

Modelagem Multifatorial da Estrutura a Termo de Juros de LTN's utilizando Análise de Componentes Principais

Autores:

Aureliano Angel Bressan
Centro de Pós-Graduação e Pesquisas em Administração
Universidade Federal de Minas Gerais

Rodrigo Araújo Alves
Faculdade de Ciências Econômicas
Universidade Federal de Minas Gerais

Riquelme Aparecida Caetano
Faculdade de Ciências Econômicas
Universidade Federal de Minas Gerais

Robert Aldo Iquiapaza
Centro de Pós-Graduação e Pesquisas em Administração
Universidade Federal de Minas Gerais

Resumo: Uma das principais características do mercado de renda fixa no Brasil é o prazo curto de vencimento dos títulos públicos, fato que amplia a importância de estudos relacionados à identificação de fatores comuns que influenciam a volatilidade do retorno destes títulos, que por sua vez é elemento crucial para o gerenciamento do risco de taxa de juros. Nessa perspectiva, o objetivo geral deste estudo consiste em identificar os fatores comuns que afetam a variação dos retornos de títulos pré-fixados – as Letras do Tesouro Nacional (LTN's) – de diversos vencimentos, através de um modelo de Análise de Componentes Principais tomando por base o estudo de Litterman e Scheinkman (1991). Os resultados indicam que no período analisado, um conjunto de três fatores, interpretados como nível, inclinação e curvatura explicam aproximadamente 94% da variação nas taxas de juros para diferentes vencimentos da estrutura a termo formada pelas Letras do Tesouro Nacional. Como consequência, estratégias de proteção contra o risco de taxa de juros de títulos públicos que tomam por base somente a imunização via Duration têm um poder limitado de proteção, uma vez que apenas 70% das variações nas taxas são associadas a deslocamentos paralelos na estrutura a termo.

Palavras-Chave: Títulos Públicos Pré-Fixados, LTN's, Estrutura a Termo, Taxa de Juros.

Abstract: One of the main characteristics of the fixed income market in Brazil is the short term to maturity of public bonds, an issue that emphasizes the importance of studies related to the identification of the common factors that affect the volatility of these bonds, which is a critical component for interest rate risk management. In this sense, the main goal of this paper consists in the identification of the common factors that influence the variations in returns of fixed income securities – the Brazilian zero-coupon LTN's – in distinct maturities using a Principal Components Analysis model as proposed by Litterman and Scheinkman (1991). The results indicate that in the analyzed period a group of three factors, considered as level, steepness and curvature explain about 94% of the interest rate variations for different maturities of the LTN's. As a consequence, interest rate risk immunization strategies based on Duration measures have limited protection effectiveness, since only 70% of interest rate variations are associated with parallel shifts in the term structure.

Keywords: Fixed Income Government Securities, LTN's, Term Structure, Interest Rates.

Área ANPEC: Área 7 - Microeconomia, Métodos Quantitativos e Finanças.

Classificação JEL: E43.

Modelagem Multifatorial da Estrutura a Termo de Juros de LTN's utilizando Análise de Componentes Principais

Resumo: Uma das principais características do mercado de renda fixa no Brasil é o prazo curto de vencimento dos títulos públicos, fato que amplia a importância de estudos relacionados à identificação de fatores comuns que influenciam a volatilidade do retorno destes títulos, que por sua vez é elemento crucial para o gerenciamento do risco de taxa de juros. Nessa perspectiva, o objetivo geral deste estudo consiste em identificar os fatores comuns que afetam a variação dos retornos de títulos pré-fixados – as Letras do Tesouro Nacional (LTN's) – de diversos vencimentos, através de um modelo de Análise de Componentes Principais tomando por base o estudo de Litterman e Scheinkman (1991). Os resultados indicam que no período analisado, um conjunto de três fatores, interpretados como nível, inclinação e curvatura explicam aproximadamente 94% da variação nas taxas de juros para diferentes vencimentos da estrutura a termo formada pelas Letras do Tesouro Nacional. Como consequência, estratégias de proteção contra o risco de taxa de juros de títulos públicos que tomam por base somente a imunização via Duration têm um poder limitado de proteção, uma vez que apenas 70% das variações nas taxas são associadas a deslocamentos paralelos na estrutura a termo.

Palavras-Chave: Títulos Públicos Pré-Fixados, LTN's, Estrutura a Termo, Taxa de Juros.

Abstract: One of the main characteristics of the fixed income market in Brazil is the short term to maturity of public bonds, an issue that emphasizes the importance of studies related to the identification of the common factors that affect the volatility of these bonds, which is a critical component for interest rate risk management. In this sense, the main goal of this paper consists in the identification of the common factors that influence the variations in returns of fixed income securities – the Brazilian zero-coupon LTN's – in distinct maturities using a Principal Components Analysis model as proposed by Litterman and Scheinkman (1991). The results indicate that in the analyzed period a group of three factors, considered as level, steepness and curvature explain about 94% of the interest rate variations for different maturities of the LTN's. As a consequence, interest rate risk immunization strategies based on Duration measures have limited protection effectiveness, since only 70% of interest rate variations are associated with parallel shifts in the term structure.

Keywords: Fixed Income Government Securities, LTN's, Term Structure, Interest Rates.

1. Introdução

Uma das principais características do mercado de renda fixa no Brasil é o prazo curto do vencimento dos títulos públicos (BANCO CENTRAL DO BRASIL, 2006), o qual reflete, em boa parte, a incerteza quanto ao comportamento futuro das principais variáveis macroeconômicas do país, com destaque para as taxas de juros e de inflação. Tal fato reforça a necessidade de obtenção de taxas para todos os prazos possíveis, objetivo que é limitado muitas vezes pela indisponibilidade de títulos com liquidez suficiente no sistema SELIC, no qual são negociados os principais títulos federais que são a referência para a taxa de juros do setor privado – taxa DI – a qual baliza as operações de investimento em renda fixa e financiamento de curto prazo no sistema financeiro.

Atualmente, o Comitê de Política Monetária – COPOM – fixa a cada 45 dias a taxa Selic, via operações de compra e venda de títulos, com destaque para as Letras do Tesouro Nacional – LTN's – títulos de elevada liquidez que têm por característica ser a principal aplicação em renda fixa pré-fixada dos fundos de investimento. Elas não possuem um fator de remuneração explícito, pois os juros pré-fixados a serem pagos estão implícitos no deságio do título quando de sua emissão, ou seja, no Preço Unitário (PU) de emissão do título. Assim, a taxa de juros

praticada a cada instante pelo mercado vai influenciar diretamente o PU de negociação em mercado das LTN que, por esta razão, irá subir quando a taxa de juros de mercado cair, e cair quando a taxa de juros de mercado subir.

Uma vez que carteiras de investimento podem ser constituídas de títulos com prazos distintos, torna-se interessante então a obtenção de taxas de juros para os diversos vencimentos, de modo a determinar o valor de mercado de cada um dos títulos no período de interesse. Neste aspecto, Vicente (2005) destaca que o procedimento usual consiste na construção de uma curva de juros que forneça a taxa em prazos regulares. Esta curva, denominada de Estrutura a Termo da Taxa de Juros (doravante denominada ETTJ) representa então a relação entre vencimento e taxa de retorno de títulos de mesma classe de risco (LUENBERGER, 1998).

