

Identificando Bolhas Especulativas Racionais no IBOVESPA (Pós-Plano Real), a partir de Regimes Markovianos de Conversão

Diógenes Manoel Leiva Martin,
Eduardo Kazuo Kayo,
Herbert Kimura, Wilson Toshiro Nakamura

Universidade Presbiteriana Mackenzie, São Paulo, Brasil

O presente artigo procurou constatar a presença de bolhas especulativas racionais, a partir da identificação de mudança de regime do processo de geração de retornos no mercado brasileiro de ações na BOVESPA, para o período pós Plano Real (julho de 1994 a março de 2004). Para tentar lograr este fim, utilizou-se do modelo de regimes de conversão markovianos, que permite identificar a estrutura não linear dos dados seja em relação à média condicional, seja em relação à variância condicional. Como resultado a dinâmica do processo de geração dos retornos pode ser descrito como função de dois regimes (“bull markets” e “bear markets”). Estes ciclos, porém, puderam ser decompostos em outros ciclos, fases iniciais e finais do ciclo de crescimento (“bull”) e de crescimento (“bear”). Esta decomposição mostrou-se mais coerente com o conceito de bolha especulativa, no qual há uma relação não linear entre o preço das ações e os seus fundamentos.

Palavras-chave: Bolha Especulativa Racional, Regimes Markovianos de Conversão, Não Linearidades, Eficiência de Mercado
Classificação JEL: G14, C39, C52

The present article intend to verify the presence of speculative rational bubbles, starting from the identification of switching regime of the returns generation process in the brazilian market exchange, BOVESPA, for the Plano Real period (July of 1994 to March of 2004). In order to achieve this end, it was used of the model of markovian switching regime that allows to verify the nonlinear structure of the data and it is relation to the conditional mean and conditional variance. As result the dynamics of the data generation process, the returns can be described as function of two regimes (“bull markets” and “bear markets”). These cycles, however, they could be decomposed in other cycles, initial and final phases of the growth cycle (“bull”) and decrease (“bear”). This decomposition was shown more coherent with the concept of speculative bubble, in which there is a nonlinear relationship between the price and their foundations.

* *Email addresses:*

diomartin@mackenzie.com.br (Diógenes Manoel Leiva Martin),
eduardo@kayo.com.br (Eduardo Kazuo Kayo),
hkimura@mackenzie.com.br (Herbert Kimura),
wtanakamura@mackenzie.com.br (Wilson Toshiro Nakamura).

1 Introdução

A pesquisa e o estudo do processo de geração dos retornos de títulos, conforme observou French (1980), tem sido um dos mais populares assuntos em finanças e tem sua origem com a publicação da tese de Bachelier em 1900. A gênese, portanto, da Teoria de Finanças confunde-se com esta preocupação de eficiência de mercado.

Tobin (1984) *apud* Barone (1990) menciona a classificação que estabelece quatro tipos de eficiência: 1) eficiência quanto à **informação**; 2) eficiência quanto ao número de ativos, ou seja, o mercado deve ser **completo**; 3) eficiência quanto à **operação** e; 4) eficiência quanto à **avaliação**, ou seja, os preços de oferta das ações refletem ou deveriam refletir o valor presente dos seus rendimentos futuros (dividendos). Neste sentido, o preço da ação deveria ter um valor intrínseco.

De acordo com Jensen (1978), qualquer estratégia de negócio que produza de forma consistente ganho econômico, já descontado o risco, por um período suficientemente longo, considerando os custos de transação, constitui-se em uma evidência contra eficiência de mercado. Este conceito é suficientemente geral para incorporar a taxonomia de Tobin acima citada. Tradicionalmente a preocupação dos estudiosos quanto à eficiência pode ser traduzida para a hipótese de que o logaritmo natural dos preços das ações comporta-se como uma diferença martingal com respeito a uma filtração. Isto equivale a dizer que o valor esperado do excesso da taxa de retorno é **na média igual a zero**, considerando uma medida de probabilidade que desconta o prêmio pelo risco, dado um conjunto de informações (históricas, públicas ou privadas).

Ocorre que as evidências empíricas, especialmente a partir da década de sessenta, têm sido pródigas em constatar uma série

de fatos estilizados, que deram origem a uma vasta literatura em finanças, tais como: conglomerados de volatilidade, não normalidade dos retornos, assimetria negativa, excesso de curtose, volatilidade estocástica, auto-regressividade dos retornos e da volatilidade, anomalias de mercado relacionadas com a sazonalidade ou com o funcionamento dos mercados, anomalias de mercado relacionadas ao tamanho da empresa e a sua estrutura de capital, processo de reversão para o retorno médio e valores extremos. Paralelamente a estas constatações, construiu-se uma série de teorias especialmente de natureza econômica sobre a característica não linear dos dados, tais como: modismos, manias e pânico e bolhas especulativas racionais.

O **objetivo** do presente artigo é constatar a presença de bolhas racionais, a partir da identificação de mudança de regime do processo de geração de retornos no mercado brasileiro de ações na BOVESPA, para o período pós Plano Real (julho de 1994 a março de 2004). A utilização do modelo de regimes de conversão markovianos permite identificar a estrutura não linear dos dados seja em relação à média condicional, seja em relação à variância condicional. Como resultado a dinâmica do processo de geração poderá ser função de ciclos de crescimento persistente (“bull markets”) e de não crescimento (“bear markets”). Estes ciclos, porém, poderão ser decompostos em outros ciclos, como por exemplo, fases iniciais e finais do ciclo de crescimento e decrescimento.

2 Revisão Bibliográfica

2.1 *Bolha especulativa racional*

A constatação empírica mais direta é aquela que considera como sendo bolha uma alta persistente dos preços de um ativo por um tempo suficientemente longo (“rally”), seguido por colapso dos mesmos (“crash”). O conceito de bolha pode ter muitos significados. Considerando os argumentos de não arbitragem e de equilíbrio, o valor presente de um ativo deverá ser igual ao valor esperado do fluxo de benefícios líquidos que este ativo gera para os seus detentores. Entretanto, por exemplo, no caso de uma ação, o valor observado do preço pode ser maior que o valor presente de seus dividendos. Por algum motivo a demanda excede a oferta daquele bem, provocando o aumento do seu preço, por um determinado período de tempo, supondo a inexistência de um fenômeno monetário (inflação ou hiperinflação). A gênese e a natureza deste processo que gera o movimento dos preços é que irá caracterizar os diferentes tipos de bolha. Neste trabalho, será examinada a bolha especulativa racional, a partir da constatação da mudança de regime.

