alocados para formar a matriz *input* do período seguinte de produção.

Qual é então a lógica de distribuição do produto no modelo de Sraffa? A determinação dos preços em Sraffa (preços de produção, que ele chama de “valores” ou “preços”) se refere a esta segunda passagem, a da distribuição do produto, que, neste modelo de PCC, *está sempre subordinada a uma lógica bastante específica*. Como já foi dito, a distribuição do produto é feita de tal modo que aquela disposição inicial dos valores de uso seja restaurada. É esse o condicionante da determinação dos preços neste modelo e é esse o critério de distribuição do produto aqui. Possas (1983) havia sugerido que este tratamento unilateral da distribuição decorria da análise estática em que o problema econômico de Sraffa estaria formulado. Conforme a divisão da teoria da programação aqui proposta, o modelo de Sraffa está restrito à primeira parte, ou seja, ao estudo estático do insumo-produto. De fato, o condicionante dos preços de produção, os quais Ricardo chama também de “valores absolutos” de acordo com Kurz e Salvadori (2006), é a imposição de que o processo se repita de modo idêntico. Essa restrição é a mesma que encontramos na análise das equações de balanço da

¹² As apresentações iniciais da teoria da programação linear acabam não fazendo a distinção entre as duas partes justamente porque a primeira parte isolada não representa ainda a formalização do problema a ser resolvido, correspondendo às equações de restrição. A inclusão da função objetivo às condições de restrição converte a análise estática na análise dinâmica. A apresentação das duas partes de forma separada é relevante aqui porque a maximização da produção em geral não é o único objetivo possível da sociedade, como dão a entender os textos em economia que apresentam a teoria da programação. Dorfman; Samuelson e Solow (1958) fazem a distinção ao perceberem que as simples matrizes de input-output estáticas de Leontief não denotam ainda um problema de escolha ou otimização. Para uma apresentação da programação linear do modo tradicional na economia em português, ver Lanzer (1982). Para uma apresentação na área de engenharia e administração, ver Kajewski, Ritzman e Malhotra (2009), p. 505.

produção de Lange (1967 [1961]), que ele chama também de estudo sobre a coerência interna do programa e que corresponde à análise estática da teoria da programação.¹³

Assim, de forma semelhante, o balanço da economia americana para o ano de 1947 é apresentado em uma tabela de transações entre diversos setores por Leontief a partir das estatísticas acumuladas até então. Justamente por não ser um modelo que conecta as matrizes *input* e *output* ao longo do tempo, mas só mostrar as interconexões setoriais captadas ao longo de determinado intervalo, é um estudo restrito à “coerência interna do programa”, ou como Leontief ([1951] 1985) descreve, “(...) um modelo estático, um instantâneo no tempo”. Por esta razão, o foco inicial da economia do insumo-produto era inicialmente o de estudar as relações intersetoriais, ou seja, do fluxo de troca entre os diversos setores da economia.

É importante notar que a matriz apresentada por Leontief é um dado empírico da economia, e que por isso, difere do modelo de Sraffa, que representa uma situação abstrata em que já se obteve todos dados técnicos da economia inteira, ou seja, todos os coeficientes técnicos. A construção das matrizes de Sraffa, como desenvolvido aqui, é o processo prático de obtenção dos dados reais da economia a partir das matrizes de insumo-produto que os escritórios de estatística nacionais elaboram. A outra maneira de obter os coeficientes técnicos é pelo método da engenharia, ou seja, a partir do conhecimento dos processos tecnológicos relativos à produção de determinado valor de uso.¹⁴ O esquema do balanço da economia nacional apresentado por Leontief na tabela de fluxos monetários entre setores é utilizado por Lange ([1961] 1967) para derivar as equações de balanço, que podem ser pensadas como as equações de Sraffa para a determinação dos preços de produção.

Neste caso, a transformação do tipo $q \rightarrow Q \rightarrow q$ é modelada pelas equações:

$$\begin{aligned} A_a p_a + B_a p_b + \dots K_a p_k &= A p_a \\ A_b p_a + B_b p_b + \dots K_b p_k &= B p_b \\ \dots & \\ A_k p_a + B_k p_b + \dots K_k p_k &= A p_k \end{aligned} \tag{4}$$

Que são as equações de balanço no modelo de Sraffa. Para escrever o mesmo sistema em termos físicos, podem-se trocar as linhas com as colunas retirando os preços. As equações de balanço ficam então:

$$\begin{aligned} A_a + A_b + \dots + A_k &= A \\ B_a + B_b + \dots + B_k &= B \\ \dots & \\ K_a + K_b + \dots + K_k &= K \end{aligned} \tag{5}$$

Como se vê, as equações de balanço da produção da economia podem ser expressas tanto em unidades físicas como em termos de valor. Neste momento, parece correta a interpretação de que em PCC, as relações quantitativas de troca entre os valores de uso estão dadas pela própria estrutura técnica da economia, ou seja, pelo método de produção, já que os dois sistemas são equivalentes. No entanto, como argumentado aqui, a alocação dos valores de uso ao fim do processo de produção está de fato livre da determinação imposta pelos coeficientes técnicos. Ocorre que, em PCC, como em

¹³ Em geral, as equações de balanço correspondem às identidades macroeconômicas que são apresentadas na contabilidade social. A referência internacional é Richard Stone, vencedor do Nobel de economia de 1984, que desenvolveu e sistematizou o sistema de contas nacionais em partidas dobradas. Sobre a relação entre o sistema de contabilidade nacional e as matrizes insumo-produto, ver ainda Ten Raa (2010).

¹⁴ Sobre a diferença entre os dois métodos de obtenção dos coeficientes técnicos, ver Lange ([1961] 1967), p. 191. Para um método prático de extração de coeficientes técnicos das tabelas input-output, ver Ten Raa (2007).

toda análise que considera a economia como um fluxo circular¹⁵, é pressuposto que o processo deva ser repetido de modo idêntico infinitamente. Isso impõe que as relações quantitativas entre os valores de uso devam ser correspondentes aos coeficientes técnicos próprios do método de produção original. O resultado disso é que as relações quantitativas de troca entre os valores de uso, nesta permuta para voltarem às suas posições originais da matriz *input*, ou seja, os preços de produção, são reflexo direto dos coeficientes técnicos.

O tratamento da economia como fluxo circular é, aliás, a única forma de encaixar a ciência econômica no processo de reprodução material, como determina os condicionantes descobertos pelas ciências naturais. Esta aproximação em economia remonta segundo o próprio Sraffa (1960) ao *Tableau Économique* de Quesnay de 1759, sendo que Leontief (1936) inicia sua apresentação justamente apontando que seu estudo pode ser mais bem definido como uma tentativa de construir tal *Tableau* para os Estados Unidos de 1919. Historicamente, há de se destacar que todo esforço de Leontief remonta ao seu primeiro trabalho de 1928, que inicia sua construção teórica e contribuição à noção da economia como um sistema de reprodução.¹⁶ Com efeito, a ciência econômica, compreendida no arcabouço da concepção materialista da história, é justamente o estudo da reprodução social condicionada a essa reprodução material que os fisiocratas modelavam e que atingiu o limite de desenvolvimento com David Ricardo, quando as diferenças entre as determinações naturais e sociais tiveram que ser esclarecidas por Karl Marx.