A construção da ETTJ não é uma tarefa simples, conforme destacado por Vicente (2005). Entretanto, diversos autores no Brasil e no exterior já apresentaram diferentes metodologias para a estimação de taxas a partir da ETTJ, com destaque para os estudos de Vasicek e Fong (1982), Shea (1982) e Nelson e Siegel (1987) para o mercado americano, e Vieira Neto (1999), Varga (2003) e Varga (2005) para o mercado brasileiro. Como fato em comum, estes estudos buscam a representação paramétrica da ETTJ com vistas à interpolação de taxas e marcação a mercado de títulos de renda fixa.

Já o estudo de Litterman e Scheinkman (1991) destaca a importância de identificar fatores comuns que afetem retornos dos títulos públicos, fatores estes que se referem ao nível, inclinação e curvatura da ETTJ. Para os autores, estes três fatores explicam a quase totalidade da variabilidade dos retornos de títulos públicos, sendo então útil como abordagem para o gerenciamento de riscos envolvendo títulos de renda fixa. As evidências empíricas encontradas no estudo, aplicado ao mercado norte-americano, sustentam esta hipótese ao mostrar que os três fatores acima mencionados explicam – via análise de componentes principais – a maior parte (98%) da variação nos retornos de títulos do tesouro norte-americanos.

1.1 Problema de Pesquisa

No gerenciamento de ativos e passivos financeiros com títulos de renda fixa, é importante determinar os fatores que influenciam na volatilidade do retorno dos títulos, fato crucial para um ajuste preciso dos fluxos de caixa, seja para fundos de pensão ou para empresas com passivos atrelados à variação da taxa de juros. Este fato, aliado ao já destacado crescimento recente na participação de LTN's na composição da dívida por parte do Tesouro Nacional (BANCO CENTRAL DO BRASIL, 2006), e à conseqüente tendência de redução da exposição a títulos corrigidos pela variação cambial e títulos indexados à Selic em relação a títulos prefixados (IPEA, 2005), justifica a relevância de se pesquisar os fatores que afetam os retornos destes títulos. Ademais, na identificação destes fatores, é importante distinguir os componentes de risco sistemático – os quais têm um impacto no retorno de títulos com vencimentos distintos – e também os fatores específicos de risco, que podem ser minimizados pela diversificação de carteiras de títulos pré-fixados.

No Brasil, estudos similares ao de Litterman e Scheinkman (1991) foram conduzidos por Varga e Valli (2001) e Silveira e Bessada (2003) para o mercado de DI futuro, confirmando a existência de 3 componentes aditivos na explicação da evolução da curva de juros derivada dos contratos futuros de Depósitos Interfinanceiros (DI) de 1 dia da BM&F. Entretanto, este tema tem sido pouco explorado na academia, em especial no que tange ao comportamento da estrutura a termo dos títulos federais pré-fixados, os quais vem ganhando importância na

composição da dívida pública em um passado recente, saltando de 1,91% em janeiro de 2003 para 35,39% em fevereiro de 2007 (BANCO CENTRAL DO BRASIL, 2007).

Na verdade, os estudos relacionados à ETTJ têm se concentrado no estudo da volatilidade do mercado de juros futuros (LA ROQUE e GARCIA, 1997), investigação de modelos estatísticos alternativos para a estrutura a termo (VARGA, 2003, 2005), além de estratégias para gestão de riscos, seja com derivativos de taxa de juros (VIEIRA Neto, 1999) e (FERREIRA, 2001) seja em estratégias de imunização (Brito, 2006); além da precificação de ativos (DRIESSEN, KLAASSEN e MELENBERG, 2000).

Desta forma, os resultados esperados desta pesquisa pretendem contribuir para o gerenciamento de riscos de taxa de juros, tanto de instituições públicas quanto de instituições privadas, que utilizem em suas carteiras títulos públicos federais pré-fixados, notadamente as Letras do Tesouro Nacional.

1.2 Objetivos

Nessa perspectiva, o objetivo geral deste estudo consiste em identificar os fatores comuns que têm afetado os retornos de títulos pré-fixados – as Letras do Tesouro Nacional (LTN's) – no passado recente, através de um modelo baseado em Análise de Componentes Principais (ACP). Especificamente, pretende-se:

- Testar a validade da ACP na identificação dos fatores que afetam os retornos das LTN's no mercado brasileiro de Renda Fixa;
- Identificar os efeitos de nível, inclinação e curvatura na estrutura a termo de LTN's.
- Apresentar as possíveis implicações dos resultados para operações de gerenciamento de ativos e passivos e de proteção (*hedge*) de carteiras de renda fixa.

2. Revisão de Literatura

Um estudo pioneiro de Litterman e Scheinkman (1991) buscou identificar fatores comuns que afetam os retornos dos títulos públicos. Para esses autores, existem três fatores, os quais referem-se ao nível, inclinação e curvatura da ETTJ, que explicam a quase totalidade da variabilidade dos retornos de títulos públicos, sendo útil como abordagem para o gerenciamento de riscos envolvendo títulos de renda fixa.

Com a mesma metodologia, Barber e Copper (1996) determinaram que os três fatores explicam em torno de 97% da variabilidade das mudanças de taxas *spot* relacionadas às direções dessas mudanças, indicando assim em qual direção poderá haver movimentos da ETTJ e, ao mesmo tempo, mostrar como os autovetores normalizados da matriz de covariância podem imunizar um portfólio. Isto porque, como apontam Litterman e Scheinckman (1991), existe uma tendência dos investidores de considerar apenas as mudanças paralelas na ETTJ, ou seja, os impactos de nível geral das taxas de juros sobre os preços dos títulos, via ajustes na *Duration* dos mesmos. No entanto, as mudanças na estrutura a termo podem ser caracterizadas como um vetor cujos elementos correspondem a mudanças nas taxas de juros para diferentes vencimentos (REITANO, 1991). Percebe-se então que as diferentes medidas de *Duration* propostas na literatura (*Duration* de Macaulay (1938) e *Duration* modificada) são desenvolvidas para proteger as carteiras contra variações do vetor em direções específicas e, dado que *a priori* a direção em que ocorrerão as variações na estrutura a termo é desconhecida, é necessário escolher as melhores direções para antecipar tais mudanças (BARBER e COPPER, 1996).

No Brasil, estudos parecidos foram conduzidos por Varga e Valli (2001), Silveira e Bessada (2003) e Barcinski (2004) para o mercado de DI futuro, encontrando resultados similares àqueles apresentados por Litterman e Scheinkman (1991); e confirmando a existência de três componentes aditivos na explicação da evolução da curva de juros derivada dos contratos futuros de Depósitos Interfinanceiros (DI) de 1 dia da BM&F. Já Luna (2006), utilizando o mesmo modelo encontrou que os três componentes explicam 95,18% e 97,47% da variância total para as taxas de depósito interfinanceiro (DI) e contratos de Swap Di x Pré, respectivamente.

