

# Modelagem do comportamento ótimo dos bancos no mercado de reservas brasileiro

Christiano Arrigoni Coelho<sup>a</sup>,  
Julio Cesar Costa Pinto<sup>b</sup>

<sup>a</sup>*Banco Central do Brasil e Doutorando em Economia da Pontifícia  
Universidade Católica (PUC-Rio), Rio de Janeiro, Brasil*

<sup>b</sup>*Banco Central do Brasil e Mestre pela Escola de Pós-Graduação  
em Economia, Fundação Getulio Vargas (EPGE/FGV),  
Rio de Janeiro, Brasil*

---

*O presente trabalho utiliza métodos numéricos para resolver o problema de minimização de custos dos bancos na administração dos saldos da conta Reservas Bancárias. Seguindo Clouse e Dow (2002), usamos programação dinâmica estocástica. Para tanto, os aspectos normativos que norteiam as escolhas dos saldos de fechamento da conta Reservas Bancárias no Brasil são levados em conta. A sobreposição dos períodos de cálculo e de cumprimento faz com que os bancos demandem mais reservas no começo do período de cumprimento. Tal fato faz com que o caso brasileiro difira do americano, onde a demanda por reservas é crescente ao longo do período de cumprimento, exceto nas sextas-feiras. Mostramos que a demanda por reservas apresentaria menor variância ao longo do período, caso a incerteza sobre a exigibilidade nos três primeiros dias do período de cumprimento fosse retirada.*

*Palavras-chave:* Reservas Bancárias, Administração de Reservas, Compulsório sobre Recursos à Vista  
*Classificação JEL:* E52

---

*This paper uses numerical methods to solve bank's cost minimization problem. Following Clouse e Dow (2002), we model bank's behavior using stochastic dynamic programming. We take account of institutional aspects of Brazilian regime that influence the bank's choice of reserves in the end of the day. The overlap of the account and accomplishment periods increases bank's demand for reserves in the first three days of the accomplishment period. This result is different from the American market where the reserve demand has upward trend over the accomplishment period, except on Fridays. We show that reserve demand in Brazil would present smaller variance during the accomplishment period if the uncertainty about requirement in the first three days were abolished.*

---

\* Idéias e opiniões expressas neste artigo são de inteira responsabilidade dos autores e não correspondem, necessariamente, às do Banco Central do Brasil ou de seus membros.

Os autores agradecem os comentários e sugestões de Euler Pereira Gonçalves de Mello, José Antonio Marciano, Luiz Fernando Cardoso Maciel, Eduardo Fernandes e a equipe do Deban/Conep. Os erros e omissões são unicamente de responsabilidade dos autores.

*Email address:* julio.cesar@bcb.gov.br (Julio Cesar Costa Pinto).

## 1 Introdução

A partir de janeiro de 1999 o Brasil passou a adotar o regime de metas de inflação com câmbio flutuante. Neste regime o principal instrumento de política monetária é a taxa de juros do mercado interbancário, Taxa Selic. Dessa forma, o estudo sobre o funcionamento desse mercado tornou-se ainda mais importante para que o Banco Central possa ter melhor controle sobre a taxa de juros e assim fazer com que as expectativas convirjam para a taxa que foi determinada na reunião do Comitê de Política Monetária (Copom).

Neste trabalho analisaremos qual seria o comportamento ótimo dos bancos em relação ao gerenciamento de suas reservas. Presupomos que eles busquem minimizar o valor presente descontado dos seus custos esperados, dado o atual arcabouço normativo de funcionamento do mercado de reservas bancárias no Brasil.

Os bancos estão sujeitos a diversas restrições impostas pelo Banco Central no gerenciamento de suas reservas. No Brasil, o compulsório é importante instrumento de política monetária utilizado pelo Banco Central. No caso do compulsório sobre recursos à vista, os bancos são obrigados a manter, num período de duas semanas, determinada média exigida no saldo de final do dia da sua conta Reservas Bancárias. Caso o banco não cumpra essa determinação, incorrerá em custos financeiros. Logo, essa característica normativa deve ser levada em conta no momento em que o banco determina o seu saldo de fechamento da conta Reservas Bancárias. A segunda restrição imposta é o requerimento de saldo mínimo. Se os bancos não tiverem saldo suficiente ao final do dia em sua conta Reservas Bancárias incorrem em custo financeiro. O Banco Central melhorou o arcabouço normativo quando da implantação do novo sistema de pagamentos

brasileiro. Nesse novo sistema, não mais é permitido saldo negativo na conta Reservas Bancárias, o que, além do ganho ocorrido para a sociedade brasileira que deixa de arcar com o prejuízo no caso da liquidação do banco, exige dos bancos melhor administração de seus fluxos de pagamentos ao longo do dia.

Conforme visto, os bancos miram determinado saldo de fechamento da conta Reservas Bancárias. Para tanto, ponderam os custos financeiros impostos pelo arcabouço normativo com o custo de oportunidade de manter as reservas “ociosas” na conta Reservas Bancárias. Determinando o comportamento ótimo dos bancos, teremos uma idéia de como seria o comportamento sazonal da demanda por reservas ao longo dos dias de cumprimento do compulsório. Podemos assim ter uma certa previsibilidade sobre tal sazonalidade. Outro aspecto interessante da modelagem é que podemos variar as regras do compulsório e analisar o efeito dessa mudança sobre o comportamento dos bancos. Poderíamos variar determinada característica normativa para sabermos se a demanda por reservas se torna mais ou menos variável ao longo do período. Quanto menos variável for a demanda por reservas, maior será a sua previsibilidade e, portanto, mais fácil será o controle da taxa de juros no mercado interbancário diário de reservas realizado pelo Banco Central.