Então, de forma análoga ao modelo de subsistência de Sraffa, e com o apoio da linha interpretativa de Kurz e Salvadori (2005), poderíamos escrever, por exemplo, as equações químicas que correspondem ao ciclo biológico do carbono e que mantém a energia total do sistema constante, como sendo os ‘valores de uso’ CO₂ e H₂O no processo de fotossíntese *inputs* e no processo de respiração *outputs*, enquanto os ‘valores de uso’ C₆H₁₂O₆ e O₂, ao contrário, são no processo de fotossíntese *outputs* e no de respiração *inputs*. A identificação com o modelo básico de Sraffa não é perfeita porque o modelo da economia de subsistência em PCC trata de setores de um só produto (cada setor é produtor de um único valor de uso), diferente das transformações do ciclo biológico do carbono que produzem em um único processo dois valores de uso diferentes.¹⁷

Mas, já que os coeficientes técnicos e os preços de produção são dois lados da mesma moeda, de que forma a relação entre os coeficientes técnicos e os preços de produção pode ser diretamente demonstrada? Para explicitar esta conexão vamos escrever as equações de balanço em termos de valor com a ajuda da notação para os coeficientes técnicos assim:

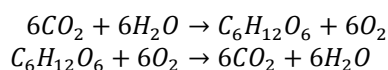
$$\begin{bmatrix} a_a & b_a & \dots & k_a \\ a_b & b_b & \dots & k_b \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_k & b_k & \dots & k_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_a/A & B_a/A & \dots & K_a/A \\ A_b/B & B_b/B & \dots & K_b/B \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ A_k/K & B_k/K & \dots & K_k/K \end{bmatrix} \quad (6)$$

De tal forma que as equações de balanço em termos de valor ficam:

¹⁵ A consideração da economia como fluxo circular não corresponde à análise dinâmica, que deve abranger também os casos em que as matrizes não são restauradas, mas modificadas ao longo do tempo.

¹⁶ Para uma breve avaliação da importância do *Tableau Économique* na história do pensamento econômico e sua relação com o modelo de Leontief, ver Phillips (1955).

¹⁷ Sobre a correspondência entre os ciclos químico-biológicos e o modelo de Sraffa, ver Schefold (1989), p. 338 e Schefold (2004), onde o modelo de subsistência com produção conjunta é montado e comparado com os ciclos químicos globais. O modelo para os dois setores que correspondem aos processos de fotossíntese e respiração, e que corresponde à formalização do ciclo biológico do Carbono, onde a simbologia para cada substância equivale a um valor de uso específico, é escrito assim:



$$\begin{aligned}
a_a A p_a + a_b B p_a + \dots + a_k K p_a &= A p_a \\
b_a A p_b + b_b B p_b + \dots + b_k K p_b &= B p_b \\
\dots & \\
k_a A p_k + k_b B p_k + \dots + k_k K p_k &= A p_k
\end{aligned} \tag{7}$$

Onde, $a_a A$ é a quantidade física do valor de uso 'a' aplicada na produção do valor de uso 'a' (ou seja, $A_a = a_a A$), $b_a A$ é a quantidade física do valor de uso 'b' aplicada a produção do valor de uso 'a' (ou seja $B_a = b_a A$) e assim sucessivamente.

Qual o significado da notação dos coeficientes técnicos? Resumidamente, a_a é o coeficiente técnico de produção do valor de uso 'a' em relação a produção do valor de uso 'a' (são necessárias a_a unidades do valor de uso 'a' para a produção de uma unidade do valor de uso 'a'), b_a é o coeficiente técnico de produção do valor de uso 'b' em relação a produção do valor de uso 'a' (são necessárias b_a unidades do valor de uso 'b' para a produção de uma unidade do valor de uso 'a') e assim sucessivamente. De forma geral i_j é a quantidade física necessária do valor de uso 'i' para a produção de uma unidade do valor de uso 'j'.

O sistema (1) pode ser também escrito com a notação dos coeficientes técnicos de produção, ao dividirmos cada uma de suas equações respectivamente por A, B, \dots, K :

$$\begin{aligned}
a_a p_a + b_a p_b + \dots + k_a p_k &= p_a \\
a_b p_a + b_b p_b + \dots + k_b p_k &= p_b \\
\dots & \\
a_k p_a + b_k p_b + \dots + k_k p_k &= p_k
\end{aligned} \tag{8}$$

Para este sistema, consideramos como preço de referência $p_a = 1$ e eliminamos a primeira equação do sistema, de forma que podemos escrever os demais preços em função dos coeficientes técnicos dos setores que permanecem. O sistema se reduz a:

$$\begin{aligned}
a_b 1 + b_b p_b + \dots + k_b p_k &= p_b \\
a_c 1 + b_c p_b + \dots + k_c p_k &= p_c \\
\dots & \\
a_k 1 + b_k p_b + \dots + k_k p_k &= p_k
\end{aligned} \tag{9}$$

Transpondo-se os termos, o sistema pode ser escrito como:

$$\begin{aligned}
(b_b - 1)p_b + \dots + k_b p_k &= -a_b \\
b_c p_b + (c_c - 1)p_c + \dots + k_c p_k &= -a_c \\
\dots & \\
b_k p_b + \dots + (k_k - 1)p_k &= -a_k
\end{aligned} \tag{10}$$

Então, se o determinante Δ da matriz de coeficientes do sistema (9) for distinto de zero, temos uma solução única que relaciona os preços de produção ao conjunto de coeficientes técnicos de produção. Assim:

$$\Delta = \begin{vmatrix} (b_b - 1) & c_b & \dots & k_b \\ b_c & (c_c - 1) & \dots & k_c \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ b_k & c_k & \dots & (k_k - 1) \end{vmatrix} \tag{11}$$

Com:

$$\Delta_b = \begin{vmatrix} -a_b & c_b & \dots & k_b \\ -a_c & (c_c - 1) & \dots & k_c \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -a_k & c_k & \dots & (k_k - 1) \end{vmatrix}; \Delta_c = \begin{vmatrix} (b_b - 1) & -a_b & \dots & k_b \\ b_c & -a_c & \dots & k_c \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ b_k & -a_k & \dots & (k_k - 1) \end{vmatrix}; \dots;$$

$$\Delta_k = \begin{vmatrix} (b_b - 1) & c_b & \dots & -a_b \\ b_c & (c_c - 1) & \dots & -a_c \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ b_k & c_k & \dots & -a_k \end{vmatrix}$$

