

O Uso do Modelo *NetWork DEA* para Avaliação da Eficiência Técnica do Gasto Público em Ensino Básico no Brasil

Mauricio Benegas

Universidade Federal do Ceará (CAEN-UFC), Brasil

Resumo

Este trabalho utiliza o modelo *Network-DEA* para avaliar a eficiência técnica do gasto público com educação básica nas Unidades da Federação para os anos de 2001, 2003 e 2005. É admitido que o ensino público seja gerado através de um processo produtivo ocorrendo em dois estágios. O primeiro estágio consiste na execução orçamentária para a contratação dos recursos físicos e humanos alocados no setor. O segundo estágio utiliza os recursos contratados no primeiro estágio para gerar efetividade do ensino. Os resultados apontam o Rio Grande do Sul como a UF mais eficiente, tanto no ensino fundamental quanto no ensino médio.

Palavras-chave: Ensino Público, Eficiência Técnica, Modelo *Network-DEA*

Classificação JEL: C61, H52, I22

Abstract

This paper uses the *Network DEA* Model to evaluate the technical efficiency of public expenditure with basic education in the Brazilian States for the years 2001, 2003 and 2005. It is admitted that public education is obtained through a two-stage production process. The first stage encompasses the public budget execution for hiring physical and human resources to be allocated in the sector. On other hand, the second stage uses the hired resources from the first stage to achieve effectiveness of education (quality and high probability of school year conclusion). The results show that the Rio Grande do Sul is more efficient State in the sample, both in elementary and high school grades.

* Recebido em maio de 2012, aprovado em julho de 2012. Artigo premiado na Categoria Gasto Público, do Prêmio CNI de Economia de 2011.

E-mail address: mauricio_benegas@caen.ufc.br

1. Introdução

Na última década tem havido um crescimento considerável de trabalhos com o objetivo de avaliar a eficiência dos gastos públicos no Brasil na provisão de certos serviços essenciais, notadamente, saúde, segurança e educação. Existem ao menos duas justificativas para tal ocorrência.

A primeira reside no interesse per se no assunto, uma vez que, no Brasil, dada a importância do estado na oferta dos serviços citados, a avaliação da eficiência dos gastos públicos assume um papel preponderante num contexto normativo. A segunda justificativa é a grande disponibilidade de técnicas de avaliação de eficiência que são computacionalmente simples e bem fundamentadas. Os modelos, não-paramétrico, *Data Envelopment Analysis* (daqui por diante DEA) e, paramétrico, *Stochastic Production Frontier*, constituem exemplos imediatos.¹

No caso específico da educação, a avaliação da eficiência do gasto público é um tema que desperta interesse entre acadêmicos, autoridades públicas e sociedade civil em geral. A razão para isso é imediata: é relativamente consensual que o crescimento e desenvolvimento de longo prazo de uma nação passam inevitavelmente pela oferta abrangente e de qualidade do ensino básico.²

Nos últimos anos o Brasil tem experimentado avanços importantes com respeito ao ensino público, sobretudo quando se considera a abrangência da oferta. Esse fato é comprovado pelo crescimento nas taxas de matrícula e de conclusão, principalmente no ensino básico. Existe, todavia, certa percepção de que a qualidade do ensino público não vem acompanhando a mesma evolução. Ao contrário disto, os resultados do Saeb (Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica) de 1991 a 2005 mostram uma queda expressiva nas médias de proficiência até 2001 e uma recuperação tímida nos exames subsequentes. Isso tem ocorrido em quase todas as Unidades da Federação.

Assim, uma questão que justifica uma investigação mais cuidadosa é o quanto o gasto público alocado na educação básica tem sido eficiente não apenas com relação a abrangência da oferta mas também com relação a qualidade do ensino. Essa é a perspectiva adotada nesse trabalho, ou seja, avaliar a eficiência do gasto público em educação em duas esferas distintas porém relacionadas: condições de oferta e qualidade do ensino.

Diante do cenário exposto este trabalho tem como principal objetivo a estimação da eficiência técnica do gasto em educação no Brasil, tomando as Unidades da Federação como unidades produtivas (ou Unidades Tomadoras de Decisão – DMU's). Essa tarefa por si só não se constitui em novidade, haja vista que vários

¹ Um tratamento extensivo sobre os modelos *Data Envelopment Analysis* e *Stochastic Production Frontier* pode ser encontrado em Cooper et alii (2006) e Kumbhakar e Lovell (2000), respectivamente.

² Em Hanushek (2007) e Hanushek et alii (2008) os autores apresentam uma excelente discussão sobre a relação entre qualidade do ensino e desenvolvimento econômico. Em seus estudos o autor mostra que a qualidade do ensino é ainda mais importante do que simplesmente estar na escola.

trabalhos já o fizeram.³

A contribuição que será dada neste trabalho, é que a abordagem a ser adotada encara o processo produtivo da educação como ocorrendo em dois estágios. O primeiro estágio corresponde à relação entre o gasto público e as condições de oferta (infraestrutura física, docentes, material didático, etc.). O segundo estágio relaciona as condições de oferta e a efetividade do ensino (notadamente taxa de conclusão e qualidade). O modelo adotado para este fim foi o *Network Slacked-Based DEA* (NSB-DEA) desenvolvido por Tone e Tsutsui (2008). A vantagem do uso do modelo NSB-DEA é que este permite estimar as eficiências técnicas não apenas do processo como um todo, mas também dos estágios de produção. Além disso, o modelo é inovador no sentido de considerar os diferentes links que podem ocorrer entre diferentes estágios de produção.

A amostra utilizada no trabalho é composta pelas 27 UF's brasileiras, com dados referentes aos anos de 2001, 2003 e 2005, que correspondem aos anos dos três últimos resultados do Saeb publicados pelo INEP (Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais).

Entre os resultados obtidos no trabalho, verificou-se que, com relação ao ensino fundamental, a eficiência técnica do 2º estágio foi em média, maior do que eficiência técnica do 1º estágio, tal que, levando-se apenas a eficiência técnica do gasto público em consideração, os resultados mostram que, no ensino fundamental não se observa uma melhoria nas condições de oferta *vis-à-vis* uma piora na qualidade. Ainda com relação ao ensino fundamental os resultados classificaram o Distrito Federal e os estados Goiás, Minas Gerais e Rio Grande do Sul como as UF's que definem a fronteira de produção do ensino público nos três anos analisados.

Os resultados obtidos com relação ao ensino médio mostraram que em 2001 a eficiência técnica média no 2º estágio foi inferior a eficiência técnica do 1º estágio, mas nos anos subsequentes o resultado se inverte, e tal como no ensino fundamental, as deficiências do processo se devem, em média, a problemas nas condições de oferta. Os estados do Rio Grande do Sul e Tocantins são os que definem a fronteira de produção do ensino médio nos três anos analisados.

No que segue, além desta introdução, o artigo está organizado da seguinte forma: a Seção 2 discute a modelagem do processo de produção do ensino público; a Seção 3 apresenta formalmente o modelo *Network DEA*; a Seção 4 apresenta e discute a base de dados utilizada no trabalho; na Seção 5 são apresentados os resultados; a Seção 6 apresenta as principais conclusões do estudo. No final do texto, o trabalho traz um apêndice que discute questões de retorno de escala.

2. Produção de Ensino Público

Em Bradford et alii (1969) os autores observam que, os agentes econômicos não se preocupam com a oferta de um dado bem ou serviço público em si, mas sim com

³ Alguns desses trabalhos são: Brunet et alii (2006), Trompieri-Neto et alii (2009), Sampaio e Guimarães (2009) e Trigo (2010).

os resultados que esses bens/serviços acabam gerando. Especificamente os autores argumentam que para um dado serviço público tudo se inicia com a contratação dos insumos necessários a esses serviços, representados por um vetor I . Esse vetor é mapeado em um vetor de bens/serviços públicos que os autores denominam de “produtos diretos”, representados por um vetor D . Finalmente o vetor D de “produtos diretos” é mapeado em um vetor que registra os atributos que de fato interessam ao consumidor final, representado por C .

No caso específico da educação pública o vetor I é basicamente composto por professores e estrutura física nas instituições de ensino. O vetor D contém o que é diretamente gerado pela combinação entre os insumos, como por exemplo, carga horária ministrada, conteúdo programático das disciplinas, metodologia de ensino, sistema de avaliação, etc. Por fim o vetor C sumariza os resultados finais dos produtos diretos, como por exemplo, se ou não o aluno concluiu o ciclo escolar e quanto conhecimento foi adquirido.⁴

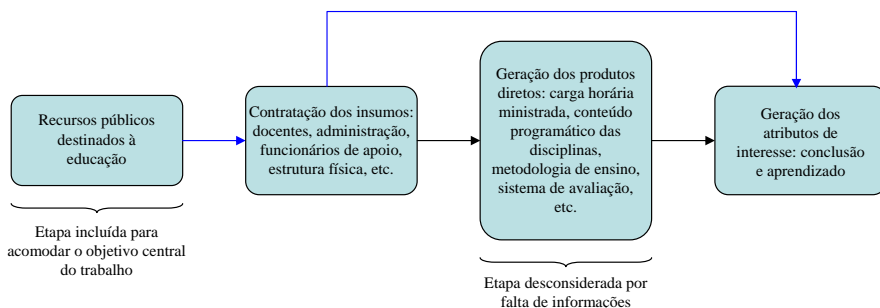
Há duas observações importante a serem feitas com a abordagem de Bradford et alii (1969). Primeiro, para fins da análise empírica desse processo (especificamente estimação de eficiência técnica) é muito difícil, se não impossível, obter informações sobre os produtos diretos (as componentes do vetor D). Segundo, o processo como descrito não está completo, pois a primeira etapa, que consiste na contratação dos insumos (componentes do vetor I) não está explicitada. Essa etapa é crucial para esse trabalho, pois em última instância, o que se pretende é avaliar a eficiência da gestão dos recursos públicos destinados ao ensino fundamental e médio. A Figura 1 representa a diagramação do processo como proposto por Bradford et alii (1969) adaptado aos propósitos desse trabalho. As conexões em cor preta referem-se à sistematização das idéias de Bradford et alii (1969), e as conexões em azul correspondem ao modelo de produção multi-estágio a ser utilizado neste trabalho.

Em termos gerais, o gasto público em educação tem como objetivos a abrangência e a efetividade. Por abrangência entende-se a capacidade do estado em atender a demanda por esse serviço. Noutros termos, o estado deve ofertar as condições materiais que sejam suficientes para o pleno atendimento da população que demanda por ensino público. Essa operação corresponde ao primeiro estágio do processo, no qual o gestor decide a alocação dos recursos com o propósito de contratar os recursos humanos e físicos para obter a máxima abrangência.

Efetividade refere-se à qualidade na prestação do serviço. Isso significa que uma vez satisfeitas as condições de oferta, o ensino deve atender a padrões de qualidade previamente estabelecidos, notadamente quanto ao desempenho escolar (que reúne grau de aprendizado e probabilidade de conclusão). A efetividade do ensino depende dos produtos diretos gerados pelos insumos, mas esse estágio é omitido nesse trabalho conforme já foi dito. Dessa forma a efetividade (que corresponde ao

⁴ O conhecimento adquirido em si talvez não seja propriamente importante para a maioria das pessoas. Entretanto esse conhecimento é tido (para essa maioria) como essencial para a aquisição de certas habilidades que, supostamente, serão necessárias para uma boa colocação no mercado de trabalho.