Este trabalho se insere na literatura que avalia como que o uso de instrumentos de política monetária afeta o comportamento dos agentes privados. No Brasil, a literatura que avalia os efeitos do recolhimento compulsório sobre o comportamento dos bancos é escassa. Em termos de evidência empírica um trabalho disponível foi desenvolvido por Queiroz (2004). Como será mostrado mais adiante, a modelagem teórica consegue em alguma medida reproduzir a evidência empírica apresentada naquele trabalho. Portanto, o presente trabalho procura contribuir com a literatura ao estabelecer uma referência teórica para o estudo dos efeitos

do recolhimento compulsório sobre o comportamento dos bancos no Brasil.

O trabalho divide-se da seguinte maneira: na seção 2, descreveremos o funcionamento do mercado de reservas no Brasil, na seção 3, descreveremos a modelagem que foi utilizada para achar a solução ótima para o problema dos bancos, na seção 4, apresentaremos e analisaremos os resultados encontrados e finalmente na seção 5, concluiremos o trabalho.

## 2 O mercado de reservas no Brasil

Esta seção descreve as regras que regem o funcionamento do mercado de reservas no Brasil. Essas regras são determinadas pelos normativos que regulam o depósito compulsório sobre recursos à vista. Este compulsório é cumprido pela média dos saldos de final de dia na conta Reservas Bancárias que as instituições possuem no Banco Central do Brasil. As Circulares 3.094/2002, 3.169/2002 e 3.199/2003<sup>1</sup> formam a atual base normativa no que diz respeito ao depósito compulsório sobre recursos à vista. As subseções seguintes descrevem sucintamente a sistemática constante nessas Circulares.

### 2.1 Cálculo da exigibilidade

Estão sujeitos ao compulsório sobre recursos à vista os bancos múltiplos e de investimento, titulares de conta Reservas Bancárias, bancos comerciais e caixas econômicas.

---

<sup>1</sup> Essas Circulares, bem como outros normativos referentes ao assunto, podem ser encontrados em [www.bcb.gov.br](http://www.bcb.gov.br).

A base de cálculo do recolhimento compulsório sobre recursos à vista corresponde à média aritmética dos valores inscritos em diversas rubricas, conhecido como Valores Sujeitos a Recolhimento (VSR)<sup>2</sup>, apurados no período de cálculo, deduzindo-se o valor fixo de R\$ 44 milhões. Sobre esta base de cálculo, aplica-se a alíquota de 45%. Atualmente, a exigibilidade do sistema é de aproximadamente R\$ 30 bilhões.

Até o valor correspondente a 15% da base de cálculo (ou um terço do exigível) pode ser cumprido via saldo médio de caixa dos bancos durante o período de cálculo. Como é contabilizada no período de cálculo, essa forma de cumprimento acaba fazendo com que o valor a ser mantido no final de cada dia na conta Reservas Bancárias corresponda ao exigível deduzido da média do Caixa do banco. O restante deve ser cumprido pela média aritmética dos saldos de final de dia da conta Reservas Bancárias.

O banco que apresenta exigibilidade igual ou inferior a R\$ 10 mil é isento do cumprimento do compulsório sobre recursos à vista.

## *2.2 Períodos de cálculo e cumprimento*

Objetivando reduzir os excessos de demanda e de oferta de reservas, os bancos foram divididos em dois grupos: A e B. Os bancos de um grupo possuem períodos de cálculo e de cumprimento defasados de uma semana em relação aos bancos do outro grupo. Dessa forma, se existir alguma sazonalidade dentro do período de movimentação, ela será amortecida pelo outro grupo que não se encontra no mesmo momento do período.

---

<sup>2</sup> A Circular 3.169/2002 define as rubricas que fazem parte do VSR no caso do recolhimento compulsório sobre recursos à vista.

O período de cálculo é de duas semanas consecutivas, com início na segunda-feira da primeira semana e término na sexta-feira da semana seguinte. O período de cumprimento inicia-se na quarta-feira da segunda semana do período de cálculo e se encerra na terça-feira da segunda semana subsequente. É importante notar a superposição de três dias dos períodos de cálculo e de cumprimento. Tal superposição faz com que o banco inicie o cumprimento do compulsório sobre recursos à vista três dias antes do término do período de cálculo, ou seja, quando seu exigível ainda é incerto.

### *2.3 Incertezas no gerenciamento de reservas*

Conforme salientado na subseção anterior, o administrador de reservas inicia o cumprimento da média do compulsório sobre recursos à vista com incerteza sobre o exigível a ser cumprido.

Como o cumprimento se dá pela média dos saldos de final de dia da conta Reservas Bancárias e é nessa conta que se realizam as diversas liquidações e pagamentos das operações bancárias no mercado financeiro, o administrador de reservas enfrenta outro tipo de incerteza: qual será exatamente o saldo de fechamento de sua conta Reservas Bancárias. O novo sistema de pagamentos, iniciado em abril de 2002, reduziu essa incerteza com a criação das câmaras de compensação e de liquidação, seja de ativos, seja de pagamentos, e a regra de que cabe exclusivamente ao banco o comando de todo débito realizado em sua conta. Isso quer dizer que não pode o Banco Central, o Tesouro Nacional ou qualquer câmara comandar diretamente um débito em conta Reservas Bancárias. Apesar disso, o grande volume de transações ocorridas diariamente, principalmente ordens de crédito comandadas por seus clientes ou para seus clientes, que normalmente não são de seu prévio conhecimento, e a margem de manobra dada ao

piloto de reservas<sup>3</sup> para que opere em tempo real fazem com que o valor do saldo de fechamento da conta Reservas Bancárias seja diferente do inicialmente planejado pelo administrador de reservas.

#### 2.4 Custos financeiros por deficiências

As incertezas descritas na subseção anterior trazem grande preocupação aos administradores de reservas pois a impossibilidade de realização de operações para cobrir ordens de crédito de seus clientes leva a que não seja atingida a meta do saldo de fechamento da conta Reservas Bancárias, o que pode fazer com que os bancos incorram em custos no caso de deficiência ou arquem com o custo de oportunidade caso mantenham saldo excessivo na conta, que não é remunerado pelo Banco Central. Atualmente existem dois custos financeiros por deficiência relativa ao recolhimento compulsório sobre recursos à vista: sobre insuficiência no saldo diário da conta Reservas Bancárias e sobre deficiência no cumprimento da exigibilidade do período.