De forma que podemos explicitar os preços de produção como funções dos coeficientes técnicos assim:

$$p_a = 1; p_b = \frac{\Delta_b}{\Delta}; p_c = \frac{\Delta_c}{\Delta}; \dots; p_k = \frac{\Delta_k}{\Delta}$$

Com isso demonstra-se que os coeficientes técnicos e os preços de produção têm correspondência tal que, no caso da análise estática da teoria da programação, o estudo das equações de balanço pode ser feito tanto em termos de valor quanto de unidades físicas. Essa é a mesma conclusão apontada por Oskar Lange quando interpreta os coeficientes de custo de produção (que são os correspondentes em termos de valor dos coeficientes técnicos) à luz da teoria marxista do valor (Lange ([1961] 1967), pp. 207).¹⁸

Qual o significado econômico desse resultado? Resumidamente, isso significa que, se os preços empíricos fossem iguais aos preços de produção, o quadro de fluxos intersetoriais do tipo Leontief refletiria exatamente as condições técnicas da produção. Em outras palavras, a matriz de transferência em valor entre os setores forneceria a informação correta sobre todos os coeficientes técnicos da estrutura produtiva da economia em questão. No entanto, como se tem apontado em teoria desde os clássicos, e as análises concretas de planejamento econômico confirmam, as relações quantitativas de troca que se estabelecem na prática no mercado são apenas aproximações daquelas que correspondem aos coeficientes técnicos em questão. Outra forma de dizer isto é ressaltar que os “preços desviam sistematicamente em torno dos valores”. Isso ocorre, por um lado, porque as negociações no mercado não seguem estritamente o ditame da lógica que colocaria o sistema em reprodução idêntica, e por outro, porque os mercados têm na prática sempre algum grau de monopolização. É nesse sentido que se diz que *a alocação dos valores de uso ao fim do processo de produção está de fato livre da determinação imposta pelos coeficientes técnicos*. Por outro lado, e

¹⁸ Matematicamente, é possível notar que podemos considerar o mesmo tipo de solução sem necessidade de assumirmos $p_a = 1$. Ou seja, é logicamente viável tratar de um sistema de determinação de preços “absolutos” obtidos a partir do conjunto de coeficientes técnicos de produção. O sistema (7) pode ser convertido em um sistema semelhante a (9) acrescentando-se mais uma equação. Mas, neste caso, recairemos em um sistema de equações homogêneas semelhante ao sistema (2). Para que o mesmo tenha solução não trivial é necessário que o determinante da matriz de coeficientes do sistema seja igual a zero, o que seria uma condição bastante restritiva para uma “solução” em termos de um sistema de preços completo (e absolutos) em função dos coeficientes técnicos de produção. Em termos matemáticos parece não ser indiferente adotarmos um procedimento ou outro: no primeiro caso (adotando uma mercadoria como sistema de referência para o sistema de preços) alcançamos uma solução única e no segundo caso (em um sistema de preços “absolutos”) alcançamos um número infinito de soluções distintas da solução trivial, mas condicionado a satisfação de condições bastante restritivas que se referem a relação entre os coeficientes técnicos de produção (e que se traduz na condição de nulidade do determinante correspondente a matriz de coeficientes do sistema homogêneo). A relação desse dilema, qual seja, o de adotar um valor de uso para ser o numerário ou de usar preços “absolutos” a partir dos coeficientes, com a questão da medida invariável de valor e com a mercadoria padrão deve ser explorada em outra ocasião, visto que esse problema só é tratado por Sraffa a partir do capítulo IV de PCC e constitui por si só toda uma controvérsia em teoria do valor. Essa linha de investigação pode partir de Bellino (2004) e Roberts (2009), que relaciona a mercadoria padrão com os sistemas de valores e preços.

essa é a ressalva posta adiante de modo mais claro por Marx no livro 3 do Capital, esta liberdade encontra limites que são postos pela condição de reprodutibilidade do sistema. Esse é o significado da afirmação de que os preços empíricos são regulados e dominados pela lei do valor. Oskar Lange ([1959] 1966) aponta para tais restrições aos preços empíricos como forma de ressaltar que as leis técnicas (ou as equações de balanço, ou ainda, as proporções “verticais”) delimitam o raio de liberdade das trocas concretas.¹⁹

Sob essa interpretação, então, os sistemas de balanço em termos de valor e em unidades físicas podem ser escritos em uma única equação, que explicita a contrapartida formal entre as condições técnicas da economia e as relações quantitativas de troca entre os valores de uso que colocam o sistema em reprodução idêntica. Para tanto, escrevemos as equações de balanço em unidades físicas em forma matricial:

$$\begin{bmatrix} a_a & a_b & \dots & a_k \\ b_a & b_b & \dots & b_k \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ k_a & k_b & \dots & k_k \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} A \\ B \\ \vdots \\ K \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A \\ B \\ \vdots \\ K \end{bmatrix}$$

A introdução do vetor dos preços de produção nesse sistema permite reescrever o sistema (3), depois de invertida as linhas com as colunas, no seguinte formato:

$$\begin{bmatrix} a_a & a_b & \dots & a_k \\ b_a & b_b & \dots & b_k \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ k_a & k_b & \dots & k_k \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} A \\ B \\ \vdots \\ K \end{bmatrix} \circ \begin{bmatrix} p_a \\ p_b \\ \vdots \\ p_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A \\ B \\ \vdots \\ K \end{bmatrix} \circ \begin{bmatrix} p_a \\ p_b \\ \vdots \\ p_k \end{bmatrix}$$

Ou

$$T * Q \circ P = Q \circ P$$

Onde o sinal ‘ \circ ’ indica o produto Hadamard da matriz resultante do produto matricial de T e Q por P. A equação indica simultaneamente as condições de balanço formuladas em termos dos coeficientes técnicos de produção, das quantidades totais produzidas e dos preços expressos em função dos coeficientes técnicos de produção.²⁰ Chamamos essa equação de “equação geral de coerência interna”. Ela expressa a identidade entre as equações de balanço técnico e as equações de balanço em valor, no caso em que os preços são preços de produção. Note que nenhuma informação adicional foi ganha ao passarmos do sistema em termos físicos para o sistema em termos de valor, o que seria apenas outra forma de mostrar a correspondência entre os coeficientes técnicos e os preços de produção. Aqui, a equação revela o sentido de que a esfera de contabilidade em valor tem uma base material que a explica e a delimita, como Lange ([1959] 1966) argumenta.

Disso resulta também que as equações de Sraffa indicam apenas o balanço técnico da economia, em termos de valor, já que os preços em PCC sempre são preços de produção. Mas qual é o problema disso? É que, aquela liberdade sobre a alocação dos valores de uso que compõem o produto desaparece por completo quando se pretende repetir o processo de forma indistinta.