Baum e Bekdache (1996) realizaram um estudo que ilustra a importância do modelo multifator no comportamento de preços de títulos públicos. Os autores implementaram uma variação do modelo ARCH de Engle, Ng e Rothschild (1990) para uma estrutura a termo de títulos públicos americanos da era do pós guerra e encontraram como implicação deste modelo, que um pequeno número de fatores comuns podem capturar com sucesso o comportamento preços de títulos.

A escolha do modelo multifator na precificação de ativos também foi objeto de estudo de Driessen, Klaassen e Melenberg (2000), no qual esse modelo foi comparado ao modelo unifator resultando que, na média, o modelo de três fatores fornece melhor estimativa de preços de *swaptions* e *caps*. Posteriormente, Perignon e Smith (2004) analisaram a volatilidade dos três fatores do modelo de Litterman e Scheinckman (1991), e afirmam que essa decomposição de fatores melhora a representação parcimoniosa da estrutura a termo a qual é extensivamente usada em administração de riscos (PERIGNON e VILLA, 2004), precificação de ativos de renda fixa (DRIESSEN, KLAASSEN e MELENBERG, 2003), e em modelos de relação entre taxa de juros e variáveis macroeconômicas (ANG e PIAZZESI, 2003).

Ressalta-se ainda que no gerenciamento de ativos e passivos financeiros com títulos de renda fixa, é importante determinar os fatores que influenciam na volatilidade do retorno dos títulos, fato crucial para um ajuste preciso dos fluxos de caixa, seja para fundos de pensão ou para empresas com passivos atrelados à variação da taxa de juros. Este fato, aliado ao já destacado crescimento recente na participação de LTN's na composição da dívida por parte do Tesouro Nacional (IZAGUIRRE, 2006), e à conseqüente tendência de redução da exposição a títulos corrigidos pela variação cambial e títulos indexados à Selic em relação a títulos prefixados (IPEA, 2005), justifica a relevância de se pesquisar os fatores que afetam os retornos destes títulos. Ademais, na identificação destes fatores, é importante distinguir os componentes de risco sistemático – os quais têm um impacto no retorno de títulos com vencimentos distintos – e também os fatores específicos de risco, que podem ser minimizados pela diversificação de carteiras de títulos pré-fixados.

Investidores individuais, fundos de investimento e diversos outros agentes do mercado financeiro reconhecem a importância de analisar os fatores que afetam os retornos dos títulos de renda fixa. A partir desta análise, a utilização da Duration de Macaulay (1938) ou de Fisher-Weil (1971) para gerenciamento de risco seria suficiente para estimar tais variações e embasar uma estratégia de *hedging* bem sucedida. O desenvolvimento de um modelo mais eficaz envolve a imunização do portfólio contra mudanças da estrutura a termo em múltiplas direções, especificamente no grupo das principais direções independentes. Para isso, conforme sugerido por Litterman e Scheinkman (1991); Barber e Copper (1996); Luna (2006); Knez, Litterman e Scheinkman (1994); Silveira e Bessada (2003); e Martellini, Priaulet e Priaulet (2003); a análise de componentes principais aparece como forma de determinar a melhor direção e o melhor conjunto de direções independentes¹ nas quais o investidor deve antecipar mudanças nas taxas de juros.

¹ Segundo Barber e Copper (1996), como os fatores resultantes da análise de componentes principais não são correlacionados entre si, eles permitem que o portfólio seja imunizado contra variações nas taxas de juros em mais

3. Análise de Componentes Principais

Modelos de decomposição fatorial, segundo Mingoti (2005), são empregados em estudos empíricos de diversos ramos da ciência, tais como finanças, biologia e psicologia para identificar padrões no comportamento de variáveis.

Conforme apontado por Barcinski (2004) existem duas maneiras básicas de identificar os fatores que mais contribuem para explicar a variação de uma série de taxas de juros para diversas maturidades. A primeira delas envolve o uso de variáveis macroeconômicas que, conhecidamente, influenciam o comportamento dessas taxas, ou seja, fatores *ad hoc*; e, a segunda, consiste da extração de fatores implícitos através de resultados *ex-post facto* desta variação. Neste caso, a análise de componentes principais (ACP) aparece como o método mais utilizado na literatura para captar tais fatores e a maneira como choques sobre eles impactam na ETTJ para diferentes vencimentos.

A ACP tem como objetivo principal explicar a estrutura de variância e covariância de um vetor aleatório composto de p variáveis aleatórias, através da construção de combinações lineares das variáveis originais (MINGOTI, 2005). A partir das p variáveis originais é possível obter p componentes principais, porém, segundo Hair *et al.* (2005), busca-se resumir os dados, analisando e interpretando as combinações lineares construídas (dimensões latentes), formando um conjunto k ($k < p$) de componentes principais não correlacionados. Dessa forma, o sistema de variabilidade do vetor aleatório composto das variáveis originais é aproximado pelo sistema de variabilidade do novo vetor, que contém as k componentes principais.

A técnica é linear e não se baseia em premissas a respeito dos dados, contudo, Hair *et al.* (2005) ressalta que a normalidade multivariada, e a multicolinearidade das variáveis podem melhorar a solução obtida.

Sendo $T = (T_1 \ T_2 \ \dots \ T_p)'$ um vetor aleatório, para implementação da ACP é necessário inicialmente estimar a matriz de covariâncias populacional $\left(\sum_{(pxp)} \right)$ deste vetor aleatório através da matriz de covariâncias amostral S_{pxp} .

Com base na equação característica da matriz simétrica quadrada S_{pxp} , definida por:

$$Se = \lambda e \tag{1}$$

podem ser extraídos seus autovalores e autovetores normalizados. Assim, todo e_i é um autovetor e todo λ_i um autovalor, de forma que para encontrarmos tais valores deve-se proceder a uma transformação matricial, resultando:

$$(S - \lambda I)e = 0 \tag{2}$$

Caso a matriz $(S - \lambda I)$ seja não-singular, a única solução possível para (2) é o vetor nulo $x = 0$, o que implica que, para haver uma solução $x \neq 0$ deve-se ter uma matriz singular, tal que:

$$|S - \lambda I| = 0 \tag{3}$$

cuja solução será obtida por um polinômio de grau p , encontrando-se os valores de λ_i , com $i = 1, 2, \dots, p$, ou os autovalores da matriz de covariância populacional.

A partir dos valores de λ_i é possível encontrar os autovetores, denotados por e_i com $i = 1, 2, \dots, p$. Tais vetores podem ser normalizados - de forma que a soma dos quadrados de seus elementos seja igual a 1 - e satisfazem as seguintes condições:

de uma direção, ou seja, cada fator é um vetor ortogonal que determina uma direção fundamental (independente) na qual as taxas de juros podem mudar.

- I) $e_i e_j = 0$ para todo $i \neq j$;
 II) $e_i e_i = 1$ para todo $i = 1, 2, \dots, p$;
 III) $S_{p \times p} e_i = \lambda_i S_{p \times p}$ para todo $i = 1, 2, \dots, p$.