Fig. 1. Diagramação do Processo de Produção de Ensino Público



Fonte: Elaborado pelo autor.

segundo estágio no modelo utilizado neste trabalho) é obtida diretamente através dos insumos contratados.

No Brasil, apesar da grande profusão recente de trabalhos com o objetivo de avaliar eficiência técnica dos gastos públicos, poucos reconhecem a estrutura seqüencial do processo de produção de bens/serviços públicos. Mesmo esses poucos trabalhos, se valem de uma perspectiva que pode não ser a mais adequada.

Os trabalhos de Brunet et alii (2006) e Trompieri-Neto et alii (2009), analisam a eficiência do gasto público em diferentes rubricas, inclusive educação. O fato notável nesses trabalhos é que os autores reconhecem a estrutura multi-estágio da produção de bens/serviços públicos, mas utilizam o que Tone e Tsutsui (2008) chamam de modelos separadores. O modelo em questão consiste em analisar os estágios de produção em separado, considerando cada qual como um processo isolado.

Até a conclusão do presente trabalho, somente um artigo foi encontrado na pesquisa bibliográfica utilizando o modelo *Network DEA*. Trata-se do trabalho de Lobo et alii (2010), em que os autores estudam a eficiência técnica dos hospitais universitários federais avaliando conjuntamente desempenho e integração entre assistência e ensino.

Antes de finalizar essa seção é importante fazer algumas ressalvas sobre a efetividade do ensino público. Com respeito às falhas em desempenho escolar é difícil discriminar o que possa ser resultado de deficiência do sistema, deficiência das condições sócio-econômicas e deficiência do próprio aluno. Entretanto a metodologia que será utilizada para a avaliação da efetividade é comparativa. Especificamente, todos os membros da amostra partilham das mesmas dificuldades, salvo, possivelmente, as deficiências sócio-econômicas que podem apresentar diferenças dramáticas quando se comparam diferentes UF's.

Existem duas formas de avaliar quanto determinada variável exógena impacta sobre as estimativas de eficiência técnica. A primeira consiste em utilizar modelos DEA com a inclusão de produtos/insumos não discricionários a semelhança do modelo proposto por Ruggiero (1994). Infelizmente essa alternativa não é factível

para o modelo que será utilizado neste trabalho. A outra forma seria através de uma regressão tomando as estimativas de eficiência técnica como variável dependente e as variáveis exógenas como regressores. O uso de regressão foi a alternativa utilizada neste trabalho e os resultados sobre esse exercício são mostrados na subseção final do trabalho.

3. O Modelo *Network DEA*

Nesta seção o modelo *Network DEA* é formalmente apresentado. A seção é baseada no trabalho de Tone e Tsutsui (2008) com algumas adaptações. Considere um conjunto de n DMU's cada qual operando num esquema de produção em cadeia consistindo de K divisões. Em cada uma dessas DMU's, uma divisão k utiliza m_k insumos para a produção de r_k produtos. Adicionalmente, um *link* que corresponde ao envio de insumos intermediários da divisão k para a divisão h será denotado por (k, h) (a ordem é importante nessa notação, tal que (h, k) representa o *link* da divisão h para a divisão k). Seja L o conjunto de todos os *links*. Por fim para cada *link* $(k, h) \in L$ seja $t_{(k,h)}$ o número de itens nesse *link*, ou seja, $t_{(k,h)}$ é o número total de produtos produzidos pela divisão k e que são utilizados como insumos na divisão h .

Para cada DMU j a tripla $(x_j^k, y_j^k, z_j^{(k,h)}) \in \mathbb{R}_+^{m_k} \times \mathbb{R}_+^{r_k} \times \mathbb{R}_+^{t_{(k,h)}}$, representa o vetor de insumos utilizados na divisão k , o vetor de produtos (finais) produzidos pela divisão k , e o número de insumos intermediários produzidos pela divisão k e utilizados pela divisão h . Desta forma, o conjunto de observações pode ser representado por:

$$\left\{ \left(x_j^k, y_j^k, z_j^{(k,h)} \right) \in \mathbb{R}_+^{m_k} \times \mathbb{R}_+^{r_k} \times \mathbb{R}_+^{t_{(k,h)}}; 1 \leq j \leq n, 1 \leq k, h \leq K, (k, h) \in L \right\}$$

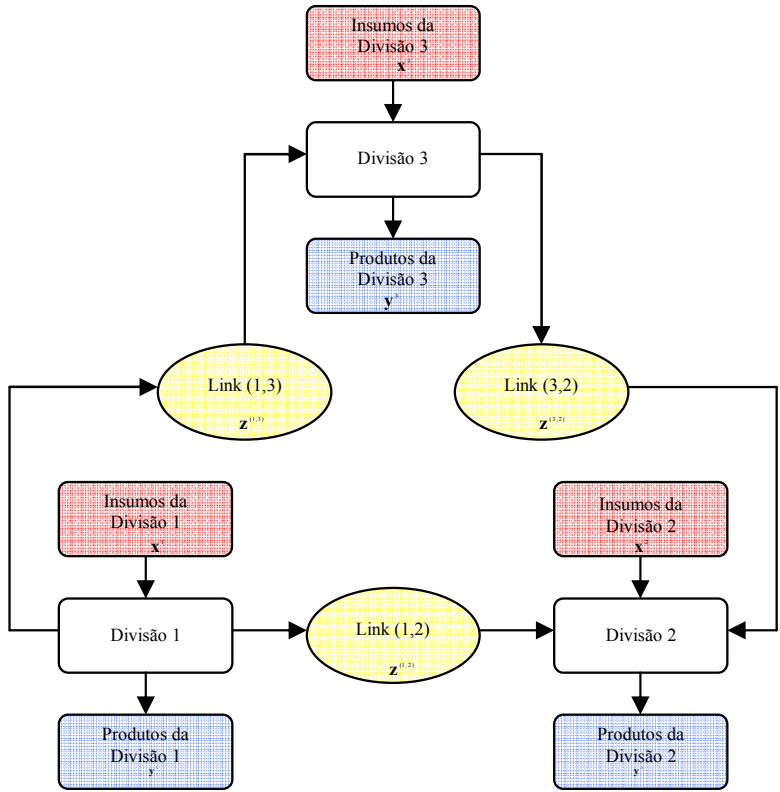
A Figura 2 ilustra o funcionamento de uma DMU operando com três divisões.

A DMU representada no diagrama acima opera com três divisões nas quais: a divisão 1 usa um vetor x^1 de insumos (exógenos), para produzir o vetor y^1 de produtos finais e os vetores $(z^{(1,2)}, z^{(1,3)})$ de produtos intermediários que são usados como insumos pelas divisões 2 e 3, respectivamente; a divisão 2 usa um vetor x^2 de insumos (exógenos) e os vetores $(z^{(1,2)}, z^{(3,2)})$ de produtos intermediários, produzidos nas divisões 1 e 3, respectivamente, para a produção do vetor y^2 de produtos finais; por fim, a divisão 3, usa o vetor $z^{(1,3)}$ de insumos (exógenos) e o vetor de produtos intermediários, produzidos pela divisão 1, para a produção do vetor y^3 de produtos finais e do vetor $z^{(3,2)}$ de produtos intermediários, utilizados como insumos pela divisão 2.

Para um processo produtivo em geral, operando com K divisões, o conjunto de possibilidades de produção é representado por um dos dois poliedros a seguir:

$$\begin{aligned} T_C &= \{ (x^k, y^k, z^{(k,h)}) \in \mathbb{R}_+^{m_k} \times \mathbb{R}_+^{r_k} \times \mathbb{R}_+^{t_{(k,h)}}; x^k \geq X^k \lambda^k, \forall k, y^k \leq Y^k \lambda^k, \\ &\forall k, z^{(k,h)} = Z^{(k,h)} \lambda^k, \forall (k, h), z^{(k,h)} \\ &= Z^{(k,h)} \lambda^h, \forall (k, h), \lambda^k \geq 0, 1 \leq k, h \leq K, (k, h) \in L \end{aligned} \tag{1}$$

Fig. 2. Processo Produtivo Multiestágio



Fonte: Adaptado de Tone e Tsutsui (2008).

$$\begin{aligned}
 T_C &= \{(x^k, y^k, z^{(k,h)}) \in \mathbb{R}_+^m \times \mathbb{R}_+^{r_k} \times \mathbb{R}_+^{t_{(k,h)}}; x^k \geq X^k \lambda^k, \forall k, y^k \leq Y^k \lambda^k, \\
 \forall k, z^{(k,h)} &= Z^{(k,h)} \lambda^k, \forall (k, h), z^{(k,h)} \\
 &= Z^{(k,h)} \lambda^h, \forall (k, h), 1_n \lambda^k, \forall k, \lambda^k \geq 0, 1 \leq k, h \leq K, (k, h) \in L \quad (2)
 \end{aligned}$$

onde, $X^k = [x_1^k x_2^k \dots x_n^k]$ é a matriz de dimensão $m_k \times n$ dos insumos (exógenos) utilizados pelas n DMU's na divisão k ; $Y^k = [y_1^k y_1^k \dots y_1^k]$ é a matriz de dimensão $r_k \times n$ de produtos finais produzidos pelas n DMU's na divisão k ; $Z^{(k,h)}$ é a matriz $t_{(k,h)} \times n$ de produtos intermediários produzidos pela divisão k e utilizados como insumos na divisão h para cada uma das n DMU's. O vetor $\lambda^k (k = 1, 2, \dots, K)$ corresponde às variáveis de intensidade de operação de cada DMU na divisão k . O símbolo 1_n representa um n -vetor com todas as entradas iguais a 1.

O conjunto em (1) representa uma tecnologia com retornos constantes de escala e, em (2), com retornos variáveis. O modelo DEA adotado neste trabalho para a

estimação de eficiência técnica, é baseado em minimizações de folgas de produtos e insumos. O modelo em questão foi introduzido por Tone (2001) e é chamado de DEA *Slack-Based*.

Segundo Tone e Tsutsui (2008), a eficiência técnica orientada pelo produto de uma DMU_o ($o = 1, 2, \dots, n$), denotada por τ_o^* , é obtida resolvendo-se um dos seguintes problemas de programação linear:

$$1/\tau_o^* = \max_{(\lambda^k)_{k=1}^K, (s^{k+})_{k=1}^K} \sum_{k=1}^K w_k \left[1 + \frac{1}{r_k} \sum_{j=1}^{r_k} \frac{s_j^{k+}}{y_{jo}^k} \right] \tag{3}$$

sujeito a

$$\begin{aligned} x_o^k &= X^k \lambda^k + s^{k-} \quad (k = 1, 2, \dots, K) \\ y_o^k &= Y^k \lambda^k - s^{k+} \quad (k = 1, 2, \dots, K) \\ Z^{(k,h)} \lambda^h &= Z^{(k,h)} \lambda^k \quad (k, h = 1, 2, \dots, K) \\ 1_n \lambda^k &= 1 \quad (k = 1, 2, \dots, K) \\ (\lambda^k, s^{k-}, s^{k+}) &\geq 0 \quad (k = 1, 2, \dots, K) \text{ ou} \end{aligned}$$

$$1/\tau_o^* = \max_{(\lambda^k)_{k=1}^K, (s^{k+})_{k=1}^K} \sum_{k=1}^K w_k \left[1 + \frac{1}{r_k} \sum_{j=1}^{r_k} \frac{s_j^{k+}}{y_{jo}^k} \right] \tag{4}$$

sujeito a

$$\begin{aligned} x_o^k &= X^k \lambda^k + s^{k-} \quad (k = 1, 2, \dots, K) \\ y_o^k &= Y^k \lambda^k - s^{k+} \quad (k = 1, 2, \dots, K) \\ z_o^{(k,h)} &= Z^{(k,h)} \lambda^h \quad (k, h = 1, 2, \dots, K) \\ z_o^{(k,h)} &= Z^{(k,h)} \lambda^k \quad (k, h = 1, 2, \dots, K) \\ 1_n \lambda^k &= 1 \quad (k = 1, 2, \dots, K) \\ (\lambda^k, s^{k-}, s^{k+}) &\geq 0 \quad (k = 1, 2, \dots, K) \end{aligned}$$

onde, s^{k-} e s^{k+} são, respectivamente, os vetores de folgas de insumos e produtos na divisão k . A quantidade w_k corresponde a um percentual que reflete a importância relativa da divisão k na operação como um todo. Por definição tem-se, $w_k \geq 0$ para todo k e $\sum_k w_k = 1$. Esse valor é exógeno e deve ser escolhido pelo pesquisador.