O modelo original de bolha especulativa racional surge com Blanchard (1979) e Blanchard e Watson (1982). De acordo com este modelo a bolha surge quando o preço de um ativo é função crescente e positiva da variação esperada do preço futuro. O pressuposto é que os agentes econômicos, sob a condição de formar as suas expectativas de preço de forma racional, não cometem erros de forma sistemática, e, portanto, a relação positiva entre preço atual e sua variação futura esperada implica em relação igualmente positiva entre o seu preço atual e sua variação observada. Assim, as expectativas dos agentes se “auto-realizam”, fazendo com que a variação dos preços dirija o atual preço no sentido de

sua expectativa, independentemente de seus fundamentos. Vale dizer que, por um determinado período de tempo, os agentes econômicos agem em função deste raciocínio ou crença e isto faz com que os preços subam, não importando a trajetória dos dividendos. Os agentes têm ciência sobre a possibilidade de ruptura da bolha, porém o retorno esperado justifica assumir tal risco. O que se observa, porém, é que esse desvio entre o preço observado e o seu valor intrínscico pode ser tão demasiado, de tal maneira que poder-se-ia falar em especulação. Daí porque se denominar este fenômeno de bolha especulativa racional.

Os modelos de tomada de decisão irracionais como os de Tversky e Kahneman (1981) podem explicar a natureza especulativa dos mercados. Entretanto, no modelo de bolha especulativa a racionalidade dos agentes é preservada e existe a figura de um investidor representativo. O conceito mais geral de bolha engloba o de modismos de Summers (1986), os de manias e pânico de Kindleberger (1989), o de bolha especulativa de Blanchard e Watson (1982) e o de bolha especulativa aleatória de Weil (1987). No modelo de Summers (1986) existem dois tipos de agentes representativos: os agentes que demandam o ativo em função do retorno futuro esperado e os que demandam o ativo em função dos retornos passados. Estes últimos agregam ruído ao mercado, podendo agir em função de regras de negociação “irracionais”, reagindo excessivamente às últimas notícias, com assimetria de informações ou custo elevado de obtê-las e agindo em função do comportamento estimado dos demais. No modelo de Kindleberger (1989) o colapso torna-se mais provável, quanto mais distante está o preço observado e o valor intrínscico do ativo, enfatizando-se, pois, o seu caráter especulativo. O modelo de Blanchard e Watson (1982) pressupõe o caráter determinístico da bolha e o de Weil (1987) o seu caráter aleatório. Em ambos existe a figura do agente representativo racional que admite a possibilidade de venda a preço maior, independente da trajetória

dos fundamentos de valor do ativo. **Entretanto, como demonstraram Van Van-Norden e Schaller (1996) todos estes modelos conduzem a mudança de regime.** As bolhas sobrevivem e entram em colapso e, portanto, a geração de retornos está associada à presença ou colapso das bolhas. Além disso, a probabilidade de colapso da bolha depende de seu tamanho, ou seja, quanto maior o tamanho da bolha, tanto maior a probabilidade de colapso. Assim sendo, a dinâmica das bolhas naturalmente gera a mudança de regime.

Entretanto, merece destaque a seguinte observação: a mudança de regime pode ser uma evidência da presença de bolhas. O comportamento dos preços das ações, no caso do modelo de bolha especulativa, relaciona-se com o fluxo esperado de dividendos. No modelo dos fundamentos de Van-Norden e Schaller (1996), o preço das ações relaciona-se com os fundamentos macroeconômicos. Assim sendo, a mudança de regime pode ocorrer em função da mudança dos fundamentos macroeconômicos ou não. Neste último caso, a existência de um regime ocorre independentemente da presença de fundamentos que o justifiquem, seja porque os preços estão sendo influenciados por notícias que não impactam os fundamentos, seja porque os preços estão relacionados de forma não linear com seus fundamentos. Outro destaque é que a relação entre os fundamentos macroeconômicos e a expectativa de dividendos não necessariamente está sincronizada. Como evidência observa-se que as quedas das cotações das bolsas não necessariamente ocorrem quando há mudança drástica nos fundamentos macroeconômicos. A revisão do fluxo de dividendos considera uma perspectiva de mais longo prazo, enquanto que os fundamentos macroeconômicos consideram as políticas de governo em um prazo mais curto.

Inicialmente os testes para constatação de bolhas procuravam detectar bolhas de qualquer tipo, sem especificar a sua natureza,

tendo, portanto, um caráter mais geral. Pode-se citar, entre outros, os seguintes: Leroy e Porter (1981), Shiller (1981), Mankiw et alii (1985), Matthey e Meese (1986) e West (1987). Basicamente estes testes centravam-se em determinar limites para a variância, considerando os preços observados dos ativos e o valor presente de seus dividendos.

Posteriormente outros autores passaram a identificar bolhas, considerando a sua especificidade, tendo, portanto, um caráter mais particular. Pode-se citar, entre outros, os seguintes. Turner et alii (1989) examinaram o modelo no qual a variância do excesso de retorno é função do estado do regime, com dados mensais, no período de 1946 a 1987, com o índice S&P500. Os seus resultados evidenciaram que a média dos retornos era inversamente proporcional ao nível de risco de cada estado, indicando que os agentes eram surpreendidos pelos momentos de alta volatilidade.

Van-Norden e Schaller (1993) analisaram a previsibilidade da mudança de regime do mercado de ações da Bolsa de Toronto no período de 1956 a 1989. Seus resultados confirmaram as evidências de que as explosões de crescimento que antecedem os colapsos resultam do desvio dos fundamentos, como sugerido pelo modelo de bolhas. Mcqueen e Thorley (1994) encontraram evidências de que probabilidade de mudança do regime de alta seguida e persistente dos preços das ações da Bolsa de Nova York, no período de 1927 a 1991, com periodicidade mensal, decresce em função do prazo de duração desta fase (função “hazard” negativa).

Van-Norden e Schaller (1996) utilizando-se de dados mensais para o mercado norte-americano, no período de 1926 a 1989, de preço e de dividendos não encontraram evidências de que a previsibilidade dos retornos obedecesse a uma relação não linear. Adicionalmente, as evidências confirmam que quanto maior a valorização do preço das ações no período de crescimento, maior

é a probabilidade de colapso e que existe uma diferença significativa entre os retornos nos dois regimes (“rally” e “crash”). Van-Norden e Schaller (1997) comprovaram que tanto o modelo de modismo, quanto o modelo de bolhas implicam em mudança de regime, utilizando-se de dados mensais para o mercado de ações norte-americano, no período de 1926 a 1989.

Maheu e McCurdy (2000) encontraram evidências de não linearidade dos retornos mensais das ações da Bolsa de Nova York, no período de 1834 a 1995. Os autores identificaram o período de maior retorno como sendo os períodos de crescimento (“Bull”) e o período de menor retorno como sendo o período de decréscimo (“bear”). Ao período de maior crescimento correspondeu a menor volatilidade condicional e ao período de menor crescimento correspondeu a maior volatilidade condicional.

Coe (2002) utilizou-se do regime de conversão markoviano para estudar as crises financeiras e em especial a grande depressão de 1929. As evidências sugerem que a crise não começa com o colapso da bolsa, mas com a crise bancária que a sucedeu e que mudança em marcos regulatórios foram responsáveis pela mudança de regime.

Brooks e Karasaris (2003) consideraram o regime de conversão markoviano com três fases da bolha: um estado dormente, outro de crescimento explosivo e por fim o seu colapso. Examinaram o período de 1888 a 2001 com dados mensais e constataram o volume anormal é uma variável de previsão significativa para o colapso das bolhas.