A condição I nos mostra que os autovetores são ortogonais. Assim, os autovetores normalizados de $S_{p \times p}$ formam uma matriz ortogonal $A_{p \times p}$, tal que:

$$A_{p \times p} = \begin{bmatrix} e_{11} & e_{21} & \cdot & \cdot & e_{p1} \\ e_{12} & e_{22} & \cdot & \cdot & e_{p2} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ e_{1p} & e_{2p} & \cdot & \cdot & e_{pp} \end{bmatrix} = [e_1 \ e_2 \ \dots \ e_p] \quad (4)$$

Ainda, pela condição II, os autovetores são ortonormais (vetores ortogonais normalizados).

Considere então o vetor aleatório $Y = A'T$, composto de p combinações lineares das variáveis aleatórias do vetor T . A matriz de covariâncias $\Lambda_{p \times p}$ deste vetor é uma matriz diagonal, cujos elementos são iguais a λ_i , com $i = 1, 2, \dots, p$, ou seja:

$$\Lambda_{p \times p} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_p \end{bmatrix} \quad (5)$$

Observa-se então que as variáveis aleatórias que formam o vetor Y não são correlacionadas entre si.

A soma dos autovalores λ_i da matriz de covariâncias $S_{p \times p}$ é igual à variância total do vetor aleatório T , obtida através do traço da matriz de covariâncias. Nota-se então que a variância total de Y é igual à variância total de T :

$$\text{var}(T) = \text{var}(Y) = \sum_{i=1}^n \lambda_i \quad (6)$$

É possível então utilizar as combinações lineares em Y como uma forma alternativa de representar a estrutura de covariâncias do vetor T . Os vetores T e Y têm a mesma variância total e a mesma variância generalizada, porém Y é composto de variáveis aleatórias não correlacionadas, permitindo melhor interpretação conjunta dessas.

A j -ésima componente principal da matriz $S_{p \times p}$, $j = 1, 2, \dots, p$ é então definida como:

$$Y_j = e_j' T = e_{j1} T_1 + e_{j2} T_2 + \dots + e_{jp} T_p \quad (7)$$

e sua variância é dada por:

$$\text{Var}[Y_j] = e_j' S_{p \times p} e_j = \lambda_j \quad (8)$$

A primeira componente é a de maior variabilidade, já que os autovalores estão ordenados em ordem crescente. A covariância entre as componentes Y_i e Y_j é igual a zero para todo $i \neq j$. Finalmente, como a variância de cada componente principal Y_j é igual ao autovalor λ_j , a variância total explicada por ela é:

$$\frac{\text{Var } [Y_j]}{\text{Variância Total de T}} = \frac{\lambda_j}{\text{Traço (S}_{p \times p})} = \frac{\lambda_j}{\sum_{i=1}^p \lambda_i} \quad (9)$$

Vale destacar que, conforme sugerido por *Hair et al.* (2005), a ACP deve ser realizada apenas nos casos em que haja correlações suficientes entre as diferentes variáveis da matriz original de dados e, quanto aos resultados da metodologia, a matriz fatorial de cargas dos fatores obtidos deve ser estudada para que o pesquisador possa compreender a definição conceitual de cada fator.

No caso da ETTJ, os diversos resultados da literatura encontram três componentes que explicam em média entre 95% e 98% da variabilidade das taxas de juros para diferentes vencimentos na estrutura a termo. A partir do comportamento gráfico das cargas dos fatores encontrados em seu estudo, Litterman e Scheinkman (1991) definiram os três principais fatores que afetam a variação nos retornos dos títulos de renda fixa como nível, inclinação e curvatura. Outros estudos desenvolvidos posteriormente encontraram resultados semelhantes e, dessa forma, tais referências têm sido mantidas.

Assim, segundo Martellini et. al. (2003), os três componentes principais podem ser definidos como:

-Nível: expressa os movimentos paralelos na ETTJ, ou seja, choques aleatórios neste fator proporcionam variação semelhante nos diversos vencimentos, podendo ser interpretada como uma taxa média entre vencimentos curtos e longos;

-Inclinação: quando sofre um choque positivo faz diminuir a taxa de curto prazo e aumentar a de longo prazo, ou seja, é um fator distinto para vencimentos curtos e longos associado com a oscilação da inclinação da estrutura a termo;

-Curvatura: choques positivos neste fator representam um aumento nas taxas de curto e longo prazo e redução nas taxas de prazos intermediários, sendo então um fator que está associado à concavidade/convexidade da curva de juros.

De maneira geral, a ACP permite a agregação dos fatores de risco referentes a movimentos da ETTJ a partir de observações do mercado e tem como premissa que as taxas de juros para diferentes vencimentos são variáveis altamente correlacionadas (sendo afetadas por um conjunto comum de choques econômico-financeiros, fazendo com que tenham a tendência de se mover na mesma direção). Dada a existência de um componente de informação redundante entre tais variáveis, a identificação de um conjunto de fatores independentes capaz de incorporar a maior parte da informação contida nas séries temporais de variação das taxas de juros é então de grande relevância no gerenciamento de risco de portfólios de renda fixa (MARTELLINI, PRIAULET e PRIAULET, 2003).

4. Dados: Estrutura a termo das LTN's

Com vistas a aumentar o conhecimento a respeito dos fatores que afetam os retornos dos títulos públicos nacionais - especificamente as LTN's (títulos pré-fixados) que têm se destacado devido à expansão de sua participação na dívida pública brasileira - este estudo, toma por base o banco de dados fornecido pela Andima com a série histórica da estrutura a termo de taxas de juros para títulos públicos pré-fixados, extraída das taxas indicativas das Letras do Tesouro Nacional – LTN. A curva foi construída para um período de vencimento de até três anos (756 dias úteis) e, não havendo vencimentos de LTN disponíveis para todos os dias úteis, a técnica de *cubic spline* foi utilizada para interpolação das datas indisponíveis (ANDIMA, 2007).

A amostra inicia-se em 2 de janeiro de 2001 e termina em 09 de Abril de 2007, totalizando 1575 observações com sete vértices (prazos de vencimento) expressos em dias úteis: 21, 42,

63, 126, 252, 504, 756, sendo a seleção dos vértices realizada com base no critério de maior liquidez de negociação no mercado.

O período de análise busca captar a evolução da estrutura a termo considerando a variação na participação relativa de títulos pré-fixados na composição da dívida pública e a conseqüente análise da sensibilidade do retorno destes títulos a variações nas taxas exigidas para o mercado.

Alguns aspectos metodológicos que orientaram a aplicação da ACP na amostra de LTN's devem ser ressaltados. Segundo Lardic, Priaulet e Priaulet (2001), os níveis de taxas de juros da ETTJ, ou seja, as taxas brutas para diferentes vencimentos, tendem a ser mais correlacionadas do que as variações nas taxas ao longo do tempo (primeira diferença). Esta diferença de correlações está possivelmente ligada à presença de uma tendência determinística ou estocástica nas variáveis em questão, fato que tornaria a série não-estacionária, devendo a primeira diferença ser então utilizada.