A diferença entre os modelos (3) e (4) está nas restrições sobre os *links* entre as divisões. Em (3), os *links* são livres, ou seja, tal como a alocação de insumos e a produção dos produtos, os *links* podem ser decididos pelo gestor da DMU analisada. Por outro lado, no modelo especificado em (4) esses *links* são fixos ou exógenos, o que significa que os mesmos estão fora do controle do gestor.

Fixado o conjunto de restrições (para *links* livres ou fixados) as variações nos modelos (3) e (4) referem-se às orientações da medida de eficiência e aos rendimentos de escala. Quanto às orientações estas podem ser pelo insumo ou não-orientadas, caso em que, as contrações e expansões (não-radiais) de insumos e produtos, respectivamente, ocorrem simultaneamente. Denotando a eficiência técnica orientada pelo insumo da DMU_o por θ_o^* , esta é obtida resolvendo-se

$$\theta_o^* = \min_{(\lambda^k)_{k=1}^K, (s^{k-})_{k=1}^K} \sum_{k=1}^K w^k \left[1 - \frac{1}{m_k} \left(\sum_{i=1}^{m_k} \frac{s_i^{k-}}{x_{io}^k} \right) \right] \quad (5)$$

sujeito ao conjunto de restrições em (3) ou (4). Para os modelos não orientados, a eficiência técnica, denotada por ρ_o^* , é estimada mantendo-se o conjunto de restrições em (3) ou (4) e resolvendo-se

$$\rho_o^* = \min_{(\lambda^k)_{k=1}^K, (s^{k-})_{k=1}^K, (s^{k+})_{k=1}^K} \frac{\sum_{k=1}^K w_k \left[1 - \frac{1}{m_k} \sum_{i=1}^{m_k} \frac{s_i^{k-}}{x_{io}^k} \right]}{\sum_{k=1}^K w_k \left[1 + \frac{1}{r_k} \sum_{j=1}^{r_k} \frac{s_j^{k+}}{y_{jo}^k} \right]} \quad (6)$$

Os rendimentos de escala nos modelos (3) e (4) são variáveis, mas podem ser constantes. Rendimentos constantes são obtidos eliminando-se a restrição $1_n \lambda^k = 1$ para cada divisão k . A Definição 1 apresenta alguns conceitos indispensáveis para a correta interpretação dos resultados a serem obtidos com a aplicação do modelo.

Definição 1 *Sejam $\{(\lambda^{k*}, s^{k-*}, s^{k+*}); k = 1, 2, \dots, K\}$ as escolhas ótimas em qualquer um dos problemas (3) – (6). Fixada a $DMU_o (o = 1, 2, \dots, n)$, tem-se:*

1. *A k -ésima eficiência técnica divisional é definida como*

$$\theta_{ko}^* = 1 - \frac{1}{m_k} \left(\sum_{i=1}^{m_k} \frac{s_i^{k-*}}{x_{io}^k} \right) \text{ se orientada pelo insumo}$$

$$\tau_{ko}^* = 1 / \left[1 + \frac{1}{r_k} \sum_{j=1}^{r_k} \frac{s_j^{k+*}}{y_{jo}^k} \right] \text{ se orientada pelo produto}$$

$$\rho_{ko}^* = \frac{1 - \frac{1}{m_k} \sum_{i=1}^{m_k} \frac{s_i^{k-*}}{x_{io}^k}}{1 + \frac{1}{r_k} \sum_{j=1}^{r_k} \frac{s_j^{k+*}}{y_{jo}^k}} \text{ se não-orientada}$$

2. *A DMU_o é dita eficiente na divisão k , se $\theta_{ko}^* = 1, \tau_{ko}^* = 1$ ou $\rho_{ko}^* = 1$;*

3. *A DMU_o é dita globalmente eficiente se $\theta_o^* = 1, \tau_o^* = 1$ ou $\rho_o^* = 1$;*

Note que, por definição, tem-se

$$\theta_o^* = \sum_{k=1}^K w_k \theta_{ko}^*, \tau_o^* = 1 / \left[\sum_{k=1}^K w_k / \tau_{ko}^* \right] \text{ e } \rho_o^* = \frac{\sum_{k=1}^K w_k \left[1 - \frac{1}{m_k} \sum_{i=1}^{m_k} \frac{s_i^{k-*}}{x_{io}^k} \right]}{\sum_{k=1}^K w_k \left[1 + \frac{1}{r_k} \sum_{j=1}^{r_k} \frac{s_j^{k+*}}{y_{jo}^k} \right]}$$

para qualquer DMU_o .⁵

⁵ Como será visto na Seção 5, este trabalho parte de certas premissas que conduzem naturalmente à estimação das ET's com orientação pelo produto e retornos variáveis de escala. Por essa razão é importante notar que a eficiência global é dada pela média harmônica ponderada das eficiências divisionais. Com relação aos retornos variáveis de escala, o Teorema 1 em Tone e Tsutsui (2008), estabelece que neste caso uma DMU é globalmente eficiente se e somente se é eficiente em todas as suas divisões. Esse resultado obviamente não exclui a possibilidade de que haja alguma DMU que

Para finalizar esta seção, a Definição 2 a seguir, estabelece como insumos, produtos e links (no caso livre) ineficientes são projetados sobre a fronteira eficiente.

Definição 2 *Sejam $\{(\lambda^{k*}, s^{k-*}, s^{k+*}); k = 1, 2, \dots, K\}$ as escolhas ótimas em qualquer um dos problemas (4) - (6). Então, fixada a DMU_o ($o = 1, 2, \dots, n$), se $(x_o^{k*}, y_o^{k*}, z_o^{(k,h)*})$ representam os valores eficientes de insumos produtos e links na divisão k , tem-se*

$$x_o^{k*} = x_o^k - s^{k-*} = \sum_{i \in R_o^k} y_j^k \lambda_j^{k*}, z_o^{(k,h)*} = Z^{(k,h)} \lambda^{k*}, \text{ para todo } h$$

4. Base de Dados

O modelo utilizado neste trabalho considera o gasto anual *per capita* em educação como o único insumo no primeiro estágio. Este insumo é então utilizado para a aquisição dos recursos físicos e humanos que são representados pelo número de estabelecimentos de ensino e o número de docentes, respectivamente. Essa operação encerra o primeiro estágio de produção, a qual corresponde à abrangência da oferta. Os produtos intermediários gerados no primeiro estágio são então utilizados como insumos no segundo estágio que tem como produtos finais os indicadores da qualidade do ensino, notadamente desempenho e probabilidade de conclusão. Esses indicadores são representados pelas médias de proficiência em Português e Matemática do Saeb e pela taxa de conclusão no respectivo ciclo escolar. Essa última operação encerra o segundo estágio do processo e corresponde à efetividade do ensino.

As informações sobre número de docentes, número de estabelecimentos de ensino e número de concluintes foram obtidas a partir do Censo Escolar dos anos de 2001, 2003 e 2005 referentes ao ensino fundamental e médio.⁶ As informações sobre as médias de proficiência foram obtidas através dos dados do SAEB também para os anos de 2001, 2003 e 2005. As informações sobre os gastos com educação foram obtidas através da execução orçamentária dos estados nos anos de 2001, 2002 e 2003 disponibilizadas pela Secretária do Tesouro Nacional.⁷ Por fim, as informações sobre população foram obtidas através dos dados disponibilizados pelo IBGE.

Sobre a variável população cabem algumas observações. Para o cálculo das variáveis per capita não foi considerada a população total, mas sim a população numa faixa etária que concentra grande parte da demanda potencial pelo ensino nas etapas correspondentes. Por exemplo, no caso do ensino fundamental foi utilizada a população na faixa etária de 5 a 17 anos. Essa faixa etária foi determinada com base

seja eficiente numa divisão e não na outra. O que o teorema estabelece é que uma tal DMU não será globalmente eficiente.

⁶ As informações foram obtidas junto ao INEP através do sítio www.inep.gov.br/basica/censo/.

⁷ Vide o sítio www.tesouro.fazenda.gov.br/estados_municipios/.

nas informações constantes no INEP através do sistema EDUDATABRASIL.⁸ No caso do ensino médio a faixa etária utilizada foi de 15 a 19 anos.

5. Resultados

Nesta seção são apresentados e discutidos os resultados obtidos com a aplicação da metodologia apresentada na Seção 3. O modelo utilizado considera ET orientada pelo produto e retornos variáveis de escala.

Neste trabalho é assumida a hipótese de que ao gestor interessam mais os resultados da aplicação do que a aplicação dos recursos em si. Essa hipótese é o que justifica a escolha da orientação pelo produto da ET. Quanto aos retornos de escala, foram estimadas elasticidades de escala de cada uma das UF's baseada na metodologia proposta por Tone e Sahoo (2004).⁹ Os resultados mostram que, exceto raras exceções, as UF's operam sob retornos não-constantes de escala.

Para cada um dos anos selecionados para o estudo, havia falta de informação sobre o SAEB para alguma UF em pelo menos um dos exames no ensino fundamental ou médio. Essas UF's foram retiradas da amostra. Especificamente, no ensino fundamental, foram retirados os estados do Acre, Amapá, Roraima e Tocantins em 2001 e, no ano de 2003, foram retirados os estados de Roraima e Tocantins. Para as estimações de ET do ensino médio foram retirados os estados de Alagoas e Ceará e o Distrito Federal em 2001, em 2003 foram retirados os estados de Alagoas, Ceará, Amapá e Roraima e o Distrito Federal, e, por fim, em 2005, foram retirados os estados de Alagoas, Ceará e Amapá e o Distrito Federal.

Em cada um dos anos selecionados, três cenários foram propostos. O primeiro cenário (cenário base) considera que os estágios 1 e 2, têm o mesmo peso no cômputo da ET global. No segundo cenário admite-se que o segundo estágio é relativamente mais importante recebendo peso 0.6 no cômputo da ET global. Por fim no terceiro cenário o primeiro estágio passa a ser mais importante, recebendo também peso 0.6. O segundo e terceiro cenários foram confrontando com o cenário base a fim de averiguar se houve mudança na ordenação das UF's.