No Brasil, Laurini e Portugal (2002) utilizaram-se do regime de conversão markoviano para validar a hipótese de eficiência de mercado com relação à taxa de câmbio nominal (R\$/US\$). Examinaram o período pós-Plano Real até janeiro de 2002, com dados diários e validaram a hipótese de eficiência. Entretanto,

o modelo conseguiu identificar períodos em que se obteve ganhos anormais. Terra e Valadares (2003) também se utilizaram do modelo de mudança markoviano para caracterizar o alinhamento ou não da taxa real de câmbio em uma amostra de 85 países. Para alguns países constataram a existência de dois regimes (tranqüilidade e crise) e para aqueles que apresentaram menor taxa de valorização a persistência foi maior. Valls-Pereira et alii (2004) aplicaram o regime de conversão markoviano ao modelo de volatilidade estocástica, a fim de analisar o grau de persistência e a dinâmica do processo da volatilidade para índices (S&P500 e FTSE100) do mercado americano em bases diárias e semanais. A desconsideração da presença de regimes governando a volatilidade implicou no aumento da sua persistência.

2.1.1 *Modelo geral de bolha especulativa racional*

O modelo de bolha abaixo exposto segue o padrão descrito em McQueen e Thorley (1994). Em mercados eficientes o valor esperado do retorno futuro deverá ser igual ao seu valor observado. Isto implica que, em um modelo de dois períodos, o retorno observado deverá ser igual ao valor presente do dividendo e da variação de preços no período. Considerando um horizonte de tempo infinito, respeitando a condição de transversalidade, o preço fundamental do ativo (p^*) deverá ser o valor presente do fluxo de caixa gerado pelo mesmo, representado pelo fluxo de dividendos. Assim valor fundamental do ativo também é solução para a primeira equação.

$$E_t [R_{t+1} - r|\Omega_t] = 0 \quad (1)$$

$$R_{t+1} = [p_{t+1} - p_t + d_{t+1}] / p_t \quad (2)$$

$$p_t = E_t [p_{t+1} + d_{t+1}] / (1 + r_{t+1}) \quad (3)$$

$$p^* = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{E_t [d_{t+i}]}{\prod_{j=1}^i (1 + r_{t+j})} \quad (4)$$

Ocorre que o preço, por construção do modelo, pode se desviar do seu valor fundamental pelo tamanho do bolha especulativa racional e este novo preço com bolha (p_t) também satisfaz a equação do seu valor fundamental, se a natureza da bolha respeitar as condições de arbitragem. O valor esperado da bolha deverá ser igual ao retorno esperado. Assim, tanto os preços com bolha ou sem bolha oferecem uma taxa de retorno esperada ajustada pelo risco que ela oferece.

$$p_t = p^* + b_t \quad (5)$$

e

$$E_t [b_{t+1}] = (1 + r_{t+1}) b_t \quad (6)$$

Entretanto, o valor da bolha não pode crescer indefinidamente. Assim neste modelo supõe-se que a bolha poder ser reduzida ou eliminada com uma probabilidade $1 - \pi$, se ocorrer o regime com colapso ou remunerar o investidor por um valor que compense o risco assumido por ele com uma probabilidade π , se ocorrer o regime de sobrevivência da bolha. Se $a_0 = 0$, este modelo se reduz ao de Blanchard e Watson (1982).

$$b_{t+1} = \frac{(1 + r_{t+1})b_t}{\pi} - \frac{1 - \pi}{\pi} a_0 \text{ com probabilidade } \pi, \quad (7)$$

se ocorrer o regime “bull”

$$= a_0 \text{ com probabilidade } 1 - \pi,$$

se ocorrer o regime “bear”

A variação inesperada dos preços (ε_t) possuirá duas fontes de incerteza: a variação inesperada do preço fundamental (δ_{t+1}) e a variação inesperada da bolha especulativa racional (η_{t+1}). Para eliminar a possibilidade de arbitragem a variação média inesperada (inovação) deverá ser igual à zero. Todavia, a inovação poderá ser assimétrica positiva no caso de crescimento dos preços ou negativa no caso de colapso da bolha, gerando um processo de autocorrelação dos retornos. O excesso de curtose poderá ser gerado pela mistura das distribuições de probabilidades oriundas dos dois regimes. As observações responsáveis por uma menor variância, quando comparadas com a variância do total das observações irá produzir mais curtose e as observações responsáveis por uma maior variância, quando comparadas com a variância do total irá produzir caudas mais grossas da distribuição.

$$\delta_{t+1} = p_{t+1}^* + d_{t+1} - (1 + r_{t+1}) p_t^* \quad (8)$$

$$\eta_{t+1} = b_{t+1} - (1 + r_{t+1}) .b_t \quad (9)$$

$$\varepsilon_{t+1} = \delta_{t+1} + \eta_{t+1} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_{t+1} &= \delta_{t+1} + \frac{1 - \pi}{\pi} [(1 + r_{t+1}) .b_t - a_0] \text{ com probabilidade } \pi \\ &= \delta_{t+1} + [(1 + r_{t+1}) .b_t + a_0] \text{ com probabilidade } 1 - \pi \end{aligned} \quad (11)$$

Como corolário do modelo de bolha especulativa tem-se a mudança de regime. Contudo a mudança de regime não só pode decorrer da presença de bolha especulativa, como também pode decorrer da mudança de fundamentos, especialmente os macroeconômicos (taxa de juros, taxa de câmbio, taxa de inflação, nível de salários). Assim a evidência de bolha, a partir da mudança de regime, admite-se neste trabalho, obedece a um regime de conversão markoviano.

2.2 Regimes de conversão markovianos

Examinando-se a trajetória do IBOVESPA no período de estudo, observa-se grandes flutuações. O que se pressupõe neste estudo é que a natureza destas flutuações deriva da existência de bolhas especulativas racionais, que implicam em mudança de regime. A percepção dos agentes é de que existem momentos mais ou menos arriscados para se investir nas bolsas de valores.

Ryden et alii (1998) provaram que uma série de fatos estilizados deriva de um modelo de regimes de conversão markovianos. Assim, a presença destes fatos estilizados implica em evidências de bolha, na qual as diversas fases da mesma obedecem cada uma a diferentes regimes.

O conceito de não linearidade refere-se à mudança de regime ou estados, ou seja, certas propriedades da série de tempo, tais como a média, a variância e a função de autocovariância são marcadamente diferentes em razão dos distintos regimes. Cada um dos regimes gera uma série de observações que pode ser descrita por um processo linear. Entretanto, a combinação ou somatória destes processos gera uma dinâmica não linear. O processo de transição de um estado para outro obedece a um processo de Markov. Neste estudo, adota-se o modelo de Hamilton (1989), brevemente descrito a seguir.