¹⁹ Os estudos empíricos indicam que os desvios entre os preços empíricos de mercado e os preços de produção não são grandes, embora a magnitude do desvio médio dependa do método de estimação empregado. Algumas referências desses estudos são: Shaikh (1998), Petrović (1987), Ochoa (1989), Cockshott *et al.* (1995), Cockshott e Cottrell (1997), Steedman e Tomkins (1998), Tsoulfidis e Maniatis (2002), Zachariah (2006), Tsoulfidis e Mariolis (2007), Tsoulfidis (2008) e Mariolis e Soklis (2009). Sobre a noção de equilíbrio da Economia Política Clássica e Neoclássica e a diferença entre proporções “verticais” e “horizontais”, ver Lange ([1957] 1986). Estes estudos empíricos foram feitos no contexto do choque de Sraffa em relação à teoria do valor trabalho, e por esse motivo, a metodologia definitiva sobre a relação entre os sistemas dos coeficientes técnicos (na linguagem marxista, o sistema de valores) e o sistema de preços empíricos ainda está em construção. Para uma introdução a este tópico dentro da escola marxista, ver os debates relativos ao problema da transformação dos valores em preços de produção a partir de Farjoun e Machover (1983).

²⁰ Para o nosso modelo, qualquer combinação de preços, coeficientes técnicos e montantes físicos que não satisfaçam esta equivalência não representam uma economia de subsistência.

Aqui, podemos superar tal limitação ao analisar o modelo em um ambiente dinâmico em que a sociedade utiliza o conhecimento técnico da produção capturado pelos coeficientes técnicos para alterar sua matriz *input* e mudar assim sua matriz *output*, ou seja, seu produto. O uso da ciência para reformulação da matriz *input* de forma consciente a fim de se atingir determinada meta, ou seja, uma reformulação que não se dá pela lógica automática, aparentemente óbvia, adotada por Sraffa e pelos economistas clássicos, equivale àquilo que chamamos de planejamento econômico.²¹ Em termos do sistema de equações, é o processo de transposição da economia de uma determinada coerência interna para outra coerência interna distinta. A passagem do modelo estático de PCC para um modelo dinâmico equivale à passagem da primeira parte da teoria da programação, para a segunda parte, a análise dinâmica do insumo-produto.

4. Nível ótimo do programa ou análise dinâmica do insumo-produto

A análise dinâmica do insumo-produto é o mesmo estudo que se faz sobre o nível ótimo do programa. Neste caso, diferentemente da análise estática, o problema se concretiza, pois agora é preciso fazer uma escolha que vise atingir um determinado objetivo. Essa meta, por sua vez, pode ser diferente de caso para caso. De toda forma, enquanto na análise estática não se falava no programa ou na coerência interna como meio para atingir uma meta, essa é justamente a perspectiva da análise dinâmica do insumo-produto. O planejamento econômico como um processo de concatenação de meios para atingir metas só pode ser completamente formalizado a partir desta perspectiva dinâmica, como sempre foi claro na exposição do tópico sobre o plano, feita, por exemplo, por Matus (1991) e Ferreira ([1978] 1997).

Apesar da apresentação aqui seguir do modelo abstrato da economia, passando pelas matrizes insumo-produto como são obtidas empiricamente, para enfim formalizar o problema, a teoria da programação linear já era razoavelmente desenvolvida quando começam a utilizá-la em combinação com os dados obtidos pelas tabelas do tipo Leontief. A seqüência da apresentação aqui vai, em conformidade com a diferenciação entre pesquisa e exposição (*Forschung e Darstellung*) exposta por Marx ([1857] 1976), do abstrato ao concreto. Mas, historicamente, a teoria foi construída a partir dos problemas práticos de otimização em ambientes restritos. Conforme esses problemas foram sendo postos em relação na estrutura produtiva total da sociedade, o problema a ser solucionado começava a contemplar toda a economia. Aqui no artigo, nós partimos dessa perspectiva ampla, como se tivéssemos já mapeado todas as inter-relações entre os setores da economia. Na prática, é o movimento inverso que ocorre, ou seja, o uso da teoria para a planificação econômica parte de problemas pontuais de agentes privados. A extensão da técnica ao coletivo é difícil principalmente por falta da organização dessa informação, mas também devido a empecilhos de natureza política e ideológica.

A teoria da programação como técnica para uso de recursos a fim de atingir determinado objetivo foi formalizada de modo independente na União Soviética por Kantorovich ([1939] 1960) e na Europa e nos Estados Unidos por Koopmans ([1942] 1970), à medida que o problema de alocação ótima se impunha nos diferentes casos reais em que trabalhavam. Eles compartilham o prêmio Nobel de economia de 1975 pelas contribuições à teoria de alocação ótima dos recursos, enquanto Leontief fora laureado pelo mesmo prêmio dois anos antes, em 1973. O impulso derradeiro à aplicação da teoria foi a Segunda Guerra Mundial, que demandava a solução de uma série de problemas inter-relacionados de abastecimento das forças militares. No pós-guerra, a teoria passou a ser aplicada diretamente pelas grandes indústrias como forma de planejamento de sua produção. Então, já que as tabelas de Leontief traziam os inter fluxos setoriais da economia como um todo, a combinação das matrizes de Leontief com a teoria da programação abriu a possibilidade de efetuar um planejamento econômico, não mais restrito a uma certa unidade produtiva, ainda que grande no contexto do capital monopólico do século XX, mas que abrangia toda economia nacional. Segundo Lange ([1961] 1967), essa possibilidade converte a teoria da programação em uma ferramenta extremamente útil para a

²¹ Para efeitos formais, é possível considerar que a lógica automática é a lei do valor. No entanto, uma especificação mais rigorosa que a relacione com os valores de uso é necessária. Um estudo nessa direção é Bryceson (1983).

economia socialista. É nesse sentido que os termos programação e planificação econômica ficam bastante próximos. As experiências reais de planejamento, tanto em economias socialistas quanto no bloco capitalista foram apenas parcialmente pautadas na diretriz da teoria da programação, pois na prática existem grandes obstáculos para a aplicação completa e detalhada do plano, tanto por causa da falta de dados estatísticos, como pela falta de domínio teórico. O próprio Oskar Lange (1945), em seu comentário sobre o ensino de economia na URSS nos anos 1940, opina que a noção vaga do desvio dos preços em relação aos “valores” tida pelos planejadores soviéticos impede o uso sistemático da técnica de direção sobre os preços de mercado.

Voltando à teoria, no primeiro capítulo de PCC o sistema já está em um estado de auto-reposição, ou seja, $A_a + A_b + \dots + A_k = A$; $B_a + B_b + \dots + B_k = B$; etc. Sraffa aponta que os sistemas que não preenchem esse requisito podem ser levados a tal estado por meio da variação das proporções em que as equações entram no sistema. Os sistemas que são incapazes de atingir o estado de auto-reposição são considerados sistemas econômicos inviáveis e por isso não são considerados na apresentação do modelo em PCC. O estado de auto-reposição, no entanto, não demanda que as matrizes insumo e produto sejam exatamente as mesmas ao longo do tempo. Para verificar isso, basta simular o modelo computacionalmente alterando os dados das matrizes *input* e *output* de tal modo que a condição de auto-reposição se mantenha. Neste caso, estaremos alterando o método de produção, e com isso, os preços.

