TECNOLOGIA MENOS POLUENTE E CRESCIMENTO ECONÔMICO EM UM MODELO COM EXPANSÃO DA VARIEDADE DE PRODUTOS

Prof. Dr. ELIEZER M. DINIZ
FEA-RP/USP – Av. dos Bandeirantes, 3900
14040-900 Ribeirão Preto – SP, Brasil

RESUMO

Este artigo tem como objetivo ampliar o modelo de crescimento endógeno com expansão da variedade de produtos de Paul Romer pela incorporação de poluentes com potenciais poluidores distintos em todos os setores da economia. Inicialmente desenvolvemos os diversos blocos do modelo para então analisarmos o equilíbrio sob as óticas descentralizada e centralizada. Obtemos uma representação gráfica do modelo na versão descentralizada, a qual é utilizada para analisar diversas alternativas de política pública e seus impactos sobre o consumo por trabalhador, a variedade de produtos e o estoque de poluição. Destacamos entre os resultados obtidos que uma política de incentivos à adoção de tecnologias menos poluentes no setor de bens intermediários representa efetivamente um aumento do bem-estar, enquanto que a mesma política no setor de bens finais possui um impacto ambíguo sobre o bem-estar.

Códigos JEL: O13, O33, O38.
Palavras chave: crescimento econômico, variedade de produtos, poluição.

ABSTRACT

This paper aims at enlarging Paul Romer's model of endogenous growth with an expanding variety of products by including pollutants with different pollution potentials in all sectors of the economy. Initially we develop the blocs of the model and then analyze the equilibrium under decentralized and centralized settings. We obtain a graphical representation of the model in the decentralized version, and then use it in order to analyze some alternatives of public policy and their impacts on consumption per worker, variety of products and pollution stock. The main results show that incentives to the adoption of cleaner technologies in the intermediate goods sector actually produce an increase in welfare, although the same policy applied to the final goods sector have an ambiguous effect on welfare.

JEL codes: O13, O33, O38.
Keywords: economic growth, variety of products, pollution.

1. Introdução

Este artigo tem como objetivo ampliar o modelo de crescimento endógeno com expansão da variedade de produtos de Paul Romer pela incorporação de poluentes com potenciais poluidores distintos em todos os setores da economia. Esta seção procura situar o artigo dentro do pano de fundo da área, procurando dessa forma ressaltar seu caráter inovador.

A elaboração de modelos de crescimento econômico atingiu um novo patamar a partir da década de 1950 com o modelo de crescimento neoclássico (SOLOW (1956); SWAN (1956); SWAN (2002)). A partir de uma economia fechada e sem governo, o modelo supõe uma relação comportamental em que o consumo é uma fração constante da renda (isto é, uma propensão a consumir constante) e procura analisar o impacto da acumulação de capital sobre o crescimento econômico. O problema principal desse modelo é que, empiricamente, não consegue explicar as diferenças observadas no mundo real entre rendas per capita dos diversos países independentemente de seu grau de desenvolvimento. Embora a acumulação de capital seja um dos motivos do crescimento econômico, temos que sua relevância é pequena na explicação dos dados.

Uma das alternativas para se tentar ajustar o modelo aos dados é flexibilizar a hipótese da constância da propensão a poupar. Esse ponto foi tratado adequadamente por Ramsey (RAMSEY (1928)) e seus sucessores (KOOPMANS (1965); CASS (1965)) em um contexto com agentes com vida infinita que maximizam a utilidade por toda a vida sujeitos a uma restrição intertemporal. Em uma economia descentralizada, a restrição do modelo de Ramsey mostra a dinâmica dos ativos (capital e dívida privada) considerando usos e fundos da renda. Os agentes fazem suas escolhas para maximizar o bem-estar sob a hipótese de que as firmas maximizam lucros e escolhem com esse propósito o montante de cada fator empregado. Em uma economia centralizada com um planejador central onisciente, a restrição mostra a dinâmica do capital por trabalhador obtida a partir de uma identidade básica de contabilidade nacional. Nesse caso, a escolha das firmas quanto à utilização de fatores é feita pelo planejador central, o que substitui o processo decisório individual das firmas. As economias descentralizada e centralizada apresentam o mesmo estado estacionário. Essa classe de modelos, embora mais geral que o modelo neoclássico, também não consegue explicar a magnitude das diferenças de produto por trabalhador existente nos dados.

É possível que o enfoque adotado no modelo neoclássico, publicado posteriormente ao artigo clássico de Ramsey, se deva a uma simplificação proposital para que, em vez da maximização de utilidade e derivação da função consumo, fosse adotada de modo *ad hoc* um formato particular de função consumo que apresentasse aderência aos dados. Isso é plausível, dado que, na mesma época, Friedman estava prestes a publicar sua teoria do consumo baseada na renda permanente, a qual possuía fundamentos econômicos e bom ajuste aos dados (FRIEDMAN (1957)), e que, provavelmente, Solow já tinha contato com os resultados principais de Friedman.

Outra forma de tentar reconciliar os dados com um modelo de crescimento é o alargamento do conceito de capital, que passa a englobar não apenas capital físico, mas também capital humano. Dentro do capital humano estaria todo o diferencial de um trabalhador que o torna qualificado (educação e saúde). Os artigos clássicos que possuem um tratamento do capital humano e seu papel no crescimento em um contexto com dois setores são os de Uzawa e Lucas (UZAWA (1965); LUCAS (1988)).

Outra forma de procurar ajustar o modelo aos dados é tratar de um dos problemas verificados no modelo de Solow, a saber a exogeneidade do progresso tecnológico. Uma vez que o progresso tecnológico é o principal fator responsável pelo crescimento econômico, faz-se necessário encontrar uma teoria acerca de seus determinantes. Podemos destacar duas linhas de pesquisa principais: os modelos com expansão da variedade de produtos (ROMER (1987); ROMER (1990)) e os modelos schumpeterianos (AGHION; HOWITT (1992)). A primeira destaca um tipo de progresso tecnológico no setor de bens intermediários que nunca provoca nesse modelo a obsolescência das tecnologias existentes, além de proporcionar a seu inventor um direito de monopólio perpétuo pelo uso da invenção. A segunda estuda os determinantes das invenções que podem se tornar obsoletas por inovações com qualidade superior, o que é chamado de destruição criativa. Pode-se dizer que ambas as linhas de pesquisa se complementam, embora a princípio não se consiga vislumbrar a fusão delas em um modelo único. Dentro dessas linhas de pesquisa há um tópico que irá nos ocupar e que é pouco desenvolvido, a saber o surgimento e a adoção de tecnologias menos poluentes. Para isso, é necessário examinar a relação entre crescimento econômico e meio ambiente.

As emissões de poluentes guardam uma relação com o crescimento econômico que é empiricamente detectável. A curva ambiental de Kuznets possui um formato de U invertido no plano emissões-renda per capita, o que identifica duas fases no desenvolvimento econômico: primeiramente, o desenvolvimento de um país se dá juntamente com o aumento das emissões de poluentes; em um segundo momento, o desenvolvimento ocorre juntamente com a diminuição das emissões de poluentes. Na primeira fase, predomina o que Grossman (GROSSMAN (1995)) chama de efeito escala, onde o aumento de produção, para uma dada tecnologia e uma dada composição setorial do produto, necessariamente está aliado a um aumento da emissão de poluentes. Na segunda fase, temos dois efeitos que podem diminuir ou até compensar o efeito escala, a saber o efeito técnica (gerado pela adoção de tecnologias menos poluentes) e o efeito composição (gerado pela mudança da composição do produto, o que pode favorecer setores que emitam menos poluentes). A princípio, a curva ambiental de Kuznets era considerada uma relação empírica e, por isso, passível de críticas. No entanto, Stokey (STOKEY (1998)) mostrou que, a partir de um modelo de crescimento econômico micro-fundamentado, é possível que a curva ambiental de Kuznets surja como resultado do comportamento ótimo dos agentes na trajetória de ajuste rumo ao equilíbrio, bastando para isso que seja satisfeita a condição de uma elasticidade de substituição intertemporal do consumo menor do que um. Blanchard e Fischer (BLANCHARD; FISCHER (1989), p. 44, 52) e coloca que os resultados empíricos apontam para uma elasticidade igual ou menor do que um, ou seja, predomina o efeito-renda sobre o efeito substituição. Campbell e Mankiw (CAMPBELL; MANKIW (1989)) descrevem a regularidade empírica de que essa elasticidade deve ser próxima de zero. Logo, a ocorrência da curva ambiental de Kuznets não só é possível teoricamente como pode ocorrer na prática. Com isso, a discussão sobre a necessidade de políticas públicas para fomentar um desenvolvimento sustentável fundamentado em uma tecnologia menos poluente volta à cena de uma forma mais rigorosa teoricamente e com a possibilidade de uma contrapartida empírica. Uma resenha elucidativa sobre a curva ambiental de Kuznets foi escrita por Dasgupta e outros (DASGUPTA; LAPLANTE; WANG; WHEELER (2002)), discutindo os artigos mais importantes e mostrando ao leitor a aplicabilidade da curva de Kuznets para fins de política econômica e o estado da arte nesse tema. Outra resenha mais extensa sobre o tema é DE BRUYN (2000).

