

Racionalidade Limitada e Neutralidade Monetária: Uma Abordagem Evolucionária

Jaylson Jair da Silveira
Departamento de Economia – FEARP-USP
jaylson@usp.br
&

Gilberto Tadeu Lima
Departamento de Economia – FEA-USP
giltadeu@usp.br

Resumo: Estudamos a neutralidade monetária em uma economia na qual cada firma pode pagar um custo para atualizar seu conjunto informacional e fixar seu preço ótimo (estratégia Nash) ou usar, sem custo, apenas informações passadas e fixar um preço subótimo (estratégia de racionalidade limitada), com que incorrerá, então, em uma perda aleatória. Elaboramos uma microdinâmica evolucionária com taxa de mutação endógena que, ao interagir com a dinâmica macroeconômica, determina a variação das proporções com que essas estratégias estão distribuídas entre as firmas. Essa distribuição, por sua vez, co-evolui com as variáveis macroeconômicas (produto e nível de preços) de cuja determinação ela participa. Por métodos analíticos, demonstramos que a extinção da estratégia de racionalidade limitada não é uma condição necessária para a neutralidade monetária. E, através de simulações, mostramos que o modelo replica a evidência empírica bastante robusta de um padrão de resposta *hump-shaped* do produto a um choque monetário.

Palavras-chave: racionalidade limitada; neutralidade da moeda; dinâmica evolucionária.

Abstract: We study money neutrality in an economy in which firms can either pay a cost to update their knowledge on relative prices and set the optimal price (Nash strategy) or make use, without a cost, of past knowledge and try to set a price which is as close as possible to the optimal one (boundedly rational strategy), incurring then in a random loss. We develop an evolutionary microdynamics with endogenous mutation rate that, by interacting with the macroeconomic dynamics, determines the state transition of the distribution of pricing strategies across the population of firms. This distribution, in turn, co-evolves with the macroeconomic variables (output and price level) in whose determination it participates. Using analytical methods, we demonstrate that the extinction of the boundedly rational pricing strategy is not a necessary condition for money neutrality. And, through simulation, we show that the model replicates the robust empirical evidence of a hump-shaped response of output to a monetary shock.

Key-words: bounded rationality; money neutrality; evolutionary dynamics.

Classificação JEL: C73; D43; D83.

Classificação Anpec: Área 7 - Microeconomia, Métodos Quantitativos e Finanças.

I. Considerações iniciais

Há inúmeras evidências empíricas de que os preços não contam com a flexibilidade que garantiria ajustamentos nominais instantaneamente completos em resposta a variações monetárias. Taylor (1999) registra uma série dessas evidências, na sua maioria referente aos Estados Unidos, sintetizando suas principais conclusões a respeito como segue. Primeiro, os preços e salários não são perfeitamente flexíveis. Segundo, existe enorme heterogeneidade setorial na fixação de preços e salários. Terceiro, essa fixação não é sincronizada, mas, sim, intercalada.¹ Bills & Klenow (2004), utilizando dados norte-americanos de cobertura mais ampla, detectaram uma frequência relativamente abaixo daquela que caracterizaria os preços como flexíveis: metade dos preços tinha uma duração mediana de cerca de 4,3 meses. Com a exclusão de reduções de preços promocionais, metade dos preços passa a ter uma duração mediana de cerca de 5,5 meses. Para a área do euro, Álvarez *et al.* (2006) detectaram alguns fatos estilizados, dentre eles: as firmas alteram seus preços, em média, cerca de uma vez ao ano; existe considerável heterogeneidade setorial no ajustamento de preço; e a coexistência de dois tipos de formadores de preços no que tange ao horizonte temporal de consideração, os voltados para frente (*forward looking*) e os voltados para trás (*backward looking*).

Os impactos nominais e reais de variações na demanda agregada é um tema que tem sido bastante tratado na literatura. Aqui, utilizamos a abordagem de jogos evolucionários para elaborar um modelo macroevolucionário de uma economia com concorrência monopolística, na qual cada firma pode escolher pagar um custo para atualizar seu conjunto informacional e, conseqüentemente, fixar seu preço ótimo (estratégia Nash) ou usar, sem custo, apenas as informações do passado e tentar fixar um preço o mais próximo possível do ótimo (estratégia de racionalidade limitada), possivelmente incorrendo em perdas de lucro aleatórias. Derivamos uma dinâmica evolucionária que, ao interagir com a dinâmica macroeconômica, determina a mudança das proporções em que são adotadas as duas estratégias de fixação de preços na população de firmas. Assim, tal distribuição de estratégias co-evolui com as variáveis macroeconômicas de cuja determinação ela participa. Mostramos, então, que a extinção da estratégia de racionalidade limitada *não* é condição necessária para a neutralidade monetária.

Nossa exposição está assim organizada. Na próxima seção apresentamos sucintamente o problema da auto-referência envolvido na tentativa de tratar o custo associado à otimização como sendo ele próprio sujeito ao cálculo otimizador, além do contextualizarmos o presente artigo na literatura sobre microfundaamentos do ajustamento nominal (in)completo. Na terceira seção, por seu turno, apresentamos um modelo de determinação do nível geral de preços com firmas heterogêneas e derivamos o impacto de variações monetárias para uma distribuição de estratégias pré-determinada. Ainda nesta seção, derivamos uma dinâmica evolucionária com taxa de mutação endógena e analisamos as propriedades do equilíbrio evolucionário que emerge da interação desta com uma dinâmica adaptativa do preço fixado pelas firmas de racionalidade limitada. Na quarta seção, fazemos breves considerações finais.

¹ Dado o propósito do presente artigo, cabe reportar a seguinte observação de Taylor (1999): “One might hope that a model with homogeneous ‘representative’ price setting would be a good approximation to this more complex world, but most likely some degree of heterogeneity will be required to describe reality accurately” (p. 1020-21). No modelo desenvolvido a seguir, vale frisar, a heterogeneidade de comportamento na fixação de preço é um elemento essencial, co-evoluindo com as variáveis macroeconômicas nível de preço e produto real .

II. Otimização e o problema de auto-referência

Partimos da concepção de que o processo de escolha entre pagar ou não pagar o custo associado à otimização é limitadamente racional e evolucionário, não sendo derivado de um cálculo preciso de otimização. A razão é que conceber o processo de escolha entre pagar ou não pagar o custo associado à otimização como sendo ele próprio sujeito ao cálculo otimizador nos faria deparar com um problema de auto-referência ou regressão infinita (Conlisk, 1996). Afinal, para otimizar é necessário obter um conhecimento perfeito, o que tem custos. Sendo assim, a otimização correspondente não é ótima quando tal custo é ignorado. Eis a contradição: para não ignorá-lo é necessário incluir o custo de otimização na própria otimização, porém não é possível saber o custo da obtenção do conhecimento perfeito antes de conhecê-lo perfeitamente. No presente artigo, embora os agentes não ignorem a existência de custos associados à otimização, são incapazes de conhecê-lo *a priori*. Em termos formais esta impossibilidade será representada pelo tratamento desse custo como uma variável aleatória, cuja distribuição de probabilidades é igualmente desconhecida pelos agentes. Trata-se, portanto, de uma concepção do processo de tomada de decisão em um ambiente estratégico oposta àquela subjacente aos modelos tradicionais de expectativas racionais.