5. Resultados

5.1 Análise dos Pressupostos do Modelo

Para verificar a validade deste argumento para o caso das LTN's foram aplicados os testes de estacionariedade de Dickey-Fuller Aumentado (Augmented Dickey and Fuller - ADF); Phillips-Perron (PP); e teste Kwaiatkowski, Philips, Schmidt e Schin (KPSS) sobre as taxas brutas e primeiras diferenças das taxas para diferentes vencimentos.

O teste de Dickey-Fuller aumentado tem como hipótese nula a existência de raiz unitária, ou seja, de que a variável analisada é não-estacionária. Contudo, embora seja muito utilizado, seu poder de explicação é limitado, conforme retratado por Pindyck e Rubinfeld (2004), uma vez que apenas permite rejeitar a hipótese de que a variável não é um passeio aleatório.

O teste de Phillips-Perron, por sua vez, considera a mesma hipótese nula (avaliada sob a mesma distribuição assintótica), porém, por ser um teste não-paramétrico apresenta estatísticas mais robustas que o ADF (LARDIC, PRIAULET e PRIAULET, 2001).

Finalmente, o teste Kwaiatkowski, Phillips, Schmidt and Shin (KPSS), tem como hipótese nula a estacionariedade da série (não-existência da raiz unitária). Este teste tem sido bastante utilizado na literatura como contraposição aos testes que têm como hipótese nula a existência de raiz unitária (MADDALA e KIM, 1998).

As tabelas 1a e 1b apresentam os resultados obtidos para os testes.

Tabela 1a: Testes de Estacionariedade para Taxas Brutas e Primeira Diferença

Vencimento (dias úteis)	Taxa Bruta			Primeira Diferença		
	Estatística do Teste*			Estatística do Teste*		
	ADF	PP	KPSS	ADF	PP	KPSS
21	-1,057466	-0,986869	1,471345	-33,28473	-46,59975	0,318312
42	-1,192237	-1,202644	1,664168	-31,79558	-40,11247	0,254342
63	-1,173398	-1,314604	1,900494	-31,43392	-37,29417	0,223665
126	-1,262489	-1,231629	2,304114	-32,48034	-42,22091	0,220839
252	-1,132835	-1,281145	2,523089	-29,43171	-35,80849	0,182785
504	-1,134557	-1,329874	2,714499	-28,43025	-35,27780	0,160206
756	-1,295326	-1,356342	2,769078	-28,17417	-35,40396	0,152589

Fonte: Resultados da Pesquisa.

Tabela 1b: Valores críticos para os testes de estacionariedade

Nível de Significância	ADF	PP	KPSS
	Valores críticos		
1%	-3,434304	-3,434299	0,739000
5%	-2,863173	-2,863171	0,463000
10%	-2,567688	-2,567686	0,347000

Fonte: Resultados da Pesquisa.

Observa-se que, nos três testes, a hipótese de estacionariedade deve ser rejeitada para as taxas brutas nos níveis de significância de 1%, 5% e 10%. Com relação à primeira diferença, os testes mostram a existência de estacionariedade na série, comprovando a validade do argumento apresentado por Lardic, Priault e Priault (2001), para o uso da variação diária das taxas de juros na análise.

Além disso, no contexto de *hedging* de portfólios de renda fixa, os investidores geralmente têm interesse na compreensão dos fatores que explicam as variações nos preços dos ativos, que dependem das variações das taxas. Portanto, estas variações serão consideradas como as variáveis a serem explicadas através da ACP.

Outro ponto importante diz respeito à padronização ou não das variáveis para aplicação da ACP. Conforme ressaltado por Lardic, Priault e Priault (2001) e Luna (2006), uma vez que a ETTJ não é plana e que há diferença de volatilidade entre as diversas maturidades, a não padronização das variáveis (uso direto da matriz de covariâncias) introduziria um viés ao modelo.

Através de simulações, Lardic, Priault e Priault (2001) mostraram que alguns vencimentos tendem a ser mais voláteis e, como os fatores refletem o movimento das taxas em função de suas respectivas volatilidades (para cada vencimento), o uso da matriz de covariâncias tende a superestimar o poder de explicação do primeiro fator e este é altamente correlacionado com os vencimentos de maior volatilidade.

No caso das LTN's, a tabela 2 mostra a diferença de volatilidade entre as taxas brutas e primeiras diferenças para os diversos vencimentos.

Tabela 2: Variância das Taxas Brutas e Primeira Diferença

Vencimento (dias úteis)	Taxas Brutas	Primeira Diferença
	Variância	Variância
21	11,77873	0,101155
42	12,70989	0,101647
63	13,90465	0,100399
126	17,92556	0,164068
252	26,32744	0,143853
504	34,95621	0,171196
756	38,05252	0,188340

Fonte: Resultados da Pesquisa.

Nota-se que os vencimentos mais longos são entre 1,9 e 3,2 vezes mais voláteis, considerando as primeiras diferenças e as taxas brutas respectivamente. Assim, para evitar os problemas de dispersão entre as variáveis apontados anteriormente, estas foram normalizadas. Conclui-se então que o modelo deverá ser aplicado considerando a primeira diferença das taxas e utilizando variáveis padronizadas, para evitar vieses prejudiciais à análise.

Segundo Barber e Copper (1996), a aplicação da análise de componentes principais para verificar os fatores que impactam na ETTJ é válida, uma vez que é de senso comum a existência de correlações positivas entre as taxas de juros para diferentes vencimentos. De modo a verificar a validade de tais correlações serão utilizados o teste de esfericidade de Bartlett e a medida de Kaiser-Meyer-Olkin (KMO) de adequação da amostra.

O teste Bartlett de esfericidade verifica a presença de correlações entre as variáveis. Utilizando a estatística qui-quadrado, o teste tem como hipótese nula a matriz de correlações ser uma matriz identidade (HAIR *et al.*, 2005).

A medida KMO compõe um índice que varia de 0 a 1, alcançando 1 quando cada variável é perfeitamente prevista pelas outras (sem erro). O resultado da medida explica qual a proporção da variância de cada variável é devida a fatores comuns (às outras variáveis).

Os resultados relativos à adequabilidade do modelo para a primeira diferença das taxas são apresentados nas tabelas 3 e 4 abaixo:

Tabela 3: Teste de Esfericidade de Bartlett

Teste de Esfericidade de Bartlett	Qui-quadrado Aprox. Sig.	21103,145 0,000
--	-----------------------------	---------------------------

Fonte: Resultados da Pesquisa.

Tabela 4: Medida KMO de Adequação da Amostra

Vencimento (dias úteis)	Medida KMO
21	0,6565
42	0,5655
63	0,6278
126	0,6018
252	0,6853
504	0,6472
756	0,6537
Total	0,6350

Fonte: Resultados da Pesquisa.