Os bancos podem apresentar saldo mínimo diário na conta Reservas Bancárias equivalente a 80% do exigível do período. Caso o saldo fique abaixo desse limite, incorrem em custo financeiro, que é calculado multiplicando o valor da deficiência pela Taxa Selic da data, acrescida de 14% a.a.<sup>4</sup>

<sup>3</sup> Piloto de reservas é a pessoa designada pelo banco para atuar em tempo real no controle do saldo das reservas intradiários.

<sup>4</sup> O custo financeiro sobre insuficiência diária é calculado utilizando a seguinte fórmula:

$$Custo = \left\{ \left[ (1 + Selic)^{\frac{1}{252}} (1, 14)^{\frac{1}{252}} \right] - 1 \right\} . Insuficiência.$$



O custo devido por deficiência no cumprimento da exigibilidade ocorre quando a média dos saldos diários (Reservas Bancárias + o valor do Caixa) é inferior à respectiva exigibilidade do período. O valor do custo é calculado multiplicando-se o valor da deficiência pela Taxa Selic do último dia do período, acrescida de 14% a.a., pelo número de dias do período<sup>5</sup>. De forma a evitar a cobrança dos dois custos sobre a mesma deficiência, no cálculo deste custo, considera-se, como saldo diário de fechamento da conta Reservas Bancárias o valor equivalente a 80% da exigibilidade, nos dias em que houve deficiência no saldo mínimo diário.

Caso a deficiência na média das posições diárias seja igual ou inferior a 3% da respectiva exigibilidade, e desde que se verifique um excesso no período imediatamente anterior de valor igual ou superior à deficiência, o custo não será cobrado. O valor desse excesso, que pode vir a ser utilizado no período seguinte, é chamado neste trabalho de excedente de reservas<sup>6</sup>.

No Brasil, ao contrário dos Estados Unidos, onde se pode ter excedente ou deficiência de reservas, só é permitido utilizar o excedente positivo do período anterior. Com isso reduz-se a liberdade de manobra dos bancos fazendo com que estes atuem de forma mais conservadora no gerenciamento de suas reservas do que os bancos americanos.

<sup>5</sup> O custo financeiro sobre a deficiência na média das posições diárias é calculado utilizando a seguinte fórmula:

$Custo = \{[(1 + Selic)^{\frac{n}{252}} \cdot (1,14)^{\frac{n}{252}}] - 1\} \cdot Deficiência$ , onde  $n$  é o número de dias úteis do período de cumprimento. Neste trabalho  $n$  será sempre igual a 10.

<sup>6</sup> Na literatura, este excedente de reservas é denominado de *carry-over*.

### 3 Modelagem para o caso brasileiro

#### 3.1 Descrição geral do problema de minimização de custos dos bancos<sup>7</sup>

Na seção anterior descrevemos o funcionamento do cálculo e do cumprimento do recolhimento compulsório sobre recursos à vista no Brasil, mostrando quais são os custos que os bancos estão sujeitos por não cumprirem o limite mínimo de reservas no final do dia e a média requerida de reservas no período de cumprimento. Nesta seção, descreveremos como modelar o comportamento dos bancos para o caso brasileiro.

Seguindo o trabalho de Clouse e Dow (2002), usaremos modelagem de programação dinâmica estocástica para analisar qual seria o comportamento ótimo dos bancos, dado o arcabouço normativo do compulsório no Brasil. Usar modelagem de programação dinâmica nesse caso é apropriado devido à existência da possibilidade de os bancos levarem excedentes de reservas no cumprimento do compulsório de um período para o seguinte. Isso faz com que a decisão sobre a média de reservas cumpridas em um período qualquer influencie as decisões sobre as médias a serem cumpridas em todos os períodos futuros. Portanto, modelaremos esse problema utilizando programação dinâmica com horizonte infinito. A equação de Bellman para esse problema é a seguinte:

$$V(C_t) = \min_{\{R_{1j}^* \dots R_{10j}^*\}_{j=t}^{\infty}} E_t [\varphi_t + \beta V(C_{t+1})] \quad (1)$$

---

<sup>7</sup> Implicitamente estaremos supondo que os bancos são neutros ao risco, dado que eles só se importam com o valor esperado dos custos.

Onde  $C_t$  é o excedente de reservas que o banco trouxe do período anterior e pode ser usado para diminuir o quanto tem de cumprir em compulsório nesse período<sup>8</sup> e  $\varphi_t$  é a soma dos custos incorridos no período. Além dos dois custos descritos na seção anterior, estabelecidos na regulamentação, existe ainda o custo de oportunidade que os bancos incorrem num determinado período, por manter as reservas “ociosas” no Banco Central.

O problema do banco é estocástico porque ele enfrenta dois tipos de incerteza. Supomos que depois que o banco escolhe um número alvo para o saldo de fechamento de sua conta Reservas Bancárias ocorra um choque nesse valor que possa fazer com que a posição de reservas no final do dia seja diferente daquela planejada. A motivação para essa hipótese é a incerteza no fluxo de pagamentos que ocorre na conta Reservas Bancárias.

A segunda incerteza que os bancos enfrentam se refere à superposição dos períodos de cálculo e de cumprimento. Como existe intersecção entre os períodos de cálculo e de cumprimento, nos três primeiros dias do período de cumprimento os bancos não sabem qual será o exigível que eles irão cumprir e, portanto, estão incertos em relação ao limite que será imposto à insuficiência diária. Essa superposição faz com que os bancos sejam mais conservadores na administração de suas reservas nesses primeiros dias, até terem disponível o VSR real e conseqüentemente sua exigibilidade para o período de cumprimento em curso. Essa incerteza será modelada como choque que afeta o nível de exigível nos três primeiros dias do período de cumprimento<sup>9</sup>.

