

Prospecção para Biodiversidade: Uma Abordagem via Opções Reais*

Edson Gonçalves[†]
EPGE/FGV

July 24, 2006

Abstract

It is well known that large tropical forests are the home of an enormous biodiversity with a variety of applications in modern biotechnology. However, the exploration of a forest tract bears similarities with other significant enterprises, being a risky and costly project. Recently, the Brazilian government has passed a law qualifying the controlled cession of forest tracts for scientific research with a view to uncover new compounds or the development of innovative products. Major questions are: how to design a proper mechanism to grant these temporary concessions? which hedge structure will be offered to the prospectors and the government as well? This paper is a first attempt to answer these questions, with the aid of a real options model. We restrict ourselves, for simplification, to the case of one discovery, modelled according to Poisson arrivals. General Itô diffusions are allowed whenever possible, as in the case of the current costs during the prospection period. Uncertainty on the market value of the discovery also follows an Itô diffusion.

Key Words: Biodiversity, Investment under Uncertainty, Real Options, Scientific research

Resumo

É bem conhecido o fato de que as florestas tropicais são a casa de uma enorme biodiversidade, com uma variedade de aplicações na moderna biotecnologia. Entretanto, a exploração de uma floresta possui similaridades com outros tipos de empreendimentos, sendo um projeto arriscado e custoso. Recentemente, o governo brasileiro aprovou um projeto de lei que qualifica a concessão controlada de áreas florestais para exploração de recursos naturais para fins de pesquisa científica, com vistas ao desenvolvimento de novos produtos. Assim, algumas questões surgem naturalmente: qual é a melhor forma de modelar o mecanismo de concessão? qual a estrutura de seguro que deve ser oferecida aos potenciais investidores? O presente artigo é uma primeira tentativa de resposta às questões acima expostas, a partir de uma modelagem via opções reais. Basicamente, desenvolvemos um modelo matemático para o apreamento de um projeto de investimento sujeito a três tipos de fontes de incerteza: custos, fluxos de caixa e a própria descoberta do ativo subjacente (produto do projeto). Para a descrição da incerteza nos custos e fluxos de caixa foram utilizadas difusões geométricas (“processos de Itô”); para a descoberta do subjacente, recorreremos aos “saltos de Poisson”.

Palavras-chave: Biodiversidade, Investimento sob Incerteza, Opções Reais, Pesquisa Científica

JEL Codes: G11, G13, G18.

Área ANPEC: Microeconomia, Métodos Quantitativos e Finanças

*Versão Preliminar. Comentários são bem vindos.

[†]Doutorando em Economia, EPGE/FGV. E-mail: edson@fgvmail.br.

1 INTRODUÇÃO

1.1 Objetivos

As técnicas clássicas de orçamento de capital (valor presente líquido e taxa interna de retorno) são baseadas na hipótese de que os fluxos de caixa futuros seguem um padrão rígido e podem ser previstos de maneira precisa. Com base em tais previsões de caixa, o projeto em questão é aceito ou rejeitado, sendo desprezadas, ou tratadas de maneira extremamente superficial, a incerteza e as reações estratégicas da administração a mudanças no ambiente de negócios. Na melhor das hipóteses, uma taxa de desconto ajustada pelo risco é empregada e diversos cenários são simulados e comparados. Entretanto, em situações nas quais tanto a incerteza quanto as decisões estratégicas são relevantes, as técnicas clássicas de orçamento de capital levam a resultados e decisões equivocadas. Neste contexto, utiliza-se a técnica conhecida por “apreçamento via opções reais”, ferramenta desenvolvida ao longo dos últimos vinte anos e recorrentemente utilizada na avaliação de projetos de infra-estrutura, petróleo e energia.

A proposta deste trabalho, a partir da tecnologia das opções reais, é avaliar projetos de investimento em pesquisa biotecnológica no Brasil, ou seja, projetos de bioprospecção. A bioprospecção visa ao desenvolvimento de produtos – cosméticos, essências e medicamentos, por exemplo – a partir dos recursos genéticos de plantas e animais da biodiversidade nacional. De maneira mais específica, realizar-se-á a avaliação de um projeto de exploração biotecnológica com fins de desenvolvimento de novas drogas e medicamentos em áreas como a Amazônia e a Mata Atlântica, via concessão governamental.