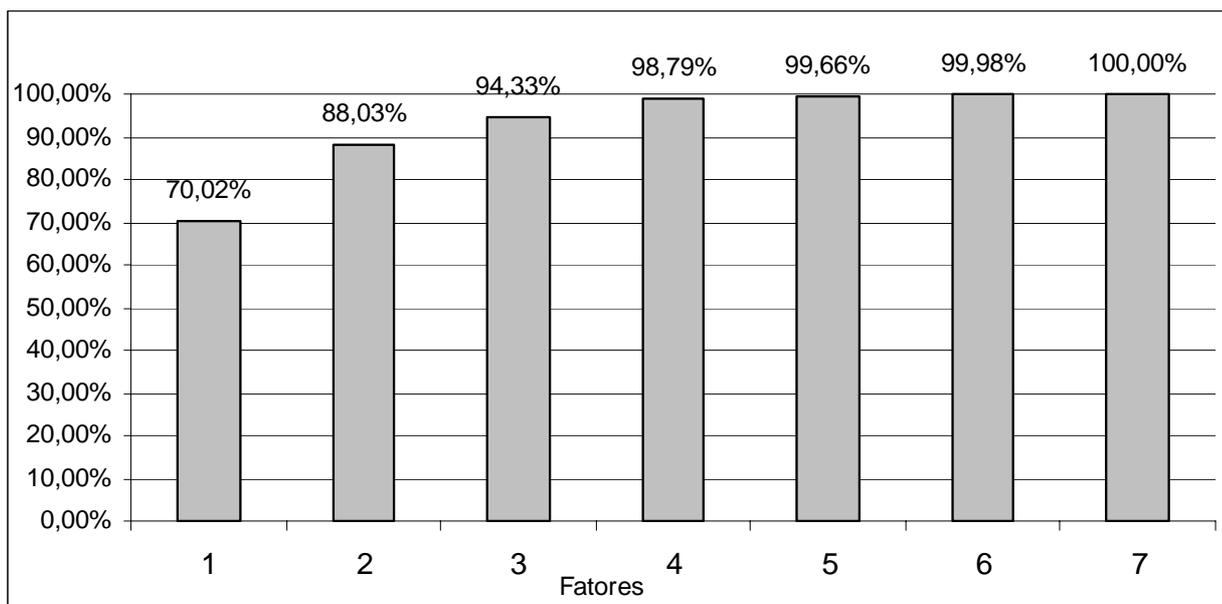
Os resultados de ambos os testes mostram a existência de correlações significativas entre as variáveis, com base tanto na rejeição da hipótese nula (não-existência de correlações) do teste de Bartlett ao nível de significância de 1%, quanto no valor satisfatório de 0,635 obtido para a medida KMO.

5.2 Análise dos Fatores Obtidos para a Estrutura a Termo

Sendo T_t o vetor padronizado de variação na taxa de juros entre os dias t e $t+1$ (primeira diferença), com os valores de t entre $t = 1$ (02 de janeiro de 2001) e $t = 1575$ (09 de abril de 2007), buscamos modelar o comportamento das LTN's a partir de um conjunto de variáveis latentes, ou seja, aproximar T_t como uma combinação linear de fatores obtidos a partir da matriz de covariância, minimizando o erro da variância total na solução fatorial.

Inicialmente, é necessário determinar o número mínimo de fatores que explicam a variação comum dos dados analisados. Conforme mostra o Gráfico 1, verifica-se que as primeiras três componentes explicam de forma cumulativa, aproximadamente 94,33% da variância total das variáveis originais. Pode-se então concluir que um modelo de três fatores, assim como encontrados em outros estudos nacionais e estrangeiros sobre estrutura a termo, é suficiente para analisar a variação das taxas de juros das LTN's em questão.

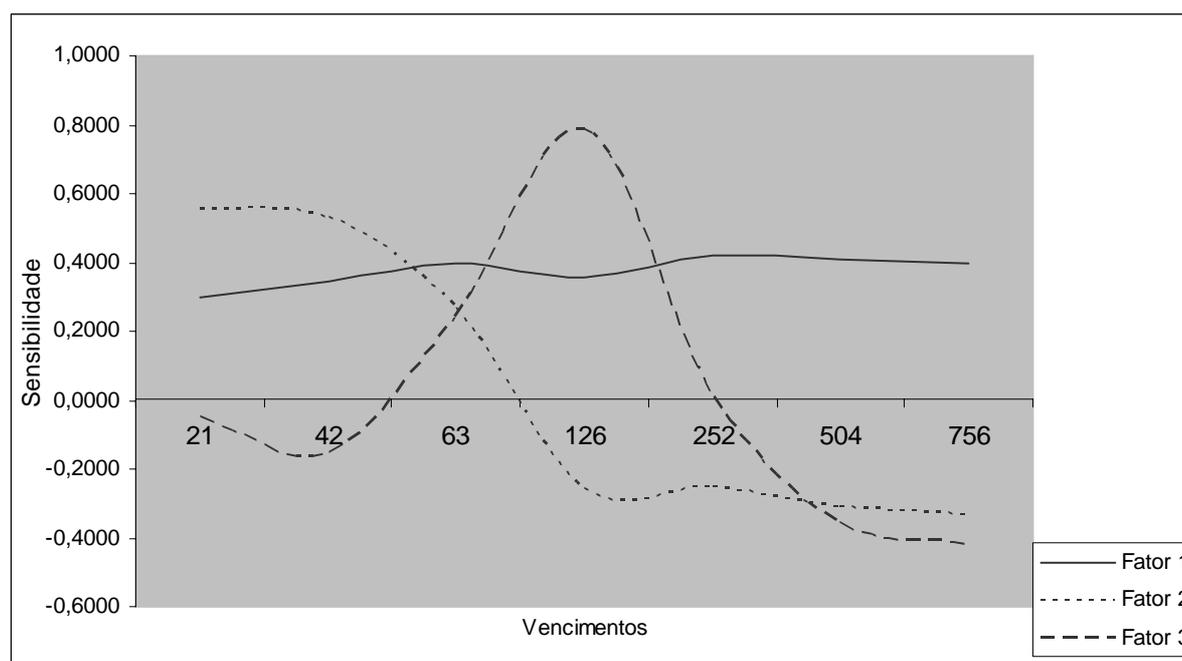
Gráfico 1: Percentual acumulado de variância explicada por fator



Fonte: Resultados da Pesquisa.

Com a aplicação da ACP, obtêm-se os autovetores os quais indicam a sensibilidade dos prazos de vencimento a mudanças em cada fator. No gráfico 2 são apresentados os resultados obtidos para os três primeiros fatores. É possível observar que choques no primeiro fator alteram positivamente toda a estrutura a termo levando a uma mudança paralela na mesma, esse fator então corresponde ao nível da ETTJ. O segundo fator provoca mudanças de inclinação, pois choques neste componente geram variações positivas no curto prazo e negativas no longo prazo. Por fim, o último fator traz mudanças opostas no médio prazo em relação ao curto e longo prazos, sendo considerado o fator de curvatura.

Gráfico 2: Sensibilidade de cada vértice a variações nos três primeiros fatores



Fonte: Resultados da Pesquisa.