---

<sup>8</sup> Estamos seguindo a notação de Clouse e Dow (2002). Nos EUA esse excedente de reservas que o banco traz do período anterior, conforme citado na nota (6), é chamado de *carryover*. Daí a nomenclatura escolhida.

<sup>9</sup> Note-se que os choques nos três primeiros dias também deveriam afetar o custo de deficiência na média, pois esse custo depende do nível

Além do problema de programação dinâmica entre períodos de cumprimento, temos o problema de programação dinâmica finito intraperíodo. O quanto o banco decide cumprir num determinado dia dentro do período de cumprimento influencia o quanto ele irá querer demandar em reservas em todos os dias posteriores daquele período de cumprimento. A variável de estado que liga os dias dentro do período de cumprimento é a média de cumprimento até aquele dia, dado que essa diz o quanto o banco está abaixo ou acima da média requerida de compulsório e, portanto, irá determinar o custo de deficiência na média que o banco irá incorrer no último dia de cumprimento. Definimos a variável de estado para o problema intraperíodo como:

$$A_{it} = \frac{1}{(i-1)} \sum_{k=1}^{i-1} (R_{kt}^* + z_{kt}) \quad (2)$$

Onde  $A_{it}$  é a média da posição de reservas de final de dia entre o primeiro dia de cumprimento e o dia anterior ao  $i$  -ésimo dia de cumprimento. Essa será a variável de estado do problema intraperíodo.  $R_{kt}^*$  é o alvo escolhido pelo banco para a posição de reservas de final de dia para o dia  $k$  e  $z_{kt} \sim N(0, \sigma_z^2)$  é o choque sofrido pelo banco em sua posição de reservas de final de dia depois de escolhido  $R_{kt}^*$ . Quando o banco escolhe  $R_{kt}^*$  ele não observa  $z_{kt}$ . A equação anterior pode ser reescrita como:

$$A_{it} = \gamma_i (R_{i-1t}^* + z_{i-1t}) + (1 - \gamma_i) A_{i-1t} \quad (3)$$

---

do exigível. Estaremos abstraindo desse fato, pois é esperado que esse efeito seja pequeno, dado que o banco tem um tempo razoável (sete dias) para ajustar suas reservas a esses choques. Essa característica poderia ser facilmente modelada, mas o tempo computacional requerido para processar o modelo aumentaria muito.

Onde:

$$\gamma_i = \frac{1}{(i - 1)}$$

Dos dias dois ao nove, o problema de programação dinâmica intraperíodo terá uma seqüência de funções valores que dependerão do excedente de reservas trazido do período passado ( $C_t$ ) e da variável de estado do problema intraperíodo referente àquele dia ( $A_{it}$ ). Essas funções serão descritas, para o dia  $i$ , como:

$$W_i(C_t, A_{it}) = \min_{R_{it}^*} E[i_{co}(R_{it}^* + z_{it}) + o(R_{it}^* + z_{it}) + W_{i+1}(C_t, A_{i+1t})] \quad (4)$$

Onde:

$i_{co}$  é a taxa de juros que o banco deixa de ganhar ao manter as suas reservas “ociosas” em sua conta Reservas Bancárias no Banco Central, que neste trabalho é definida como a Taxa Selic.

$o(R_{it}^* + z_{it})$  é a função que descreve o custo de insuficiência diária incorrido no dia  $i$ .

Para o dia dez, o formato da função muda um pouco, pois além dos custos que aparecem nos dias anteriores, o banco também pode incorrer no custo de deficiência do cumprimento da média. Note-se que a função valor do dia dez dependerá do valor presente esperado de todos os custos futuros. O formato da função valor no último dia de cumprimento é:

$$W_{10}(C_t, A_{10t}) = \min_{R_{10t}^*} E[i_{co}(R_{10t}^* + z_{10t}) + o(R_{10t}^* + z_{10t}) + d(C_t, R_{10t}^* + z_{10t}, A_{10t}) + \beta V(C_{t+1})] \quad (5)$$

Onde:

$d(C_t, R_{10t}^* + z_{10t}, A_{10t})$  é a função que descreve o custo de deficiência no cumprimento da média.

Já a função valor no primeiro dia de cumprimento coincide com a função valor do problema interperíodo e depende apenas do excedente de reservas trazido do período passado ( $C_t$ ). Podemos descrever essa função como:

$$W_1(C_t) = V(C_t) = \min_{R_{1t}^*} E[i_{co}(R_{1t}^* + z_{1t}) + o(R_{1t}^* + z_{1t}) + W_2(C_t, A_{1t})] \quad (6)$$

### 3.2 Descrição das funções de custos para os bancos

Nesta seção, descreveremos qual é o formato das funções de custo. É interessante notar que essas funções não são diferenciáveis e, portanto, não há como apresentar soluções analíticas para o problema. Assim sendo, o uso de método numérico para resolver esse problema se torna essencial<sup>10</sup>.

#### 3.2.1 Custo de insuficiência diária

Do quarto ao último dia do período de cumprimento, a função de custo de insuficiência diária pode ser descrita da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} o(R_{it}^* + z_{it}) &= 0 && \text{se } R_{it}^* + z_{it} \geq 0,8Exig \\ o(R_{it}^* + z_{it}) &= -i_{od}(R_{it}^* + z_{it} - 0,8Exig) && \text{se } R_{it}^* + z_{it} < 0,8Exig \end{aligned} \quad (7)$$

<sup>10</sup> No apêndice, descreveremos os detalhes dos procedimentos computacionais utilizados para resolver esse problema.

Onde  $Exig$  é a exigibilidade que o banco deverá cumprir no período, já retirada a parcela referente ao valor do Caixa, e  $i_{od}$  é a taxa que incide sobre a insuficiência diária.