5.1. *Ensino fundamental*

A Tabela 1 mostra os resultados das estimações das ET's utilizando a metodologia apresentada na seção 3. Os resultados referem-se ao ensino fundamental, para o qual foram estimadas as ET's no anos 2001, 2003 e 2005. A tabela reporta as estimativas das ET's nos três cenários propostos. Por fim, na base da tabela são mostradas algumas estatísticas descritivas de interesse.

⁸ Vide o sítio www.edudatabrasil.inep.gov.br.

⁹ Questões relacionadas a retornos de escala não constituem o foco do trabalho, por isso os resultados das estimações de elasticidade de escala, bem como uma breve apresentação da metodologia utilizada, foram deixadas para consulta no Apêndice.

O primeiro ponto a ser observado a partir dos resultados apresentados, é o fato que, na sua grande maioria, as UF's apresentaram ET's maiores no 2º estágio, indicando que as falhas (caso haja) no sistema como um todo referem-se, em sua maioria, a problemas na execução dos gastos. Exceções a esse fato são os estados de Piauí, que teve ET no primeiro estágio maior do que a ET no segundo estágio nos três períodos, Paraíba em 2003 e 2005, Maranhão, Mato Grosso e Rio Grande do Norte em 2005 apenas. Note que em 2005, quase todos os estados que tiveram ET do primeiro estágio maior pertencem à região Nordeste do país.

Outro ponto que merece nota, é que, com exceção do estado de Mato Grosso em 2001, e Maranhão e Mato Grosso em 2005, todos as demais UF's eficientes no primeiro estágio também o foram no segundo e, conseqüentemente, obtiveram eficiência global máxima. Esses estados representam as DMU's que definem a fronteira de produção de ensino público fundamental. Com exceção do estado do Maranhão, todas as UF's eficientes o foram nos três períodos analisados. Assim, a primeira conclusão a que se chega com os resultados obtidos é que o Distrito Federal e os estados de Goiás, Minas Gerais e Rio Grande do Sul, representam o subconjunto de DMU's que definem a fronteira de produção no Brasil.¹⁰ Note que, duma perspectiva regional, o centro-oeste do país é a região que, a princípio, representa a referência nacional em termos de eficiência técnica.

A fim de providenciar um panorama da distribuição regional das ET's estimadas, na Figura 3, as médias das ET's no período analisado, estão representadas num gráfico do tipo radar. As UF's foram agrupadas em suas respectivas regiões, de modo que a área preenchida entre a origem e a borda das circunferências reflete, para cada região, o número de UF's próximas ou sobre a fronteira. Nas regiões em cuja referida área, o preenchimento é maior, maior será o número de UF's plenamente eficientes. Na parte (a) da figura, estão representadas as ET's do primeiro estágio, na parte (b) as ET's do segundo estágio e, por fim, na parte (c) da figura são mostradas as ET's globais.

Como pode ser observado, as regiões Centro-Oeste e Sul do país são as que apresentam os melhores resultados e, noutra direção, as regiões Norte¹¹ e Nordeste os piores, cabendo a esta última, o pior resultado no país. O estado do Ceará apresentou o pior resultado médio em termos das ET's do primeiro estágio e global, enquanto o estado de Alagoas apresentou o pior desempenho quanto à ET do 2º estágio. Assim as evidências parecem confirmar a intuição: o ensino público é tão pior quanto menos desenvolvido for o estado. O estado do Rio de Janeiro, entretanto, constitui uma ressalva a essa conclusão. As ET's médias para este estado ficaram abaixo das médias para a região Nordeste do país.

A Tabela 2 apresenta as médias regionais de ET's para os três anos analisados. Como pode ser observado as regiões Centro-Oeste e Sul apresentaram as maiores

¹⁰ Os estados de Roraima e Tocantins, embora tenham obtido eficiência máxima em todas as instâncias, não foram incluídos nesse subconjunto por não terem feito parte da amostra nos três períodos analisados.

¹¹ Efetivamente a região Norte apresentou ET's médias maiores do que a região Sudeste, entretanto, quando a média é calculada levando-se em consideração os estados retirados da amostra nos anos 2001 e 2003, a região Norte apresenta desempenho inferior.

Tabela 1. Estimativas de Eficiência Técnica do Ensino Fundamental para os Anos de 2001, 2003 e 2005

DMU	2001						2003						2005										
	ET	ET	ET Global	ET Global	ET Global	ET Global	ET	ET	ET Global	ET Global	ET Global	ET Global	ET	ET	ET Global	ET Global	ET Global	ET Global	ET Global	ET Global			
	1º estágio	2º estágio	cenário1	cenário2	cenário3	cenário3	1º estágio	2º estágio	cenário1	cenário2	cenário3	cenário3	1º estágio	2º estágio	cenário1	cenário2	cenário3	cenário3	1º estágio	2º estágio	cenário1	cenário2	cenário3
AC	-	-	-	-	-	-	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0,7442	0,9133	0,8201	0,8372	0,8037	0,7442	0,9133	0,8201	0,8372	0,8037
AL	0,3858	0,5185	0,4424	0,4558	0,4298	0,4298	0,4042	0,5955	0,4815	0,5007	0,4638	0,4638	0,4495	0,6488	0,5311	0,5511	0,5125	0,4495	0,6488	0,5311	0,5511	0,5125	
AM	0,7715	0,9404	0,8476	0,8647	0,8312	0,8312	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0,6149	0,8637	0,7184	0,7434	0,6950	0,6149	0,8637	0,7184	0,7434	0,6950	
AP	-	-	-	-	-	-	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0,8354	0,9126	0,8723	0,8801	0,8647	0,8354	0,9126	0,8723	0,8801	0,8647	
BA	0,5752	0,8823	0,6964	0,7270	0,6682	0,6682	0,5429	0,8961	0,6762	0,7111	0,6445	0,6445	0,4741	0,6751	0,5570	0,5772	0,5382	0,4741	0,6751	0,5570	0,5772	0,5382	
CE**	0,3125	0,9438	0,4696	0,5220	0,4267	0,4267	0,2741	0,8826	0,4183	0,4675	0,3785	0,3785	0,2367	0,7460	0,3594	0,4009	0,3256	0,2367	0,7460	0,3594	0,4009	0,3256	
DF*	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	
ES	0,7267	0,9768	0,8334	0,8586	0,8096	0,8096	0,7299	0,8192	0,7720	0,7810	0,7632	0,7632	0,5851	0,7696	0,6648	0,6834	0,6472	0,5851	0,7696	0,6648	0,6834	0,6472	
GO*	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	
MA	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	
MG*	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	
MS	0,8180	0,9007	0,8573	0,8657	0,8492	0,8492	0,8337	0,9082	0,9086	0,9252	0,8925	0,8925	0,8319	0,9325	0,8793	0,8895	0,8694	0,8319	0,9325	0,8793	0,8895	0,8694	
MT	1,0000	0,9033	0,9492	0,9396	0,9589	0,9589	0,8533	0,9296	0,8898	0,8975	0,8823	0,8823	0,9117	0,9538	0,9451	0,9451	0,9627	0,9117	0,9538	0,9451	0,9451	0,9627	
PA	0,5440	0,6975	0,6112	0,6268	0,5965	0,5965	0,5190	0,6799	0,5887	0,6049	0,5733	0,5733	0,3815	0,5417	0,4477	0,4638	0,4327	0,3815	0,5417	0,4477	0,4638	0,4327	
PB	0,6898	0,7720	0,7286	0,7369	0,7205	0,7205	0,8194	0,8065	0,8129	0,8116	0,8142	0,8142	0,8538	0,8141	0,8335	0,8295	0,8375	0,8538	0,8141	0,8335	0,8295	0,8375	
PE	0,4839	0,7564	0,5903	0,6173	0,5654	0,5654	0,5238	0,7919	0,6305	0,6573	0,6058	0,6058	0,5563	0,7612	0,6428	0,6635	0,6234	0,5563	0,7612	0,6428	0,6635	0,6234	
PI	0,8619	0,6739	0,7564	0,7383	0,7754	0,7754	0,8366	0,7229	0,7756	0,7645	0,7871	0,7871	0,8045	0,5787	0,6732	0,6519	0,6959	0,8045	0,5787	0,6732	0,6519	0,6959	
PR	0,8284	0,9933	0,9034	0,9200	0,8873	0,8873	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	
RJ	0,4733	0,6539	0,5491	0,5673	0,5321	0,5321	0,4714	0,6812	0,5572	0,5783	0,5376	0,5376	0,5524	0,6077	0,5787	0,5843	0,5733	0,5524	0,6077	0,5787	0,5843	0,5733	
RN	0,7273	0,7950	0,7597	0,7665	0,7529	0,7529	0,7095	0,7649	0,7362	0,7417	0,7307	0,7307	0,7365	0,7304	0,7328	0,7340	0,7340	0,7365	0,7304	0,7328	0,7340	0,7340	
RO	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	
RR	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	-	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	
RS*	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	
SC	0,8526	0,9952	0,9184	0,9328	0,9044	0,9044	0,8468	0,9995	0,9168	0,9323	0,9019	0,9019	0,9019	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0,9019	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	
SE	0,6106	0,7607	0,6775	0,6926	0,6629	0,6629	0,6838	0,7620	0,7208	0,7287	0,7131	0,7131	0,7321	0,7888	0,7594	0,7651	0,7538	0,7321	0,7888	0,7594	0,7651	0,7538	
SP	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0,8952	0,9823	0,9367	0,9455	0,9281	0,8952	0,9823	0,9367	0,9455	0,9281	
TO	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	-	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	

Tabela 1 – Estimativas de Eficiência Técnica do Ensino Fundamental para os Anos de 2001, 2003 e 2005 (cont.)

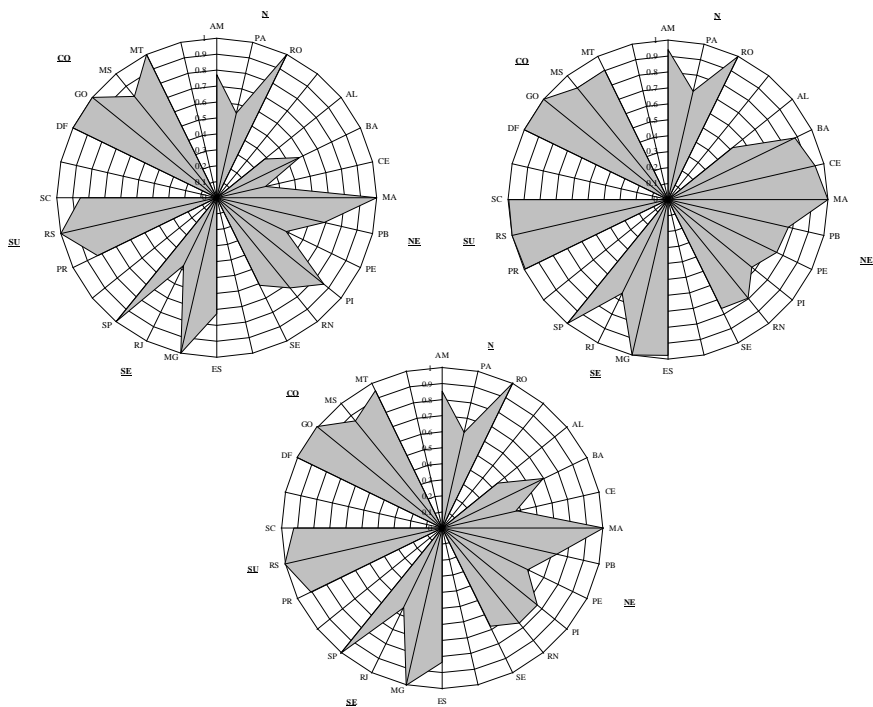
	Estatísticas Descritivas														
	2001					2003					2005				
Média	0,7679	0,8767	0,8083	0,8188	0,7987	0,8019	0,8932	0,8354	0,8441	0,8275	0,7819	0,8497	0,8057	0,8123	0,7999
Desvio Padrão	0,2231	0,1431	0,1841	0,1751	0,1927	0,2270	0,1314	0,1881	0,1779	0,1972	0,2271	0,1471	0,1931	0,1851	0,2006
1º Quartil	0,5929	0,7664	0,6870	0,7098	0,6656	0,6838	0,7919	0,7208	0,7287	0,7131	0,6000	0,7536	0,6690	0,6734	0,6711
2º Quartil	0,8180	0,9404	0,8476	0,8647	0,8312	0,8468	0,9982	0,9086	0,9252	0,8925	0,8319	0,9056	0,8426	0,8454	0,8397
3º Quartil	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
Máximo	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
Mínimo	0,3125	0,5185	0,4424	0,4558	0,4267	0,2741	0,5955	0,4183	0,4675	0,3785	0,2367	0,5417	0,3594	0,4009	0,3256
% de DMU's Eficientes	34,78%	30,43%	30,43%	30,43%	30,43%	44,00%	44,00%	44,00%	44,00%	44,00%	37,04%	29,63%	29,63%	29,63%	29,63%

* DMU's globalmente eficientes nos três anos analisados.