Destaca-se ainda, a peculiaridade dos vencimentos dos títulos públicos brasileiros os quais são, em geral, de curto prazo. Esse fato é, aparentemente, um reflexo da instabilidade político-econômica intrínseca a países emergentes como o Brasil. Assim, as maturidades definidas como sendo de longo prazo diferem de maneira significativa daquelas definidas para países desenvolvidos da Europa e EUA, por exemplo, nos quais são negociados títulos para até 25 e 30 anos, enquanto no Brasil estes não passam de 3 anos.

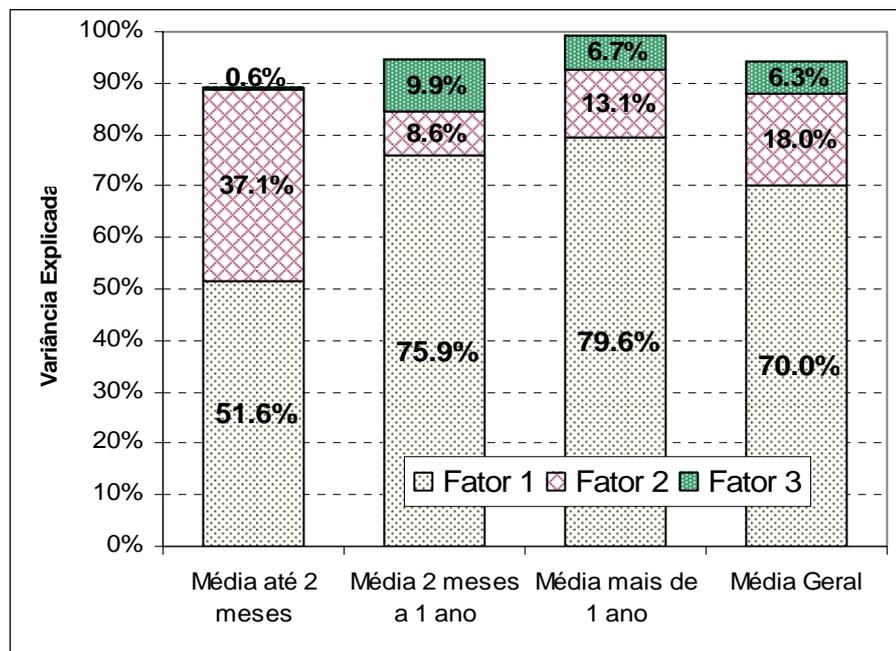
Finalmente, a proporção da variância de cada prazo explicada por cada fator, é apresentada na tabela 5 abaixo.

Tabela 5: Proporção da variância explicada por cada fator para cada prazo de vencimento.

Prazo de Vencimentos (dias úteis)	Variância Total Explicada	Fator 1	Fator 2	Fator 3
21	83,17%	44,49%	38,57%	0,11%
42	95,25%	58,61%	35,57%	1,08%
63	89,49%	77,65%	9,30%	2,54%
156	98,87%	63,31%	8,48%	27,08%
252	94,79%	86,84%	7,95%	0,00%
504	99,76%	81,95%	12,28%	5,53%
756	98,98%	77,27%	13,92%	7,78%
Média até 2 meses	89,21%	51,55%	37,07%	0,60%
Média 2 meses a 1 ano	94,38%	75,93%	8,58%	9,87%
Média mais de 1 ano	99,37%	79,61%	13,10%	6,66%
Média Geral	94,33%	70,02%	18,01%	6,30%

Fonte: Resultados da Pesquisa.

Gráfico 3: Média da proporção da variância explicada por cada fator



Fonte: Resultados da Pesquisa.

Nota-se que, de maneira geral, o modelo de três fatores possui alto poder de explicação – em média 94,33% - para os movimentos da estrutura a termo, com destaque para os vencimentos mais longos, para os quais este valor ultrapassa 99%.

6. Conclusões

Este estudo buscou descrever o comportamento das variações nas taxas da estrutura a termo brasileira de títulos públicos pré-fixados ao longo do tempo. Compreender os fatores que ocasionam tais oscilações é um processo essencialmente importante para o gerenciamento de risco, uma vez que analistas e gestores de fundos de investimentos, investidores em geral e gestores financeiros de empresas buscam minimizar a sensibilidade de suas carteiras ao risco de taxa de juros.

Conforme encontrado em estudos prévios no Brasil, realizados considerando como taxa-base o CDI, além de resultados encontrados na literatura internacional, a utilização da análise de componentes principais mostra que um conjunto de três fatores, interpretados como nível, inclinação e curvatura explicam aproximadamente 94% da variação nas taxas de juros para diferentes vencimentos da estrutura a termo formada pelas Letras do Tesouro Nacional no período analisado. Entretanto, o poder de explicação do primeiro fator é inferior ao apresentado em outros estudos, porém similar ao relatado por Luna (2006) para o caso dos contratos de Swap DI x Pré, resultado que indica uma reação distinta a mudanças nas expectativas da taxa de juros para títulos com diferentes vencimentos.

Este resultado indica ainda que estratégias de proteção contra o risco de taxa de juros de títulos públicos que tomam por base somente a imunização via *Duration* têm um poder limitado de proteção, uma vez que apenas 70% das variações nas taxas são associados a deslocamentos paralelos na curva de juros, sendo que para prazos curtos de até dois meses esse coeficiente cai para 52%.

Como consequência, a aplicabilidade de estratégias de imunização multi-direcionais para o caso das LTN's no Brasil deve ser explorada, tendo em vista que fatores tais como curvatura e inclinação explicam parte significativa dos movimentos da estrutura de títulos pré-fixados no Brasil, com importantes implicações para o controle do risco de oscilações nas taxas de juros.

Neste aspecto, a garantia de um *hedging* mais eficaz pode ser feita através do uso dos portfólios imitadores, conforme sugerido por Litterman e Scheinkman (1991). Este processo considera a duração para os três primeiros componentes (ou quantos o investidor desejar), com o objetivo de replicar o comportamento destes fatores e proteger de forma mais robusta o portfólios de oscilações na taxa de juros.

7. Referências:

ANDIMA – Associação Nacional das Instituições do Mercado Financeiro. **Notas explicativas da Estrutura a Termo das Taxas de Juros Prefixadas**. Disponível sob solicitação em <<http://www.andima.com.br>>. Acesso em 11/04/2007.

ANG, A., PIAZZESI, M. A No-Arbitrage Vector Autoregression of Term Structure Dynamics with Macroeconomic and Latent Variables. in.: **Journal of Monetary Economics**, vol. 50, p. 745-787 2003, citado por PERIGNON, C.; SMITH, D. R., **Yield-Factor Volatility Models**. Working Paper Series. Social Science Research Network, Nov., 2006.

BACEN - BANCO CENTRAL DO BRASIL. Informativo: Dívida Pública Mobiliária Federal Interna e Mercado Aberto. Disponível em: <<http://www.bcb.gov.br/htms/infecon/demab/ma200602/anexo6b.pdf>>. Acesso em 13/04/2006.