O presente trabalho procura buscar respostas relativas à relação entre crescimento econômico e poluição na linha de pesquisa iniciada por Romer com base na variedade de produtos. Embora haja discussões sobre essa relação para diversas vertentes de modelos, detectamos que falta uma formalização para os modelos de crescimento endógeno com expansão da variedade de produtos. Além disso, ampliamos a discussão existente em Stokey ao associar o surgimento de cada nova tecnologia a um poluente com potencial poluidor diferente. A inovação deste trabalho consiste em explorar dentro de modelos com variedades de produto como inserir as emissões de poluentes e, dentro disso, apontar possíveis alternativas de política pública que possam levar a um desenvolvimento sustentável associado a uma matriz tecnológica menos poluente. Há diversos temas que podem ser explorados através do modelo desenvolvido neste trabalho, como, por exemplo, a inclusão de novas tecnologias menos poluentes no modelo com expansão da variedade de produtos, e a possibilidade do surgimento de novos poluentes como decorrência do surgimento de tecnologias novas. Faremos aqui um tratamento teórico do tema, que pode eventualmente ser explorado empiricamente no futuro.

2. Formalização do modelo

O modelo descrito a seguir se destina a caracterizar a ocorrência da produção de bens finais e bens intermediários em uma economia onde são emitidos diversos poluentes diferentes, cada um associado a um bem. Nesta economia, todos os bens intermediários são utilizados e nunca se tornam obsoletos. Mas o modelo consegue retratar duas situações especiais em que um bem pode se tornar obsoleto. Primeiro, a adoção de uma legislação ambiental mais rigorosa. Teríamos nesse caso o uso de uma tecnologia menos poluente como resultado dessa mudança. Segundo, a intolerância com relação a um determinado poluente que então precisa ser banido da economia por exigência do governo. Nesse contexto, um bem intermediário pode ser substituído por outro semelhante que não produza o poluente indesejado, mas apenas outro poluente com potencial poluidor menor. É como se um bem se tornasse obsoleto e fosse substituído por outro em decorrência da mudança na legislação. O uso do modelo exposto neste artigo mostra que em ambas as situações ocorre uma diminuição das variedades de produtos, juntamente com uma redução do número de firmas.

As seções a seguir descrevem os blocos do modelo, a saber o setor de bens finais, os setores de bens intermediários e pesquisa e desenvolvimento, as emissões de poluentes, o comportamento dos ativos, as escolhas de consumo e o equilíbrio em todos os setores.

a. Produção de bens finais

A economia produz um único bem final que pode ter três destinações: consumo; bens intermediários; e investimento em pesquisa e desenvolvimento de novas tecnologias (P&D). Há três setores: bens finais, bens intermediários e P&D. No modelo, supomos que a P&D e a produção de bens intermediários ocorram dentro da mesma firma. O modelo apresenta uma variedade de produtos representada por um continuum de N tipos de bem intermediário, os quais, combinados com trabalho não qualificado, são utilizados para produzir bens finais. A produção de bens finais se dá em um contexto de concorrência perfeita e, portanto, leva a lucro zero. A produção de bens intermediários e a P&D ocorrem juntas em um ambiente de concorrência imperfeita. Supõe-se que cada inovação importante seja produzida por uma firma diferente, que adquire uma patente perpétua sobre o uso da nova tecnologia e passa a produzir um novo tipo de bem intermediário. Todos os bens intermediários produzidos na economia são necessários para a produção de bens finais. Supomos, sem perda de generalidade, que o preço dos bens finais seja igual a um. Supomos, a fim de simplificar a exposição em todo o texto, que o tamanho da população seja constante e igual ao número de trabalhadores.

A função de produção do setor de bens finais é um pouco diferente daquela normalmente utilizada no modelo em que não existem tecnologias menos poluentes. Quanto menos poluente a tecnologia, menor é o produto efetivo a ela associado, dado o produto potencial. A razão entre o produto efetivo e o produto potencial é o grau poluidor da tecnologia. Cada um dos $N + 1$ tipos de tecnologia produzidos (N no setor de bens intermediários e um no setor de bens finais) possui um grau poluidor associado, e não procuramos explicar como é determinado esse grau. Neste modelo supomos também que, com relação às emissões, cada tipo de bem intermediário está associado a um tipo de poluente diferente. O progresso tecnológico aumenta o número de tipos de bem intermediário disponíveis mas traz consigo um problema, que é o aumento do número de tipos de poluente. Nesta economia há um continuum de N tipos de bem intermediário e um continuum de N tipos de poluente, além de um bem final e de um poluente associado a ele. Cada um desses tipos de poluentes tem um potencial poluidor diferente. Por exemplo, um tipo de poluente pode poluir muitas vezes mais do que a mesma quantidade de outro, e o potencial poluidor procura caracterizar esse fato pela conversão de cada poluente para uma medida comum de poluição.

Uma forma de modelar a função de produção com tecnologias menos poluentes é utilizar a mesma estratégia adotada por Stokey para os bens finais em seu modelo (STOKEY (1998)). Multiplicamos o produto potencial $X^p(j)$ do tipo de bem intermediário j por um índice de tecnologia $z(j)$, onde $z(j) \in [0,1]$. Fazemos o mesmo para o produto potencial de bens finais Y^p, que é multiplicado por z, onde $z \in [0,1]$. O índice de tecnologia representa o grau poluidor dessa tecnologia, indo de zero (menos poluente) a um (mais poluente). Neste modelo, o produto potencial é o produto que pode ser obtido ao se utilizar a tecnologia mais poluente. Temos que $X(j) \equiv z(j)X^p(j)$ é o produto efetivo do tipo de bem intermediário j, e que $Y \equiv zY^p$ é o produto efetivo de bens finais na economia. Isso significa que um produto efetivo maior de bens intermediários ou de bens finais está associado a uma tecnologia mais poluente (isto é, a um grau poluidor maior) e a um fluxo maior de emissões, dado o produto potencial correspondente. Generalizamos N e passamos a considerá-lo como sendo uma medida do grau de complexidade tecnológica do processo produtivo de uma firma típica. Tratamos N como uma variável contínua.

O produto efetivo de bens finais na firma i é dado pela função de produção

$$Y_i = zAL_i^{1-\alpha} \int_0^N [X_i(j)]^\alpha dj \tag{1}$$

É fácil constatar a igualdade dos produtos marginais de todos os tipos de bem intermediário na firma *i*. Isso indica que uma dada tecnologia nunca se torna obsoleta, por mais antiga que seja. Também podemos dizer que, para qualquer firma do setor de bens finais, a quantidade efetiva utilizada de cada tipo de bem intermediário no continuum de *N* tecnologias é igual a $\bar{X}_i$, qualquer que seja o grau poluidor da tecnologia considerada. Logo

$$\int_0^N [X_i(j)]^\alpha dj = (\bar{X}_i)^\alpha \int_0^N dj = N(\bar{X}_i)^\alpha = N^{1-\alpha}(N\bar{X}_i)^\alpha$$

onde $N\bar{X}_i$ é a quantidade efetiva de bens intermediários utilizados como insumo na firma *i* do setor de bens finais. A igualdade da utilização de cada fator de produção ocorre porque todas as firmas são iguais e estão em um ambiente de concorrência perfeita em que a trajetória da remuneração dos fatores é dada.

Substituindo-se esse resultado em (1), obtemos a função de produção de bens finais para a firma *i* no equilíbrio, que é dada por

$$Y_i = zAL_i^{1-\alpha}N^{1-\alpha}(N\bar{X}_i)^\alpha \tag{2}$$

Seja π_i o lucro da firma *i* produtora de bens finais, o qual é dado por

$$\pi_i = Y_i - wL_i - \int_0^N P(j)X_i(j)dj$$

onde, como em todo contexto de concorrência perfeita, a trajetória dos preços de fatores é dada para as firmas de bens finais.