Como esclarecido por Knudsen (1993), o problema de auto-referência associado à tentativa de explicação da forma pela qual as firmas adquirem o conhecimento necessário ao exercício da racionalidade plena (ou substantiva, na expressão de Herbert Simon) já havia sido apontado na década de 1930 por Friedrich Hayek (1937) e Oskar Morgenstern (1935). Segundo eles, em qualquer sistema de interação estratégica as firmas basearão sua decisão parcialmente em expectativas ou previsões sobre o que farão as demais firmas. Para tomar decisões plenamente racionais, porém, as firmas deverão justificar essas expectativas ou previsões como sendo racionais. Eis a natureza auto-referencial do problema: para justificar suas expectativas como adequadamente fundamentadas, um agente deve ter conhecimento suficiente sobre o conhecimento dos demais, o qual depende, por sua vez, do conhecimento que eles têm do conhecimento daquele agente. E assim por diante.

Vale lembrar que o problema da existência de custos associados ao cálculo de otimização foi discutido sistematicamente pela primeira vez por Marschak (1954) e Stigler (1961). Para estes autores, um agente racional, por meio de um cálculo marginal de segunda ordem, poderia vir a não optar por uma decisão ótima em função dos custos envolvidos na obtenção das informações necessárias para tanto. Contudo, como asseverou Winter (1975, p. 83), esse procedimento esbarra em um problema de auto-referência:

“Consider the costs of a particular optimization in relation to the scope of the optimization itself. Either they are neglected – in which case we label this particular example a ‘suboptimization’ – or they are not – in which case we may label this a ‘true’ optimization or ‘superoptimization’ provided no other costs or considerations have been neglected. The latter alternative – the optimization whose scope covers all consideration including its own costs – sounds like it may involve the logical difficulties of self-reference”.

Ou como já havia suspeitado Savage (1954, p. 30):

“It might...be stimulating, and it is certainly more realistic, to think of consideration or calculation as itself an act on which the person must decide. Though I have not explored this possibility carefully, I suspect that any attempt to do so leads to fruitless and endless regress”.

Binmore (1987, 1988) distingue entre duas justificativas alternativas da análise de equilíbrio que têm sido defendidas em teoria dos jogos: uma *edutiva* (ou deliberativa), que se baseia na habilidade das firmas de alcançar o equilíbrio por meio de um raciocínio adequado. Como as firmas são plenamente racionais, eles podem sempre prever corretamente o (e responder otimamente ao) comportamento dos oponentes; outra *evolutiva*, que se baseia na possibilidade de que firmas limitadamente racionais alcancem o equilíbrio por meio de algum processo de ajustamento. Aqui seguimos esta última alternativa, mostrando que um equilíbrio macroeconômico com neutralidade monetária pode emergir de um processo em que firmas adaptativas tateiam em busca de melhores estratégias de fixação de preços em um ambiente no qual a informação necessária para dar a melhor resposta não está disponível livremente.

Sendo assim, o presente artigo interage com – e contribui para – uma literatura recente sobre microfundamentos da fixação de preços sob condições de imperfeição informacional e racionalidade limitada. Mankiw & Reis (2002), por exemplo, desenvolveram um modelo dinâmico de ajustamento de preços baseado no suposto de que a informação não se dissemina instantaneamente na população de agentes. Embora os agentes sejam racionais, a existência de custos de aquisição de informação ou de (re)otimização faz com que a difusão de informações a respeito das condições macroeconômicas seja lenta. Na presença de custos dessa natureza, os preços, embora estejam sempre variando, nem sempre são estabelecidos com base em todas as informações existentes. Daí, portanto, rotularem sua contribuição de *modelo de informação rígida* e não de *modelo de preço rígido*. Os autores supõem que, a cada período, uma fração da população atualiza seu conjunto informacional sobre o estado corrente da economia e calcula preços ótimos com base nesse conjunto atualizado. O restante da população, por sua vez, continua a estabelecer preços com base no conjunto informacional desatualizado. Assim, o modelo combina elementos do modelo de reajuste aleatório de Calvo (1983) com o modelo de informação imperfeita de Lucas (1973).

Carroll (2006), por sua vez, propõe uma interessante abordagem da formação de expectativas, baseada na epidemiologia, na qual somente um pequeno conjunto de agentes (previsores profissionais plenamente racionais) formula suas próprias expectativas, as quais então se espalham na população através dos veículos de notícias. Porém, nem todos os demais agentes dedicam atenção constante e cuidadosa ao noticiário macroeconômico. O autor supõe que esses agentes absorvem o conteúdo econômico das notícias de forma probabilística, de uma maneira análoga à difusão de uma doença na população. Logo, leva algum tempo para que notícias de mudanças nas condições macroeconômicas venham a ser absorvidas pelos demais agentes. Carroll (2006) mostra que esse modelo tem um bom desempenho empírico na explicação da dinâmica das expectativas de inflação e desemprego. Segundo ele, enquanto Mankiw & Reis (2002) não fornecem microfundamentos explícitos para seu suposto de custos informacionais, seu modelo fornece uma microfundamentação explícita, baseada em modelos epidemiológicos, para uma equação expectacional agregada.

Outra contribuição interessante nessa linha mais recente de modelos de imperfeição informacional foi desenvolvida por Woodford (2003), que se baseia no suposto de que o agente tem uma capacidade limitada de absorção de informação. Posto que os formadores de preços aprendem sobre a política monetária através desse canal de informação limitada, é como se observassem a política monetária com um erro aleatório e, assim, tivessem que resolver um problema de extração de sinal à Lucas (1973). Portanto, uma diferença básica entre as contribuições de Mankiw & Reis (2002) e de Woodford (2003) diz respeito à maneira pela qual a informação chega aos agentes. Enquanto nesta última os formadores de preço recebem a cada período um sinal com ruído sobre a política monetária, na primeira os formadores de preços

adquirem informação perfeita sobre a política monetária em um dado período com uma certa probabilidade.

Já na linha de abordagens evolucionárias para as quais o modelo desenvolvido neste artigo pretende contribuir mais diretamente, duas elaborações recentes merecem referência. A primeira delas é a contribuição de Bonomo, Carrasco & Moreira (2003), que fazem uso do arcabouço de jogos evolucionários para analisar os custos de produto associados a uma desinflação, sendo esta concebida como a transição entre dois equilíbrios estacionários. Na seqüência de uma contração monetária, uma fração dos agentes passa imediatamente a adotar o novo preço ótimo, correspondente ao novo equilíbrio estacionário de expectativas racionais, enquanto a fração restante continua a adotar a estratégia que era ótima para o comportamento monetário anterior. Porém, esse afastamento tem um custo que é proporcional à fração de agentes que passou a estabelecer seus preços conforme o novo comportamento monetário, com que uma dinâmica evolucionária de revisão de estratégias, a chamada dinâmica de replicação, faz com que essa fração complementar que continua a adotar a estratégia anterior tenda a desaparecer assintoticamente.² Assim, a população de agentes convergirá para o novo equilíbrio estacionário de expectativas racionais, referente ao novo comportamento monetário, no longo prazo – vale dizer, todos os agentes virão a adotar a nova estratégia de Nash.