** DMU com o pior desempenho médio no período em termos de eficiência global nos três cenários propostos.

Fonte: Estimativas do autor.

Fig. 3. Distribuição Regional das ET's do Ensino Fundamental – 1º Estágio, 2º Estágio e Global – Média dos Anos 2001, 2003 e 2005



Fonte: Elaborado pelo autor.

ET's médias nos três anos estudados, o que corrobora com as conclusões obtidas com a análise da Figura 1. Note que, a exceção da região Centro-Oeste em 2001, todas as demais e em todos os anos analisados, a ET média do segundo estágio foi superior a do primeiro estágio, indicando que as deficiências no ensino fundamental estão mais ligadas às condições inapropriadas de oferta. Por fim, é importante observar que em 2005, a região Sul foi a única em toda a amostra que teve todos os seus estados sobre a fronteira de produção.

Para finalizar a análise do ensino fundamental, a Tabela 3 mostra como a mudança nos pesos de cada estágio afetou o ordenamento das UF's.

Como pode ser observado, nos anos de 2001 e 2003 houveram poucas mudanças no ordenamento das UF's como resultado da mudança dos pesos dos estágios. Especificamente, em 2001 não houve nenhuma mudança no Cenário 1, no qual maior peso é dado ao estágio 2, noutros termos, quando uma maior importância é devotada a efetividade do ensino não há modificações no ordenamento das UF's com respeito as respectivas ET's globais. Com relação ao Cenário 2, no qual maior peso é dado ao primeiro estágio, os resultados para 2001 mostram que houve uma mudança de posições entre Rio Grande do Norte e Piauí e entre Ceará e Alagoas.

Tabela 2

Médias Regionais das ET's do EF

2001			
Região	1º Estágio	2º Estágio	ET Global
N	0,7718	0,8793	0,8196
NE	0,6274	0,7892	0,6801
SE	0,8000	0,9077	0,8456
SU	0,8937	0,9962	0,9406
CO	0,9545	0,9510	0,9516
2003			
Região	1º Estágio	2º Estágio	ET Global
N	0,9038	0,9360	0,9177
NE	0,6438	0,8025	0,6947
SE	0,8003	0,8751	0,8323
SU	0,9489	0,9998	0,9723
CO	0,9218	0,9820	0,9496
2005			
Região	1º Estágio	2º Estágio	ET Global
N	0,7721	0,8698	0,8144
NE	0,6712	0,7387	0,6711
SE	0,7582	0,8399	0,7951
SU	1,0000	1,0000	1,0000
CO	0,9580	0,9611	0,9583

Fonte: Estimativas do autor.

Os resultados para 2003 foram praticamente os mesmos em todos os cenários, a única mudança foi reposicionamento entre Piauí e Espírito Santo no Cenário 1.

As maiores modificações foram observadas em 2005, ano em que a amostra de UF's é completa. Com relação ao Cenário 1, os estados de São Paulo, Acre, Amazonas, Espírito Santo e Pernambuco subiram de posto em detrimento aos estados de Mato Grosso, Maranhão, Paraíba, Rio Grande do Norte e Piauí. Note que, a exceção de Mato Grosso, todos os demais estados que caíram de posição no Cenário 1 em 2005, pertencem à região Nordeste, o que pode sugerir certa fragilidade dessa região no tocante à efetividade do ensino.¹² Ainda em 2005, no

¹² É necessária certa cautela ao se fazer inferências sobre essas quedas de posição, pois a mudança de

Tabela 3

Efeito da Mudança de Cenários sobre o *Ranking* das UF's Ensino Fundamental

Cenário Base	2001		2003			2005		
	Cenário 1	Cenário 2	Cenário Base	Cenário 1	Cenário 2	Cenário Base	Cenário 1	Cenário 2
AC*			RR*			DF	-	-
AP*			TO*			GO	-	-
RR*			AC	-	-	MG	-	-
TO*			AM	-	-	PR	-	-
DF	-	-	AP	-	-	RR	-	-
GO	-	-	DF	-	-	RS	-	-
MA	-	-	GO	-	-	SC	-	-
MG	-	-	MA	-	-	TO	-	-
RO	-	-	MG	-	-	MT	↓	-
RS	-	-	PR	-	-	MA	↓	-
SP	-	-	RO	-	-	SP	↑	-
MT	-	-	RS	-	-	MS	-	-
SC	-	-	SP	-	-	AP	-	-
PR	-	-	SC	-	-	RO	-	-
MS	-	-	MS	-	-	PB	↓	-
AM	-	-	MT	-	-	AC	↑	-
ES	-	-	PB	-	-	SE	-	-
RN	-	↑	PI	↓	-	RN	↓	-
PI	-	↓	ES	↑	-	AM	↑	↓
PB	-	-	RN	-	-	PI	↓	↑
BA	-	-	SE	-	-	ES	↑	-
SE	-	-	BA	-	-	PE	↑	-
PA	-	-	PE	-	-	RJ	-	-
PE	-	-	PA	-	-	BA	-	-
RJ	-	-	RJ	-	-	AL	-	-
CE	-	↑	AL	-	-	PA	-	-
AL	-	↓	CE	-	-	CE	-	-

* UF retirada da amostra por falta de informação.

Fonte: Elaborado pelo autor.

Cenário 2 houve apenas um reposicionamento dos estados do Amazonas e Piauí.

5.2. Ensino médio

A análise dos resultados para o ensino médio segue o mesmo padrão utilizado para a análise do ensino fundamental, começando com a Tabela 4. Nesta, são informadas

cenário é muito sutil. Entretanto, o que se pode esperar, é que se mais importância é dada a um ou outro cenário as mudanças de ordenação serão nas mesmas direções daquelas observadas nos exercícios realizados.

as ET's estimadas para os três anos analisados e, em cada ano, as ET's globais nos três cenários propostos. Por fim, no final da tabela são reportadas algumas estatísticas descritivas de interesse.

Antes de prosseguir com a análise, é importante ressaltar que para o ensino médio, quatro UF's mantiveram-se sistematicamente fora da amostra por falta de informação.¹³ As UF's em questão são o Distrito Federal, e os estados de Alagoas, Acre e Ceará. O ponto relevante nesta observação é que comparações com os resultados do ensino fundamental ficam prejudicadas uma vez que o Distrito Federal e o Ceará apresentaram, respectivamente, melhor e pior resultados médios com respeito às ET's globais na análise anterior.

Com exceção do ano de 2001, nos demais a ET média do 2º estágio foi maior do que a do 1º estágio. De fato, como pode ser observado o ano de 2001 é atípico neste particular, uma vez que, exceto o estado de Rondônia todas as demais UF's mostraram desempenho inferior no segundo estágio. Ainda com relação a 2001, nota-se que todas as UF's da região centro-oeste, presentes na amostra, tiveram ET máxima no primeiro estágio mas não no segundo. Este fato também é observado no estado de Santa Catarina. Os estados de Goiás e Mato Grosso foram os únicos estados que mantiveram esse padrão em 2003 e 2005. Esses resultados podem ser uma evidência de que há maior fragilidade na efetividade do ensino na região centro-oeste.

As únicas UF's que mantiveram-se plenamente eficientes nos três anos analisados foram os estados do Rio Grande do Sul e de Tocantins. Por outro lado, o estado com o pior desempenho médio no período foi o Pará.

A semelhança da Figura 3 à Figura 4 providencia uma visualização da distribuição regional das ET's médias do período. Em termos da ET do primeiro estágio nota-se que as regiões Centro-Oeste e Sul foram as que obtiveram o melhor desempenho. Com relação a ET do segundo estágio a região Sul novamente surge com o melhor desempenho mas a região Centro-Oeste aparentemente obteve o pior resultado, o que reforça o argumento de que nessa região a fragilidade do sistema de ensino parece ser uma consequência de baixa efetividade.

A Tabela 5 traz as médias regionais das ET's estagiais e global para os três anos analisados. O primeiro ponto a ser notado é que as regiões Sul e Centro-Oeste obtiveram as maiores ET 's médias globais a exceção de 2001 em que o Centro-Oeste teve resultado inferior a região Norte. Note que com relação ao ensino médio a relação entre desenvolvimento e desempenho em termos de ET não se verifica, pois, as regiões Nordeste e Sudeste tiveram desempenhos parecidos. De fato em 2001 a ET global média do Nordeste foi superior a do Sudeste.

Para finalizar esta seção, a Tabela 6 mostra as mudanças de ordenação das UF's mediante às mudanças de cenário quanto à ET global. Em 2001 a única mudança ocorrida foi uma troca de posições entre Santa Catarina e Acre no Cenário 1, em que, a primeira UF cai e a segunda sobe uma posição. Em 2003 ocorreram várias

¹³ Especificamente não há informações sobre a média de proficiência em pelo menos um dos Saeb 's para essas UF's.