Seja um processo de geração de dados (retornos), que obedece a seguinte equação:

$$R_t = \mu(S_t) + \sum_{i=1}^p \phi_i [R_{t-i} - \mu(S_{t-i})] + \sigma(S_t)v_t$$

se $S_t = \text{estado } j \in (1 \dots M)$, onde

(12)

$R_t = 1n(P_t/P_{t-1})$; é o número de defasagens ou ordem do processo de regressão; $\mu(S_t)$ é a média condicional, dada a história do processo $\Omega_{t-1} = (S_{t-1}, S_{t-2}, \dots, S_1, S_0, S_{-\tau+1})$ e τ =tempo de permanência em cada regime, v_t é a inovação normal padrão ($v_t \sim NID(0, 1)$) que independe de S_t e R_t .

Para cada observação de retorno o seu valor esperado, em um dado instante, dados a história do processo (Ω_t) e o regime (S_t), assume o seguinte valor:

$$E [R_t | \Omega_{t-1}, S_t] = \mu(S_t) + \sum_{i=1}^p \phi_i [R_{t-i} - \mu(S_{t-i})] \quad (13)$$

A diferença entre o valor observado e o seu valor esperado é uma diferença martingal que obedece a uma distribuição normal padrão com média igual a zero e cuja matriz de variância e covariância Σ depende do regime S_t .

$$\mu_t = R_t - E [R_t | \Omega_{t-1}, S_t] \sim NID \left(0, \sum S_t \right) \quad (14)$$

Entretanto, o processo de geração acima dos retornos é insuficiente para se entender a dinâmica do processo, uma vez que a mudança de regimes, por construção do modelo, obedece a um processo de Markov. Este processo é caracterizado por uma cadeia de Markov que assume estados discretos (por exemplo, “bull” ou “bear markets”), como se segue:

$$P = \begin{pmatrix} p_{11} & 1 - p_{22} \\ 1 - p_{11} & p_{22} \end{pmatrix}$$

onde p_{ij} é a probabilidade de ir para o estado j , dado que se está no estado i .

A função densidade de probabilidade condicional ao regime S_t e a história do processo Ω_{t-1} obedece a uma distribuição normal,

dada por:

$$f(R_t|S_t = j, \Omega_{t-1}, \theta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \exp \left\{ \frac{-(R_t - \phi_j' x_t)^2}{2\sigma^2} \right\} \quad (15)$$

onde $\mathbf{x}_t = (1, R_{t-1}, \dots, R_{t-p})'$ e $\phi_j = (\phi_{0,j}, \phi_{1,j}, \dots, \phi_{p,j})'$, $j = 1$ ou 2 e $\theta = (\mu(S_t = 1), \mu(S_t = 2), p_{11}, p_{22}, \sigma^2)$.

Os parâmetros do vetor θ são estimados com base nas informações contidas em Ω_{t-1} . A função de máxima verossimilhança para a t -ésima observação é dada por:

$$\begin{aligned} L(\theta) &= 1n[f(R_t|\Omega_{t-1}, \theta)] = 1n[f(R_t|S_t = 1, \Omega_{t-1}, \theta) \\ &\quad + f(R_t|S_t = 2, \Omega_{t-1}, \theta)] \quad (16) \\ &= 1n\left[\sum_{j=1}^2 f(R_t|S_t = j, \Omega_{t-1}, \theta) \cdot P(S_t = j|\Omega_{t-1}, \theta)\right] \end{aligned}$$

As estimativas de θ são obtidas, maximizando-se a função acima de máxima-verossimilhança, utilizando-se o algoritmo EM de Dempster et alii (1977).

Para o processo de maximização acima, a probabilidade condicional de se estar no regime $S_t = j$, dado a história do processo Ω , $P(S_t = j|\Omega, \theta)$ enseja três tipos diferentes de inferência, a saber: a) a probabilidade que considera as observações até $t - 1$ ("forecast"), dada por $P(S_t = j|\Omega_{t-1}, \theta)$; b) a probabilidade que considera as observações até t ("filtering"), dada por $P(S_t = j|\Omega_t, \theta)$ e; c) a probabilidade que considera todas as informações da amostra até T ("smoothed"), dada por: $P(S_t = j|\Omega_T, \theta)$.

As estimativas por máxima-verossimilhança obtidas são:

$$\hat{p}_{ij} = \frac{\sum_{t=2}^T P(S_t = j, S_t = i | \Omega_T; \hat{\theta})}{\sum_{t=2}^T P(S_{t-1} = i | \Omega_T; \hat{\theta})} \quad (17)$$

ou seja, a probabilidade de transição é o número de estados i seguidos pelo estado j dividido pelo número de vezes que ocorreu o estado i ;

$$\hat{\sigma}^2 = n^{-1} \sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^M (y_t - \phi'_j x_t)^2 \cdot P(S_t = j | \Omega_T; \hat{\theta}) \quad (18)$$

ϕ'_j é o vetor dos coeficientes das variáveis explicativas e \mathbf{x}_t é vetor das variáveis explicativas representada pelos valores defasados da variável y e $\hat{\sigma}^2$ é a somatória dos resíduos das T regressões mínimas quadradas ponderadas, multiplicado por n^{-1} ;

$$\hat{\sigma}_{ij} = \frac{\sum_{t=1}^T x_t(j) \cdot y_t(j)}{\sum_{t=1}^T x_t(j) \cdot x'_t(j)} \quad (19)$$

$$y_t(j) = y_t \sqrt{P(S_t = j | \Omega_T; \hat{\theta})}$$

$$x_t(j) = x_t \sqrt{P(S_t = j | \Omega_T; \hat{\theta})}$$

$\hat{\phi}'_j$'s são obtidos por mínimos quadrados ordinários da regressão de y_t contra seus valores defasados. O capítulo 22 de Hamilton (1994) descreve com detalhes todo o procedimento acima.

3 Testes Empíricos

3.1 Estimação

Segundo Krolzig (1998), a determinação do número de regimes, baseada em alguma estatística para teste, fica impossibilitada pela inexistência de uma distribuição assintótica padrão. Isto ocorre, especialmente quanto à razão de verossimilhança (LR), em função da presença dos parâmetros adicionais (“nuisance parameters”) necessários à estimação. Assim a escolha inicial do número de regimes foi feita, a partir do referencial teórico do modelo de bolhas especulativas, que varia de 2 a 3 regimes. Os resultados da estimação para o modelo de 3 regimes foram omitidos, em razão do nível de significância da maioria dos parâmetros.

Para a estimação do modelo, adotou-se o procedimento sugerido por Granger (1992) *apud* Franses e Van-Dijk (2002), que parte do modelo específico para o geral, 1) observando-se o grau de autoregressividade do modelo linear correspondente, 2) testando-se a hipótese nula de linearidade com relação ao modelo alternativo, 3) estimando-se o modelo alternativo e 4) procedendo-se finalmente ao teste de diagnóstico.