A segunda contribuição evolucionária que merece referência é aquela elaborada por Saint-Paul (2005).³ Buscando apresentar uma alternativa explicativa da rigidez de preços, o autor analisa em que medida, se alguma, uma estratégia rígida de estabelecimento de preço se desenvolve como um resultado de equilíbrio em uma economia habitada por agentes imperfeitamente racionais. Assume-se que esses agentes não são capazes de computar sua regra de formação de preço ótima, tendo que experimentar regras de bolso. Contudo, uma vez que as firmas substituem regras que geram um *payoff* baixo por regras que geram um *payoff* elevado, uma pergunta que desdobra naturalmente é se essa macroeconomia converge para um equilíbrio de expectativas racionais (ou de Nash, na linguagem do presente artigo), no qual o ajustamento nominal do nível geral de preços é completo e, portanto, uma variação monetária não afeta o produto. As firmas são afetadas pelo comportamento de outras firmas posto que tal comportamento afeta o nível de preço agregado. Outro ingrediente essencial do modelo é um tipo de interação local, que é uma externalidade produtiva local que implica que a função *payoff* de uma firma depende do preço escolhido por uma firma contígua.

Saint-Paul (2005) demonstra então que embora a estratégia referente ao equilíbrio de expectativas racionais esteja entre aquelas que podem ser utilizadas pelos agentes, para um intervalo de parâmetros a economia não converge para aquele equilíbrio. Ao invés disso, a economia converge para um equilíbrio ao qual o nível geral de preços não reage na mesma proporção a choques monetários contemporâneos, como acontece no equilíbrio de expectativas racionais. Entretanto, a moeda será aproximadamente neutra no longo prazo caso a autocorrelação dos choques monetários seja alta. Sendo assim, a rigidez de preço deriva da combinação de dois fatores, a saber, uma baixa variância das inovações monetárias e um alto grau de interação local entre as firmas. Caso as inovações monetárias sejam muito voláteis, a economia converge então aproximadamente para o equilíbrio de expectativas racionais. Por sua vez, caso o grau de interação local entre as firmas deixe de existir, a economia também converge para o equilíbrio de expectativas racionais.

² Nessa dinâmica, estratégias que apresentam desempenho inferior à média têm sua adoção proporcionalmente reduzida.

³ Embora o autor anuncie que seu artigo é o primeiro a lidar com rigidez do nível de preço com base em um arcabouço de evolução e aprendizado adaptativo, vale fazer referência a Bonomo, Carrasco e Moreira (2003).

Portanto, o modelo desenvolvido a partir da seção seguinte compartilha com as contribuições de Bonomo, Carrasco & Moreira (2003) e Saint-Paul (2005) a tentativa de derivação da rigidez de preços e das implicações do ajustamento nominal incompleto em termos de política monetária a partir de princípios evolucionários. Como em Bonomo, Carrasco & Moreira (2003) utilizamos o arcabouço da teoria dos jogos evolucionários. Todavia, há três inovações principais com relação a este trabalho. Primeiramente, enquanto esses autores utilizam, como representação do processo de aprendizagem subjacente, uma dinâmica de replicação, nós utilizamos uma *dinâmica de seleção* derivada explicitamente da suposição de que o custo de atualização do conjunto informacional é uma variável aleatória. Além disso, a essa dinâmica de seleção acoplamos um mecanismo de mutação, com que a escolha de estratégia de formação de preço não é feita exclusivamente com base em *payoffs* esperados. Entretanto, a proporção de firmas mutantes é endógena, dependendo das perdas aleatórias incorridas pela fixação de um preço diferente do ótimo. Especificamente, se a estratégia de racionalidade limitada tende a gerar perdas relativamente baixas, a fração de firmas mutantes tende a um valor máximo. Já se tal perda tende a se tornar muito grande, a fração de mutantes tende a zero. Em segundo lugar, em nosso modelo a informação necessária para determinar o preço ótimo não se encontra disponível livremente, ou seja, há um custo para adquiri-la, porém a extinção da estratégia de não pagar esse custo não é uma condição necessária para que o preço ótimo venha a ser estabelecido por todas as firmas, já que as firmas que não o pagam podem vir a praticar o preço ótimo por aprendizado. Em terceiro lugar, o presente artigo deriva os efeitos de variações monetárias tanto em termos analíticos como de simulação computacional. O modelo proposto por Saint-Paul (2005), por sua vez, utiliza-se unicamente da metodologia computacional baseada em agentes e, portanto, seus resultados são obtidos por simulações numéricas. Tal metodologia permite que o autor trate de uma gama extensa de regras de bolso de determinação de preços, bem como explore explicitamente os efeitos da interação local entre os agentes e de um processo específico para a realização monetária, um AR(1), sobre a rigidez de preços e o ajustamento nominal incompleto. Em nosso caso, utilizamos a estratégia de modelagem padrão baseada em equações diferenciais ordinárias e deduzimos resultados igualmente por meio da análise qualitativa do diagrama de fase da dinâmica evolucionária e da linearização em torno do(s) equilíbrio(s), além de concebermos e modelarmos a mutação de maneira bastante distinta, conforme detalhado na seção seguinte.

III. Dinâmica evolucionária com mutação endógena

Em cada momento há uma fração k das firmas, que pode variar de um momento para outro, que estabelece seu preço sem conhecer todos os preços da economia, ou seja, são *firmas de racionalidade limitada*, pois decidiram não pagar o custo necessário para conhecer plenamente a estrutura de preços relativos. A fração restante, $1-k$, é formada pelas firmas plenamente informadas que incorreram no custo referente à obtenção desse conhecimento. Estas últimas, seguindo Droste, Hommes & Tuinstra (2002, p. 244), serão denominadas *firmas Nash*.⁴

⁴ Dado o objetivo do presente artigo, vale notar a sugestiva observação de Mankiw & Reis (2002) sobre microfundações do ajustamento nominal incompleto: “In the end, microfoundations for the Phillips curve may require a better understanding of bounded rationality” (p. 1317). A conclusão final dos autores também é sugestiva: “Yet we must admit that information processing is more complex than the time-contingent adjustment assumed here. Models of bounded rationality are notoriously difficult, but it seems clear that when circumstances change in large and obvious ways, people alter the mental resources they devote to learning and thinking about the new aspects of the world. Developing better models of how quickly people incorporate information about monetary policy into their plans, and why their response is faster at some times than others, may prove a fruitful

O nível geral de preços, P , vigente em uma dado momento é dado pela média geométrica dos preços praticados pelas firmas Nash, P_n , e o preço estabelecido pelas firmas de racionalidade limitada, P_b , ou seja:

$$(1) \quad P = P_b^k P_n^{1-k}.$$

Tomando como referência o modelo de Blanchard & Kiyotaki (1987), o preço estabelecido pelas firmas Nash, que conhecem P , é:

$$(2) \quad P_n = \alpha P^a M^{1-a},$$

na qual $\alpha > 0$ e $0 < a < 1$ são constantes paramétricas. Ou seja, esse preço depende não só do nível geral de preços, mas também do estoque nominal de moeda, M .

Substituindo (1) em (2), obtemos o preço estabelecido pelas firmas Nash:

$$(3) \quad P_n = (\alpha P_b^{ak} M^{1-a})^{\xi(k)},$$

na qual $\xi(k) \equiv 1/[1 - a(1 - k)]$. Note que as firmas que adotam a estratégia Nash levam em consideração o preço estabelecido pelas firmas de racionalidade limitada e a fração destas (isto é, a distribuição de estratégias de fixação de preços) na economia. Para Droste, Hommes & Tuinstra (2002, p. 244), a estratégia de fixação de preços das firmas Nash é algo como um equilíbrio de Nash em um jogo de estabelecimento de preços que é ‘contaminado’ com firmas de racionalidade limitada.