Por isso, no caso da análise dinâmica do insumo-produto para uma economia de subsistência, a representação das matrizes *input* e *output* ao longo do tempo pode ser feita assim:

$$\begin{bmatrix} A_a & B_a & \dots & K_a \\ A_b & B_b & \dots & K_b \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ A_k & B_k & \dots & K_k \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} A \\ B \\ K \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} A'_a & B'_a & \dots & K'_a \\ A'_b & B'_b & \dots & K'_b \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ A'_k & B'_k & \dots & K'_k \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} A' \\ B' \\ K' \end{bmatrix} \rightarrow \dots$$

Ou resumidamente:

$$q \rightarrow Q \rightarrow q' \rightarrow Q' \rightarrow \dots$$

Onde o sinal (') indica que houve uma alteração na disposição dos valores de uso. Dessa forma, a dupla de matrizes $q \rightarrow Q$ representa a coerência interna 1 e a dupla $q' \rightarrow Q'$, a coerência interna 2, de tal modo que a passagem de uma para outra é delimitada também pelas condições objetivas da matéria. Dentro de que limites é possível fazer essa passagem?

Vamos retomar o exemplo de Sraffa (1960) exposto na seção de apresentação do modelo básico de PCC para mostrar como a teoria da programação é utilizada para efetuar o planejamento econômico. Temos assim, no estado inicial (A), uma sociedade simples que efetua a seguinte reprodução de valores de uso:

$$(A): \begin{bmatrix} 240 & 12 & 18 \\ 90 & 6 & 12 \\ 120 & 3 & 30 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 450 \\ 21 \\ 60 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 240 & 12 & 18 \\ 90 & 6 & 12 \\ 120 & 3 & 30 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 450 \\ 21 \\ 60 \end{bmatrix} \rightarrow \dots$$

Como foi exposto, as relações quantitativas de troca entre os valores de uso que colocam o sistema em reprodução equivale à designação de preços relativos $p_t = 1$, $p_f = 10$ e $p_c = 5$. Esta relação indica a coerência interna deste sistema. De acordo com o princípio de agregação macroeconômica, podemos calcular o produto bruto da economia através da adição $Y = 450 * p_t + 21 * p_f + 60 * p_c = 960$.²² Esse é o valor abstrato referente à riqueza disponível desta sociedade que

²² O modelo não diferencia produto bruto de líquido, pois só há “capital circulante”. Mais adequadamente, deveríamos dizer neste caso, que os meios de produção são repostos imediatamente de período a período, pois o modelo não está restrito ao modo de produção do capital. O modelo é de fato o mais simples possível de se conceber, pois todos os valores de uso são ao mesmo tempo bens finais e intermediários na mesma extensão.

é concretamente composta de 450 arrobas de trigo, 21 toneladas de ferro e 60 porcos.²³

Agora, para sair da análise estática das matrizes, precisamos explicitar os dois elementos que constituem todo problema de programação: a função objetivo e as condições de restrição. Vamos iniciar admitindo que a meta da sociedade é maximizar a riqueza de forma indistinta entre os valores de uso e supor então que a sociedade descobre que existem, além deste método de produção, duas outras possibilidades produtivas que permitem colocar as matrizes insumo-produto em duas outras coerências internas distintas. O problema de programação se torna nesse caso:

$$\begin{aligned} & \text{Max } Y = A * p_t + B * p_f + C * p_c \text{ (função objetivo)} \\ & \text{s. a. métodos de produção disponíveis (A), (B) e (C) (condições de restrição)} \end{aligned}$$

No primeiro caso alternativo aberto, a sociedade alocaria o produto para formar a seguinte matriz input que resultaria na seguinte seqüência (B) de insumo-produto:

$$(B): \begin{bmatrix} 200 & 10 & 12 \\ 130 & 9 & 20 \\ 120 & 2 & 28 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 400 \\ 38 \\ 58 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 200 & 13 & 12 \\ 100 & 14 & 20 \\ 100 & 11 & 26 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 400 \\ 38 \\ 58 \end{bmatrix} \rightarrow \dots$$

No segundo caso, a remodelagem tecnológica levaria ao processo (C):

$$(C): \begin{bmatrix} 220 & 10 & 18 \\ 120 & 9 & 14 \\ 110 & 2 & 28 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 420 \\ 30 \\ 59 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 200 & 14 & 17 \\ 110 & 12 & 14 \\ 110 & 4 & 28 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 420 \\ 30 \\ 59 \end{bmatrix} \rightarrow \dots$$

Nos dois casos, o primeiro par de matrizes insumo-produto representa um elo de ligação entre duas coerências internas distintas. Este elo não é uma situação estável, ou seja, ela não representa uma reprodução circular, embora tenha sido ele que criou a possibilidade de ir para uma coerência interna diferente. Observando este estágio intermediário com cuidado, é possível notar que ele indica de que forma se deu a transformação da matriz output original. No caso (B), 50 arrobas de trigo e 2 porcos foram permanentemente transformados em 17 toneladas ferro. No caso (C), 30 arrobas de trigo e 1 porco foram permanentemente transformados em 9 toneladas de ferro. A interrelação entre essas duas possibilidades é geralmente apresentada pelos manuais de economia pelo conceito de função de produção.²⁴

O segundo par matrizes de insumo-produto, diferentemente, representa a nova coerência interna atingida, ou seja o novo sistema de reprodução “estático”. O processo se repete a partir daí de modo idêntico.²⁵ Podemos então determinar quais são os preços de produção para estes dois novos cenários de reprodução da mesma forma como feito na seção inicial, ou através da equação geral de balanço.

Para o caso (B), os preços de produção são $p_t = 1$, $p_f = 9,489$ e $p_c = 6,387$. Como a composição do produto é 400 arrobas de trigo, 38 toneladas de ferro e 58 porcos, o valor do produto nesta situação é $Y_{(B)} = 400 * p_t + 38 * p_f + 58 * p_c = 1131,022$.²⁶

Para o caso (C), os preços de produção são $p_t = 1$, $p_f = 9,8606$ e $p_c = 4,8207$. Como a composição do produto é 420 arrobas de trigo, 30 toneladas de ferro e 59 porcos, o valor do produto

²³ Poderíamos medir a riqueza total em termos de apenas um valor de uso a partir dos preços de produção. Ela seria de 960 arrobas de trigo, ou de 96 toneladas de ferro, ou ainda de 192 porcos.