Tabela 4. Estimativas de Eficiência Técnica do Ensino Médio para os Anos de 2001, 2003 e 2005

DMU	2001						2003						2005					
	ET	ET	ET Global	ET Global	ET Global	ET Global	ET	ET	ET Global	ET Global	ET Global	ET Global	ET	ET	ET Global	ET Global	ET Global	ET Global
	1º estágio	2º estágio	cenário1	cenário2	cenário3	ET	1º estágio	2º estágio	ET	ET Global	ET Global	ET Global	ET	ET	ET Global	ET Global	ET Global	ET Global
AC	0,8303	0,3271	0,4693	0,4318	0,5140	0,7167	0,6923	0,7043	0,7019	0,7067	0,6829	0,8953	0,7748	0,7962	0,7545			
AL	-	-	-	-	-	0,6760	0,9085	0,7752	0,7986	0,7531	-	-	-	-	-	-	-	-
AM	0,8775	0,1228	0,2155	0,1872	0,2537	-	-	-	-	-	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
AP	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,5484	0,8451	0,6652	0,6947	0,6380			
BA	0,7251	0,0604	0,1115	0,0954	0,1342	0,5804	0,8596	0,6929	0,7209	0,6671	0,5484	0,8451	0,6652	0,6947	0,6380			
CE	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
DF	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
ES	0,8260	0,1669	0,2777	0,2451	0,3202	0,5398	0,7771	0,6371	0,6609	0,6149	0,4683	0,7381	0,5730	0,5999	0,5485			
GO	1,0000	0,0826	0,1526	0,1305	0,1837	1,0000	0,8252	0,9042	0,8872	0,9219	1,0000	0,8320	0,9083	0,8919	0,9253			
MA	0,6279	0,1459	0,2368	0,2106	0,2705	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0,5208	0,7730	0,6223	0,6476	0,5990			
MG	0,9337	0,0454	0,0866	0,0733	0,1058	0,6615	0,7840	0,7176	0,7299	0,7056	0,6753	0,7999	0,7323	0,7449	0,7202			
MS	1,0000	0,3253	0,4909	0,4455	0,5466	0,9216	0,7075	0,8005	0,7800	0,8221	0,9318	0,7392	0,8244	0,8058	0,8439			
MT	1,0000	0,5179	0,6824	0,6416	0,7287	1,0000	0,7360	0,8479	0,8229	0,8745	1,0000	0,8275	0,9056	0,8888	0,9230			
PA**	0,8139	0,0257	0,0499	0,0420	0,0613	0,5055	0,7400	0,6007	0,6242	0,5789	0,4520	0,7937	0,5760	0,6094	0,5460			
PB	0,8482	0,0542	0,1019	0,0866	0,1236	0,6036	0,6858	0,6421	0,6504	0,6340	0,4949	0,7285	0,5894	0,6128	0,5677			
PE	0,8988	0,2171	0,3498	0,3116	0,3984	0,7989	0,8044	0,8016	0,8022	0,8011	0,6957	0,7941	0,7417	0,7516	0,7320			
PI	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0,8914	0,8533	0,8719	0,8681	0,8758	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
PR	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0,7801	0,8680	0,8217	0,8306	0,8130			
RJ	0,7677	0,2118	0,3320	0,2982	0,3745	0,7576	0,8187	0,7870	0,7931	0,7809	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000			
RN	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0,6324	0,8662	0,7311	0,7546	0,7089	0,6667	0,9004	0,7661	0,7897	0,7439			
RO	0,8478	0,8482	0,8480	0,8480	0,8480	0,7414	0,8815	0,8054	0,8196	0,7917	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
RR	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	-	-	-	-	-	0,5146	0,7336	0,6049	0,6269	0,5844			
RS*	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0,8377	0,8416	0,8396	0,8400	0,8393	0,7437	0,5988	0,8139	0,8296	0,7988			
SC	1,0000	0,3103	0,4736	0,4285	0,5294	0,4467	0,7171	0,5505	0,5773	0,5260	0,4374	0,7213	0,5446	0,5726	0,5191			
SE	0,7668	0,1621	0,2676	0,2368	0,3077	0,6329	0,9293	0,7530	0,7827	0,7255	0,6039	0,8723	0,7137	0,7406	0,6887			
SP	0,8413	0,0354	0,0679	0,0574	0,0832	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
TO*	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000

Tabela 4 – Estimativas de Eficiência Técnica do Ensino Médio para os Anos de 2001, 2003 e 2005 (cont.)

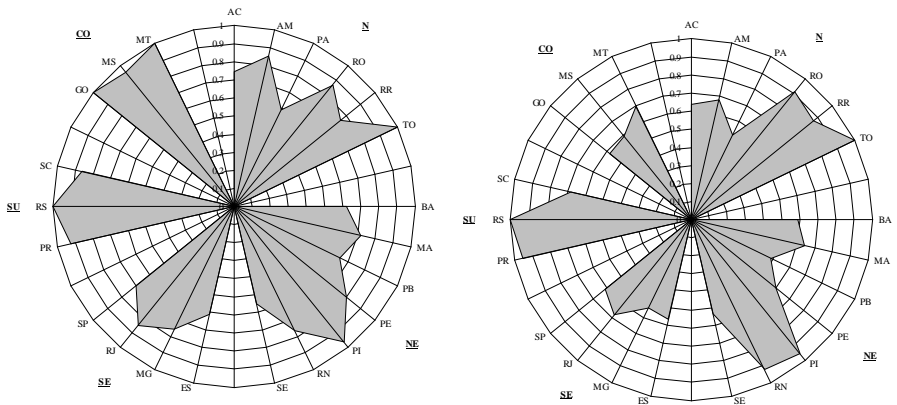
	Estatísticas Descritivas														
	2001					2003					2005				
Média	0,8959	0,4200	0,4876	0,4683	0,5123	0,7702	0,8376	0,7938	0,8007	0,7876	0,7485	0,8592	0,7903	0,8015	0,7803
Desvio Padrão	0,1103	0,3954	0,3660	0,3743	0,3554	0,1844	0,1037	0,1323	0,1236	0,1418	0,2190	0,1014	0,1621	0,1499	0,1740
1º Quartil	0,8282	0,1027	0,1841	0,1588	0,2187	0,6325	0,7493	0,7076	0,7231	0,7059	0,5346	0,7834	0,6437	0,6712	0,6185
2º Quartil	0,8988	0,2171	0,3498	0,3116	0,3984	0,7495	0,8334	0,7937	0,7959	0,7863	0,6957	0,8451	0,7748	0,7962	0,7545
3º Quartil	1,0000	0,9241	0,9240	0,9240	0,9240	0,9804	0,9018	0,8659	0,8611	0,8755	1,0000	0,9502	0,9541	0,9460	0,9626
Máximo	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
Mínimo	0,6279	0,0257	0,0499	0,0420	0,0613	0,4467	0,6858	0,5505	0,5773	0,5260	0,4374	0,7213	0,5446	0,5726	0,5191
% de DMU's Eficientes	43,48%	26,09%	26,09%	26,09%	26,09%	27,27%	18,18%	18,18%	18,18%	18,18%	34,78%	26,09%	26,09%	26,09%	26,09%

* DMU's globalmente eficientes nos três anos analisados.

** DMU com o pior desempenho médio no período em termos de eficiência global nos três cenários propostos.

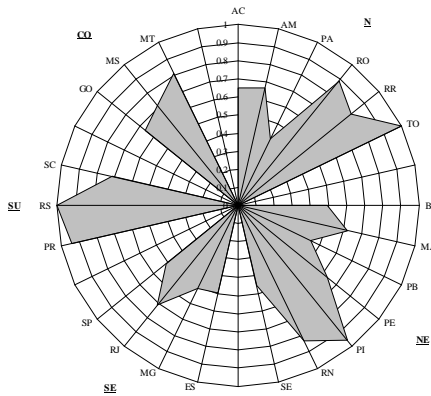
Fonte: Estimativas do autor.

Fig. 4. Distribuição Regional das ET's do Ensino Médio – 1º Estágio, 2º Estágio e Global Média dos Anos 2001, 2003 e 2005



(a) ET 1º Estágio

(b) ET 2º Estágio



(c) ET Global

Fonte: Elaborado pelo autor.

mudanças principalmente no Cenário 1. Os estados de Mato Grosso, Mato Grosso do Sul, Amazonas, Acre e Paraíba caíram de posição quando se considerou maior importância do segundo estágio. Por outro lado os estados de Santa Catarina, São Paulo, Bahia e Espírito Santo subiram de posição o que sugere que esses estados possuem melhor desempenho na efetividade do ensino. Ainda em 2003, quando se considera o Cenário 2 nota-se que houve pouca mudança relativamente ao Cenário 1. Como pode ser observado houve queda de posição dos estados de Rondônia e Minas Gerais e ganho dos estados do Mato Grosso do Sul e Acre.

Tabela 5

Médias Regionais das ET's do EM

2001			
Região	1º Estágio	2º Estágio	ET Global
N	0,8949	0,5540	0,5971
NE	0,8381	0,3771	0,4382
SE	0,8422	0,1149	0,1911
SU	1,0000	0,7701	0,8245
CO	1,0000	0,3086	0,4420
2003			
Região	1º Estágio	2º Estágio	ET Global
N	0,7279	0,8445	0,7771
NE	0,6859	0,8269	0,7441
SE	0,6480	0,8273	0,7236
SU	0,9459	0,9472	0,9465
CO	0,9739	0,7562	0,8509
2005			
Região	1º Estágio	2º Estágio	ET Global
N	0,7749	0,9038	0,8259
NE	0,6465	0,8339	0,7226
SE	0,6869	0,8526	0,7548
SU	0,8413	0,9223	0,8785
CO	0,9773	0,7996	0,8794

Fonte: Estimativas do autor.

Por fim a análise do ano de 2005 revelou poucas mudanças, quais sejam: queda de posição no Cenário 1 para o estado do Mato Grosso do Sul e ganhos de posição para os estados de Paraná e Santa Catarina; com relação ao Cenário 2 houve apenas uma substituição de posições entre os estados do Pará e Espírito Santo, com queda de posição para o primeiro e ganho para o segundo.

5.3. O impacto da proporção de pobres na eficiência técnica

Nessa subseção discute-se brevemente o impacto que as condições sócio-econômicas das UF's podem ter sobre a efetividade do ensino aqui

Tabela 6

Efeito da Mudança de Cenários sobre o *Ranking* das UF's Ensino Médio

Cenário Base	2001		Cenário Base	2003		Cenário Base	2005	
	Cenário 1	Cenário 2		Cenário 1	Cenário 2		Cenário 1	Cenário 2
AL*			AL*			AL*		
AP*			AP*			AP*		
CE*			CE*			CE*		
DF*			DF*			DF*		
PI	-	-	RR*			AM	-	-
PR	-	-	MA	-	-	PI	-	-
RN	-	-	PR	-	-	RJ	-	-
RR	-	-	RS	-	-	RO	-	-
RS	-	-	TO	-	-	RS	-	-
TO	-	-	GO	-	-	TO	-	-
RO	-	-	PI	-	-	GO	-	-
MT	-	-	MT	↓	-	MT	-	-
MS	-	-	SC	↑	-	MS	↓	-
SC	↓	-	RO	-	↓	PR	↑	-
AC	↑	-	PE	-	-	SC	↑	-
PE	-	-	MS	↓	↑	AC	-	-
RJ	-	-	RJ	-	-	RN	-	-
ES	-	-	AM	↓	-	PE	-	-
SE	-	-	SP	↑	-	MG	-	-
MA	-	-	RN	-	-	SP	-	-
AM	-	-	MG	-	↓	BA	-	-
GO	-	-	AC	↓	↑	MA	-	-
BA	-	-	BA	↑	-	RR	-	-
PB	-	-	PB	↓	-	PB	-	-
MG	-	-	ES	↑	-	PA	-	↓
SP	-	-	PA	-	-	ES	-	↑
PA	-	-	SE	-	-	SE	-	-

* UF retirada da amostra por falta de informação.

Fonte: Elaborado pelo autor.

representada pela ET do 2º estágio. A estratégia adotada para essa análise é simplesmente utilizar uma regressão linear usando a proporção de pobres como *proxy* das condições sócio-econômicas.¹⁴ Os dados sobre a proporção de pobres

¹⁴ Evidentemente as condições sócio-econômicas de uma dada UF incluem uma gama muito maior de variáveis, tais como, cobertura de esgotamento sanitário, coleta de lixo, taxa de mortalidade infantil, níveis de criminalidade, taxa de analfabetismo, etc. As razões para a utilização da proporção de pobres apenas são: 1) o uso de apenas um regressor permite uma representação geométrica da relação com a ET; 2) espera-se que a proporção de pobres seja positivamente relacionada com qualquer conjunto amplo de variáveis que representem condições sócio-econômicas.