Introduzindo a decisão ótima (3) em (1), passamos a expressar o nível geral de preços também como uma função do preço fixado pelas firmas de racionalidade limitada e da distribuição de estratégias de estabelecimento de preços na economia:

$$(4) \quad P = [(\alpha_0 M)^{(1-a)(1-k)} P_b^k]^{\xi(k)},$$

na qual $\alpha_0 = \alpha^{1-a}$. Como é bem conhecido, em uma economia formada somente por firmas com informação perfeita teríamos $P = \alpha_0 M$, que é o valor do nível geral de preços no equilíbrio de Nash simétrico do jogo de estabelecimento de preços com informação perfeita. Isto segue de (4) fazendo $k = 0$, ou seja, assumindo que só existem firmas Nash, ou que, para qualquer $k \in (0, 1]$, as firmas de racionalidade limitada fixem $P_b = \alpha_0 M$.

Analisemos o impacto de variações monetárias para uma pré-determinada distribuição de estratégias de formação de preços (curto prazo). Usando (4), podemos obter a elasticidade do nível geral de preços em relação ao estoque nominal de moeda:

$$(5) \quad \frac{\partial P}{\partial M} \frac{M}{P} = 1 - \frac{k}{1 - a(1 - k)} \equiv \varepsilon(k).$$

avenue for future research on inflation-output dynamics (p. 1319). Um elemento essencial do modelo dinâmico desenvolvido no que segue, vale destacar, é um comportamento de racionalidade limitada em nível de fixação de preço que não se caracteriza pela sujeição a uma regra mecânica de atualização do conjunto informacional, como é o caso do modelo de Mankiw & Reis (2002), que adotam uma especificação à Calvo (1983) – na qual o momento de reajuste de preço é aleatório e, portanto, não é uma variável de decisão da firma. No modelo a seguir, por seu turno, a decisão de reajuste é tomada continuamente com base em considerações de benefícios líquidos (de custo) esperados.

Note que $\varepsilon(0)=1$ e $0 < \varepsilon(k) < 1$ para todo $k \in (0,1)$. Portanto, caso existam apenas firmas Nash, $k=0$, a economia apresenta, como esperado, neutralidade monetária no curto prazo. Resultado que se mantém caso existam apenas firmas de racionalidade limitada, $k=1$. Nessa situação, a eq. (4) já gera $P = \alpha_0 M$ e, portanto, uma elasticidade unitária é imediatamente obtida, com a eq. (5) perdendo validade. Porém, quando há uma fração intermediária de firmas de racionalidade limitada, $0 < k < 1$, a moeda não é neutra. Uma expansão (contração) do estoque nominal de moeda gera uma expansão (contração) do produto. Ademais, segue de (5) que $\varepsilon'(k) = (1-a)/[1-a(1-k)]^2 > 0$, com que o impacto de curto prazo da moeda sobre o produto será tanto maior quanto maior for a fração de firmas de racionalidade limitada.

As firmas buscam continuamente se adaptar às mudanças do ambiente em que estão inseridas, o que gera variações na distribuição de estratégias de preços na população de firmas que levam, por sua vez, a novas mudanças do estado macroeconômico. Concebemos este processo de co-evolução como um jogo evolucionário de escolha de estratégias de fixação de preços que interage com uma dinâmica de preço subótimo adaptativa.

Adotaremos a hipótese de que as firmas incorrem em uma perda quadrática ao não estabelecerem otimamente seus preços. Assim, usando (3), a perda esperada da estratégia representada por *não incorrer no custo de atualização do conjunto informacional* (estratégia de racionalidade limitada) pode ser estabelecida como segue:

$$(6) \quad L_b(k, P_b) \equiv -\beta(P_b - P_n)^2 = -\beta[P_b - (\alpha P_b^{ak} M^{1-a})^{\varepsilon(k)}]^2.$$

Por sua vez, as firmas Nash, por adotarem o preço ótimo, não incorrem em perda por desviarem deste preço. Entretanto, para encontrarem o preço ótimo, arcam com um custo de prever perfeitamente o nível geral de preços. Considerando o problema de auto-referência levantado na seção anterior, assumiremos que as firmas Nash realizam uma subotimização, ou seja, inferem o preço ótimo sem conhecerem com precisão os gastos necessários para tal inferência. Dessa forma, a perda efetiva da i -ésima firma Nash pode ser considerada uma variável aleatória c_i com distribuição contínua de probabilidades $F : \mathfrak{R}_+ \rightarrow [0,1]$.

Suporemos que as firmas avaliam periodicamente suas estratégias de fixação de preços. Cada firma de racionalidade limitada extrai informação unicamente da comparação de sua perda com a incorrida por outra firma escolhida aleatoriamente, segundo uma distribuição de probabilidades uniforme. A probabilidade dessa comparação ser feita com uma firma que escolheu a estratégia alternativa é igual a $1-k$. Uma firma de racionalidade limitada que compara sua perda efetiva com a perda efetiva de uma firma i Nash passará a adotar a estratégia desta última se, e somente se, $c_i < -L(k, P_b)$. Logo, a probabilidade de uma firma de racionalidade limitada mudar de estratégia é dada por $\Pr(c_i < -L(k, P_b)) = F(-L(k, P_b))$. Se estes dois eventos são estatisticamente independentes, o produto de suas probabilidades de ocorrência nos fornece a probabilidade de uma firma com racionalidade limitada tornar-se uma firma Nash, a saber, $(1-k)F(-L(k, P_b))$. Como há k firmas de racionalidade limitada no momento t , o número esperado de firmas deste tipo que se tornam firmas Nash é:

$$(7) \quad k(1-k)F(-L(k, P_b))$$

Por sua vez, as firmas Nash conhecem a perda média da estratégia alternativa no instante t e, portanto, não precisam realizar comparações em pares das perdas para obterem informações. Assim, uma firma i Nash passará a adotar a estratégia de racionalidade limitada

se, e somente se, $c_i > -L(k, P_b)$. Logo, a mudança de estratégia da firma i Nash ocorrerá com probabilidade $1 - F(-L(k, P_b))$. Como a cada período todas as firmas Nash são potenciais revisoras de estratégia, o número de firmas deste tipo que passam a adotar a estratégia de racionalidade limitada é simplesmente:

$$(8) \quad (1 - k)[1 - F(-L(k, P_b))].$$

A diferença entre o influxo (8) e o efluxo (7) nos dá a taxa instantânea de variação da fração de firmas de racionalidade limitada induzida exclusivamente pelo diferencial de *payoffs*:

$$(9) \quad \dot{k} = (1 - k)[1 - (1 + k)F(-L(k, P_b))].$$

Todavia, se a diferença de *payoffs* entre as estratégias, ou seja, a diferença entre a perda gerada pela estratégia de racionalidade limitada e o custo incorrido pela adoção da estratégia Nash for relativamente baixa as firmas tornam-se menos diligentes, pois tanto faz usar uma como a outra estratégia.⁵ Para incorporar este efeito iremos acrescentar à dinâmica evolucionária (9) o fluxo líquido gerado pela existência de firmas mutantes, isto é, firmas que, em face da incerteza, vêem as estratégias como equivalentes em termos de *payoffs* e, conseqüentemente, escolhem aleatoriamente uma estratégia sem levar em consideração o diferencial de *payoffs* esperado entre estratégias. Segundo Samuelson (1997, p. 205), “we can think of selection as capturing the important forces affecting strategy choices, while mutation is a residual, capturing whatever has been excluded when modeling selection”.