Pode-se demonstrar que a condição para maximização de lucro da firma *i* é dada por

$$P(j) = \alpha zAL_i^{1-\alpha}[X_i(j)]^{\alpha-1} \tag{3}$$

para todo j, j $\in [0, N]$. O lucro máximo é igual a zero para cada firma, dado que no setor de bens finais temos concorrência perfeita. Por isso, o salário real e o produto marginal do trabalho são iguais. Podemos extrapolar esse resultado para o setor de bens finais, e dizer que o lucro para esse setor é igual a zero. Um corolário é o de que a parcela da renda que remunera o fator trabalho no setor de bens finais é constante e igual a $(1-\alpha)$.

Da maximização de lucros vem

$$\int_0^N P(j)X_i(j)dj = \alpha Y_i \tag{4}$$

Ou seja, a receita do setor de bens intermediários proveniente da firma *i* do setor de bens finais é igual a uma parcela α da renda da firma *i*. O produto da firma *i* se divide, portanto, entre a renda que remunera o trabalho contratado pela firma *i* e a renda paga ao setor de bens intermediários. Como a firma que produz o bem intermediário também faz P&D, temos que o valor recebido por ela deve tanto cobrir os custos de fabricação do bem intermediário quanto remunerar a atividade de P&D. A receita recebida pelo setor de bens intermediários pode ser dividida entre X_i, o custo total dos bens intermediários demandados pela firma *i*, dado por

$$X_i \equiv \int_0^N X_i(j)dj = \bar{X}_i \int_0^N dj = N\bar{X}_i$$

e o lucro do setor de bens intermediários, obtido ao subtrair o custo X_i da receita em (4), o que resulta em $\alpha Y_i - X_i = \int_0^N [P(j)-1]X_i(j)dj = \bar{X}_i \int_0^N [P(j)-1]dj = \left\{\left(\frac{1}{N}\right)\int_0^N P(j)dj - 1\right\}X_i$ A expressão acima nos dá a remuneração da atividade de P&D no setor de bens intermediários decorrente da venda de uma parcela de sua produção para a firma *i* do setor de bens finais.

Podemos rearranjar a condição para maximização do lucro em (3) multiplicada por $X_i(j)$ a fim de obter uma demanda derivada por bens intermediários válida para a situação ótima em que os lucros do setor de bens finais são máximos e iguais a zero. Assim, a curva de demanda da firma *i* por bens intermediários é dada por

$$X_i(j) = L_i\left[\frac{A\alpha z}{P(j)}\right]^{\frac{1}{1-\alpha}}$$

A curva de demanda responde negativamente ao preço dos bens intermediários, o que representa um resultado convencional. A elasticidade-preço da demanda $\epsilon(X,P)$ é, em valor absoluto, igual a $\frac{1}{1-\alpha} > 1$. Como a expressão acima é uma demanda derivada a partir de uma dada tecnologia no setor de bens finais, a demanda da firma *i* por bens intermediários responde positivamente ao trabalho empregado na firma *i*, à produtividade da firma *i* (igual à produtividade do setor de bens finais) e ao grau poluidor da tecnologia empregada na firma *i* (igual ao grau poluidor da tecnologia do setor de bens finais). Note que a demanda pelo bem intermediário *j* não depende do grau poluidor da tecnologia utilizada em sua fabricação. Quanto menos poluente a tecnologia utilizada no setor de bens finais, menor será a demanda por bens intermediários (pois menor será o produto efetivo obtido no setor de bens finais).

A forma intensiva da função de produção de bens finais para a firma *i* é obtida dividindo-se (1) pelo trabalho não qualificado empregado na firma *i*, o que produz

$$y_i = zA\int_0^N [x_i(j)]^\alpha dj$$

onde as variáveis y e x representam, respectivamente, o produto e os bens intermediários da firma *i*, ambos em termos por trabalhador. No equilíbrio, temos que a quantidade por trabalhador de qualquer um dos bens intermediários utilizados no processo produtivo da firma *i* é igual, ou seja, $x_i(j) = \bar{x}_i, \forall j$. Esse resultado leva à função de produção intensiva de bens finais para a firma *i* no equilíbrio, dada por

$$y_i = zAN^{1-\alpha}(N\bar{x}_i)^\alpha \qquad (5)$$

que é a versão em termos intensivos de (2).

Tanto em (2) quanto em (5) podemos ver para a firma *i*, dados os montantes de trabalho (L_i) e de cada bem intermediário ($\bar{X}_i$), que a inovação que expande o continuum de variedade de produtos *N* e aumenta a complexidade tecnológica contorna o problema dos rendimentos decrescentes e possibilita um crescimento contínuo.

Suponha que cada firma produtora de bens finais seja idêntica, e que seu produto seja igual ao das demais, o que é consistente com a hipótese de concorrência perfeita nesse setor. Por isso, a função de produção agregada se comporta da mesma forma que a função de produção de cada firma, e podemos escrever no equilíbrio que

$$Y = zAL^{1-\alpha}N^{1-\alpha}X^\alpha \qquad (6)$$

A função de produção agregada em termos intensivos no equilíbrio é dada por

$$y = zAN^{1-\alpha}x^\alpha \qquad (7)$$

onde $x = \int_0^N x(j)dj = N\bar{x}_j$ e x é a quantidade total de bens intermediários por trabalhador da economia.

b. Produção de bens intermediários e P&D

Conforme mencionamos anteriormente, o setor de bens intermediários é formado por *N* firmas que produzem, cada uma, um tipo de bem intermediário e, conseqüentemente, emitem um tipo de poluente diferente. Há, portanto, um continuum de *N* tipos de bens intermediários produzidos por *N* firmas que, por sua vez, produzem um continuum de *N* tipos de poluentes diferentes. Além desse continuum de *N* tipos de poluentes, é necessário lembrar que há um poluente adicional produzido pelo setor de bens finais. Uma invenção ocorrida no setor de P&D leva a uma expansão da variedade de produtos, conferindo à firma uma patente perpétua que lhe permite produzir o novo tipo de bem intermediário com essa tecnologia e cobrar pelo bem um preço acima do custo marginal (normalizado igual a um), o que reflete um poder de monopólio resultante da patente. Essa política de preços produz um lucro positivo que remunera adequadamente a inovação e faz com que o setor de P&D se perpetue na economia. A necessidade de um preço acima do custo marginal ocorre porque a invenção é um bem não rival, e isto faz com que o custo marginal de se reproduzir uma idéia já inventada seja praticamente nulo, o que desmotivaria a pesquisa e o desenvolvimento de novas tecnologias e a produção de novas variedades de bens intermediários. A patente concede ao possuidor um grau de exclusividade na utilização da idéia, de modo que aqueles que não pagam podem ser excluídos, uma vez que não seria possível, em tese, a imitação e a engenharia reversa. A atividade do inventor consiste em encontrar uma forma de diferenciar o produto final homogêneo a fim de transformá-lo no bem intermediário de um determinado tipo.

Como a firma apresenta lucros por causa da tecnologia inventada por seus pesquisadores, podemos dizer que o valor da firma *j* do setor de bens intermediários é igual ao valor presente descontado dos lucros esperados da produção do bem intermediário *j* a partir da tecnologia *j*, o qual é dado por

$$V(t) = \int_t^{\infty} \pi_j(v)\, exp\left(-\int_t^{v} r(w)dw\right)dv \tag{8}$$

onde se permite que a taxa real de juros *r* varie ao longo do tempo. No equilíbrio, temos que a taxa real de juros é constante. O lucro da firma *j* no instante v é dado por $\pi_j(v)$. O lucro unitário da firma *j* no instante v é dado por $[P_j(v) - 1]$, dado que o custo de se tomar uma unidade de produto final e transformá-lo no bem intermediário *j* é igual a um, o preço do bem final. Essa transformação do bem final para o bem intermediário *j*, embora tenha custo igual a um, utiliza a tecnologia exclusiva da firma *j*, e faz com que o preço de venda possa ser superior a um. Multiplicando o lucro unitário por X_j, a oferta total do bem intermediário *j*, temos o lucro total da firma *j* no setor de bens intermediários. Supondo equilíbrio no mercado de bens intermediários, temos que a quantidade total do bem intermediário *j* no instante v, dada por

$$X_j(v) = L\left(\frac{A\alpha z}{P_j(v)}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \tag{9}$$

onde L é a oferta de trabalho no setor de bens finais. Tal como no caso da demanda por parte de cada firma individual, temos que a adoção de tecnologias menos poluentes no setor de bens finais leva a uma quantidade demandada de bens intermediários menor para a economia como um todo e, conseqüentemente, a uma quantidade ofertada menor. Conforme ressaltamos anteriormente, esse efeito ocorre porque a adoção de tecnologias menos poluentes no setor de bens finais leva a uma diminuição do produto efetivo de bens finais, o que leva a uma diminuição da demanda pela quantidade efetiva de bens intermediários.