²⁴ A denotação seria no caso, F(trigo,porcos)=ferro, em que $F_{(B)}(50,2)=17$ e $F_{(C)}(30,1)=9$.

²⁵ Existem possíveis problemas que surgem com esse exemplo. A passagem da coerência interna inicial para outra coerência interna fez, por exemplo, com que duas matrizes insumo diferentes resultassem na mesma matriz output. Vamos admitir que isso está de acordo com os condicionantes de transformação qualitativa da matéria, ou seja, com nossa “função de produção” que está sendo determinada exogenamente.

²⁶ Ou seja, a riqueza total passa a ser na situação (B) de 1131,022 arrobas de trigo, ou de 119,193 toneladas de ferro, ou de 177,08 porcos.

nesta situação é $Y_{(C)} = 420 * p_t + 30 * p_f + 59 * p_c = 1000,4013$.²⁷

Neste sentido, podemos comparar as situações (A), (B) e (C) e concluir que, para a meta de maximização do produto agregado Y , a alocação dos valores de uso do produto atual deve seguir a disposição conforme a opção (B). Em outras palavras, a meta $Max Y$ é atingida pelo plano econômico (B). Nesse sentido, o planejamento econômico deve ter a função de alocar os valores de uso iniciais na disposição da matriz insumo da opção (B).

5. Programação e Planejamento Econômico

A explicitação da função objetivo e das condições técnicas existentes permite, com base na teoria da programação, determinar qual é a opção que resolve o problema de alocação. No modo de produção do capital puro, a lei do valor determina diretamente a função objetivo, que assume a forma de maximização do lucro da unidade de capital. Mas, quando a alocação do produto segue um plano que foi construído a partir da determinação consciente das metas e dos limites, estamos saindo da operação automática de distribuição e produção e efetuando planejamento econômico. A alocação dos fatores que está subordinada a um objetivo qualquer que não seja a simples maximização da riqueza abstrata é viável com o uso da técnica de programação. Esse processo extrapola a lógica da lei do valor, que é a expressão teórica em Marx para o mecanismo de alocação imposto pelo mercado.

Contudo, e esse é o cuidado especial de Oskar Lange, essa extrapolação não pode ocorrer de forma livre. A passagem de uma coerência interna para outra deve obedecer os condicionantes técnicos de transformação da matéria. Por isso, o pulo de um estado de reprodução circular perpétua para outro é delimitado por estes parâmetros, onde cada estado representaria uma situação tecnológica conhecida.

No modo de produção do capital, esses pulos são feitos pela imposição da lógica de valorização, e por esse motivo, não se fazia necessário o planejamento social para que houvesse a maximização do produto agregado.²⁸ Outra forma de captar esse movimento é reconhecer que o processo de competição capitalista força o desenvolvimento das forças produtivas, que é apenas outra maneira de expressar o aperfeiçoamento dos coeficientes técnicos de produção. O conceito de produtividade é utilizado para medir esse avanço. Na prática, a expansão do sistema não se dá de forma contínua e equilibrada, mas aos trancos, através das crises. De toda maneira, formalmente, a programação pode ser descrita com a função objetivo sendo $Y =$ renda (ou lucro) que depende dos valores de uso produzidos e de seus preços empíricos na hora da realização do valor, onde a meta é “maximizar Y ”. Esse é o problema básico quando o sistema opera sob a lógica do capital e se pretende atingir uma trajetória de crescimento equilibrado. Os modelos de crescimento do tipo *steady state* são ilustrações desse mecanismo que é almejado pelos Estados capitalistas desde o fim do *laissez-faire*. A contrapartida para a valorização do valor sem que haja ruptura da reprodução, é que o sistema de valores de uso deva expandir de forma proporcional. Esse é o principal esforço do Estado capitalista que age como “árbitro” e aglutinador dos capitais individuais.

Desse modo, a maximização da renda agregada se converteria na meta “maximizar a soma dos valores de uso que compõem o produto” de maneira estável. Em outras palavras, seria colocar o sistema no ritmo mais acelerado de crescimento possível sem que as proporções de balanço (equações de restrição) fossem desrespeitadas. Esse é o sentido de construir um equilíbrio dinâmico expansivo, como Amin ([1977] 1981) descreve. Na verdade, desde a generalização das relações

²⁷ O seja, na situação (C) a riqueza total é de 1000,4013 arrobas de trigo, ou de 101,4544 toneladas de ferro, ou de 207,522 porcos. Atenção: a comparação com as outras situações a partir dos valores de uso só pode ser feita diretamente com base no trigo, pois é a única mercadoria que mantém o mesmo preço nas três situações. Sobre o problema do uso do numerário para comparar dois sistemas ver Cockshott e Sinha (2008).

²⁸ A abordagem econômica que se desenvolveu no formato da escola neoclássica trata do processo de planejamento em nível individual. É por isso que confunde a ação humana sobre a natureza com processo econômico tipicamente capitalista. A consequência disso é que a escola neoclássica formaliza a lógica de valorização como sendo a meta do indivíduo, que no caso, se transforma em maximização da utilidade. A análise dinâmica do insumo produto em nível individual no contexto do modo de produção do capital cria o *Homo economicus*.

mercantis, o problema econômico da escassez foi historicamente sempre resolvido pelo capital. É por isso que Keynes (1919) fala que o capitalismo é justificável pela acumulação de riqueza que ele proporciona. De maneira semelhante, Marx indica que a solução para o problema do baixo nível de desenvolvimento das forças produtivas, e, conseqüentemente da insuficiência material, é justamente uma das tarefas históricas do modo de produção do capital.

No entanto, nosso modelo não precisaria ter a meta de maximizar a renda. Se criássemos um problema do tipo em que a sociedade demanda os três valores de uso em questão na proporção dada pela situação (A), então a alocação referente que soluciona o problema de programação seria aquela mesma já praticada. É muito importante fazer essa distinção, porque, em geral, supõe-se que a finalidade única do sistema é a expansão da produção, quando na verdade ela é o meio pelo qual o capital atinge sua meta de valorização.

É por esse motivo, aliás, que há constante confusão entre os usos da técnica de planejamento na sociedade capitalista e socialista. Na sociedade capitalista, a técnica é usada para permitir uma expansão material que empurre constantemente para cima os limites de valorização ao capital (tentando evitar o chamado descolamento). Isso é refletido na ânsia contínua por crescimento econômico, tópico central da macroeconomia. Esse é também o sentido que o planejamento econômico assume no modo de produção do capital e é fácil notar como o Estado capitalista do século XX age para cumprir esse papel que não existia durante o liberalismo clássico. Por outro lado, na sociedade socialista, a técnica é usada para atingir metas que são socialmente determinadas, que podem inclusive ser a de expansão material como ocorre colateralmente na sociedade capitalista. Por essa razão, em nível formal, as economias socialista e capitalista podem ser modeladas pela dinâmica do insumo-produto de forma idêntica quando as metas são as mesmas.²⁹ Por outro lado, como se depreende dos debates ideológicos, estas duas formas de organização social deveriam ter metas diferentes.