De fato, a consideração da possibilidade de experimentação, da forma como ela pode ser racionalizada em jogos evolucionários, nos permite tornar o modelo mais realista. Dependendo do sistema biológico, uma mutação em um jogo evolucionário pode ser interpretada como uma alteração genética, uma diferenciação celular, uma mudança na expressão do gene, uma modificação acidental ou deliberada na transmissão ou um erro de aprendizado. Em um contexto biológico, então, a mutação é interpretada em um sentido literal, consistindo em alterações aleatórias em códigos genéticos. Em contextos econômicos, por sua vez, como observou Samuelson (1997, cap. 7), o termo mutação se refere a uma situação na qual um agente muda de estratégia aleatoriamente. Em situações econômicas, portanto, a mutação remete a uma situação na qual um agente experimenta uma nova estratégia ou é substituído por um novo agente que, não estando familiarizado com o jogo, inicialmente escolhe uma estratégia de maneira aleatória. No contexto do processo evolucionário de escolha de estratégia de fixação de preço analisado no presente artigo, portanto, é bastante natural interpretar a mutação como se referindo ao surgimento de novas firmas ou a perturbações exógenas na tomada de decisão de preços das firmas existentes, que certamente dotam as premissas do modelo de maior realismo. Logo, a questão motivadora da consideração da possibilidade de mutação pode ser posta da seguinte forma: a não ocorrência de fenômenos como o surgimento de novas firmas ou perturbações exógenas na tomada de decisão de preços das firmas existentes é uma condição necessária para a existência, no equilíbrio evolucionário, de neutralidade monetária? Como detalhado adiante, a resposta é negativa.

Para tanto, suporemos que a dinâmica evolucionária, que representa o mecanismo de seleção atuante nesse ambiente econômico, opera na presença de uma forma de perturbação análoga ao processo de mutação em ambientes naturais. Vale dizer, ao invés de supormos que a escolha de estratégia de fixação de preço baseia-se somente em considerações em termos de

⁵ Sobre esta questão, vale consultar Gale, Binmore & Samuelson (1995).

benefício esperado, suporemos que existem agentes mutantes, ou seja, firmas que escolhem estratégias de forma aleatória sem levar em consideração o diferencial de perdas esperado entre estratégias de estabelecimento de preços.⁶

Porém, a maneira pela qual incorporamos a possibilidade de mutação difere daquela adotada em Saint-Paul (2005). Como sintetizado ao final da seção anterior, Saint-Paul modela uma macroeconomia habitada por firmas imperfeitamente racionais que não são capazes, por hipótese, de computar sua regra de formação de preço ótima, tendo então que experimentar regras de bolso. Este processo de experimentação acontece da seguinte forma. Cada firma escolhe aleatoriamente uma regra a ser utilizada durante um determinado tempo, após o qual experimenta com certa probabilidade uma nova regra. Esta nova regra é escolhida de uma dentre duas maneiras. A nova regra é selecionada aleatoriamente entre as regras disponíveis ou resulta de uma mutação local da regra em uso. Esta mutação é gerada por uma perturbação aleatória na regra em uso.

Na formulação desenvolvida neste artigo, por sua vez, as firmas podem estabelecer o preço ótimo incorrendo no custo de atualização do conjunto informacional, de forma que podem coexistir firmas de racionalidade limitada e firmas Nash. Além disso, a dinâmica de seleção opera com um ruído, dado que algumas firmas, cujo número (medida) é endógeno, escolhem sua estratégia de fixação de preço independente de considerações em nível de benefício esperado. Logo, enquanto em Saint-Paul (2005) todas as firmas escolhem uma nova regra sem considerações de *payoff*, por um processo aleatório local (perturbação na regra em uso) ou global (seleção equiprovável entre as regras disponíveis), neste artigo apenas uma fração das firmas escolhe sua estratégia sem considerações de *payoff*, fazendo-o através de um processo aleatório global.

Suponhamos que o número (medida) de firmas mutantes que escolhem uma estratégia em um dado momento independentemente dos *payoffs* é dado pela seguinte expressão:

$$(10) \quad \frac{\delta\theta}{\delta - L(k, P_b)},$$

na qual $\delta > 0$ e $0 < \theta < 1$ são constantes paramétricas.⁷ Do total de mutantes em (10), $\{\delta\theta/[\delta - L(k, P_b)]\}k$ são firmas de racionalidade limitada e a fração restante, $\{\delta\theta/[\delta - L(k, P_b)]\}(1-k)$, são firmas Nash. Supondo que uma firma mutante escolhe uma das duas estratégias de fixação de preços com igual probabilidade, inferimos então que $\{\delta\theta/[\delta - L(k, P_b)]\}k/2$ firmas de racionalidade limitada mutantes, de um lado, e $\{\delta\theta/[\delta - L(k, P_b)]\}(1-k)/2$ firmas Nash mutantes, de outro lado, efetivarão mudanças de estratégia. Logo, o fluxo líquido (positivo ou negativo) de firmas mutantes que passarão a adotar, em um dado momento, a estratégia de racionalidade limitada é simplesmente:

⁶ “Unlike the selection mechanism, there is little reason to believe that mutations have a particularly strong connection with the payoffs of the game. Thus mutations are conventionally modeled as being completely random, in the sense that they may switch a player to any of the existing strategies and are unaffected by payoffs” (Samuelson, 1997, p. 206).

⁷ Note que se a estratégia de racionalidade limitada tende a gerar perdas relativamente baixas, $L(k, P_b) \rightarrow 0^-$, a fração de firmas mutantes σ tende a um valor máximo θ . Já se tal perda tende a se tornar muito grande, $L(k, P_b) \rightarrow -\infty$, a fração de mutantes σ tende a zero.

$$(11) \quad \left[\frac{\delta\theta}{\delta - L(k, P_b)} \right] (1-k) \frac{1}{2} - \left[\frac{\delta\theta}{\delta - L(k, P_b)} \right] k \frac{1}{2} = \left[\frac{\delta\theta}{\delta - L(k, P_b)} \right] \left(\frac{1}{2} - k \right)$$

Com base em Gale, Binmore & Samuelson (1995), esse ruído pode ser acrescentado à dinâmica de seleção (9), originando a seguinte dinâmica evolucionária com taxa de mutação endógena:

$$(12) \quad \dot{k} = \left[1 - \frac{\delta\theta}{\delta - L(k, P_b)} \right] (1-k) [1 - (1+k)F(-L(k, P_b))] + \left[\frac{\delta\theta}{\delta - L(k, P_b)} \right] \left(\frac{1}{2} - k \right).$$

Cabe salientar que esta dinâmica evolucionária é parametrizada pelo preço estabelecido pelas firmas de racionalidade limitada. Suporemos que este preço segue um processo adaptativo:

$$(13) \quad \dot{P}_b = -\gamma(P_b - P_n) = -\gamma[P_b - (\alpha P_b^{ak} M^{1-a})^{\xi(k)}],$$

na qual $\gamma > 0$ é uma constante paramétrica. Logo, a transição de estado da economia é dada pelo sistema (12)-(13), cujo espaço de estados é $\Theta = \{(k, P_b) \in \mathfrak{R}^2 : 0 \leq k \leq 1, P_b > 0\}$.