O produto efetivo do setor de bens intermediários é dado pela agregação de (9) para as *N* firmas, de onde vem, para o instante v, a expressão

$$X(v) = L(A\alpha z)^{\frac{1}{1-\alpha}} \int_0^N \left(\frac{1}{P_j(v)}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}} dj \tag{10}$$

ou, em termos intensivos, temos

$$x(v) = (A\alpha z)^{\frac{1}{1-\alpha}} \int_0^N \left(\frac{1}{P_j(v)}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}} dj$$

Dadas as considerações anteriores, a expressão do lucro para a firma *j* do setor de bens intermediários no instante v é dada por

$$\pi_j(v) = [P_j(v) - 1]\, L\left(\frac{A\alpha z}{P_j(v)}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \tag{11}$$

Conforme mencionamos, o preço do bem intermediário *j* é dado para o setor de bens finais. No entanto, ele é determinado no setor de bens intermediários, que é de concorrência imperfeita. Escolhe-se um preço P_j que maximize o valor presente dos lucros em (8) ou, em outras palavras, que maximize o valor da firma. O problema da firma do setor de bens intermediários é dado por

$$\max_{P_j} V(t) = \max_{P_j} \int_t^{\infty} [P_j(v) - 1]\, L\left(\frac{A\alpha z}{P_j(v)}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}} exp\left(-\int_t^{v} r(w)dw\right)dv$$

A maximização do valor da firma *j* determina o preço ótimo do bem intermediário *j*, dado por

$$P_j(v) = P_j = \frac{1}{\alpha}$$

Logo, o preço ótimo é igual à margem, um resultado esperado, dado que o custo marginal é igual a um. Vemos que o preço ótimo é uma constante. É com base nesse preço que o setor de bens finais demanda bens intermediários.

Substituindo o preço ótimo do bem intermediário *j* em (9) e (11) para obter a quantidade ótima da firma *j* na produção do bem intermediário *j* e o lucro máximo da firma *j*, temos que

$$X(j) = \bar{X}_j = L(A\alpha^2 z)^{1/(1-\alpha)} \tag{12}$$

$$\pi(j) = \left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\right) X(j) = \left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\right) \bar{X}_j = \left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\right) L\,(A\alpha^2 z)^{1/(1-\alpha)} \tag{13}$$

Essas expressões caracterizam, para uma dada quantidade de trabalhadores empregados no setor de bens finais, a constância da produção e do lucro da firma no setor de bens intermediários quando o lucro é máximo.

Em termos por trabalhador, a quantidade ótima da firma *j* na produção do bem intermediário *j* é dada por

$$\bar{x}_j = (A\alpha^2 z)^{1/(1-\alpha)} \tag{14}$$

Pela forma como foi construído o problema, vemos que a firma *j* do setor de bens intermediários escolhe, dentro de todos os valores presentes de lucros esperados possíveis para o setor e que maximizam os lucros de cada firma do setor de bens finais, um preço que maximiza também o valor presente dos lucros esperados da firma *j*. Logo, cada uma das firmas da economia maximiza lucros: as do setor de bens finais com lucro zero, e as do setor de bens intermediários com lucro positivo.

Dados o formato da função de produção do setor de bens finais e o custo de produção idêntico de cada um dos bens intermediários, temos que a quantidade produzida de cada bem intermediário será igual à dos demais. Logo, a quantidade agregada de bens intermediários é dada por

$$X = \int_0^N X(j)\,dj = N\bar{X}_j = NL(A\alpha^2 z)^{1/(1-\alpha)} \tag{15}$$

que poderia também ser obtida pela substituição do preço ótimo em (10).

O lucro do setor de bens intermediários é dado pela soma do lucro de cada firma, que é uma constante no setor. Logo, temos

$$\Pi = \int_0^N \pi(j)\,dj = N\pi = \left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\right) X = \left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\right) NL\,(A\alpha^2 z)^{1/(1-\alpha)} \tag{16}$$

Apesar de haver constância da produção e do lucro da firma quando o lucro é máximo, e do lucro de cada firma no setor ser igual ao das demais, as expressões (15) e (16) mostram que a produção e o lucro do setor de bens intermediários cresce com o número de inovações *N*, uma vez que as inovações elevam o número de firmas no setor.

Dado o lucro máximo em (13), temos que o valor ótimo de uma firma é dado por

$$V(t) = \int_t^\infty \left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\right) L\,(A\alpha^2 z)^{1/(1-\alpha)}\, exp\left(-\int_t^v r(w)dw\right)dv \tag{17}$$

De (16), podemos inferir que a utilização de tecnologias menos poluentes no setor de bens finais faz com que o lucro do setor de bens intermediários seja menor. Esse resultado é decorrência do que acontece com a firma individual: a expressão (17) mostra que o valor presente dos lucros esperados de uma firma do setor de bens intermediários diminui com a adoção de tecnologias menos poluentes no setor de bens finais. Ou seja, o valor ótimo da firma diminui. Conforme mencionamos, as tecnologias menos poluentes diminuem o produto efetivo de bens finais, o que diminui a demanda por bens intermediários. Também é interessante ver que o valor ótimo da firma do setor de bens intermediários independe do grau poluidor da tecnologia adotada por ela.

De posse dos valores ótimos, podemos obter o produto agregado de bens finais que maximiza o lucro nos dois setores a partir de (6) e (15). Daí vem

$$Y = NL(A\alpha^{2\alpha} z)^{1/(1-\alpha)} \tag{18}$$

ou, na forma intensiva, temos

$$y = N(A\alpha^{2\alpha}z)^{1/(1-\alpha)} \tag{19}$$

De posse de (18) podemos reescrever (15) como

$$X = \alpha^2 Y \tag{20}$$

Em termos intensivos, a partir de (14), vem

$$x = \alpha^2 y = N(A\alpha^2 z)^{1/(1-\alpha)} \tag{21}$$

A expressão (17) nos dá o valor presente descontado dos lucros resultantes da invenção de um bem intermediário. Como a firma produz somente um bem intermediário, temos que o valor presente dos lucros é igual ao valor da firma. Mas o investimento em P&D somente ocorrerá se o valor presente dos lucros obtidos com a produção e venda do bem intermediário for igual ou superior ao custo da P&D que resultou na nova tecnologia empregada para produzir o bem intermediário. Caso contrário, o número de bens intermediários permanecerá constante. No entanto, se o valor presente dos lucros for maior do que o custo da P&D, ocorrerá a entrada de um número infinito de firmas no setor, o que não é um equilíbrio. Logo, o equilíbrio ocorre com a igualdade entre o valor presente dos lucros e o custo da P&D, o que produz um valor positivo de P&D. Em outros termos, a firma investe um grande montante em P&D, mas consegue cobrir o custo da P&D através da produção e comercialização do bem intermediário, uma atividade que produz um lucro positivo. Supomos que o custo da P&D seja constante em η unidades de produto final. Logo, a condição de equilíbrio para o setor de P&D é dada por

$$V(t) = V = \eta \tag{22}$$

A expressão (22) pode ser chamada de condição de entrada livre para as firmas. Como, por (22), temos que o valor da firma é constante, pode-se obter a partir da dinâmica do valor da firma que a taxa real de juros no equilíbrio é constante. Logo

$$r = \frac{\pi}{V} \tag{23}$$

Embora (23) trate da taxa real de juros da economia, ela se refere a variáveis de uma firma típica. Isso só foi possível porque todas as firmas apresentam o mesmo lucro e o mesmo valor. Caso contrário, a taxa real de juros precisa ser calculada para a economia como um todo a partir de

$$r = \frac{\Pi}{N\eta} = \left(\frac{L}{\eta}\right)\left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\right)\left(\frac{x}{N}\right) \tag{24}$$

Substituindo (16") em (24), obtemos a taxa real de juros de equilíbrio, dada por

$$r = \left(\frac{L}{\eta}\right)\left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\right) \ (A\alpha^2 z)^{1/(1-\alpha)} \tag{25}$$

É interessante notar que a adoção de tecnologias menos poluentes no setor de bens finais exerce um papel sobre a taxa real de juros dos títulos: quanto menor o grau poluidor da tecnologia utilizada no setor de bens finais, menor será a taxa real de juros. As tecnologias adotadas no setor de bens intermediários não exercem nenhuma influência sobre a taxa real de juros. Também pode ser destacado que um aumento do número de trabalhadores empregados no setor de bens finais eleva a taxa real de juros no equilíbrio.