Nos três primeiros dias do cumprimento ocorrem os choques no exigível de forma que a função de custo de insuficiência diária passa a depender desses choques. Podemos descrever essa função para os três primeiros dias como:

$$\begin{aligned} o(R_{it}^* + z_{it}) &= 0 && \text{se } R_{it}^* + z_{it} \geq 0, 8(Exig + q_{it}) \\ o(R_{it}^* + z_{it}) &= -i_{od}(R_{it}^* + z_{it} - 0, 8(Exig + q_{it})) && \text{se } R_{it}^* + z_{it} < 0, 8(Exig + q_{it}) \end{aligned} \quad (8)$$

Onde  $q_{it} \sim N(0, \sigma_q^2)$  é o choque que afeta a exigibilidade nos três primeiros dias do período de cumprimento.

### 3.2.2 Custo de deficiência no cumprimento da média do período

A função de custo de deficiência no cumprimento da média também dependerá do excedente trazido pelo banco do período anterior. Podemos descrever essa função como:

$$\begin{aligned} d(C_t, R_{10t}^* + z_{10t}, A_{10t}) &= 0 \\ &\text{se } \frac{1}{10}(R_{10t}^* + z_{10t}) + \frac{9}{10}A_{10t} \geq Exig - C_t \\ d(C_t, R_{10t}^* + z_{10t}, A_{10t}) &= -i_d[\frac{1}{10}(R_{10t}^* + z_{10t}) + \frac{9}{10}A_{10t} - Exig + C_t] \\ &\text{se } \frac{1}{10}(R_{10t}^* + z_{10t}) + \frac{9}{10}A_{10t} < Exig - C_t \end{aligned} \quad (9)$$

### 3.3 Descrição do excedente de reservas para o caso brasileiro<sup>11</sup>

No Brasil, os bancos só podem levar excedentes positivos para

<sup>11</sup> Como no Brasil o excedente negativo não é permitido,  $C_{t+1}$  irá depender de  $C_t$  indiretamente, pois a escolha do saldo médio mantido no período de cumprimento dependerá de  $C_t$ . Além disso note-se que  $\varphi_t$  em (1) também dependerá da variável de estado  $C_t$  o que reforça a interligação entre períodos de cumprimento.

o período imediatamente posterior<sup>12</sup>. Como descrito na seção anterior, existe um limite superior para o excedente de reservas. Essa função pode ser descrita como:

$$\begin{aligned} C_{t+1} &= 0 && \text{se } RM_t \leq Exig \\ C_{t+1} &= \min(0, 03Exig, RM_t - Exig) && \text{se } RM_t > Exig \end{aligned} \quad (10)$$

Onde:

$RM_t$  é a média de reservas mantidas pelos bancos na conta Reservas Bancárias no Banco Central, isto é:

$$RM_t = \frac{1}{10} \sum_{k=1}^{10} (R_{kt}^* + z_{kt}) \quad (11)$$

## 4 Resultados

A figura 1 mostra o resultado encontrado da demanda por reservas dos bancos para o caso brasileiro. Os três primeiros dias do período de cumprimento, devido à incerteza no valor da exigibilidade a ser cumprida, apresentam uma média relativamente maior do que os outros dias. A partir do quarto dia, pode-se notar uma tendência crescente do saldo de fechamento devido ao acúmulo das incertezas no fluxo de pagamentos. Isto ocorre, por exemplo, porque na escolha do saldo de fechamento no oitavo dia, deve-se levar em consideração todos os choques ocorridos do primeiro ao sétimo dia<sup>13</sup>. Como mostrado em Queiroz (2004), ao

<sup>12</sup> Nos EUA, conforme relatado na seção anterior, os bancos também podem levar excedentes negativos, isto é, podem ficar deficientes em um período compensando essa deficiência no período seguinte.

<sup>13</sup> Para maiores detalhes, ver Clouse e Dow (2002), página 1798.



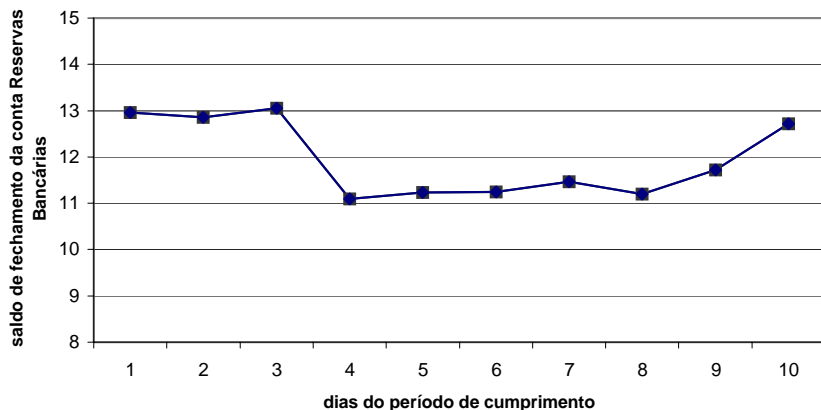


Fig. 1. Demanda por reservas com  $\sigma_q = 6$ ,  $\sigma_z = 1,5$  e taxa de juros=16%a.a.

contrário do caso americano, a demanda por reservas no Brasil apresenta tendência declinante no período de cumprimento. No nosso modelo esse comportamento é encontrado apenas para os quatro primeiros dias.

Na figura 2 mostramos como seria a demanda por reservas caso não houvesse superposição entre os períodos de cálculo e de cumprimento. Como o administrador de reservas não tem incerteza sobre a exigibilidade nos três primeiros dias, o saldo de fechamento nesses dias apresenta queda em relação à regra vigente. De maneira a cumprir a média exigida, a partir do quarto dia o saldo de fechamento apresenta aumento em relação ao caso em que há superposição de períodos. Nota-se ainda que quando o banco tem certeza do exigível a ser cumprido antes do início do período de cumprimento, a variância entre os saldos de fechamento diários da conta Reservas Bancárias é menor. Esse resultado é interessante em termos de política monetária, pois em um sistema em que o banco central tem como instrumento a taxa de juros, uma maior previsibilidade da demanda de reservas facilita a zeragem do mercado. No entanto, é importante realçar que o atual arcabouço normativo leva em conta aspectos sazonais