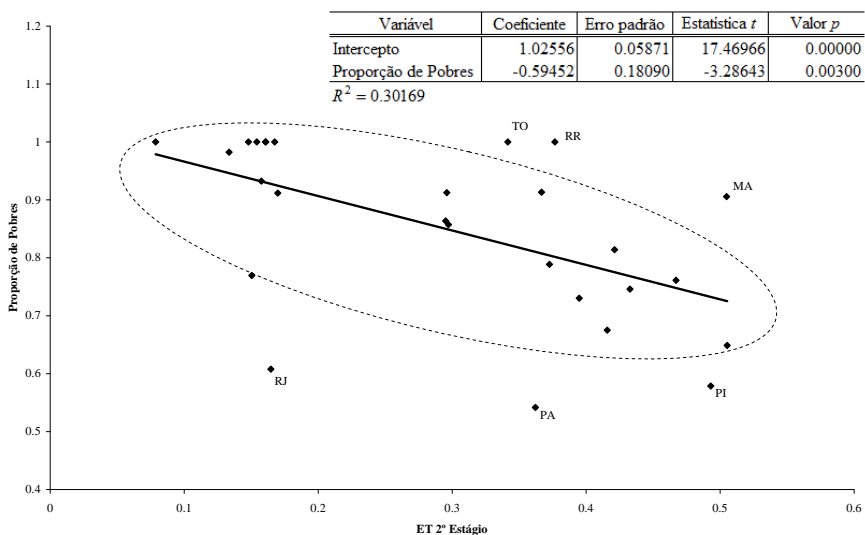
foram obtidos através do IPEADATA.¹⁵

Denotando por p_i a proporção de pobres na UF i e por $ET2_i$ a eficiência técnica no segundo estágio (efetividade do ensino) da mesma UF, o modelo econométrico utilizado é:

$$ET2_i = \alpha + \beta p_i + \varepsilon_i, i = 1, 2, \dots, 27$$

Para o ensino fundamental foram utilizados os resultados de 2005, por ser o ano em que todas as UF's estão presentes na amostra.¹⁶ O modelo foi estimado por Mínimos Quadrados Ordinários e os resultados obtidos estão reportados na tabela que consta na parte superior da Figura 5.

Fig. 5. Relação entre ET do 2º e Proporção de Pobres – Ensino Fundamental 2005



Fonte: Elaborado pelo autor.

Na Figura 5, as informações estão dispostas numa *scatter plot* juntamente com a reta de regressão estimada, bem como as inferências sobre os coeficientes estimados. Adicionalmente, a linha tracejada em vermelho representa a elipse de covariância dos dados. Como pode ser observado os coeficientes estimados são estatisticamente significantes à 5%, embora o R^2 tenha sido baixo, possivelmente pela utilização de apenas um regressor e a pouca quantidade de observações.

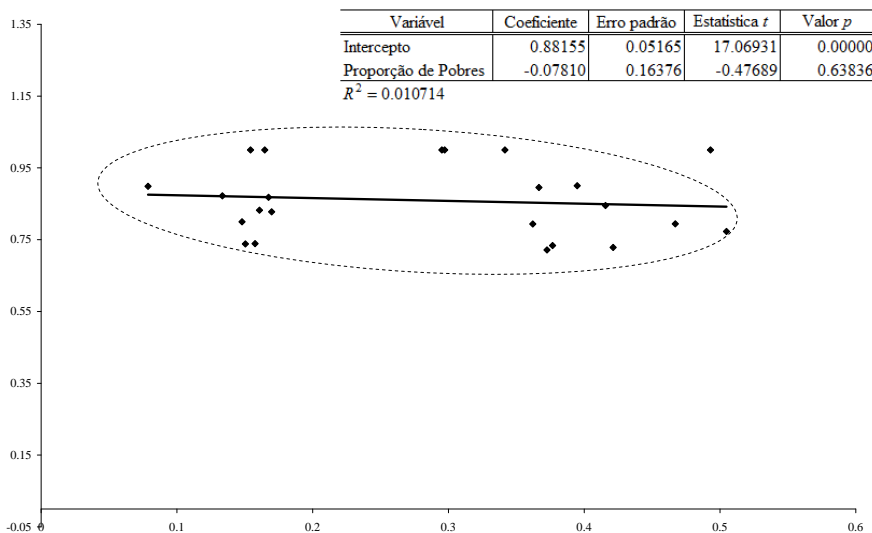
¹⁵ Vide o sítio <http://www.ipeadata.gov.br>.

¹⁶ Os resultados mostrados nessa seção não são centrais para o artigo e constituem apenas uma forma de avaliar o quanto certas dissimilaridades entre as UF's podem contribuir para as estimativas de eficiência. A opção por uma regressão linear simples se deve ao fato de que a utilização de modelos censurados (que são comuns nesse tipo de investigação já que a variável dependente é limitada entre 0 e 1) mostrou-se desnecessária. Por fim, deve-se ter em mente que os resultados devem ser apreciados com certa cautela dado o pequeno número de informações.

Quanto aos resultados estimados, estes confirmam a intuição uma vez que o coeficiente que relaciona ET2 e p é negativo. Especificamente, um aumento em um ponto percentual na proporção de pobres reduz a eficiência técnica do 2º estágio em aproximadamente 0.006. Outro ponto interessante é que o valor do intercepto sugere que, em média, se a proporção de pobres aproxima-se de 0 a ET2 aproxima-se de 1, ou seja, a eficiência máxima.

Com relação ao ensino médio os resultados do mesmo exercício não foram conclusivos. De fato, como pode ser constatado na Figura 6, o coeficiente que relaciona proporção de pobres com a ET2, apesar de negativo, não foi significativo.

Fig. 6. Relação entre ET do 2º e Proporção de Pobres – Ensino Médio 2005



Fonte: Elaborado pelo autor.

6. Conclusões

Este trabalho propõe a utilização do modelo *Netwok DEA* pra estimar a eficiência técnica do gasto público na educação básica. A justificativa para o uso do referido modelo baseia-se nas idéias de Bradford et alii (1969) em que os autores sugerem que a produção de serviços públicos deve ser vista como um processo multiestágio.

No modelo considerado é admitido que a produção do ensino público ocorre em dois estágios. O primeiro estágio compreende a contratação dos recursos físicos e humanos utilizados no segundo estágio para a efetivação do ensino que se refere ao aprendizado e à probabilidade de conclusão do ciclo escolar sob consideração.

No modelo empírico, o primeiro estágio utiliza o gasto público *per capita* em educação como insumo para a produção de estabelecimentos de ensino e docentes,

ambos em termos *per capita*. No segundo estágio utiliza estabelecimentos de ensino e docentes através de um *link* com o primeiro estágio, para a produção das médias de proficiência do Saeb em Português e Matemática, os quais representam indicadores de aprendizado, e da taxa de conclusão do ciclo escolar sob consideração, que representa a probabilidade de conclusão.

Os resultados para o ensino fundamental sugerem que as deficiências do processo como um todo, se devem mais às deficiências nas condições de oferta. Isso pode ser constatado ao se verificar que a maioria da UF's tiveram ET no primeiro estágio menor do que a ET do segundo estágio. As ET's médias reforçam o diagnóstico já que em 2001, 2003 e 2005 as ET's médias do primeiro e segundo estágio foram, respectivamente, 0.7679 contra 0.8767, 0.8019 contra 0.8932 e, 0.7819 contra 0.8497.

Ainda com relação ao ensino fundamental, o Distrito Federal e os estado de Goiás, Minas Gerais e Rio Grande do Sul, foram as únicas UF's que obtiveram ET máxima nos três anos analisados, tal que, essas podem ser consideradas as DMU's que definem a fronteira de produção do ensino público fundamental. Por outro lado o estado do Ceará foi a UF com o pior desempenho médio no período em termos de ET global.

Em termos da distribuição regional da ET no ensino fundamental, os resultados mostram que as Regiões Sul e Centro Oeste obtiveram o melhor desempenho no país. A região Sul obteve ET média de 0.9610 no período, seguido pela região Centro Oeste com ET média de 0.9532. Vale ressaltar que a Região Sul foi a única que teve todas as suas UF's componentes com ET máxima, fato ocorrido em 2005, que corresponde ao único ano em que a amostra está completa.

A análise do ensino fundamental é finalizada considerando cenários alternativos quanto à importância relativa dos estágios de produção. Especificamente, considera-se um cenário base em que os estágios 1 e 2 recebem a mesma ponderação, este então é comparado com Cenário 1 em que o estágio 2 é relativamente mais importante recebendo peso 0.6 e com o Cenário 2 em que os pesos são invertidos. Os resultados mostram que a exceção do ano de 2005, poucas mudanças foram observadas. Especificamente em 2005, as maiores mudanças foram observadas no Cenário 1, em que a efetividade do ensino é mais importante. Os estados de Mato Grosso, Maranhão, Paraíba, Rio Grande do Norte e Piauí caíram de posição, indicando certa fragilidade dessas UF's quanto à efetividade do ensino fundamental. Por outro lado os estados de São Paulo, Acre, Amapá, Espírito Santo e Pernambuco subiram de posição quando se considera o Cenário 1.

Com relação aos resultados do ensino médio merece destaque o fato de que a Região Centro Oeste mostrou um padrão muito particular com respeito as estimativas de eficiência técnica. Especificamente os resultados sugerem que existe uma clara fragilidade na efetividade do ensino, uma vez que os estados de Goiás e de Mato Grosso, tiveram ET máxima no primeiro estágio, mas não no segundo. Isso ocorreu nos três anos analisados.

Os estados do Rio Grande do Sul e de Tocantins foram os únicos a apresentarem ET global máxima nos três anos estudados. Por outro lado o estado do Pará apresentou o pior desempenho médio no período.

A análise regional dos resultados sugere novamente a região Sul como a mais eficiente, fato que pode ser observado na Figura 4. A mesma Figura sugere que a região Sudeste teve o pior desempenho no país. Esses fatos podem ser confirmados na Tabela 5, onde as médias regionais da região Sul foram as maiores para os anos de 2001 e 2003, e em 2005 ligeiramente menor do que a média da região Centro Oeste apenas. As médias da região Sudeste foram as menores em 2001 e 2003, e em 2005 superou apenas a região Nordeste. A região Centro Oeste, apesar de ter mostrado resultados que sugerem fragilidade na efetividade do ensino, obteve altas médias de eficiência global em 2003 e em 2005, embora em 2001 a região tenha registrado ET global média que só foi superior às médias das regiões Nordeste e Sudeste.

Os resultados das mudanças de cenários reportados na Tabela 6 mostram que as maiores mudanças foram observadas em 2003. Como pôde ser observado, no Cenário 1, que confere maior peso à efetividade do ensino, quase 50% das UF's analisadas mudaram suas posições relativas quando comparadas ao cenário base.

De um modo geral o trabalho sugere que o sistema de ensino público no Brasil tem como referência a Região Sul do país. Especificamente o estado do Rio Grande do Sul foi a única UF do país que obteve ET global máxima nos três anos analisados, tanto no ensino fundamental quanto no ensino público. No outro extremo, os piores resultados no ensino fundamental foram observados na região Nordeste, com destaque para o estado do Ceará que obteve o pior desempenho médio no período com relação a ET global. No ensino médio por outro lado os resultados médios das regiões Norte, Nordeste e Sudeste ficaram muito próximos, alternando posições relativas em cada ano.