O lucro da firma pode ser visto de outra forma. Substituindo (12) em (13), utilizando (20), rearranjando a expressão e aplicando (20) novamente, temos

$$\Pi = N\pi = \alpha Y - X \tag{26}$$

O lucro é a parcela da renda destinada ao setor de bens intermediários, descontado o custo da produção dos bens intermediários, e remunera a atividade de P&D.

Estendendo os resultados da (4) para o setor de bens intermediários, temos

$$\int_0^N P(j)X(j)dj = P_j\bar{X}_j \int_0^N dj = P_j X = \alpha Y$$

Temos que a renda da economia é dividida entre a remuneração do trabalho (fração $(1-\alpha)$ da renda) e a receita destinada ao setor de bens intermediários (fração α da renda). No setor de bens intermediários, temos a produção de bens a um custo X coberto por meio da receita, e as atividades de P&D, que são remuneradas pelo lucro do setor expresso em (26).

c. *Emissões de poluentes*

Supomos, como em Stokey (STOKEY, 1998), que as emissões de poluentes associadas ao produto potencial per capita de bens finais e de cada um dos bens intermediários obedeçam a funções dadas, respectivamente, por

$$y^p \varphi(z) \tag{27}$$

$$x^p(j)\varphi(z(j)) \tag{28}$$

onde a função de emissões $\varphi(\cdot)$ é estritamente convexa, possuindo as propriedades $\varphi(0)=0$, $\varphi'(0)=0$, $\varphi(1)=1$, $\varphi'(1)=\beta<\infty$ e $\varphi''(0)>0$. Esse formato mostra que, na presença de tecnologias com um grau poluidor elevado, a adoção de um programa de incentivo ao uso de tecnologias menos poluentes pode resultar em uma redução expressiva de emissões, com um impacto muito maior do que no caso em que o país já adota uma tecnologia com um grau poluidor pequeno.

Supomos inicialmente que cada tipo de variedade tecnológica esteja associado a um tipo de poluente diferente, e que seja possível converter as emissões e os estoques dos diversos tipos de poluentes para um padrão comum de medida através da multiplicação das emissões e estoques de poluentes relativos ao bem intermediário j por um fator de conversão $\mu(j)$, que chamamos de potencial poluidor. Suponha adicionalmente que todos os poluentes sejam transformados no equivalente ao poluente resultante da produção de bens finais. O fator de conversão do poluente relativo à produção de bens finais é, por hipótese, igual a um. Logo, as emissões das N firmas que produzem as variedades de bens intermediários podem ser convertidas no seu equivalente em termos de emissões dos bens finais através da expressão

$$\int_0^N \mu(j)x^p(j)\varphi(z(j))\,dj \tag{29}$$

Usando o resultado de que $z(j)x^p(j)=x(j)$ e $x \equiv \int_0^N x(j)dj$, onde x é a quantidade total de todos os bens intermediários, podemos reescrever (29) como

$$x\int_0^N \beta(j)\mu(j)\left[\frac{\varphi(z(j))}{z(j)}\right]dj \tag{30}$$

onde $\beta(j) \equiv \left(\frac{x(j)}{x}\right)$ é a parcela de mercado da firma j no produto efetivo do setor de bens intermediários. Pela definição, vemos que a função possui as propriedades $\beta(j) \in [0,1]$ e $\int_0^N \beta(j)\,dj = 1$. O produto efetivo do setor de bens intermediários x é definido do modo mais geral possível.

No caso particular em que a produção de cada firma é igual à das demais, temos que $x(j)=\left(\frac{x}{N}\right)$, o que leva a $\beta(j)=\left(\frac{1}{N}\right)$. Essa é a solução para o caso em que as firmas maximizam lucro, conforme discutimos nas seções anteriores. A substituição em (30) leva a uma expressão específica para o contexto de maximização de lucros, dada por

$$\left(\frac{x}{N}\right)\int_0^N \mu(j)\left[\frac{\varphi(z(j))}{z(j)}\right]dj$$

Aplicando a definição de produto efetivo ao setor de bens finais, temos que as emissões de poluentes associadas ao produto potencial per capita de bens finais são dadas por

$$y\left[\frac{\varphi(z)}{z}\right] \tag{31}$$

Temos que

$$0 < \left[\frac{\varphi(z(j))}{z(j)}\right] \leq 1$$

O mesmo vale para $\left[\frac{\varphi(z)}{z}\right]$.

Supomos adicionalmente que os diversos poluentes sejam do tipo global, onde o estoque é importante e permanece na atmosfera por um certo tempo. Convencionamos que E representa o estoque de poluição da atmosfera e $\dot{E} \equiv \frac{dE}{dt}$ simboliza as emissões líqüidas (variação líqüida do estoque de poluição) resultantes de emissões $\mathcal{E}$ menos regeneração $\mathcal{R}$. Utilizando (24') e (30), podemos escrever as emissões líqüidas como

$$\dot{E} = y\left[\frac{\varphi(z)}{z}\right] + x\int_0^N \beta(j)\mu(j)\left[\frac{\varphi(z(j))}{z(j)}\right]dj - R(E) \tag{32}$$

No equilíbrio com maximização de lucros em todos os setores da economia temos, substituindo as expressões (16") e (19) em (32), que as emissões líqüidas são dadas por

$$\dot{E} = N(A\alpha^{2\alpha}z^{\alpha})^{1/(1-\alpha)}\varphi(z) + (A\alpha^2 z)^{1/(1-\alpha)}\int_0^N \mu(j)\left[\frac{\varphi(z(j))}{z(j)}\right]dj - R(E) \tag{33}$$

dado que $\beta(j) = \left(\frac{1}{N}\right)$ no equilíbrio. Tomando a equação que governa as emissões líqüidas, temos que estas aumentam se houver uma elevação: do produto, da produção de bens intermediários, do grau poluidor das tecnologias, da variedade de produtos, do potencial poluidor dos poluentes e da produtividade.

Considerando que o equilíbrio relevante para o presente modelo é o estado estacionário onde todas as variáveis são constantes, e supondo uma função regeneração linear, temos, fazendo $\dot{E} = 0$ em (33), que

$$E = \left(\frac{1}{B}\right)\left\{N(A\alpha^{2\alpha}z^{\alpha})^{1/(1-\alpha)}\varphi(z) + (A\alpha^2 z)^{1/(1-\alpha)}\int_0^N \mu(j)\left[\frac{\varphi(z(j))}{z(j)}\right]dj\right\} \tag{34}$$

que é o estoque de poluição de longo prazo para a economia.

A expressão (34) possibilita que desenhemos um locus de pontos de equilíbrio para o estoque de poluição, enquanto (33) possibilita que vejamos a dinâmica desse locus.

d. Dinâmica dos ativos

O total de ativos na economia (La) é dado pelo valor ótimo das firmas do setor de bens intermediários ηN menos a dívida líqüida privada B_p. Supomos que as duas formas de ativos sejam substitutas perfeitas como reserva de valor, logo ambas são remuneradas pela taxa real de juros r. Podemos definir, em termos intensivos, os ativos por trabalhador como $a \equiv \left(\frac{\eta}{L}\right)N - b_p$, onde $b_p > 0$ para o indivíduo que em termos líqüidos é devedor e $b_p < 0$ para o indivíduo que em termos líqüidos é credor. Logo, a acumulação de ativos por trabalhador, dadas as hipóteses de número de trabalhadores constante e custo de P&D constante, é definida como $\dot{a} \equiv \left(\frac{\eta}{L}\right)\dot{N} - \dot{b}_p$.