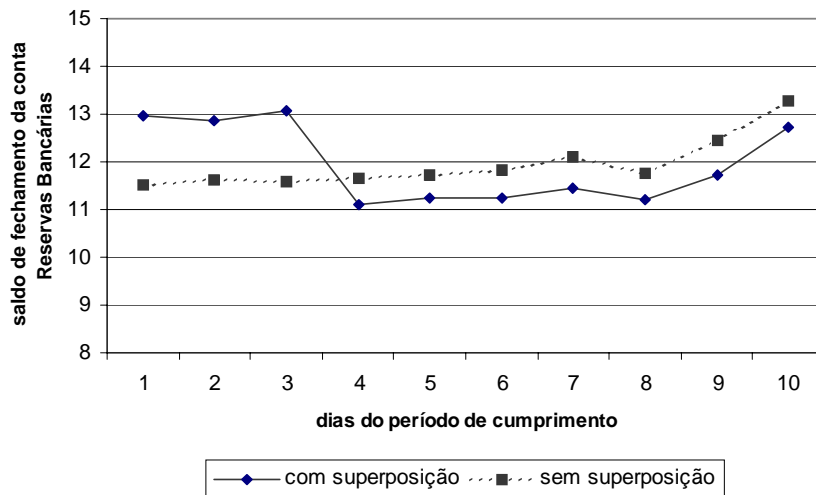


Fig. 2. Comparação entre a demanda por reservas com e sem superposição entre os períodos de cálculo e de cumprimento

dos saldos dos depósitos à vista. Retirar a atual sobreposição dos períodos pode fazer com que, por exemplo, o de cálculo ocorra em períodos nos quais os bancos possuem grande liquidez (alto volume de depósitos à vista), tornando a exigibilidade alta, e o de cumprimento ocorra em períodos de baixa liquidez (baixo volume de depósitos à vista), dificultando o cumprimento da média.

Na figura 3 mostramos o caso em que o banco sabe que a partir do sétimo dia do período de cumprimento haverá mudança na taxa de juros de 10 pontos percentuais. No caso de um aumento esperado, de forma a minimizar o custo de oportunidade sem descumprir a média, o banco aumenta sua demanda por reservas nos dias anteriores a essa mudança e apresenta saldo menor nos quatro últimos dias. No caso contrário, o banco aproveita a taxa de juros relativamente maior no início do período (os seis primeiros dias) demandando menos reservas e, de forma a compensar a média, mantém maior saldo nos quatro últimos dias.

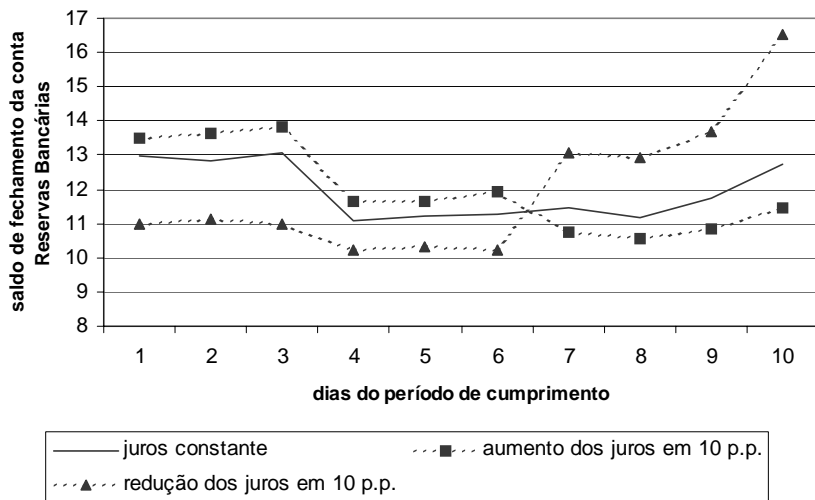


Fig. 3. Demanda por reservas no caso em que o banco enfrenta taxa de juros constante e nos casos em que o banco tem certeza de redução e de aumento na taxa de juros em 10 pontos percentuais

Outro experimento realizado foi verificar como se comportaria a demanda por reservas caso se permitisse, como no modelo americano, excedente de reservas negativo<sup>14</sup>. A figura 4 mostra que o comportamento dos bancos praticamente não se altera. Como o montante de excedente permitido no Brasil é muito pequeno, esse experimento praticamente não altera o comportamento dos bancos.

<sup>14</sup> Nesse caso  $C_{t+1}$  é função direta de  $C_t$ . Maiores detalhes podem ser encontrados em Clouse e Dow (2002), página 1811.

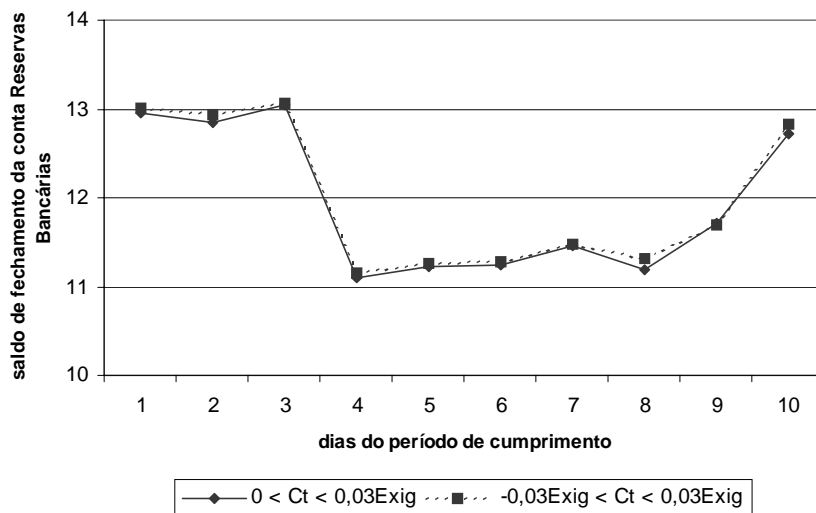


Fig. 4. Comparação entre a demanda de reservas para o caso em que  $0 < C_t < 0,03Exig$  e  $-0,03Exig < C_t < 0,03Exig$

Conforme explicado no apêndice, devido ao alto volume do compulsório sobre recursos à vista atual, a variância e a magnitude do choque sobre o fluxo de pagamentos no Brasil é inferior ao caso americano. Com o desenvolvimento do mercado financeiro, espera-se que haja um aumento da relação giro das reservas sobre volume dos compulsórios<sup>15</sup>.