Para um dado valor de $k \in [0, 1]$, teremos $\dot{P}_b = 0$ se, e somente se:

$$(14) \quad P_b - (\alpha P_b^{ak} M^{1-a})^{\xi(k)} = 0,$$

ou seja, se, e somente se, $P_b = \alpha_0 M$. Este preço, como já destacado, é o de equilíbrio de Nash simétrico do jogo de estabelecimento de preços com informação perfeita.

De (6) sabemos que $L(k, \alpha_0 M) = 0$ para qualquer $k \in [0, 1]$. Portanto, considerando (12), a seguinte condição de equilíbrio deve ser satisfeita:

$$(15) \quad (1 - \theta)(1 - k) + \theta \left(\frac{1}{2} - k \right) = 0,$$

cuja solução é $k = 1 - (\theta/2) \in (0, 1)$ para qualquer $\theta \in (0, 1)$. Concluimos, então, que há um único equilíbrio, a saber, o equilíbrio de estratégia mista $(k, P_b) = (1 - (\theta/2), \alpha_0 M)$. Note que o preço que emerge neste equilíbrio é o preço de equilíbrio de Nash simétrico do jogo de estabelecimento de preços com informação perfeita. Mas, tal equilíbrio, embora seja idêntico àquele que seria obtido em uma economia habitada apenas por firmas de racionalidade plena, é alcançado em um estado no qual há também firmas limitadamente racionais.

Cabe perguntar se a dinâmica evolucionária leva o sistema para tal equilíbrio, sendo obtida uma resposta afirmativa. Com efeito, consideremos a matriz jacobiana da linearização em torno do equilíbrio em análise do sistema (12)-(13):

$$(16) \quad J(1 - (\theta/2), \alpha_0 M) = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 2\gamma(1-a)/(a\theta - 2) \end{bmatrix},$$

cujos autovalores são $\lambda_1 = -1$ e $\lambda_2 = 2\gamma(1-a)/(a\theta - 2)$. Dado que $\gamma > 0$, $0 < a < 1$ e $0 < \theta < 1$, então $\lambda_2 < 0$. Segue que $(k, P_b) = (1 - (\theta/2), \alpha_0 M)$ é um atrator local. Portanto, de um processo de livre escolha de estratégias de fixação de preços em um ambiente de racionalidade limitada, modelado como um jogo evolucionário com mutação endógena, emerge

um equilíbrio evolucionário no qual, mesmo havendo firmas de racionalidade limitada, o nível geral de preços será o de equilíbrio de Nash e prevalecerá a neutralidade da moeda. Nesse caso, aplica-se plenamente a caracterização de Samuelson (1997, p. 3) de um equilíbrio evolucionário: “An equilibrium does not appear because agents are rational, but rather agents appear rational because an equilibrium has been reached”. A Figura 1 ilustra essa propriedade de estabilidade.

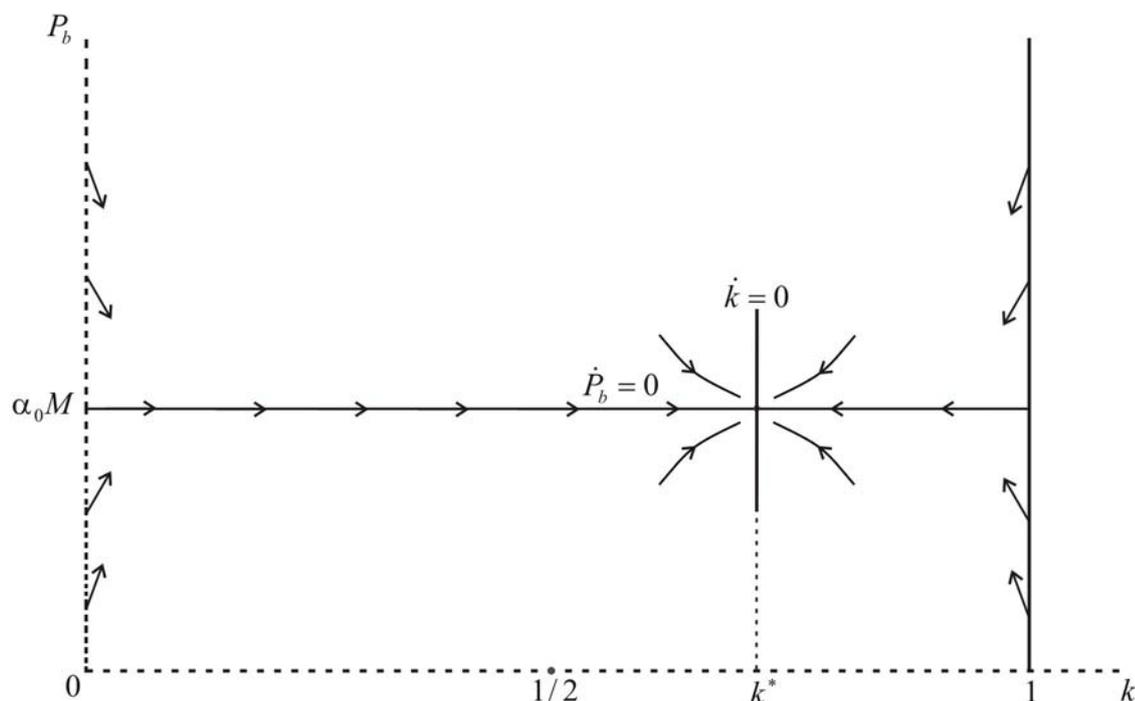


Figura 1. Diagrama de fase da dinâmica evolucionária com mutação

Dadas a unicidade e a estabilidade assintótica do equilíbrio, podemos utilizar simulações numéricas para ilustrar a dinâmica de transição após um choque monetário permanente. Em todas as simulações fizemos, por simplicidade, $\alpha = \beta = \gamma = \delta = 1$ e uma taxa de mutação máxima $\theta = 0,05$. Ademais, supomos que as perdas efetivas das firmas Nash são exponencialmente distribuídas, com função acumulada de probabilidade $F(x) = 1 - e^{-x}$. Nessas simulações o preço de equilíbrio de Nash inicial é 1, igual ao estoque nominal de moeda inicial, e o final é 0,9, correspondendo ao novo estoque nominal de moeda após a contração de 10%. Na Figura 2 encontra-se o campo vetorial em torno do equilíbrio $(k, P_b) = (0,975, 1)$ supondo uma complementaridade estratégica mediana $a = 0,5$.

