



EXAME NACIONAL DE SELEÇÃO 2015

PROVA DE ESTATÍSTICA

**1º Dia: 24/09/2013 – QUARTA-FEIRA
HORÁRIO: 10h30m às 12h45m (horário de Brasília)**

Instruções

1. Este **CADERNO** é constituído de **quinze** questões objetivas.
2. Caso o **CADERNO** esteja incompleto ou tenha qualquer defeito, o(a) candidato(a) deverá solicitar ao fiscal de sala mais próximo que o substitua.
3. Nas questões do tipo A, recomenda-se não marcar ao acaso: cada item cuja resposta divirja do gabarito oficial acarretará a perda de $\frac{1}{n}$ ponto, em que n é o número de itens da questão a que pertença o item, conforme consta no Manual do Candidato.
4. Durante as provas, o(a) candidato(a) não deverá levantar-se ou comunicar-se com outros(as) candidatos(as).
5. A duração da prova é de **duas horas e quinze minutos**, já incluído o tempo destinado à identificação – que será feita no decorrer da prova – e ao preenchimento da **FOLHA DE RESPOSTAS**.
6. Durante a realização das provas **não** é permitida a utilização de calculadora ou qualquer material de consulta.
7. A desobediência a qualquer uma das recomendações constantes nas presentes Instruções e na **FOLHA DE RESPOSTAS** poderá implicar a anulação das provas do(a) candidato(a).
8. Só será permitida a saída de candidatos, levando o Caderno de Provas, **somente a partir de 1 hora e 15 minutos após o início da prova** e nenhuma folha pode ser destacada.

AGENDA

- **29/09/2014 – 10 horas** – Divulgação dos **gabaritos** das provas objetivas, no endereço: <http://www.anpec.org.br>
- **29/09 a 30/09/2014** – Recursos identificados pelo autor serão aceitos até às 12h do dia 30/09 do corrente ano. Não serão aceitos recursos fora do padrão apresentado no Manual do Candidato.
- **03/11/2014 – 14 horas** – Divulgação do **resultado** na Internet, no *site* acima citado.

OBSERVAÇÕES:

- Em nenhuma hipótese a ANPEC informará resultado por telefone.
- É **proibida** a reprodução total ou parcial deste material, por qualquer meio ou processo, sem autorização expressa da ANPEC.
- Nas questões de **1 a 15 (não numéricas)** marque, de acordo com a instrução de cada uma delas: itens **VERDADEIROS** na coluna **V**; itens **FALSOS** na coluna **F**, ou deixe a resposta **EM BRANCO**.
- Caso a **resposta seja numérica**, marque o dígito **DECIMAL** na coluna D e o dígito da **UNIDADE** na coluna U, ou deixe a resposta **EM BRANCO**.
- Atenção: o algarismo das **DEZENAS** deve ser obrigatoriamente marcado, mesmo que seja igual a **ZERO**.

QUESTÃO 01

Com relação aos números índices, é correto afirmar que:

- Ⓒ O índice de preços de Laspeyres do período t , com base no período i , é calculado ponderando-se os preços, em t , pelas quantidades do período t ;
- Ⓐ O índice de Fisher de preços é uma média geométrica dos índices de preços de Paasche e de Laspeyres;
- Ⓑ Multiplicar o índice de preços de Laspeyres pelo índice de quantidades de Paasche fornece o mesmo resultado que a multiplicação do índice de preços de Paasche pelo índice de quantidades de Laspeyres;
- Ⓓ O cálculo do índice de preços de Paasche requer os preços e as quantidades para todos os períodos;
- Ⓔ Dentre os índices de Laspeyres, Paasche e Fisher, o único que satisfaz a condição de reversão no tempo é o de Fisher.

QUESTÃO 02

Considere a distribuição de probabilidade conjunta das variáveis aleatórias X e Y :

		X		
		-1	0	1
Y	-1	1/5	0	1/5
	0	0	1/5	0
	1	1/5	0	1/5

Com base nessas informações, é correto afirmar:

- Ⓒ $E[X]=0$;
- ① A covariância entre X e Y é igual a zero;
- ② As variáveis aleatórias X e Y são independentes;
- ③ Se $T = X + 5$, a covariância entre T e Y é maior do que zero;
- ④ Defina $V = 2X$ e $Z = 3Y$. Então, podemos dizer que a correlação entre V e Z é igual a zero.