BACEN - BANCO CENTRAL DO BRASIL, Brasília. **Informativo: dívida pública mobiliária federal interna e mercado aberto**. Disponível em: <<http://www.bcb.gov.br/htms/infecon/demab/ma200702/index.asp>>. Acesso em 10/04/2007.

BARBER, J. R.; COPPER, M. L. Immunization using principal component analysis. **Journal of Portfólio Management**; v.23,n.1; p.99-105. Fall 1996.

BARCINSKI, A. Estratégias de *hedge* usando um modelo multifatorial para as taxas de juros brasileiras. In: BONOMO, Marco (Org.). **Finanças aplicadas ao Brasil**. Rio de Janeiro: Editora FGV, 2ª Edição, 2004, p. 454-480.

BAUM, C. F.; BEKDACHE, B. **Factor-GARCH modeling of the treasury term structure**. Working papers in economics. Boston College: Economics department, n.345, 1996.

BRITO, N. R. O. **Alocação de ativos em Private Banking**. Porto Alegre: Bookman, 2006. 232p.

DRIESSEN, J.; KLAASSEN, P.; MELENBERG, B. **The performance of multi-factor term structure models for pricing and hedging caps and swaptions**. Center of Economic Research, October, 47p, 2000.

ENGLE, R.; NG, V., ROTHSCHILD, M. Asset pricing with a Factor-ARCH covariance structure: empirical estimates for Treasury bills. **Journal of Econometrics**, v.45, p.213-237 1990.

FERREIRA, R. **Gerenciamento do risco taxa de juros: redesenhando uma estratégia de imunização com o uso de derivativos**. Resenha BM&F, v. 146, p. 65-84, 2001.

FISHER, L.; WEIL, R.L. *Coping with the Risk of Interest Rate Fluctuations*. **Journal of Business**, v. 44, p. 408-431, 1971.

HAIR, J. F., ANDERSON, R.E., TATHAM, R.L. BLACK, W.C. **Análise multivariada de dados**. Porto Alegre: Bookman, 5.ed., 2005. 593p.

IPEA – INSTITUTO DE PESQUISAS ECONÔMICAS APLICADAS. Rio de Janeiro: IPEA Economic Quaterly, vol. 5, Setembro de 2005.

- IZAGUIRRE, M. Títulos pós-fixados caem e já são 45% da dívida. **Valor Econômico**, São Paulo, 20 de Abril de 2006. Caderno Finanças, p. C1.
- KNEZ, P.; LITTERMAN, R.; SCHEINKMAN, J.A. Exploration into factors explaining money market returns. **Journal of Finance**, vol. 1, p.54-61, December 1994.
- LA ROQUE, E. C., GARCIA, M. G. P. Um estudo sobre a volatilidade do mercado futuro de juros do Brasil. In: LA ROQUE, Eduarda Cunha de (Org.). **O mercado de juros brasileiros: contribuição para a modelagem de mercados de juros futuros em economias instáveis**. São Paulo: BM&F, 1997.
- LARDIC, S.; PRIAULET, P.; PRIAULET, S. PCA of the yield curve dynamics: questions of methodologies. **Journal of Bond Trading & Management**, v.1, n.4, p. 327-349, 2001.
- LITTERMAN, R.; SCHEINKMAN, J. A. Common factors affecting bond returns. **The Journal of Fixed Income**, vol. 1, p. 54 – 61, June 1991.
- LUENBERGER, D. G. **Investment Science**. New York: Oxford U. Press, 1998. 493p.
- LUNA, F. E. **Aplicação da metodologia de componentes principais na análise da estrutura a termo de taxa de juros brasileira e no cálculo do valor em risco**. Texto para discussão n.º 1146. Brasília: IPEA, 2006.
- MACAULAY, F. R. **Some theoretical problems suggested by the movements of Interest Rates, Bond Yield and Stock Prices in the United States since 1856**. New York, National Bureau of Economic Research, 1938. Citado por LUENBERGER, David G. **Investment Science**. New York: Oxford U. Press, 1998. 493p.
- MADDALA, G. S., KIM, I. **Unit root, cointegration and structural change**. Themes in Modern Econometrics. Cambridge-USA. 1998.
- MARTELLINI, L.; PRIAULET, P.; PRIAULET, S. **Fixed income securities: valuation, risk management and portfólios strategies**. Nova York: Wiley, 2003.
- MINGOTI, S. A. **Análise de dados através de métodos de estatística multivariada: uma abordagem aplicada**. Belo Horizonte: Editora UFMG, 2005. 295p.
- NELSON, C.; SIEGEL, A. Parsimonious modeling of yield curves. **Journal of Business**, 1987. vol. 60, nº 4, p. 473-489.
- PERIGNON, C.; SMITH, D. R., **Yield-Factor Volatility Models**. Working Paper Series: Social Science Research Network, Nov., 2004.
- PERIGNON, C. C. VILLA. **Component Proponents II**. Risk, 17 (2004) citado por PERIGNON, C.; SMITH, D. R., **Yield-Factor Volatility Models**. Working Paper Series. Social Science Research Network, Nov., 2006.
- PINDYCK, R. S.; RUBINFELD, D. L. **Econometria: modelos e previsões**. São Paulo: Elsevier: Campus, 2004. 726 p.
- REITANO, R. R. **Multivariate duration analysis**. Transactions of the society of actuaries, V. 43, p.335-376, 1991.

SHEA, G. Interest rate term structure estimation with exponential splines: a note. **Journal of Finance** vol. 40, p. 319-25, 1982.

SILVEIRA, G. B.; BESSADA, O. **Análise de componentes principais de dados funcionais: uma aplicação às estruturas a termo de taxas de juros.** Trabalhos para Discussão nº 73. Brasília: Banco Central do Brasil, Maio 2003, p.1-31.

VARGA, G.. VALLI, M. Movimentos da estrutura a termo da taxa de juros brasileira e imunização. **Economia Aplicada**, vol.5, n.1, p.33-53, Março 2001.

VARGA, G. **Duração, Convexidade e Imunização.** Resenha BM&F, n.º 92, p.23-32, Junho 1993.

_____. Interpolação por *cubic spline* para a estrutura a termo brasileira. In: VARGA, G. e DUARTE JR, A. M. (Org.). **Gestão de Riscos no Brasil.** Rio de Janeiro: Financial Consultoria Editora, 2003.

_____. Teste de modelos estatísticos para a estrutura a termo no Brasil. In: XXIX ENANPAD, Encontro Nacional de Pós-graduação em Administração, 29º, Anais.: ANPAD, Brasília, set, 2005. 16p.

VASICEK, O. A., FONG, H.G. Term structure modeling using exponential splines. **Journal of Finance**, vol. 37, p. 339-48, 1982.

VICENTE, J. V. M. **Títulos de renda fixa.** Curso de Gestão de Riscos. Rio de Janeiro: Andima, 2005.

VIEIRA NETO, C. A. **Modelagem da estrutura a termo da taxa de juros e avaliação de contratos derivativos.** 1999. 179f. Tese (Doutorado) – Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade, Universidade de São Paulo, São Paulo, 1999.