De posse das considerações anteriores, a dinâmica dos ativos da economia é dada por

$$C + L\dot{a} = wL + rLa \tag{35}$$

que mostra os usos (consumo e investimento em ativos) e os fundos (salários e retorno dos ativos) da economia. Podemos reescrever (35) em termos por trabalhador, o que produz a equação de dinâmica para um indivíduo representativo

$$\dot{a} - ra = (w - c)$$

Supomos adicionalmente que

$$\lim_{t\to\infty} a(t)\ exp\left(-\int_0^t r(w)dw\right) \geq 0$$

ou seja, os ativos de cada indivíduo representativo devem crescer ao longo do tempo a uma taxa menor ou igual à taxa real de juros. Essa é a condição técnica para ausência de jogos do tipo Ponzi.

No equilíbrio de longo prazo, temos que a dívida privada do indivíduo representativo deve ser igual a zero. É fácil ver que uma dívida positiva não pode caracterizar uma situação de equilíbrio. Supõe-se, portanto, que todos os ajustes à capacidade produtiva que seriam feitos por meio do endividamento já foram feitos até o longo prazo, e que por isso não seja necessária nenhuma dívida adicional. Assim, a dinâmica dos ativos passa a ser dada no longo prazo por

$$C + \eta \dot{N} = wL + r\eta N \tag{36}$$

Podemos reescrever a dinâmica dos ativos em (36) em termos intensivos como

$$\left(\frac{\eta}{L}\right) \dot{N} = (y - c - x) \tag{37}$$

Substituindo (7), temos

$$\left(\frac{\eta}{L}\right) \dot{N} = (zAN^{1-\alpha}x^{\alpha} - c - x)$$

Substituindo (16") em (37), temos que, no equilíbrio, vale

$$\dot{N} = \left(\frac{L}{\eta}\right)[(1-\alpha^2)y - c]$$

ou seja, no equilíbrio a propensão marginal a poupar é igual a α^2. Substituindo o produto por trabalhador por (19), vem

$$\dot{N} = \left(\frac{L}{\eta}\right)\left[(1-\alpha^2)(A\alpha^{2\alpha}z)^{1/(1-\alpha)}N - c\right] \tag{38}$$

Colocando (38) em termos de taxa de crescimento da variedade de produtos, temos

$$\gamma_N = \left(\frac{L}{\eta}\right)\left[(1-\alpha^2)(A\alpha^{2\alpha}z)^{1/(1-\alpha)} - \left(\frac{c}{N}\right)\right] \tag{39}$$

Dentro do conceito de estado estacionário com variáveis constantes no equilíbrio, temos por (39) que $\dot{N} = 0$ implica uma razão de equilíbrio entre consumo por trabalhador e variedade de produtos dada por

$$\left(\frac{c}{N}\right) = (1-\alpha^2)(A\alpha^{2\alpha}z)^{1/(1-\alpha)}$$

que é uma constante. Ou seja, $\dot{N} = 0$ pode ser representada por

$$c = (1-\alpha^2)(A\alpha^{2\alpha}z)^{1/(1-\alpha)}N \tag{40}$$

Pode-se encontrar um locus de pontos de equilíbrio de longo prazo onde não ocorre a expansão da variedade de produtos. Ele é dado por (40), que mostra uma relação linear entre consumo e variedade de produtos.

e. Comportamento dos indivíduos

Consideramos um índivíduo representativo. O tamanho da população é constante. O horizonte de tempo considerado é infinito, pois supomos que as pessoas vivem para sempre.

O bem-estar de cada indivíduo depende de duas variáveis: consumo por trabalhador e estoque de poluição. Seja o bem-estar da população representado de forma geral pelo valor presente descontado das utilidades futuras, de modo que

$$U = \int_0^{\infty} \vartheta(c, E).\exp(-\rho t)\, dt$$

onde $\vartheta(c, E)$ é a utilidade instantânea e $\rho > 0$ é a taxa subjetiva de desconto.

3. Solução para a economia descentralizada

O problema na ótica descentralizada consiste em maximizar o bem-estar

$$U = \int_0^\infty \vartheta(c, E).\exp(-\rho t)\, dt$$

sujeito às restrições relativas à dinâmica da poluição e à dinâmica dos ativos

$$\dot{E} = A\left(\frac{L}{\eta}\right)^{1-\alpha}\left(a + b_p\right)^{1-\alpha} x^\alpha \varphi(z) + x\int_0^{\left(\frac{L}{\eta}\right)(a+b_p)} \beta(j)\mu(j)\left[\frac{\varphi(z(j))}{z(j)}\right] dj - BE \text{ e}$$

$$\dot{a} = ra + (w - c)$$

em um contexto onde há maximização de lucros por parte das firmas. São dados no problema os valores iniciais $a_0 \equiv a(0) > 0$ e $E_0 \equiv E(0) > 0$.

Neste problema as variáveis de estado são a e E. As variáveis de co-estado correspondentes são, respectivamente, ν e λ. Os ativos (que englobam a variedade de produtos) e o estoque de poluentes refletem o ambiente da economia no qual serão tomadas as decisões com o objetivo de maximizar lucros, e as variedades de co-estado são os preços sombra correspondentes. Os preços sombra ν e λ são expressos em valor corrente e traduzem o impacto de uma unidade marginal do ativo e da poluição, respectivamente, em termos de utilidade. Supomos que a única variável de controle é o consumo por trabalhador c. As outras possíveis candidatas, a saber o grau poluidor da tecnologia em cada setor (dados por z e $z(j)$) e o potencial poluidor de um dado poluente (dado por $\mu(j)$) são, por hipótese, constantes.

As condições de primeira ordem obtidas por meio do hamiltoniano produzem os seguintes resultados

$$\vartheta_c(c(t), E(t)) = \nu(t) \tag{41}$$

$$\dot{\lambda}(t) - \rho\lambda(t) = -\vartheta_E\big(c(t), E(t)\big) - B\lambda(t) \tag{42}$$

$$\dot{\nu}(t) - \rho\nu(t) =$$

$$-\nu(t)r(t) + \lambda(t)(1-\alpha)A(t)\left(\frac{L}{\eta}\right)\left[\frac{x(t)}{N(t)}\right]^\alpha \varphi\big(z(t)\big) + \lambda(t)\left(\frac{L}{\eta}\right)x(t)\beta(N(t), t)\mu(N(t), t)\left[\frac{\varphi\big(z(N(t), t)\big)}{z(N(t), t)}\right]$$

(43)

$$\lim_{t\to\infty} E(t)\lambda(t)\, exp(-\rho t) = 0 \tag{44}$$

$$\lim_{t\to\infty} a(t)\nu(t)\, exp(-\rho t) = 0 \tag{45}$$

A expressão (41) é uma condição de primeira ordem relativa à variável de controle. As expressões (42)-(43) são condições de primeira ordem relativas às variáveis de estado. As expressões (44)-(45) são condições de transversalidade para as variáveis de estado. A expressão (43) foi obtida pela substituição da definição de variedade de produtos após concluída a derivação.

Usando (41) em (42) e definindo o preço sombra da poluição em termos de bens como $p \equiv \left(\frac{\lambda}{\nu}\right)$, temos que a dinâmica de λ, o preço sombra da poluição em termos de utilidade, é dada por

$$\gamma_\lambda = (\rho - B) - \left[\frac{\vartheta_E(c, E)}{\vartheta_c(c, E)}\right] p^{-1} \geq 0$$

onde o sinal não negativo acomoda os casos do crescimento do preço sombra na trajetória rumo ao estado estacionário e da constância do preço sombra no estado estacionário. A expressão acima pode ser reescrita como

$$\gamma_\lambda = (\rho - B) + A_2 p^{-1} > (\rho - B)$$

onde

$$A_2 \equiv \left.\frac{dc}{dE}\right|_{\bar{\vartheta}} = -\left[\frac{\vartheta_E(c, E)}{\vartheta_c(c, E)}\right] > 0$$

é a declividade da curva de indiferença da função utilidade instantânea $\vartheta(c, E)$, conhecida como taxa marginal de substituição (no caso, a substituição entre consumo e um ar mais limpo). O estado estacionário implica $\gamma_\lambda = 0$, o que produz

$$(B - \rho) = A_2(p^*)^{-1} > 0$$

que pode ser rearranjado como

$$p^* = \left(\frac{A_2}{B-\rho}\right) > 0$$

em que obtemos p^* para um dado coeficiente A_2, que é constante dado que o consumo e o estoque de poluição sejam constantes no estado estacionário. Fica claro, portanto, que $B > \rho$. Dado que $\rho > 0$, obtemos da expressão acima que $B > A_2(p^*)^{-1}$, resultado que será usado ao longo da análise para que a condição de transversalidade seja válida.