QUESTÃO 03

Seja X uma variável aleatória cuja função densidade de probabilidade é dada por:

$$f(x) = \frac{1}{2\alpha}, \text{ em que } -\alpha \leq x \leq \alpha \text{ e } \alpha > 0.$$

Podemos afirmar que:

- Ⓒ A probabilidade de que x se situe entre $-\alpha$ e $-\alpha/4$ é igual a $3/8$;
- Ⓐ A mediana de X é igual a zero;
- Ⓑ A probabilidade de que x se situe entre $-\alpha/2$ e $\alpha/2$ é igual a $3/4$;
- Ⓓ $E[X]=0$;
- Ⓔ A variância de X é igual a $\frac{\alpha^2}{3}$.

QUESTÃO 04

Em uma determinada cidade, 60% dos moradores são mulheres e 40% são homens. Entre as mulheres, 80% estão empregadas e 20% estão desempregadas. Entre os homens, 90% estão empregados e 10% estão desempregados. Obtenha a probabilidade de uma pessoa escolhida aleatoriamente nessa cidade ser mulher, dado que está desempregada, e multiplique o resultado por 100.

QUESTÃO 05

Sejam X e Y variáveis aleatórias, com a seguinte função densidade de probabilidade conjunta:

$f(x,y)=(x+y)$, para $0 \leq x \leq 1$, $0 \leq y \leq 1$, com $f(x,y)=0$, caso contrário.

Julgue as afirmativas abaixo:

- Ⓒ Sendo $f(x)$ a distribuição marginal de X , podemos dizer que $f(x)=x+(1/2)$ para $0 \leq x \leq 1$;
- Ⓐ $\text{Prob}(0 \leq X \leq 0,5)=1/2$;
- Ⓑ $\text{Prob}(0,5 \leq X \leq 1)=5/8$;
- Ⓓ $f(y|X=0,5)=y$;
- Ⓔ $\text{Prob}(0 \leq Y \leq 0,5|X=0,5)=1/2$.

QUESTÃO 06

Seja X uma variável aleatória com distribuição de Poisson, com função densidade de probabilidade dada por $f(X) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!}$ e $x=0,1,2,\dots$, $\lambda>0$, enquanto Y é uma variável aleatória com distribuição binomial, com função densidade de probabilidade dada por: $f(Y) = \binom{n}{y} p^y (1-p)^{n-y}$.

É correto afirmar que:

- Ⓒ $E[X]=e^\lambda$;
- Ⓐ $\text{Var}[X] = \lambda^2$;
- Ⓑ $E[X]=\lambda$;
- Ⓓ $E[Y]=np$;
- Ⓔ $\text{Var}[Y] = p(1-p)$.

QUESTÃO 07

Sejam X_1 e X_2 variáveis aleatórias independentes, cujas distribuições são representadas por $X_1 \sim N(\mu_1, \sigma_1^2)$ e $X_2 \sim N(\mu_2, \sigma_2^2)$. Considere a seguinte combinação linear: $Y = aX_1 + bX_2$, em que a e b são constantes.

É correto afirmar que:

- Ⓒ Y tem distribuição normal;
- Ⓐ Y tem média igual a $(a\mu_1 + b\mu_2)$;
- Ⓑ Y tem variância igual a $(\sigma_1^2 + \sigma_2^2)$;
- Ⓓ A distribuição de X_1 é simétrica em torno de zero;
- Ⓔ Se $b=0$, Y tem variância igual a σ_1^2 .