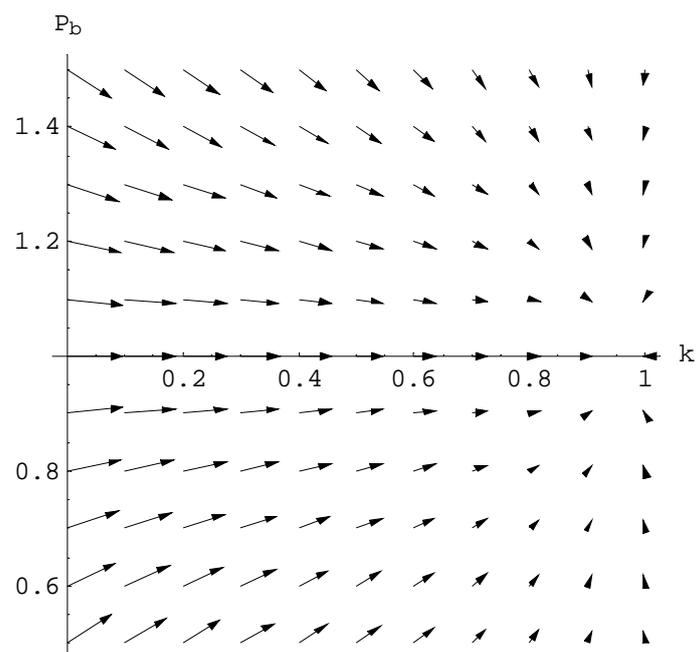
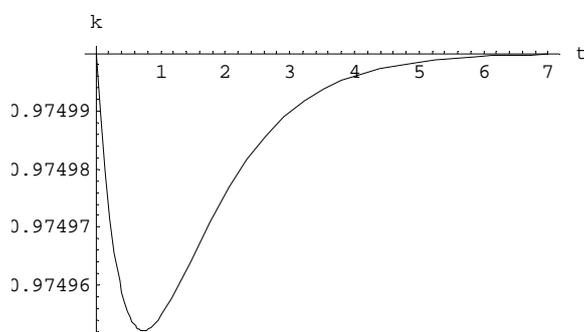
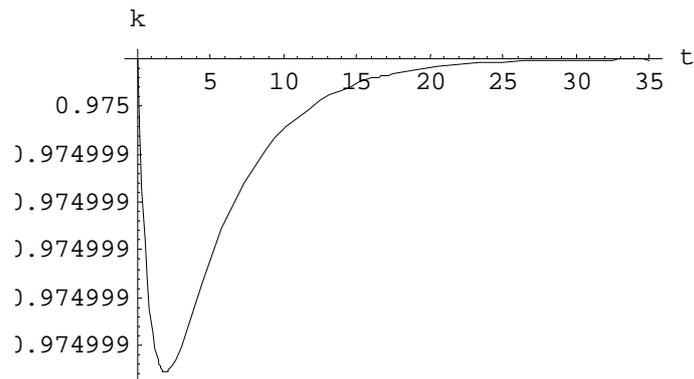


Figura 2. Diagrama de fase local com taxa de mutação máxima de 5%

Adiante, nas Figuras 3-5, apresentamos os resultados de duas simulações. Na primeira simulação utilizamos $a = 0,1$ (baixa complementaridade estratégica) e na segunda estabelecemos $a = 0,9$ (alta complementaridade estratégica). Primeiramente, como derivado na literatura correspondente (por exemplo, Ball & Romer 1991 e Bonomo, Carrasco & Moreira 2003), nota-se que uma complementaridade estratégica mais elevada gera uma maior inércia inflacionária e uma maior perda de produto para uma mesma distribuição inicial de estratégias de fixação de preço. De fato, o tempo de convergência para o equilíbrio de longo após um choque monetário varia positivamente com o grau de complementaridade estratégica. Em segundo lugar, observa-se que o padrão de resposta da distribuição de estratégias de preço a um choque monetário é *hump-shaped*. Além disso, o modelo replica uma evidência empírica bastante robusta que é o padrão de resposta igualmente *hump-shaped* do produto a um choque monetário.

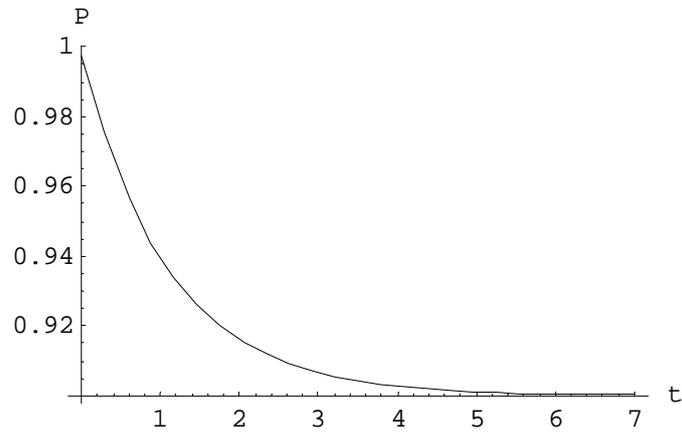


(a) $a = 0,1$

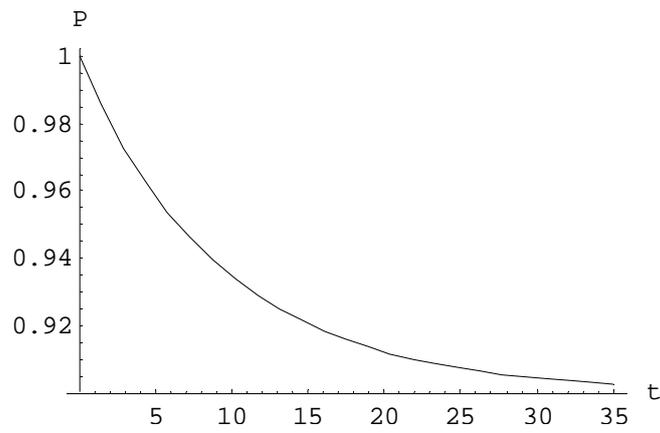


(b) $a = 0,9$

Figura 3. Trajetórias da fração de firmas de racionalidade limitada após a contração monetária

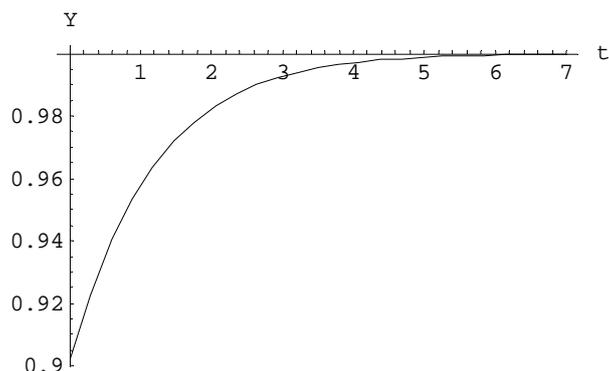


(a) $a = 0,1$

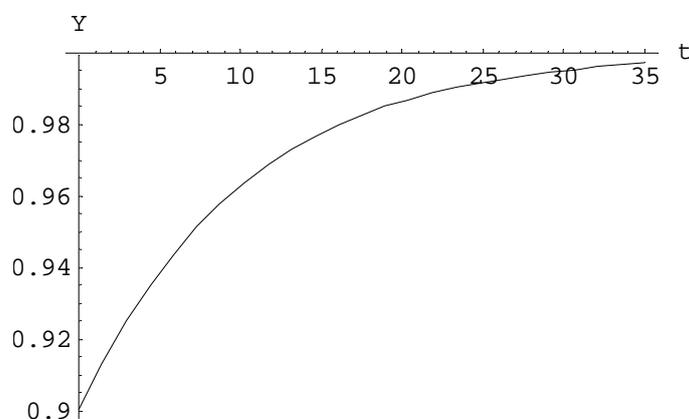


(b) $a = 0,9$

Figura 4. Trajetórias do índice geral de preços após a contração monetária



(a) $a = 0,1$



(b) $a = 0,9$

Figura 5. Trajetórias do produto após a contração monetária

IV. Considerações finais

Avaliamos a neutralidade monetária em uma economia de concorrência monopolística, na qual a informação necessária para determinar o preço ótimo não está disponível livremente. Nessa economia com custo de informação, o processo de escolha entre pagar ou não pagar o custo associado à otimização foi concebido como sendo limitadamente racional e evolucionário, e não como sendo derivado ele próprio de um cálculo preciso de otimização. A evolução dessa escolha foi modelada como um processo de aprendizagem social, no qual cada firma vai ajustando sua estratégia de formação de preços em um ambiente macroeconômico em constante mudança.