A expressão (43) mostra a dinâmica do preço sombra da inovação. Ela pode ser reescrita como

$$\gamma_v = -(r - \rho - A_0 p) \tag{46}$$

onde p é o preço sombra da poluição em termos de bens, e $A_0 \equiv \left(\frac{L}{\eta}\right)\left(\frac{\partial \dot{E}}{\partial N}\right) > 0$. No estado estacionário temos $\gamma_v = 0$, o que implica

$$(r - \rho) = A_0 p^*$$

que pode ser rearranjado como

$$p^* = \left(\frac{r-\rho}{A_0}\right) > 0$$

Daí vem que $r > \rho$, onde r é constante no equilíbrio por (25). Temos que A_0 é constante no estado estacionário para um dado N^*. Dadas as duas expressões encontradas para os preços, temos a seguinte igualdade

$$A_0 A_2 = (r - \rho)(B - \rho) > 0$$

que é uma constante no estado estacionário.

Podemos, a partir de (46), obter uma expressão para a dinâmica do consumo. Fazendo a diferenciação logarítmica de (41), temos $\gamma_v = -\left[\frac{1}{\sigma(c)}\right]\gamma_c$. Substituindo em (46), obtemos

$$\gamma_c = \sigma(c)(r - \rho - A_0 p)$$

O resultado acima pode ser comparado com a taxa de evolução do consumo obtida normalmente em modelos de crescimento, dada por $\sigma(c)(r - \rho)$. A existência da poluição, que impacta negativamente sobre o bem-estar, e que resulta do processo de inovação e da produção de bens intermediários e bens finais, faz com que apareça o termo positivo $A_0 p$, que contribuiria para reduzir a taxa de crescimento do consumo por trabalhador no equilíbrio de longo prazo caso ela fosse positiva.

Substituindo a expressão da taxa real de juros em (24) na dinâmica do consumo, temos que

$$\gamma_c = \sigma(c)\left[\left(\frac{L}{\eta}\right)\left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\right)\left(\frac{x}{N}\right) - \rho - A_0 p\right] \tag{47}$$

Mas o coeficiente A_0 depende da sensibilidade das emissões líqüidas de poluentes com relação à variedade de produtos dada. Substituindo a definição de A_0 em (47), temos que

$$\gamma_c = \sigma(c)\left\{\left(\frac{L}{\eta}\right)\left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\right)\left(\frac{x}{N}\right) - \rho - \left(\frac{L}{\eta}\right)\left\{(1-\alpha)A\left(\frac{x}{N}\right)^{\alpha}\varphi(z) + x\beta(N)\mu(N)\left[\frac{\varphi(z(N))}{z(N)}\right]\right\}p\right\} \tag{48}$$

A dinâmica do consumo pode ser compreendida plenamente se estudarmos os fatores que influem sobre A_0 e p. Mas, podemos obter os resultados fundamentais nesta seção.

Sabemos que no caso de funções CRRA a elasticidade $\sigma(c)$ é uma constante σ. Supondo uma função CRRA, retomamos (48) e substituímos os valores de equilíbrio, o que leva à dinâmica do consumo dada por

$$\gamma_c = \sigma\left\{\left(\frac{L}{\eta}\right)\left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\right)(A\alpha^2 z)^{1/(1-\alpha)} - \rho - \left(\frac{L}{\eta}\right)\left\{(1-\alpha)A^{1/(1-\alpha)}(\alpha^2 z)^{\alpha/(1-\alpha)}\varphi(z) + N(A\alpha^2 z)^{1/(1-\alpha)}\beta(N)\mu(N)\left[\frac{\varphi(z(N))}{z(N)}\right]\right\}p\right\}$$

Fazendo $\gamma_c = 0$ no estado estacionário, encontramos o valor de equilíbrio da variedade de produtos pela expressão

$$N^*\beta(N^*)\mu(N^*)\left[\frac{\varphi(z(N^*))}{z(N^*)}\right] = \left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\right)\left\{\left(\frac{1}{\alpha}\right)\left[\frac{\varphi(z)}{z}\right] + \left(\frac{\eta}{L}\right)\rho - 1\right\}(p^*)^{-1} > 0 \qquad (49)$$

que depende inversamente do valor no estado estacionário do preço sombra da poluição em termos de bens. No resultado supusemos, para que haja sentido econômico, que

$$\left(\frac{1}{\alpha}\right)\left[\frac{\varphi(z)}{z}\right] + \left(\frac{\eta}{L}\right)\rho > 1$$

Obtivemos que o preço p^* é uma constante, o que implica uma variedade de preços N^* constante. Daí vem, por (40), um consumo de estado estacionário c^*. De N^* constante obtemos, por (33), o estoque de poluição de equilíbrio E^*.

A dinâmica do consumo e da variedade de produtos é dada por um caminho de ponto de sela no plano consumo – variedade de produtos, como pode ser visto na Figura 1.

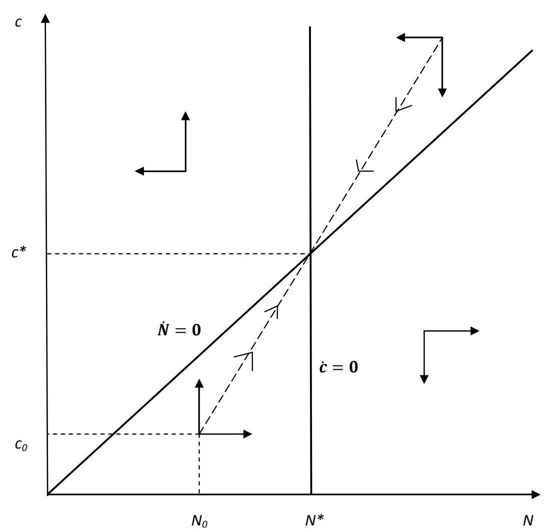

FIGURA 1 - Equilíbrio do consumo por trabalhador e da variedade de produtos

A dinâmica do preço sombra p (não detalhada aqui) mostra que a economia tende para a solução positiva, o que possui sentido econômico.

O modelo pode ser representado graficamente em quatro quadrantes pela Figura 2.

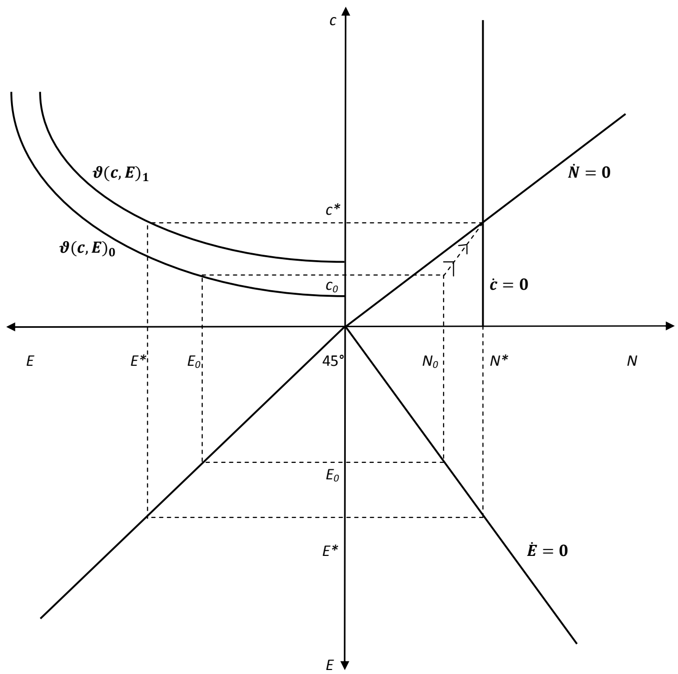

Figura 2 – Equilíbrio do modelo de crescimento com variedade de produtos e poluição

Um exercício interessante é verificar o que acontece em uma economia com uma tecnologia com grau poluidor menor no setor de bens finais em relação a uma economia com os mesmos parâmetros mas utilizando uma tecnologia com grau poluidor maior. O efeito é o mesmo da adoção de uma legislação que limite o uso de tecnologias com grau poluidor maior no setor de bens finais. Os resultados estão na Figura 3.