QUESTÃO 08

Considere o modelo de regressão abaixo:

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + u_i, \quad i = 1, \dots, n, \text{ em que } E[u_i | x_i] = 0 \text{ e } \text{Var}[u_i | x_i] = \sigma^2.$$

Considere os seguintes estimadores de β_1 :

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i)}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})x_i} \text{ e } \tilde{\beta}_1 = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i}{\sum_{i=1}^n x_i^2}, \text{ em que } \bar{x} = n^{-1} \sum_{i=1}^n x_i.$$

É correto afirmar que:

- Ⓒ $\tilde{\beta}_1$ é um estimador não tendencioso de β_1 ;
- ① Se $\beta_0 = 0$, $\tilde{\beta}_1$ é um estimador consistente de β_1 ;
- ② Se $\beta_0 = 0$, $\hat{\beta}_1$ não é um estimador consistente de β_1 ;
- ③ $\hat{\beta}_1$ é um estimador não tendencioso de β_1 ;
- ④ Se $\beta_0 > 0$, $E[\tilde{\beta}_1] > E[\hat{\beta}_1]$.

QUESTÃO 9

Julgue as seguintes afirmativas:

- Ⓒ Colinearidade quase perfeita na matriz de variáveis explicativas causa um viés no estimador de Mínimos Quadrados Ordinários;
- ① Colinearidade quase perfeita na matriz de variáveis explicativas causa um viés no estimador da variância do estimador de Mínimos Quadrados Ordinários;
- ② Colinearidade quase perfeita na matriz de variáveis explicativas gera uma perda da propriedade de eficiência do estimador de Mínimos Quadrados Ordinários;
- ③ Colinearidade quase perfeita faz com que o erro-padrão de algumas estimativas dos coeficientes de Mínimos Quadrados Ordinários seja grande;
- ④ Colinearidade quase perfeita faz com que o estimador de Mínimos Quadrados Ordinários deixe de ser linear.

QUESTÃO 10

Considere a seguinte função de massa de probabilidade: $f(x, y) = \frac{(x + y^2)}{27}$, para $x \in \{1, 2, 3\}$ e $y \in \{1, 2\}$.

Julgue as seguintes afirmativas:

- Ⓒ A distribuição marginal de X é $\Pr[X = 1] = \frac{1}{3}$ e $\Pr[X = 2] = \frac{2}{3}$;
- Ⓐ $E[Y] = \frac{5}{3}$;
- Ⓑ $\text{Var}[Y] = 3$;
- Ⓓ $\text{Cov}[X, Y] = 0$;
- Ⓔ X e Y são variáveis aleatórias independentes.

QUESTÃO 11

Sejam $X_n \sim N\left(0, 2 + \frac{2}{n}\right)$ e $X \sim N(0, 2)$. Julgue as seguintes afirmativas:

- Ⓒ X_n converge em distribuição para X e X_n converge em probabilidade para X ;
- ① X_n converge em distribuição para X ;
- ② X_n converge em probabilidade para X ;
- ③ $\lim_{n \rightarrow \infty} \Pr[|X_n - X| < \varepsilon] \rightarrow 1$;
- ④ $\lim_{n \rightarrow \infty} \text{Var}[X_n] = 4$.

QUESTÃO 12

Seja X_1, X_2, \dots, X_N uma amostra aleatória de tamanho N com distribuição exponencial:

$$f(x) = \frac{1}{\theta} \exp\left(-\frac{x}{\theta}\right), 0 < x < \infty.$$

Seja $\hat{\theta} = c\bar{X}$, em que c é um número real.

Julgue as seguintes afirmativas:

- Ⓒ Podemos afirmar que $\hat{\theta}$ é um estimador não-viesado para θ ;
- ① $Var[\hat{\theta}] = \frac{c}{\theta}$;
- ② O erro quadrado médio do estimador é $\theta^2(2c^2 - 2c + 1)$. O erro quadrado médio é minimizado quando c é igual a 0,5;
- ③ Se $c=1$, $\hat{\theta}$ é um estimador não-viesado para θ ;
- ④ Se $c=1$, $\hat{\theta}$ é um estimador viesado para θ e o seu erro quadrado médio é igual a θ^2 .

QUESTÃO 13

O governo gostaria de estimar o efeito do Programa Saúde da Família sobre a taxa de internação por difteria das crianças entre 0 e 4 anos de idade. Para isso, ele gostaria de estimar o seguinte modelo de regressão:

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i,$$

no qual Y_i é a taxa de internação do município i , X_i é uma variável binária que é igual a 1, se o município i participa do programa, e 0, caso contrário. Usando os dados para o Brasil em 2013, temos os seguintes resultados: $\bar{Y}_1 = 85$, $\bar{Y}_0 = 65$. Neste caso, \bar{Y}_1 é a média da taxa de internação para os municípios que participaram do Programa e \bar{Y}_0 é a média da taxa de internação para os municípios que não participaram do Programa. Além disso, 70% dos municípios brasileiros participam do Programa Saúde da Família. Você estima o modelo acima por Mínimos Quadrados Ordinários. Qual o valor obtido para o coeficiente associado a X_i ?