Caso o Banco Central do Brasil reduza a atual alíquota desse compulsório, a razão giro das reservas sobre saldo agregado das contas Reservas Bancárias crescerá. Isso faz com que a variância e a magnitude do choque z aumente. A figura 5 mostra a demanda por reservas para os casos em que a variância do choque sobre os fluxos de pagamentos é igual a 1,5 e a 10. Como esperado, com o aumento da incerteza, o administrador de reservas adota uma postura mais conservadora entre o quarto e o décimo dia.

<sup>15</sup> Na literatura, a relação giro das reservas sobre saldo da conta Reservas Bancárias é conhecida como *razão de turnover*.

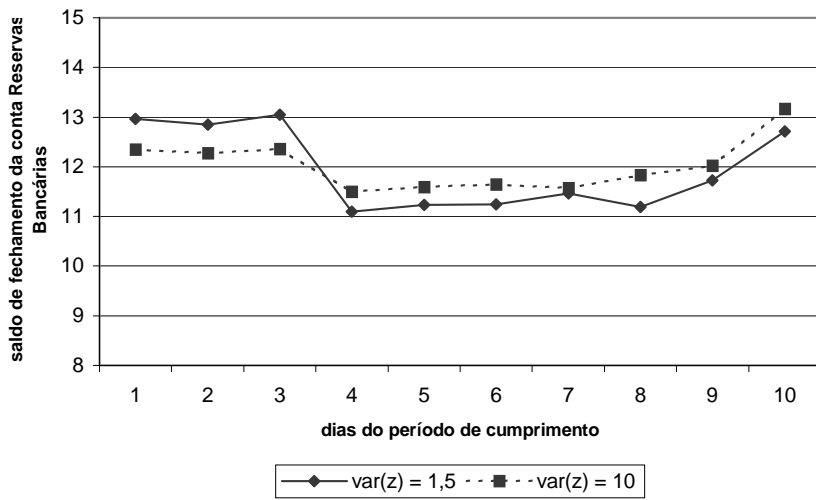


Fig. 5. Comparação entre a demanda de reservas para o caso em que  $var(z) = 1,5$  e  $var(z) = 10$

A redução no saldo de fechamento da conta Reservas Bancárias nos três primeiros dias ocorre em função da menor importância relativa do choque  $q$ .

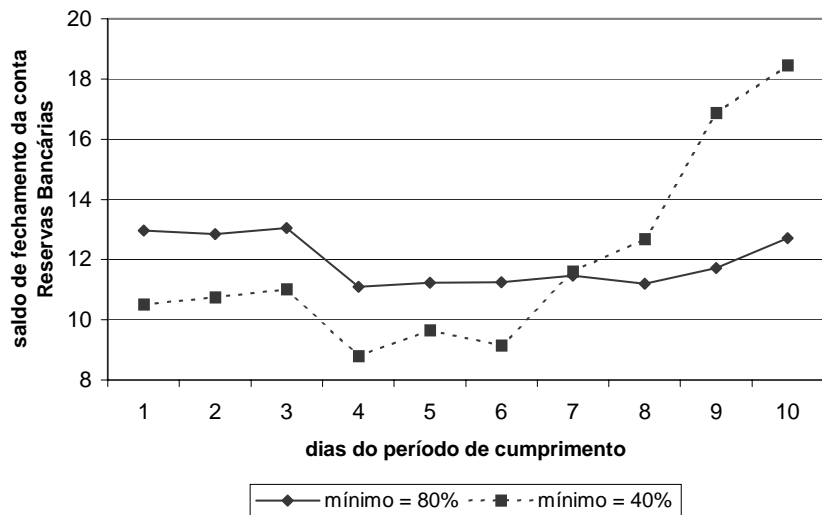


Fig. 6. Comparação entre a demanda de reservas para o caso em que o limite mínimo para a insuficiência diária é de 80% e 40%

Na figura 6 mostramos o comportamento esperado dos bancos caso o limite da insuficiência diária fosse diminuído para 40% do exigível. Neste caso a demanda por reservas irá cair nos seis primeiros dias do cumprimento em função da maior liberdade dada aos bancos no seu gerenciamento de liquidez. A partir do oitavo dia a demanda por reservas é maior para que o banco possa fazer a média requerida no período e assim não incorrer em custo de deficiência da média.

## 5 Conclusão

Neste trabalho modelou-se a demanda por reservas no mercado brasileiro utilizando o instrumental de programação dinâmica estocástica.

Os resultados encontrados reproduzem, em alguma medida, a

evidência empírica para o Brasil disponível em Queiroz (2004). É interessante notar que utilizando o mesmo modelo de Clouse e Dow (2002) adaptado para o caso brasileiro, conseguimos aderência empírica da modelagem teórica.

Mostramos que na modelagem para o caso brasileiro a demanda por reservas é maior nos três primeiros dias devido à incerteza em relação à exigibilidade causada pela superposição dos períodos de cálculo e cumprimento. Mostramos que se essa incerteza fosse retirada a variância da demanda de reservas ao longo do período de cumprimento seria menor, o que em termos de política monetária é preferível, dado que o Banco Central utiliza como instrumento principal a taxa de juros do mercado interbancário.