Analisamos então o impacto de variações monetárias no curto prazo, ou seja, para uma pré-determinada distribuição de estratégias de fixação de preços – e que não é, portanto, necessariamente aquela correspondente ao equilíbrio evolucionário dinâmico. Caso existam apenas firmas Nash a macroeconomia apresenta, como esperado, neutralidade monetária, um resultado que se mantém caso existam apenas firmas de racionalidade limitada. Quando há coexistência de firmas Nash e de racionalidade limitada, porém, a neutralidade monetária desaparece. Uma expansão (contração) do estoque nominal de moeda, ao gerar uma elevação

(contração) menos que proporcional do nível geral de preços, gera uma expansão (contração) do produto. Demonstramos também que o impacto de curto prazo da moeda sobre o produto será tanto maior quanto maior for a fração de firmas de racionalidade limitada.

Em seguida, derivamos uma dinâmica evolucionária com taxa de mutação endógena para formalizar o processo de escolha de estratégias de preços. Essa dinâmica, ao interagir com a dinâmica macroeconômica, determinou a co-evolução da distribuição dessas estratégias e das variáveis macroeconômicas. Utilizando métodos analíticos, mostramos a convergência para um equilíbrio evolucionário no qual há firmas de racionalidade limitada e, mesmo assim, a moeda será neutra no longo prazo. Logo, enquanto no curto prazo a coexistência de firmas Nash e de racionalidade limitada é apenas uma possibilidade e, em ocorrendo, gera não-neutralidade monetária, no longo prazo ela é uma inevitabilidade e gera neutralidade monetária. Além disso, uma complementaridade estratégica mais elevada gera uma maior inércia inflacionária e uma maior perda de produto para uma mesma distribuição inicial de estratégias de fixação de preço. De fato, o tempo de convergência para o equilíbrio de longo após um choque monetário varia positivamente com o grau de complementaridade estratégica. Por fim, mostramos, por meio de uma simulação computacional, que o modelo replica a evidência empírica bastante robusta de um padrão de resposta *hump-shaped* do produto real a um choque monetário – além de gerar a previsão empiricamente testável de que a resposta da distribuição de estratégias de fixação de preço a esse mesmo choque é igualmente *hump-shaped*, havendo uma relação de causalidade entre essas respostas, posto que o efeito de curto prazo do choque monetário sobre o produto é tanto maior quanto maior for a fração de firmas de racionalidade limitada.

Referências bibliográficas

- Álvares, L., Dhyne, E., Hoerberichts, M., Kwapil, C., Bihan, H., Lünemann, P., Martins, F., Sabbatini, R., Stahl, H., Vermeulen, P. & Vilmunen, J. (2006) “Sticky prices in the Euro area: a summary of new micro evidence”, *Journal of the European Economic Association*, 4(2-3): 574-584.
- Ball, L. & Romer, D. (1991) “Sticky prices as coordination failure”, *American Economic Review*, 81(3): 539-52.
- Bils, M. & Klenow, P. (2004) “Some evidence on the importance of sticky prices”, *Journal of Political Economy*, 112(5): 947-85.
- Binmore, K. (1987) “Modeling rational players: Part I”, *Economics and Philosophy*, 3, pp. 179-214.
- Binmore, K. (1988) “Modeling rational players: Part II”, *Economics and Philosophy*, 4, pp. 9-55.
- Blanchard, O. & Kiyotaki, N. (1987) “Monopolistic competition and the effects of aggregate demand”, *American Economic Review*, 77(4): 647-66.
- Bonomo, M., Carrasco, V. & Moreira, H. (2003) “Aprendizado evolucionário, inércia inflacionária e recessão em desinflações monetárias”, *Revista Brasileira de Economia*, 57(4), out/dez., pp. 663-681.
- Calvo, G. (1983) “Staggered prices in a utility maximizing framework”, *Journal of Monetary Economics*, 12, September, pp. 383-398.

- Carroll, C. (2006) “The epidemiology of macroeconomic expectations”, in L. Blume & S. Durlauf (eds) *The Economy as an Evolving Complex System, III*, Oxford: Oxford University Press.
- Conlisk, J. (1996) “Why bounded rationality?”, *Journal of Economic Literature*, Vol. XXXIV (June): 669-700.
- Droste, E., Hommes, C. & Tuinstra, J. (2002) “Endogenous fluctuations under evolutionary pressure in Cournot competition”, *Games and Economic Behavior*, 40(2): 232-69.
- Gale, J., Binmore, K. & Samuelson, L. (1995) “Learning to be imperfect: the ultimatum game”, *Games and Economic Behavior*, 8(1): 56-90.
- Hayek, F. (1937) “Economics and knowledge”, in F. Hayek (ed.) *Individual and Economic Order*, London: Routledge, 1948.
- Knudsen, C. (1993) “Equilibrium, perfect rationality and the problem of self-reference in economics”, in U. Mäki, B. Gustafsson & C. Knudsen (eds) *Rationality, Institutions and Economic Methodology*, London: Routledge, pp. 133-170.
- Lucas, R. E., Jr. (1973) “Some international evidence on output-inflation tradeoffs”, *American Economic Review*, 63, June, pp. 326-34.
- Mankiw, N. & Reis, R. (2002) “Sticky information versus sticky prices: a proposal to replace the New Keynesian Phillips curve”, *Quarterly Journal of Economics*, 117(4), pp. 1295-1328.
- Marschak, J. (1954) “Toward an economic theory of organization and information”, in R.M. Thrall, C.H. Coombs & R.L. Davis (eds) *Decision Processes*, New York: Wiley.
- Morgenstern, O. (1935) “Perfect foresight and economic equilibrium”, in A. Schotter (ed.) *Selected Economic Writings of Oskar Morgenstern*, New York: New York University Press, pp. 169-83.
- Samuelson, L. (1997) *Evolutionary games and equilibrium selection*, Cambridge, MA: The MIT Press.
- Savage, L. (1954) *The foundations of statistics*, New York: Wiley.
- Stigler, G. (1961) “The economics of information”, *Journal of Political Economy*, 69, pp. 213-25.
- Taylor, J. (1999) “Staggered price and wage setting in macroeconomics”, in J. Taylor & M. Woodford (eds) *Handbook of Macroeconomics, Volume I*, New York: Elsevier Science, pp. 1009-1050.
- Winter, S. (1975) “Optimization and evolution in the theory of the firm”, in R. H. Day & T. Groves (eds) *Adaptive Economic Models*, New York: Academic Press, pp. 73-118.
- Woodford, M. (2003) “Imperfect common knowledge and the effects of monetary policy”, in P. Aghion, R. Frydman, J. Stiglitz & M. Woodford (eds) *Knowledge, Information and Expectations in Modern Macroeconomics: Essays in Honor of Edmund Phelps*, Princeton: Princeton University Press, pp. 25-58.