QUESTÃO 14

Dois números são selecionados de forma aleatória entre 0 e 1. Os dois eventos independentes são definidos da seguinte forma: $A \equiv \Pr[X \geq 0,5]$ e $B \equiv \Pr[Y \geq 0,5]$. Qual a probabilidade $\Pr[A|B]$? Multiplique o resultado por 100.

QUESTÃO 15

Sejam X_1, X_2, X_3 e X_4 variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas de uma população com média μ e variância σ^2 . Considere os seguintes estimadores para μ :

$$m_1 = (X_1 + 2X_2 + 2X_3 + X_4)/6$$

$$m_2 = (X_1 + 4X_2 + 4X_3 + X_4)/10$$

$$m_3 = (X_1 + X_2 + X_3 + X_4)/4$$

Com base nesses três estimadores, são corretas as afirmativas:

- Ⓒ Os três estimadores são não tendenciosos;
- Ⓐ m_1 é o estimador com maior variância;
- Ⓑ Os três estimadores são igualmente eficientes;
- Ⓓ m_3 é o estimador com menor variância;
- Ⓔ O estimador m_2 é não tendencioso e tem menor variância do que o estimador m_1 .

LEGENDA

V - Verdadeiro

F - Falso

D - Dezena

U - Unidade

ORIENTAÇÕES:

- 1) Questões do tipo V/F: assinale V, se verdadeiro; F, se falso; ou deixe em branco (sem marcas).
- 2) Questões numéricas: marque o algarismo da dezena (D) - mesmo que seja 0 (zero), e o das unidades na coluna (U). Você pode também deixar a questão em branco, sem resposta.

CUIDADO:

O candidato que deixar **toda a prova sem resposta** (em branco), será **desclassificado**.

INSTRUÇÕES PARA PREENCHIMENTO:

- USE SOMENTE CANETA ESFEROGRÁFICA PRETA PARA MARCAR SUA RESPOSTA.
- LEIA ATENTAMENTE AS INSTRUÇÕES NO CADERNO DE PROVA.
- PREENCHA OS ALVÉOLOS CORRETAMENTE CONFORME EXEMPLO INDICADO A SEGUIR:



2 - ESTATÍSTICA

- 01 -		
V	F	
0-	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
1-	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
2-	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
3-	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
4-	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

- 02 -		
V	F	
0-	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
1-	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
2-	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
3-	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
4-	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

- 03 -		
V	F	
0-	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
1-	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
2-	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
3-	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
4-	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

- 04 -		
	D	U
0-	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
1-	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
2-	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
3-	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
4-	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
5-	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
6-	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
7-	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
8-	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
9-	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

- 05 -		
V	F	
0-	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
1-	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
2-	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
3-	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
4-	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

- 06 -		
V	F	
0-	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
1-	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
2-	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
3-	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
4-	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

- 07 -		
V	F	
0-	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
1-	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
2-	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
3-	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
4-	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

- 08 -		
V	F	
0-	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
1-	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
2-	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
3-	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
4-	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

- 09 -		
V	F	
0-	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
1-	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
2-	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
3-	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
4-	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

- 10 -		
V	F	
0-	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
1-	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
2-	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
3-	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
4-	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

- 11 -		
V	F	
0-	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
1-	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
2-	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
3-	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
4-	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

- 12 -		
V	F	
0-	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
1-	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
2-	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
3-	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
4-	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

- 13 -		
	D	U
0-	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
1-	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
2-	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
3-	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
4-	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
5-	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
6-	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
7-	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
8-	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
9-	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

- 14 -		
	D	U
0-	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
1-	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
2-	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
3-	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
4-	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
5-	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
6-	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
7-	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
8-	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
9-	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

- 15 -		
V	F	
0-	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
1-	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
2-	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
3-	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
4-	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