O modelo mostrou-se de acordo com o esperado em diversos exercícios de análise de sensibilidade mostrados ao longo do trabalho. Em especial, verificou-se que, os bancos administram seus saldos de fechamento da conta Reservas Bancárias dependendo da expectativa da taxa a ser definida pelo Copom. Os bancos aumentam (reduzem) a demanda por reservas nos dias que antecedem a decisão e, conseqüentemente, reduzem (aumentam) essa demanda nos demais dias do período de cumprimento, caso essa expectativa seja de aumento (redução) da taxa de juros.

Outros exercícios de análise de sensibilidade do modelo às hipóteses feitas são interessantes. Por exemplo, como mudaria a demanda por reservas caso a taxa de juros não fosse constante ao longo do tempo, mas seguisse um determinado processo estocástico. Tais exercícios serão deixados para pesquisas futuras.

## Referências bibliográficas

- Clouse, J. A. & Dow, J. (2002). A computational model of banks' optimal reserve management policy. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 26:1787–1814.
- Giannitsarou, C. (2002). Deterministic dynamic programming with Matlab. PDM – Macroeconomics II, Universidade Nova de Lisboa. Notas de Aula.
- Queiroz, M. F. (2004). *Gerenciamento Das Reservas Bancárias–Contágio, Previsibilidade Do Comportamento Diário Dos Bancos e Expectativa*. PhD thesis, Universidade de Brasília.
- Sargent, T. & Ljungqvist, L. (2000). *Recursive Macroeconomics Theory*. MIT Press.



## Apêndice

Neste apêndice, explicaremos a metodologia utilizada para a resolução do problema de programação dinâmica deste trabalho.

Resolvemos o problema intraperíodo por indução retroativa. Começamos do último dia do período de cumprimento e damos um “chute” inicial para o formato da função valor ( $V(C_{t+1})$ ). Dado esse “chute” achamos  $R_{10t}^*$  como função de  $C_t$  e  $A_{10t}$  resolvendo o problema de minimização. Tendo  $R_{10t}^* = f(C_t, A_{10t})$  podemos achar o formato da função  $W_{10}(C_t, A_{10t})$  substituindo  $R_{10t}^* = f_{10}(C_t, A_{10t})$  em  $W_{10}(C_t, A_{10t}, R_{10t}^*)$ :

$$W_{10}(C_t, A_{10t}) = E[i_{co}(f_{10}(C_t, A_{10t}) + z_{10t}) + o(f_{10}(C_t, A_{10t}) + z_{10t}) + d(C_t, f_{10}(C_t, A_{10t}) + z_{10t}, A_{10t}) + \beta V(C_{t+1})]$$

Tendo o formato de  $W_{10}(C_t, A_{10t})$  podemos voltar ao dia nove e resolver o problema de minimização do referido dia. Tendo resolvido esse problema acharemos  $R_{9t}^* = f_9(C_t, A_{9t})$ . Como antes, substituiremos  $R_{9t}^* = f_9(C_t, A_{9t})$  em  $W_9(C_t, A_{9t}, R_{9t}^*)$  e acharemos o formato da função valor do dia nove. Continuamos com esse processo iterativo até o primeiro dia do cumprimento. Nesse dia, resolvemos o problema do ótimo em  $R_{1t}^*$ , achamos  $R_{1t}^* = g(C_t)$ , substituímos essa função em  $W_1(C_t, R_{1t}^*)$  e achamos a função  $W_1(C_t) = V(C_t)$ . Essa função será o nosso novo “chute” para a função valor do problema de programação dinâmica interperíodo. Com essa nova função recomeçamos o processo de indução retroativa até acharmos o próximo “chute” para a função valor. Esse processo continua até que o formato da função valor não mude entre as duas últimas iterações. A teoria de programação dinâmica nos garante que para qualquer “chute” inicial que seja uma função bem comportada, haverá uma solução para o problema e essa solução será exatamente a função valor para

a qual o problema converge<sup>16</sup>.

Consideramos que o banco apresenta um VSR igual a 40 unidades monetárias. Dessa forma a média dos saldos diários necessários para o cumprimento do compulsório é igual a 18 unidades monetárias. Como os bancos podem cumprir até um terço deste valor em caixa, consideramos que a média a ser cumprida em cada período é de 12 unidades monetárias. A Taxa Selic utilizada foi de 16% a.a. A taxa de desconto intertemporal  $\beta$  é de 0,994, o que representa o custo de oportunidade devido à taxa de juros adotada.

Computacionalmente, utilizamos intervalos discretos para as variáveis  $R_{it}^*$ ,  $z_{it}$ ,  $A_{it}$ ,  $q_{it}$  e  $C_t$  de forma a resolver o problema.  $R_{it}^* \in [6 : 0,5 : 24]$ ,  $z_{it} \in [-3 : 1 : 3]$ ,  $A_{it} \in [3 : 0,5 : 27]$ ,  $q_{it} \in [-6 : 1 : 6]$  e  $C_t \in [0 : 0,05 : 0.5]$ .

Escolhemos a variância e a magnitude para o choque  $q$  maior que a variância do choque  $z$ , pois no Brasil, devido ao alto volume do compulsório sobre recursos à vista, a incerteza no fluxo de pagamentos é relativamente pequena. Nos Estados Unidos, por exemplo, a razão de *turnover* é igual a 133 enquanto que no Brasil esse valor gira em torno de 15<sup>17</sup>. No trabalho utilizamos  $\frac{\sigma_q}{\sigma_z} = 4$ .

<sup>16</sup> Maiores detalhes podem ser encontrados em Sargent e Ljungqvist (2000).

<sup>17</sup> O valor do *turnover* americano é aquele encontrado em Clouse e Dow (2002). Para o caso brasileiro utilizamos a média diária para junho de 2004. A média diária dos pagamentos foi de R\$ 289,7 bilhões, enquanto que a média diária do saldo de fechamento das contas Reservas Bancárias foi de R\$ 19,3 bilhões. Os dados estão disponíveis em [www.bcb.gov.br](http://www.bcb.gov.br).

Para encontrarmos os valores médios do saldo de fechamento diário ao longo do período de cumprimento, simulamos o modelo com 30.000 períodos, retirando os choques de uma distribuição normal.