Os dados referem-se aos retornos mensais não deflacionados do IBOVESPA, no período de julho de 1994 a março de 2004. Para a estimação do modelo, utilizou-se software MSVAR de Hans-Martin Krolzig. Consideraram-se duas situações: 1) a média condicional variável, supondo-se variância condicional igual e constante em cada regime, modelos restritos MSM(M)-AR(p) e 2) a média e a variância condicional variáveis em cada regime, modelos não restritos MSMH(M)-AR(p), conforme equações abaixo:

$$R_t = \mu(S_t) + \sum_{i=1}^3 \phi_i [R_{t-i} - \mu(S_{t-i})] + \sigma(S_t)v_t$$

se $S_t = \text{estado } j \in (1 \text{ ou } 2)MSM(2)AR(3)$

$$R_t = \mu(S_t) + \sum_{i=1}^4 \phi_i [R_{t-i} - \mu(S_{t-i})] + \sigma(S_t)v_t$$

se $S_t = \text{estado } j \in (1 \text{ ou } 2)MSM(2)AR(4)$

$$R_t = \mu(S_t) + \sum_{i=1}^3 \phi_i [R_{t-i} - \mu(S_{t-i})] + \sigma(S_t)v_t$$

se $S_t = \text{estado } j \in (1, 2, 3, 4)MSM(4)AR(3)$

$$R_t = \mu(S_t) + \sum_{i=1}^4 \phi_i [R_{t-i} - \mu(S_{t-i})] + \sigma(S_t)v_t$$

se $S_t = \text{estado } j \in (1, 2, 3, 4)MSM(4)AR(4)$

$$R_t = \mu(S_t) + \sum_{i=1}^3 \phi_i [R_{t-i} - \mu(S_{t-i})] + \sigma(S_t)v_t$$

se $S_t = \text{estado } j \in (1 \text{ ou } 2)MSMH(2)AR(3)$

$$R_t = \mu(S_t) + \sum_{i=1}^4 \phi_i [R_{t-i} - \mu(S_{t-i})] + \sigma(S_t)v_t$$

se $S_t = \text{estado } j \in (1 \text{ ou } 2)MSMH(2)AR(4)$

$$R_t = \mu(S_t) + \sum_{i=1}^3 \phi_i [R_{t-i} - \mu(S_{t-i})] + \sigma(S_t)v_t$$

se $S_t = \text{estado } j \in (1, 2, 3, 4)MSMH(4)AR(3)$

$$R_t = \mu(S_t) + \sum_{i=1}^4 \phi_i [R_{t-i} - \mu(S_{t-i})] + \sigma(S_t)v_t$$

se $S_t = \text{estado } j \in (1, 2, 3, 4)MSMH(4)AR(4)$

Tabela 1
 Estimativas dos modelos MSM(M)-Ar(p)-Situação 1

	MSM(2)Ar(3) (8,1,2)	MSM(2)Ar(4) (9,1,2)	MSM(4)Ar(3) (20,3,12)	MSM(4)Ar(4) (21,3,12)
Média μ_1 1 (fase 1)	-0.0744*	-0.0837*	-0.1661*	-0.1456*
Média μ_2 2 (fase 2)	+0.0511*	+0.0532*	-0.0293	-0.0373*
Média μ_3 3 (fase 3)			+0.0337*	+0.0351*
Média μ_4 4 (fase 4)			+0.0934*	+0.0925*
σ	0.088712	0.085184	0.065437	0.061682
Prob Trans. 11	69.73	66.32	32.08	38.14
Prob Trans. 22	12.85	33.18	67.06	63.15
Prob Trans. 33			83.92	84.21
Prob Trans. 44			70.66	72.94
Prob. Não Cond. R1	29.80	28.99	10.68	11.80
Prob. Não Cond. R2	70.20	71.01	22.03	19.81
Prob. Não Cond. R3			45.12	46.23
Prob. Não Cond. R4			22.17	22.16
Duração do R1	3.30	2.97	1.47	1.62
Duração do R2	7.78	7.27	3.04	2.71
Duração do R3			6.22	6.33
Duração do R4			3.41	3.70
Obs. R1	34.6	33.3	11.90	13.20
Obs. R2	79.4	79.7	25.20	22.60
Obs. R3			50.70	51.40
Obs. R4			26.20	25.80
LR _{msw} teste	5.8736	5.7830	24.0539	24.6918
P-valor	(0.0154)	(0.0162)	(0.0000)	(0.0000)
	(0.1179)+	(0.1227)+	(0.0006)+	(0.0004)+

Obs: * os parâmetros são significantes a 5%.

*** (p,r,n) onde p=n^o de parâmetros; r=n^o de restrições e n=n^o de parâmetros “nuisance”.

+ procedimento de Davies *apud* Krolzig (1998).

Fonte: os autores.

Na primeira situação, rejeita-se a hipótese nula de relação linear entre as variáveis (LR_{msw} teste $\sim \chi^2$, tabela 1.). A estatística teste $LR_{msw} = L_{msw} - L_{ar}$ não possui uma distribuição padrão e seus valores críticos são obtidos por simulação, segundo Hansen (1992) e Garcia (1998). Há evidência fraca, no caso de dois regimes, gerando a média condicional e há evidência forte, no caso quatro regimes, gerando a média condicional. No caso de dois regimes, constata-se que no primeiro regime a média é negativa e que no segundo regime a média é positiva. Assim sendo, pode-se identificar o primeiro regime como um período de decréscimo e identificar o segundo regime como de crescimento. No caso de quatro regimes constata-se duas fases com retornos médios negativo e/ou zero (fases 1 e 2) e duas fases com retorno médio positivo (fases 3 e 4). Observa-se ainda um regime com média fortemente negativa e outro com média fortemente positiva, porém menor em módulo.

Observando as probabilidades não condicionais e a duração, verifica-se que, no caso de quatro regimes, a persistência é maior na fase 3 (por exemplo, no modelo $MSM(4)Ar(4)$, $p_3 = 46.23\%$ e duração média de 6,33 meses). A soma da duração das fases compõe o ciclo. O ciclo total durou em média cerca de 14 meses. No caso de dois regimes, a fase de crescimento dos preços é mais persistente (por exemplo, no modelo $MSM(2)Ar(4)$, $p_2 = 71.01\%$ e duração média de 7.27 meses). Neste caso o ciclo total durou cerca de 11 meses.