Referências bibliográficas

- Bradford, D. F., Malt, R. A., & Oates, W. E. (1969). The rising cost of local public services: Some evidence and reflections. *National Tax Journal*, 22:185–202.
- Brunet, J. F. G., Borges, C. B., Bertê, A. M. A., & Bussato, L. M. (2006). Estados comparados por funções do orçamento – Uma avaliação da eficiência e efetividade dos gastos públicos estaduais. Master's thesis, Secretaria de Planejamento e Gestão (SEPLAG), Porto Alegre.
- Cooper, W. W., Seiford, L., & Tone, K. (2006). *Introduction to Data Envelopment Analysis and Its Uses*. Springer, NY.
- Hanushek, E. (2007). *Education Quality and Economic Growth*. World Bank.
- Hanushek, E., Jamison, D. T., Jamison, E. A., & Woessmann, L. (2008). Education and economic growth: It's not just going to school but learning that matters. *Education Next*, 8:62–70.
- Kumbhakar, S. C. & Lovell, C. A. K. (2000). *Stochastic Frontier Analysis*. Cambridge University Press, Cambridge.
- Lobo, M. S. C., Lins, M. P. E., Silva, A. C. M., & Fiszman, R. (2010). Avaliação de desempenho e integração docente-assistencial nos hospitais universitários. *Revista de Saúde Pública*, 44:581–90.

- Ruggiero, J. (1994). On the measurement of technical efficiency in the public sector. *European Journal of Operational Research*, 90:553–565.
- Sampaio, B. & Guimarães, J. (2009). Diferenças de eficiência entre ensino público e privado no Brasil. *Revista de Economia Aplicada*, 13:45–68.
- Tone, K. (2001). A slacks-based measure of efficiency in data envelopment analysis. *European Journal of Operational Research*, 130:498–509.
- Tone, K. & Sahoo, B. K. (2004). Degree of scale economies and congestion: A unified DBA approach. *European Journal of Operational Research*, 158:755–772.
- Tone, K. & Tsutsui, M. (2008). Network DEA: A slacks-based measure approach. *European Journal of Operational Research*, 197:243–52.
- Trigo, P. P. (2010). Avaliação da eficiência técnica do ensino básico brasileiro. Master's thesis, Universidade de São Paulo.
- Trompieri-Neto, N., Lopes, D. A. F., Barbosa, M. P., & Holanda, M. C. (2009). Determinantes da eficiência dos gastos públicos municipais em educação e saúde: O caso do Ceará. In Carvalho, E. B. S., Holanda, M. C., & Barbosa, M. P., editors, *Economia do Ceará em Debate 2008*, volume 1, pages 57–72. IPECE, Fortaleza.

Apêndice

Considerações sobre Retornos de Escala na Produção de Ensino Público

A discussão sobre retornos de escala neste apêndice, baseia-se no trabalho de Tone e Sahoo (2004). Considere uma firma que utiliza um vetor $x \in \mathfrak{R}_+^m$ para produzir uma quantidade de produto $y \in \mathfrak{R}_+$, através de uma função de produção f . Seja (x_0, y_0) , tal que $y_0 = f(x_0)$, e $\eta(x_0, y_0)$ a elasticidade de escala calculada em (x_0, y_0) , então $\eta(x_0, y_0) = \sum_{j=1}^m \frac{PMg_j(x_0)}{PMe_j(x_0, y_0)}$, onde $PMg_j(x_0)$ e $PMe_j(x_0, y_0)$, representam, respectivamente, o produto marginal e o produto médio do insumo j em (x_0, y_0) . Se $\eta(x_0, y_0) > 1$, $\eta(x_0, y_0) < 1$ ou $\eta(x_0, y_0) = 1$ então a produção exhibe, respectivamente, retornos crescentes, decrescentes ou constantes de escala. Se apenas um insumo é utilizado, a elasticidade de escala de reduz a

$$\eta(x_0, y_0) = \left. \frac{dy}{dx} \frac{x}{y} \right|_{(x_0, y_0)} \quad (\text{A.1})$$

No caso de múltiplos insumos e produtos, o modelo DEA para a estimação da elasticidade de escala, utiliza a formulação simplificada em (A.1). Isso é consequência da introdução dos conceitos de insumo e produto virtuais, a serem definidos mais adiante. O problema com a utilização de (A.1) em modelos DEA, está na falta de diferenciabilidade do produto em relação ao insumo. A solução está em utilizar dualidade em programação linear para encontrar um hiperplano suporte (que em geral não é único) ao conjunto de produção no ponto projetado, e calcular a derivada do produto virtual em relação ao insumo virtual ao longo deste hiperplano.

A primeira etapa do processo consiste em encontrar a ET e as folgas ótimas de insumos e produtos no modelo em forma de envoltória com retornos variáveis de escala. Esse modelo é conhecido como BCC devido ao trabalho de Bankers, Charnes & Cooper (1984). Considerando uma DMU operando num ponto $(x_0, y_0) \in \mathfrak{R}_+^m \times \mathfrak{R}_+$, a obtenção da ET orientada pelo produto no modelo BCC, consiste em resolver o seguinte problema de programação linear:

$$ET(x_0, y_0) = \begin{cases} \max_{\theta, \lambda, s^-, s^+} \theta \\ \text{tal que} \\ x_0 = X\lambda + s^- \\ \theta y_0 = Y\lambda - s^+ \\ 1\lambda = 1 \\ \lambda \geq 0, s^- \geq 0, s^+ \geq 0 \end{cases} \quad (\text{A.2})$$

Seja, $(ET(x_0, y_0), \lambda^*, s^{*-}, s^{*+})$ a solução ótima de (A.2) e denote por (x_0^*, y_0^*) a projeção de (x_0, y_0) sobre a fronteira. A etapa seguinte consiste em resolver

o problema dual a (A.2), encontrando os valores das variáveis duais $(v, u, d) \in \mathfrak{R}_+^m \times \mathfrak{R}_+^r \times \mathfrak{R}$, que resolvem

$$\begin{cases} \min_{v,u,d} vx_0^* - d \\ \text{tal que} \\ -vX + uY + 1d \leq 0 \\ uy_0^* = 1 \\ v \geq 0, u \geq 0, d \text{ livre} \end{cases} \quad (\text{A.3})$$

Seja (v^*, u^*, d^*) a solução ótima para (A.3), segue do teorema da dualidade em programação linear que $v^*x_0^* - u^*y_0^* = d^*$, que corresponde a um hiperplano suporte à fronteira de produção no ponto (x_0^*, y_0^*) . Para finalizar o procedimento, definem-se o insumo virtual (ξ) e o produto virtual (ρ), associados a x_0^*, y_0^* , pondo $\xi = v^*x_0^*$ e $\rho = u^*y_0^*$, tal que, o hiperplano suporte pode ser escrito como $\xi - \rho = d^*$. Usando essa equação, calculam-se a produto marginal e produto médio, respectivamente, como:

$$PMg = \frac{d\rho}{d\xi} = 1 \text{ e } PMe = \frac{\rho}{\xi} = \frac{\rho}{\rho + d^*} \quad (\text{A.4})$$

Por fim, notando de (A.3) que $\rho = 1$ e usando (A.4), a elasticidade de escala é expressa como:

$$\eta = 1 + d^* \quad (\text{A.5})$$

A caracterização local de retornos de escala usando (A.5) é a seguinte:

- a) se $d^* > 0$ então a produção exhibe retornos crescentes de escala em;
- b) se $d^* < 0$ a produção exhibe retornos decrescentes de escala;
- c) se $d^* = 0$ a produção exhibe retornos constantes de escala.

Como é observado em Tone e Sahoo (2004), a solução ótima d^* , pode não ser única, neste caso os autores sugerem obter limites inferior (\underline{d}) e superior (\bar{d}), às possíveis múltiplas soluções de d Esses limites são obtidos resolvendo-se o programa linear abaixo.

$$\underline{d}(\bar{d}) = \begin{cases} \min(\max)d \\ \text{tal que} \\ -vX + uY + 1d \leq 0 \\ vx_0^* - uy_0^* = d \\ uy_0^* = 1 \\ v \geq 0, u \geq 0, d \text{ livre} \end{cases}$$

Foram estimadas as elasticidades de escala (e seus respectivos limites inferior e superior) para os processos estagiais separadamente e para o processo de produção global. Para o primeiro estágio, foram estimadas as elasticidades de escala considerando-se o processo que transforma gasto *per capita* em docentes e estabelecimentos de ensino; para as estimações do segundo estágio considerou-se o processo que transforma docentes e estabelecimentos de ensino nos indicadores de efetividade. Por fim, para as estimativas do processo global, considerou-se a transformação direta do gasto *per capita* nos indicadores de efetividade. As conclusões das estimações estão contidas nas Tabelas A1 e A2. A Tabela A1 refere-se ao ensino fundamental e a Tabela A2 ao ensino médio.

Tabela A1: Retornos de Escala no Ensino Fundamental

UF	2001			2003			2005		
	1º Estágio	2º Estágio	Global	1º Estágio	2º Estágio	Global	1º Estágio	2º Estágio	Global
AC	-	-	-	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente
AL	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente
AM	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente
AP	-	-	-	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente
BA	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente
CE	Decrescente	Constante	Decrescente	Decrescente	Constante	Decrescente	Decrescente	Constante	Decrescente
DF	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente
ES	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente
GO	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Constante	Decrescente	Decrescente	Constante	Decrescente	Constante
MA	Constante	Decrescente	Constante	Crescente	Decrescente	Constante	Crescente	Decrescente	Constante
MG	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente
MS	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente
MT	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente
PA	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente
PB	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente
PE	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente
PI	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente
PR	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente
RJ	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente
RN	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente
RO	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente
RR	-	-	-	-	-	-	-	-	-
RS	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente
SC	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente
SE	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente
SP	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente
TO	-	-	-	-	-	-	-	-	-

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela A2: Retornos de Escala no Ensino Médio

	2001			2003			2005		
	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente
AC	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente
AL	-	-	-	-	-	-	-	-	-
AM	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente
AP	-	-	-	-	-	-	-	-	-
BA	Decrescente	Constante	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente
CE	-	-	-	-	-	-	-	-	-
DF	-	-	-	-	-	-	-	-	-
ES	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Constante	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente
GO	Constante	Decrescente	Constante	Constante	Decrescente	Constante	Constante	Decrescente	Constante
MA	Decrescente	Constante	Decrescente	Decrescente	Constante	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente
MG	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente
MS	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente
MT	Decrescente	Constante	Constante	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente
PA	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Constante	Decrescente
PB	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Constante	Decrescente
PE	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente
PI	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente
PR	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente
RJ	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente
RN	Decrescente	Constante	Decrescente	Decrescente	Constante	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente
RO	Decrescente	Constante	Constante	Decrescente	Constante	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente
RR	Decrescente	Constante	Decrescente	-	-	-	Decrescente	Constante	Decrescente
RS	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente
SC	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente
SE	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Constante	Decrescente	Decrescente	Constante	Decrescente
SP	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente
TO	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente	Decrescente

Fonte: Elaborado pelo autor.