Daí se conclui que as técnicas de planejamento e programação podem ser usadas em sistemas econômicos politicamente distintos. Neste sentido, a ferramenta da programação econômica, apesar de ser uma instância neutra, se envolve no embate político porque as imposições de controle crescentes no sistema capitalista fazem com que a lógica automática de alocação imposta pela lei do valor seja cada vez mais substituída por um processo de coordenação amplo entre todos os setores da economia.

A aplicação da teoria da programação no planejamento econômico é vasta, e por isso, um desenvolvimento mais acurado em nível abstrato deve ainda ser feito. Em especial, é importante prosseguir este estudo para um modelo que explicito o excedente para poder então desenvolver adequadamente as categorias normais da Economia Política, como capital, renda, lucro e juros dentro do arcabouço da economia do insumo-produto. Isso permitirá, por exemplo, elucidar o aspecto qualitativo da teoria do valor, que se sublima na questão sobre o motivo pelo qual a teoria do valor trabalho foi erguida justamente durante a consolidação da Economia Política Clássica. Ademais, esta linha de pesquisa pode contribuir para distinguir com maior precisão o substrato teórico econômico em comum entre os casos particulares da economia capitalista e socialista, além claro, de poder ajudar a superar a forte dicotomia entre as análises qualitativas e quantitativas existente nas ciências econômicas. A organização e conexão das contribuições de Piero Sraffa, Wassily Leontief e Oskar Lange são atividades crucias para o cumprimento destas tarefas.

Referências

Amin, S. ([1977] 1981). *La ley del valor y el materialismo histórico*. Mexico: Fondo de Cultura Económica.

²⁹ Sobre o debate do cálculo econômico na economia socialista, que explicitou o arcabouço em comum dos diferentes sistemas econômicos (e que pode ser pensado como a modelagem do insumo-produto), ver a coletânea das contribuições em Boettke (2000). Para o desenvolvimento contemporâneo das técnicas de planejamento desenvolvidas por Oskar Lange, ver Cockshot e Cotrell (1989) e seus trabalhos seguintes. Sobre a metodologia de análise econômica aqui empregada em relação às escolas de pensamento ver Lange (1945-46).

- Bellino, E. (2004). On Sraffa's standard commodity. *Cambridge Journal of Economics*, vol. 28, no. 1, pp. 121-132.
- Bellofiore, R. (2008). Sraffa after Marx: an Open Issue. In: Chiodi, G. e Ditta, L. (Org.) *Sraffa or an Alternative Economics*. New York: Palgrave Macmillan, pp. 68-93.
- Bêrni, Duílio de Ávila (1995). As três dimensões do trabalho social e o modelo de insumo-produto. *Textos de Economia*, vol. 6, no. 1.
- Boettke, P. J. (Org) (2000). *Socialism and the Market: the socialist calculation debate revisited*. London and New York: Routledge.
- Bryceson, Deborah Fahy (1983). Use values, the law of value and the analysis of non-capitalist production. *Capital & Class*, vol. 7, Summer 1983, 29-63.
- CEPAL ([1955] 2000). Introdução à técnica de Planejamento. In: Bielschowsky, R. (Org.) (2000). *Cinquenta Anos de Pensamento na CEPAL*. Rio de Janeiro: Record.
- Clark, D. L. (1984). Planning and the Real Origins of Input-Output Analysis. *Journal of Contemporary Asia*, vol. 14, no. 4, 408-429.
- Cockshott, P. e Cottrell, A. (1989). Labour value and socialist economic calculation. *Economy and Society*, vol. 18, no. 1, 71-99.
- Cockshott, P., Cottrell, A. e Michaelson, G. (1995). Testing Marx: some new results from UK data, *Capital and Class*, 55, pp. 103-129.
- Cockshott, P. e Cottrell, A. (1997). Labour time versus alternative value bases: a research note. *Cambridge Journal of Economics*, 21, pp. 545-549.
- Cockshott, P. e Sinha, A. (2008). Can We Meaningfully Speak of Changes in Price under the Regime of Changes in Techniques? *Review of Political Economy*, vol. 20, no. 3, pp. 393-403.
- Dorfman, R.; Samuelson, P. e Solow, R. (1958). *Linear Programming and Economic Analysis*. McGraw – Hill Kogakusha, LTD.
- Farjoun, E. e Machover, M. (1983). *Laws of Chaos: a probabilistic approach to political economy*. London.
- Feiveson, Alan H.; Kammire, K. E e Cañette, I. ([2001] 2009). *How can I use Stata to solve a system of nonlinear equations?* In: [<http://www.stata.com/support/faqs/lang/nl.html>] acessado 28/06/2011.
- Ferreira, F. W. ([1978] 1997). *Planejamento sim e não*. São Paulo: Paz e Terra.
- Hunt, E. K. (1981). *História do Pensamento Econômico*. Rio de Janeiro: Campus Elsevier.
- Kajewski, L., Ritzman, L. e Malhotra, M. (2009). *Administração de Produção e Operações*. São Paulo: Pearson.
- Kantorovich, Leonid ([1939] 1960). Mathematical Methods of Organizing and Planning Production. *Management Science*. Vol. 6, No. 4, July 1960, pp. 366-422.
- Keynes, J. M. (1919). *As Conseqüências Econômicas da Paz*. Editora Universidade de Brasília, São Paulo, 2002.
- Koopmans, Tjalling ([1942] 1970) Exchange Ratios between Cargoes on Various Routes (Non-Refrigerated Dry Cargoes). Memorandum for the Combined Shipping Adjustment Board. Washington, D.C., 1942. In: *Scientific Papers of Tjalling C. Koopmans*, Springer Verlag, 1970. pp. 77-86.
- Kurz, H. D. e Salvadori, N. (2000). "Classical" Roots of Input-Output Analysis: a Short Account of its Long Prehistory. *Economic Systems Research*, vol. 12, no. 2, Jun. 2000.