Tabela 2
Estimativas dos modelos MSMH(M)-Ar(p)-Situação 2

	MSMH(2)Ar(3) (9,2,2)	MSMH(2)Ar(4) (10,2,2)	MSMH(4)Ar(3) (23,6,12)	MSMH(4)Ar(4) (24,6,12)
Média μ_1 1 (fase 1)	-0.0253	-0.0379	-0.1785*	-0.2728*
Média μ_2 2 (fase 2)	+0.0528*	+0.0571*	-0.0005	+0.0028*
Média μ_3 3 (fase 3)			+0.0478*	+0.0557*
Média μ_4 4 (fase 4)			+0.1316*	+0.1081*
σ_1	0.128480	0.127420	0.161100	0.150430
σ_2	0.064989	0.064301	0.092489	0.098499
σ_3			0.045528	0.043415
σ_4			0.052475	0.048820
Prob Trans. 11	85.38	73.50	~ 0	~ 0
Prob Trans. 22	85.70	77.84	93.99	94.56
Prob Trans. 33			95.47	94.40
Prob Trans. 44			~ 0	49.00
Prob. Não Cond. R1	49.44	45.54	7.74	4.72
Prob. Não Cond. R2	50.56	54.46	37.23	51.86
Prob. Não Cond. R3			47.34	34.14
Prob. Não Cond. R4			7.69	9.29
Duração do R1	6.84	3.77	1.00	1.00
Duração do R2	6.99	4.51	16.63	18.39
Duração do R3			22.09	17.86
Duração do R4			1.00	1.96
Obs. R1	58	51.8	9.3	4.9
Obs. R2	56	61.2	57.3	68.8
Obs. R3			38.1	29.4
Obs. R4			9.2	9.9
LR _{msw} teste	15.6338	14.1172	42.8925	35.8845
P-valor	(0.0004)	(0.0009)	(0.0000)	(0.0000)
	(0.0130)+	(0.0067)+	(0.0000)+	(0.0001)+

Obs: * os parâmetros são significantes a 5%.

*** (p,r,n) onde p=n^o de parâmetros; r=n^o de restrições e n=n^o de parâmetros "nuisance".

+ procedimento de Davies *apud* Krolzig (1998).

Fonte: os autores.

Na segunda situação, rejeita-se a hipótese nula de relação linear entre as variáveis (LR_{msw} teste $\sim \chi^2$, tabela 2.). Em todos os modelos há evidências a favor da existência de dois e quatro regimes, gerando a média e a variância condicionais. No caso de dois regimes, constata-se que no primeiro regime a média não é significativamente diferente de zero e que no segundo regime a média é positiva. Entretanto, a variância do regime de média zero é o dobro do regime de média positiva. Assim sendo, pode-se identificar o primeiro regime como um período de decrescimento ou não crescimento e identificar o segundo regime como de crescimento, sendo o risco do primeiro bem maior que o do segundo regime.

A seqüência das fases é, no caso de quatro regimes com variâncias condicionais diferentes, é menos evidente do que no modelo restrito. A fase mais aguda da crise (fase 1) pode-se alternar com a fase de maior crescimento (fase 4). Isto pode gerar um efeito surpresa aos agentes de mercado. A fase mais aguda (fase 1) pode também se seguir à fase 2. Observando as probabilidades não condicionais e a duração, verifica-se que, no caso de quatro regimes, a persistência é maior na fase 2, somente no modelo MSMH(4)Ar(4), com $p_2 = 51.86\%$ e duração média de 18.39 meses. No caso de dois regimes, a persistência é maior na fase 2, no modelo MSMH(2)Ar(4), com $p_2 = 54.46\%$ e duração média de 4.51 meses. Neste caso o ciclo total durou cerca de 14 meses e 8 meses, supondo auto-regressividade de ordem 3 e 4 respectivamente.

3.2 *Teste de diagnóstico*

Com relação ao número de regimes, a especificação dos modelos com quatro mostrou-se mais apropriada em relação à de dois regimes, de acordo com os critérios de informação (tabela 3.). A

especificação dos modelos de quatro regimes, sem restrição com relação à igualdade de variância, mostrou-se a mais apropriada, de acordo com o teste de razão de verossimilhança (tabela 4.), exceto com relação ao modelo MSM(4)Ar(4).

Tabela 3

Teste de Diagnóstico dos Modelos

Critérios	MSM(2)Ar(3)	MSM(2)Ar(4)	MSM(4)Ar(3)	MSM(4)Ar(4)
AIC	-1.4644	-1.4649	-1.4134	-1.4199
HQ	-1.3865	-1.3768	-1.2186	-1.2142
SC	-1.2724	-1.2477	-0.9334	-0.9130
LogLik.	91.4736	91.7683	100.5637	101.2227
	MSMH(2)Ar(3)	MSMH(2)Ar(4)	MSMH(4)Ar(3)	MSMH(4)Ar(4)
AIC	-1.5325	-1.5210	-1.5260	-1.4658
HQ	-1.4449	-1.4230	-1.3020	-1.2308
SC	-1.3165	-1.2796	-0.9740	-0.8866
LogLik.	96.3536	95.9354	109.9830	106.8190

Fonte: os autores

A seleção de modelos, segundo Krolzig (1997), a partir dos testes estatísticos, demanda ainda uma série de aperfeiçoamentos, em função da não linearidade do modelo. Neste sentido, os testes para normalidade dos erros devem considerar a natureza não linear dos dados e os testes para autocorrelação dos resíduos mostram-se apenas descritivos.

Segundo Granger e Teräsvirta (1993) *apud* Clements e Krolzig (1998), o bom desempenho dos modelos não lineares “dentro da amostra”, só poderiam ser obtidos “fora da amostra” se o padrão de não linearidade fosse o mesmo. Além disto, o de ponto de partida para a previsão é fundamental para se obter um bom resultado. **Assim sendo, os modelos não lineares não ensinam boas previsões “fora da amostra”, considerando um dado regime, porém ensinam boas previsões quanto à mudança de regime.** Diebold e Nasson *apud* Clements e

Tabela 4
LR teste

Modelo irrestrito	Modelo restrito	Teste Estat.	Valor Crítico a 5%
msmh(4)ar(3)	msm(4)ar(3)	18.84	14.0671*
msmh(4)ar(4)	msm(4)ar(4)	11.19	14.0671
msmh(2)ar(3)	msm(2)ar(3)	9.76	7.815*
msmh(2)ar(4)	msm(2)ar(4)	8.33	7.815*

*rejeito H_0 : o modelo irrestrito apresenta uma melhor especificação

Fonte: os autores

Smith (1999) elencaram uma série de razões para o fraco desempenho dos modelos lineares, entre as quais pode-se citar, a escolha equivocada de alguns modelos não lineares.

Com base nas probabilidades (“smoothed”) obtidas, é possível classificar as observações em função dos prováveis regimes a que pertencem, segundo $M^* = \arg \max Prob(S_t = M | Y_T)$, conforme figura 1 abaixo:

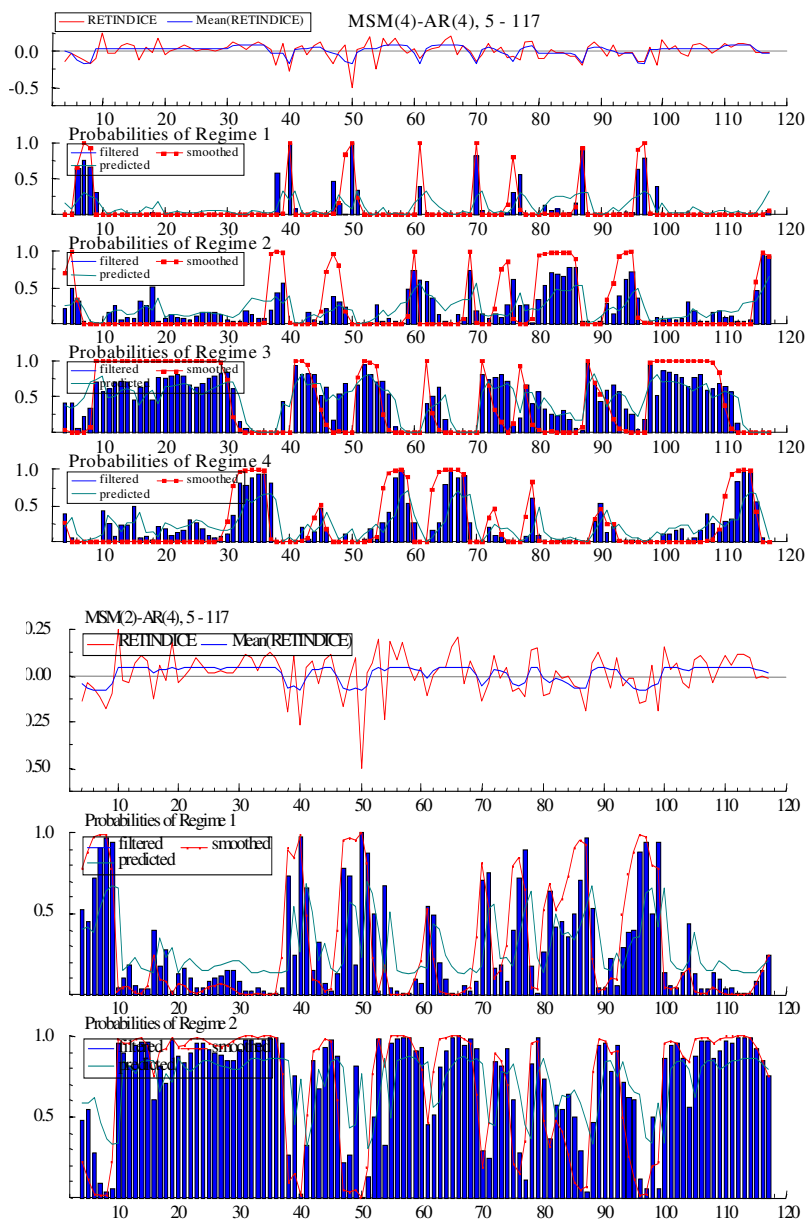


Fig. 1.

3.3 Conclusões

Os modelos utilizados conseguem captar a natureza não linear dos dados, resultando em uma especificação melhor que os modelos lineares. Os modelos não lineares aqui examinados explicam melhor a série como uma mistura de distribuições, onde cada distribuição de probabilidades é gerada em função do provável regime a que se refere. É possível compreender melhor a gênese de uma série de fatos estilizados, tais como, excesso de curtose e caudas grossas, a partir da identificação dos regimes, gerando a dinâmica do processo de geração dos retornos.

As constatações da natureza estatística revelam evidências de bolhas especulativas racionais. Considerando a presença de dois regimes, ao período de maior crescimento correspondeu a menor volatilidade condicional e ao período de menor crescimento correspondeu a maior volatilidade. Os períodos de decréscimo dos retornos têm menor duração. Entretanto, o modelo de quatro regimes parece ser mais consistente com o modelo de bolha especulativa racional, em razão da presença de uma fase mais aguda da crise e de uma fase de maior retorno na fase final do ciclo. Assim, a fase 1 do modelo de dois regimes poderia ser decomposta em duas fases que seriam as fases 1 e 2 do modelo de quatro regimes. Por sua vez, a fase 2 do modelo de dois regimes poderia ser decomposto nas fases 3 e 4 do modelo de quatro regimes. Esta decomposição obedece à condição $M^* = \arg \max Prob(S_t = M|Y_T)$. As fases com menor e maior retorno (fases 1 e 4) podem ser mais propícias a um descolamento ou relação não linear entre preços e fundamentos, quer seja por existir, respectivamente, um pessimismo ou otimismo exagerado dos agentes. Assim, no quarto regime, pode participar do mercado um número maior de investidores ingênuos. Especialmente no caso de bolha especulativa o retorno deve ser elevado para

compensar os agentes que especulam, fato este que poderia estar ocorrendo no quarto regime.

As crises cambiais nesse período tiveram forte impacto no mercado acionário brasileiro. Pode-se citar as seguintes: Crise do México em 30/12/1994; Crise da Ásia em 24/10/97; Crise da Rússia em 04/08/98; e Crise do Brasil em 15/01/1999. As crises do México e da Ásia iniciaram uma fase aguda de decrescimento dos preços, nos modelos de quatro regimes com mesma variância. A crise da Rússia marcou o fim de uma fase aguda e a maxidesvalorização no Brasil iniciou uma fase de crescimento dos preços (fase 4), nos modelos de quatro regimes com mesma variância.

4 Considerações Finais

A existência de bolhas especulativas racionais implica na mudança de regime. Constatar a presença de bolhas, a partir da mudança de regime, sem considerar o que ocorreu com os dividendos, é apenas uma evidência das mesmas, de acordo com o modelo de bolha especulativa. Entretanto, a mudança de regime pode ocorrer em função dos fundamentos macroeconômicos, por exemplo, excesso de liquidez. No presente trabalho não se examinou a trajetória dos dividendos. Entretanto, a BOVESPA enfrentou uma série de crises externas e internas. Além disto, o país passou por uma série de reformas, liberalização econômica e mudanças de marcos regulatórios, especialmente no período de 1994 a 1998.

A mudança de regime, por exemplo, em função de algum choque exógeno, pode provocar o colapso das bolhas ou ensejar condições para que isto ocorra. Entretanto, isto não significa necessariamente o prenúncio de um colapso. O choque externo tanto pode

se constituir no prenúncio de uma fase de crescimento ou de uma fase de colapso.

A aplicação dos modelos de conversão markovianos é relativamente recente no Brasil e tende rapidamente a produzir novos trabalhos. Como sugestão para novos estudos, pode-se citar a incorporação do efeito “Garch” ao modelo de conversão markoviano, aplicada ao mercado acionário brasileiro ou ainda, nesse mesmo modelo, relacionar os retornos do IBOVESPA com a trajetória dos dividendos. Pode-se ainda sugerir a utilização de regimes de conversão mais complexos como, por exemplo, o modelo de correção de equilíbrio, sugerido por Krolzig e Toro (1999), considerando a relação entre retornos e volume negociado.

Referências bibliográficas

- Barone, E. (1990). The Italian stock market: Efficiency and calendar anomalies. *Journal of Banking and Finance*, 14:483–510.
- Blanchard, O. J. (1979). Speculative bubbles, crashes and rational expectations. *Economic Letters*, 3:387–389.
- Blanchard, O. J. & Watson, M. W. (1982). Bubbles, rational expectations and financial markets. NBER Working Paper Series 945, 1–30.
- Brooks, C. & Karasaris, A. (2003). A three-regime model of speculative behavior: Modelling the evolution of SP 500 composite index. Working paper May.
- Clements, M. P. & Krolzig, H. M. (1998). A comparison of the forecast performance of Markov-switching and threshold autoregressive models of US GNP. *Econometrics Journal*, 1:C47–C75.
- Clements, M. P. & Smith, J. (1999). A Monte Carlo study of the forecasting performance of empirical setar models. *Journal of Applied Econometrics*, 14:123–142.