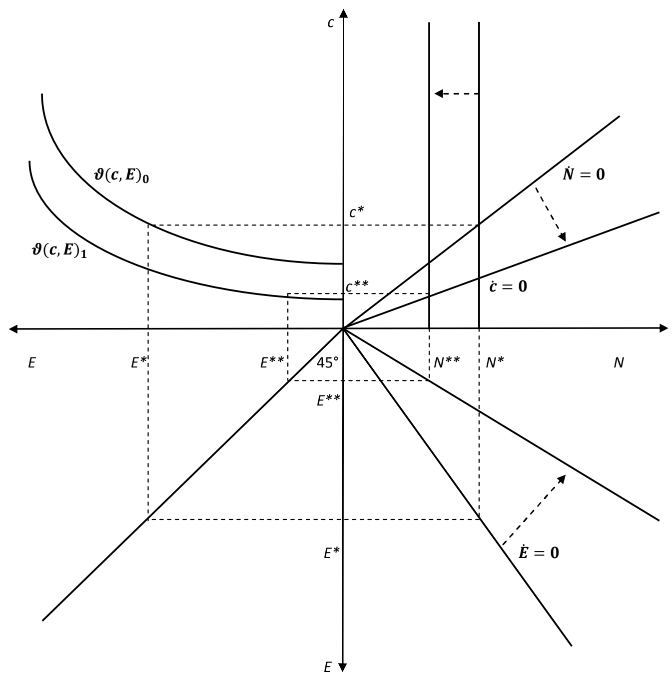

Figura 3 – Efeito de uma tecnologia com menor grau poluidor no setor de bens finais

A utilização de uma tecnologia com grau poluidor menor no setor de bens finais exerce o efeito de deslocar as curvas $\dot{E} = 0$, $\dot{N} = 0$ e $\dot{c} = 0$ no sentido indicado pelas setas no gráfico. É fácil ver que a economia passou do ponto de estado estacionário (c^*, N^*, E^*) para o ponto (c^{**}, N^{**}, E^{**}). No novo equilíbrio, o consumo por trabalhador é menor, a variedade de produtos é menor e o estoque de poluição é menor. O efeito sobre o bem-estar é incerto, uma vez que a redução do consumo por trabalhador diminui a utilidade mas a redução da poluição aumenta a utilidade. A Figura 3 mostra um caso particular de mapa de indiferença em que a nova situação está associada a uma utilidade instantânea menor.

Uma outra política pública que pode ser estudada é a implementação de uma lei que favoreça a adoção de tecnologias com menor grau poluidor no setor de bens intermediários (redução de $z(j)$). Essa política equivale no gráfico a leis que forcem o tratamento de poluentes de modo que seu potencial poluidor seja reduzido (redução de $\mu(j)$). O gráfico representando qualquer uma dessas políticas está na Figura 4.

Pela Figura 4 é possível ver que a adoção de tecnologias com grau poluidor menor no setor de bens intermediários, desde que não seja no *N*-ésimo bem intermediário, faz com que o consumo por trabalhador e a variedade de produtos permaneça igual no novo estado estacionário. Ocorre uma redução da poluição, o que faz com que o bem-estar aumente e a economia atinja uma curva de indiferença mais elevada. Caso a adoção de tecnologia com grau poluidor menor ocorra no *N*-ésimo bem intermediário, podemos ter uma modificação da posição do locus de pontos de equilíbrio do consumo por trabalhador, o qual se desloca um pouco para a direita (por (49)), corroborando o resultado anterior.

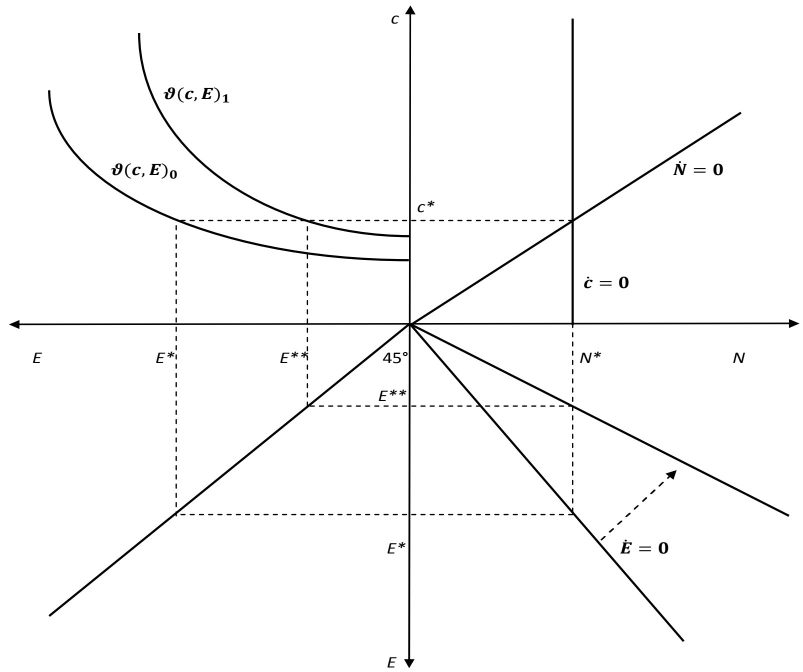

Figura 4 – Efeito de uma tecnologia com menor grau poluidor no setor de bens intermediários

4. Conclusões

Mostramos aqui um modelo de crescimento econômico com expansão da variedade de produtos com número crescente de poluentes. Ilustramos o uso do modelo com dois exemplos simples: a adoção de uma legislação ambiental mais rigorosa; a intolerância com relação a um determinado poluente que então precisa ser banido da economia por exigência do governo. O uso do modelo mostra que em ambas as situações ocorre uma diminuição das variedades de produtos, juntamente com uma redução do número de firmas.

Bibliografia

AGHION, Philippe; HOWITT, Peter. A Model of Growth through Creative Destruction. *Econometrica* v.60, n.2, p.323-351, Mar. 1992.

BARRO, Robert J.; SALA-I-MARTIN, Xavier. *Economic Growth – Second Edition*. Cambridge, MA: MIT Press, 2004.

BLANCHARD, Olivier Jean; FISCHER, Stanley. *Lectures on Macroeconomics*. Cambridge, MA: MIT Press, 1989.

CAMPBELL, John Y.; MANKIW, N. Gregory. Consumption, income, and Interest Rates: Reinterpreting the Time Series Evidence. *NBER Macroeconomics Annual* v.4, p.185-216, 1989.

CASS, David. Optimum Growth in an Aggregative Model of Capital Accumulation. *Review of Economic Studies* v.32, n.3, p. 233-240, July 1965.

DASGUPTA, Susmita; LAPLANTE, Benoit; WANG, Hua; WHEELER, David. Confronting the Environmental Kuznets Curve. *Journal of Economic Perspectives* v.16, n.1, p. 147-168, Winter 2002.

DE BRUYN, Sander M. *Economic Growth and the Environment.* Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2000.

FRIEDMAN, Milton. *A Theory of the Consumption Function.* Princeton, NJ: Princeton University Press, 1957.

GROSSMAN, Gene M. Pollution and growth: what do we know? In: GOLDIN, Ian; WINTERS, L. Alan. (Orgs.) *The Economics of Sustainable Development*. Cambridge: Cambridge University Press, 1995, p. 19-46.

KOOPMANS. Tjalling C. On the Concept of Optimal Economic Growth. In: *The Econometric Approach to Development Planning*. Amsterdam: North-Holland, 1965, p. 225-295.

LUCAS, Robert E., Jr. On the Mechanics of Economic Development. *Journal of Monetary Economics* v.22, n.1, p. 3-42, July 1988.

RAMSEY, Frank P. A Mathematical Theory of Saving. *Economic Journal* v.38, n.151, p. 543-559, Dec. 1928.

ROMER, Paul M. Endogenous Technological Change. *Journal of Political Economy* v.98, n.5, part 2: The Problem of Development: A Conference of the Institute for the Study of Free Enterprise Systems, p. S71-S102, Oct. 1990.

_____. Growth Based on Increasing Returns Due to Specialization. *American Economic Review Papers and Proceedings* v.77, n.2, p. 56-62, May 1987.

SOLOW, Robert M. A Contribution to the Theory of Economic Growth. *Quarterly Journal of Economics* v.70, n.1, p. 65-94, Feb. 1956.

STOKEY, Nancy L. Are There Limits to Growth? *International Economic Review* v.39, n.1, p. 1-31, Feb. 1998.

SWAN, Trevor W. Economic Growth. *Economic Record* v.78, n.243, p. 375-380, Dec. 2002.

_____. Economic Growth and Capital Accumulation. *Economic Record* v.32, n.63, p. 334-361, Nov. 1956.

UZAWA, Hirofumi. Optimal Technical Change in an Aggregative Model of Economic Growth. *International Economic Review* v.6, n.1, p. 18-31, Jan. 1965.