- Kurz, H. D. e Salvadori, N. (2005). Representing the Production and Circulation of Commodities in Material Terms: On Sraffa's Objectivism. *Review of Political Economy*, vol. 17, no. 3, 413-441.
- Kurz, H. D. e Salvadori, N. (2006). Input-Output Analysis From a Wider Perspective: a Comparison of the Early Works of Leontief and Sraffa. *Economic Systems Research*, vol. 18, no. 4, 373-390.
- Kurz, H. D. (2011). Who is Going to Kiss Sleeping Beauty? On the 'Classical' Analytical Origins and Perspectives of Input-Output Analysis. *Review of Political Economy*, vol. 23, no. 1, pp. 25-47.
- Lange, O. (1945-46). The Scope and Method of Economics. *The Review of Economic Studies*, vol. 13, no. 1, pp. 19-32.
- Lange, O. (1945). Marxian Economics in the Soviet Union. *The American Economic Review*, vol. 35, no. 1, pp. 127-133.
- Lange, O. (1949). The Practice of Economic Planning and The Optimum Allocation of Resources. *Econometrica*, vol. 17, Supplement: Report of the Washington Meeting, pp. 166-171.
- Lange, O. ([1957] 1986). Algumas Observações Sobre a Análise Insumo-Produto. In: Lange, O. *Ensaio Sobre Planificação Econômica*. São Paulo: Nova Cultural. Original: Some Observations on Input-Output Analysis. *Sankhya, The Indian Journal of Statistics*, vol. 17, no. 4, February 1957.
- Lange, O. ([1959] 1966). *Economía Política I: Problemas Generales*. Mexico: Fondo de Cultura Económica.
- Lange, O. ([1961] 1967). *Introdução à Econometria*. São Paulo e Rio de Janeiro, Editora Fundo de Cultura.
- Lanzer, Edgar Augusto (1982). *Programação Linear: Conceitos e Aplicações*. Rio de Janeiro: IPEA/INPES.
- Leontief, W. ([1928] 2007). A economia como processo circular. *R. Econ. contemp.*, Rio de Janeiro, 11(1), pp. 119-176. Tradução de José Antonio Ortega e Antonio Cláudio Sochaczewski.
- Leontief, W. (1936). Quantitative Input and Output Relations in the Economic System of the United States. *The Review of Economic Statistics*, vol. 18, no. 3, pp. 105-125.
- Leontief, W. ([1951] 1985). A Economia de Insumo-Produto. In: Leontief, W. ([1966] 1985). *A Economia do Insumo-Produto*. São Paulo: Nova Cultural. Publicado em *Scientific American*, October 1951, pp. 15-21, incluindo a tabela de 42 setores para os EUA de 1947.
- Leontief, W. ([1964] 1985). Proposta para Melhorar os Prognósticos Econômicos. In: Leontief, W. ([1966] 1985). *A Economia do Insumo-Produto*. São Paulo: Nova Cultural. Publicado pela primeira vez em *Harvard Business Review*, 1964.
- Leontief, W. ([1966] 1985). *A Economia do Insumo-Produto*. São Paulo: Nova Cultural.
- Mariolis, T. e Soklis, G. (2009). Additive Labour Values and Prices of Production: Evidence from the Supply and Use Tables of the German and Greek Economy. *Working Papers in Input-Output Economics*, WPIOX 09-002. Disponível em: [<http://www.iioa.org/working%20papers/allpapers.htm>]
- Marx, K. ([1857] 1976). Einleitung zu den „Grundrisse der Kritik der politischen Ökonomie“. In *Marx-Engels Gesamtausgabe*, MEGA II, 1.1, Text Teil 1, 1976.
- Marx, K. (1985). *O Capital. Crítica da Economia Política*. Livro 1 [1867], Livro 2 [1885], Livro 3 [1894]. São Paulo: Nova Cultural, Coleção Os Economistas.
- Matus, Carlos (1991). O Plano como Aposta. *São Paulo em Perspectiva*, vol. 5, no. 4, pp. 28-42.
- Neumann, J. v. ([1938] 1945-46). A Model of General Economic Equilibrium. *The Review of Economic Studies*, vol. 13, no. 1, pp. 1-9.

- Ochoa, E. (1989). Value, prices and wage-profit curves in the U.S. economy. *Cambridge Journal of Economics*, 13, pp. 413-429.
- Pasinetti, L. (1977). *Lectures on The Theory of Production*. London: Macmillan
- Petrović, P. (1987). The deviation of production prices from labour values: some methodological and empirical evidence. *Cambridge Journal of Economics*, 11, pp. 197-210.
- Phillips, A. (1955). The Tableau Economique as a Simple Leontief Model. *The Quarterly Journal of Economics*, vol. 69, no. 1, pp. 137-144.
- Possas, Mario Luiz (1983). Preços e distribuição em Sraffa: uma reconsideração. *Pesq. Plan. Econ.*, 13(2), 575-618, ago. 1983.
- Quesnay, F. ([1759] 1996). Quadro Econômico dos Fisiocratas. In: *Os Economistas*. São Paulo: Nova Cultural.
- Roberts, B. B. (2009). Ricardo: Standard Commodity : : Marx: ? . *Review of Political Economy*, vol. 21, no. 4, pp. 589-619.
- Rosseti, J. P. ([1974] 1993). *Política e Programação Econômicas*. São Paulo: Atlas.
- Schefold, B. (1989). *Mr. Sraffa on Joint Production and Other Essays*. London: Unwin Hyman.
- Schefold, B. (2004). *Joint Production: Triumph of Economic over Mathematical Logic?* In: EJHET 2004, Rome. [<http://c-faculty.chuo-u.ac.jp/~aruka/Nonlinear/Sraffa-Lincei-9-8-04.pdf>]
- Shaikh, A. M. (1998). The empirical strength of the labour theory of value. In Bellofiore, R. (Org) *Marxian Economics. A Reappraisal*, vol. 2, Macmillan, London.
- Sraffa, P. (1960). *Produção de Mercadorias por Meio de Mercadorias*. São Paulo: Nova Cultural.
- Steedman, I. e Tomkins, J. (1998). On measuring the deviation of prices from values. *Cambridge Journal of Economics*, 22, pp. 379-385.
- Stone, Richard (1984). Input-Output analysis and economic planning: a survey. *Brazilian Review of Econometrics*, vol. 4, no. 1.
- Teixeira, Joaúdio Rodolpho (1984). Uma perspectiva histórica da economia quantitativa e do papel da sociedade brasileira de econometria – uma visão pessoal. *Brazilian Review of Econometrics*, vol. 4, no. 2.
- Ten Raa, T. (2007). The Extraction of Technical Coefficients from Input and Output Data. *Economic Systems Research*, vol. 19, no. 4.
- Ten Raa, T. (2010). *Input-Output Economics: Theory and Applications*. World Scientific Publishing Co.
- Tolipan, R. (1979). Capital e taxa de juros em Sraffa. *Pesquisa e Planejamento Econômico*, vol. 9, no. 2, pp. 379-410.
- Tsoufidis, L. e Maniatis, T. (2002). Values, prices of production and market prices: some more evidence from the Greek economy. *Cambridge Journal of Economics*, 26 (3), pp. 359-369.
- Tsoufidis, L. e Mariolis, T. (2007). Labour values, prices of production and the effects of income distribution: evidence from the Greek economy. *Economic Systems Research*, 19, pp. 425 – 437.
- Tsoufidis, L. (2008). Price-value deviations: further evidence from input-output data of Japan. *International Review of Applied Economics*, 22, pp. 707-724.
- Zachariah, D. (2006). Labour value and equalisation of profit rates: a multi-country study. *Indian Development Review*, 4, pp. 1-21.