- Coe, P. J. (2002). Financial crisis and the great depression: A regime switching approach. *Journal of Money, Credit and Banking*, 34(1).
- Dempster, A. P., Laird, N. M., & Rubin, D. B. (1977). Maximum likelihood from incomplete data via EM algorithm. *Journal of the Royal Statistical Society*, pages 1–38. B39.
- Franses, P. H. & Van-Dijk, D. (2002). *Non-Linear Time Series Models in Empirical Finance*. Cambridge University Press.
- French, K. R. (1980). Stock returns and the weekend effect. *Journal of Financial Economics*, 8:55–69.
- Garcia, R. (1998). Asymptotic null distribution of the likelihood ratio test in Markov switching models. *International Economic Review*, 39(3):763–788.
- Granger, C. W. J. (1992). Forecasting stock market prices: Lessons for forecasters. *International Journal of Forecasting*, 8:3–13.
- Granger, C. W. J. & Teräsvirta, T. (1993). *Modelling Nonlinear Economic Relationships*. Oxford University Press, Oxford.
- Hamilton, J. D. (1989). A new approach to the economic analysis of nonstationary time series and the business cycle. *Econometrica*, 57(2):357–384.
- Hamilton, J. D. (1994). *Time Series Analysis*. Princeton University Press, Princeton, N. J.
- Hansen, B. E. (1992). The likelihood ratio test under non-standard condition: Testing switching model of GNP. *Journal of Applied Econometrics*, 7:561–582.
- Jensen, M. C. (1978). Some anomalous evidence regarding market efficiency. *Journal of Financial Economics*, 6:95–101.
- Kindleberger, C. P. (1989). *Manias, Panics and Crashes: A History of Financial Crises*. Macmillan London.
- Krolzig, H. M. (1997). Markov-switching vector autoregressions – modelling, statistical inference and applications to business cycle analysis. *Lectures Notes in Economics and Mathematics*, 454. Berlin, Springer Verlag.

- Krolzig, H. M. (1998). Econometric modelling of Markov-switching vector autoregressions using MSVAR. Department of Economics, University of Oxford, Dec.
- Krolzig, H. M. & Toro, J. (1999). A new approach to the analysis of business cycle transitions in a model of output and employment. *Journal of Business and Economic Statistics*, 21:196–211.
- Laurini, M. P. & Portugal, M. S. (2002). Markov switching based nonlinear tests for market efficiency using the R/US exchange rate. In *Anais Do XXIV Encontro Da Sociedade Brasileira de Econometria*.
- Leroy, S. & Porter, R. (1981). The present value relation: Tests based on variance bounds. *Econometrica*, 49(3):555–574.
- Maheu, J. M. & McCurdy, T. H. (2000). Identifying bull and bear markets in stock returns. *Journal of Business and Economic Statistics*, 18(1):100–112.
- Mankiw, G., Romer, D., & Shapiro, M. (1985). An unbiased reexamination of stock market volatility. *Journal of Finance*, 40:677–687.
- Mattey, J. & Meese, R. (1986). Empirical assessment of present value relations. *Econometric Review*, 4:171–234.
- McQueen, G. & Thorley, S. (1994). Bubbles, stock returns and duration dependence. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 29:379–401.
- Ryden, T., Teräsvirta, T., & Äsbrink, S. (1998). Stylized facts of daily return series and the hidden Markov model. *Journal of Applied Econometrics*, 13:217–244.
- Shiller, R. (1981). Stock prices and social dynamics. *Brooking Papers on Economic Activity*, 2:457–510.
- Summers, L. H. (1986). Does stock market rationally reflect fundamental values? *The Journal of Finance*, 41(3):591–602.
- Terra, M. C. T. & Valadares, F. E. C. (2003). Real exchange rate misalignments. *Ensaios Econômicos EPGE* 493.
- Tobin, J. (1984). On the efficiency of the financial system. *Lloyds*

Bank Review, 153:1–15.

- Turner, C. M., Startz, R., & Nelson, C. R. (1989). A Markov model of heteroskedasticity risk and learning in the stock market. *Journal of Financial Economics*, 25(1):3–22.
- Tversky, A. & Kahneman, D. (1981). The framing of decisions and the psychology of choice. *Science*, 211.
- Valls-Pereira, P. L., Hwang, S., & Satchell, S. E. (2004). How persistent is volatility? an answer with stochastic volatility models with Markov regime switching state equations. Working paper, Ibmecc Business School.
- Van-Norden, S. & Schaller, H. (1993). The predictability of stock market regime: Evidence from the Toronto stock exchange. *Review of Economics and Statistics*, pages 505–514. Notes.
- Van-Norden, S. & Schaller, H. (1996). Speculative behavior, regime-switching and stock market crashes. Working paper 96–13. Bank of Canada.
- Van-Norden, S. & Schaller, H. (1997). Fads of bubbles. Working paper 97–2. Bank of Canada.
- Weil, P. (1987). Confidence and the real value of money in overlapping generation models. *Quarterly Journal of Economics*, 102(1):1–22.
- West, K. D. (1987). A specification test for speculative bubbles. *Quarterly Journal of Economics*, 102:553–580.

Notas de Final de Texto

Tabela 5
Estatísticas Descritivas dos Retornos (2 regimes)

	total	“bull”	“bear”
Número de Obs.	117	82	35
Média	+0.01524	+0.05937	-0.08816
Desvio-padrão	+0.11261	+0.08033	+0.10962
Mediana	+0.02860	+0.05671	-0.08528
Mínimo	-0.50341	-0.24079	-0.50341
Máximo	+0.24705	+0.24705	+0.10614
Assimetria	-1.00110	-0.36437	-1.29510
E. Curtose	+2.83340	+1.41640	+3.93190

Fonte: os autores.

Tabela 6

Estimativas dos modelos MSM(M)-Ar(p) com relação aos parâmetros auto-regressivos ϕ

	MSM(2)Ar(3)	MSM(2)Ar(4)	MSM(4)Ar(3)	MSM(4)Ar(4)
ϕ_1	-0.3398*	-0.3461*	-0.7241*	-0.9373*
ϕ_2	-0.2299*	-0.2173*	-0.6143*	-0.8324*
ϕ_3	-0.1545*	-0.1032	-0.4558*	-0.6689*
ϕ_4		+0.1750*		-0.2042*
	MSMH(2)	MSMH(2)	MSMH(4)	MSMH(4)
	Ar(3)	Ar(4)	Ar(3)	Ar(4)
ϕ_1	-0.0983	-0.0966	+0.2626*	+0.1861*
ϕ_2	-0.1174	-0.1076	-0.3224*	-0.1099
ϕ_3	-0.1304*	-0.1187	-0.0552	-0.1693*
ϕ_4		+0.0902		+0.0870

* os parâmetros são significantes a 5%.

Fonte: os autores.