É importante ressaltar que a bioprospecção possui uma legislação específica no Brasil, através do CGEN (Conselho de Gestão do Patrimônio Genético), órgão do Ministério do Meio Ambiente, encarregado do licenciamento dessas atividades. Nosso trabalho, entretanto, não contempla eventuais entraves burocráticos; o modelo proposto na forma de concessão foi pensado de modo que tanto o investidor privado, quanto o Estado possam se beneficiar de eventuais descobertas de princípios ativos realizadas em reservas naturais brasileiras. Na verdade, deixamos de lado quaisquer detalhes jurídicos, focando o trabalho na modelagem matemática do problema via opções reais.

1.2 Antecedentes

A literatura na área relacionada a projetos envolvendo recursos naturais nasceu com a própria abordagem de opções reais, a partir do trabalho seminal de Tourinho (1979). Foi ele o primeiro a utilizar a técnica de apreçamento de opções em um problema real de orçamento de capital; a partir de então, a técnica passou a ser amplamente utilizada em projetos relacionados a petróleo, óleo & gás, energia, entre outros. Segue abaixo uma cronologia dos trabalhos mais significativos relacionados ao tema:

1. Brennan & Schwartz (1985) aplicam a abordagem de opções reais em um modelo de apreçamento de uma fonte exaurível de carvão;
2. Pindyck (1988), modela pela primeira vez o investimento como sendo irreversível (irrecuperável) e relaciona este parâmetro ao valor da firma;
3. Morck, Schwartz & Stangeland (1989) propõem um modelo de apreçamento de recursos florestais sob flutuação estocástica de preços e estoques.
4. Pindyck (1991) retoma a relação entre irreversibilidade, incerteza e valor da firma;

5. Cortazar, Schwartz & Salinas (1998) propõem um modelo de opções reais para a avaliação de um projeto de investimento em preservação ambiental;
6. Weeds (1999) incorpora a inovação estocástica (salto de Poisson) em projetos de investimento em Pesquisa & Desenvolvimento;
7. Finalmente, Schwartz (2003) sistematiza a análise de opções reais com relação a projetos de P&D e ao desenvolvimento de Patentes.

2 MODELAGEM DO PROBLEMA

2.1 O Modelo Formal

Uma firma neutra ao risco possui a oportunidade de investir em um projeto de pesquisa biotecnológica em uma determinada área florestal brasileira (Mata Atlântica, Amazônia etc) . A firma em questão, por hipótese, não enfrenta competição em sua área de concessão e está sujeita às seguintes fontes de incerteza:

- Incerteza de custos: as despesas relativas à exploração, pesquisa e desenvolvimento seguem um processo estocástico;
- Incerteza tecnológica: a descoberta de um possível princípio ativo ocorre de maneira aleatória;
- Incerteza econômica: o valor da nova tecnologia, em caso de sucesso da empreitada, segue um processo estocástico;

A taxa de desconto da firma é dada pela taxa de juros livre de risco r , estritamente positiva e, por hipótese, constante ao longo do tempo.

Pelo direito de explorar a área florestal a firma incorre em um custo inicial K e, uma vez tomada esta decisão, um fluxo de custos $\{C_t\}$, que segue um processo estocástico Riemann-integrável nas trajetórias temporais e expresso de forma genérica por dC_t . Este processo poderia ser, por exemplo, uma difusão geométrica da forma

$$dC_t = \mu_c C_t dt + \sigma_c C_t dB_t \quad (1)$$

onde, neste caso, $\{B_t\}$ representaria uma fonte de riscos idiossincráticos, não correlacionados com o mercado acionário.

É importante deixarmos evidente a natureza da variável C_t : tratam-se dos custos relativos à pesquisa propriamente dita, tais como equipamentos, salários dos cientistas etc.

Em $t = 0$, a concessão é comprada pela firma de biotecnologia, que possui a oportunidade de buscar um princípio ativo na floresta até o prazo final T da concessão.

O sucesso da pesquisa será modelado como uma “chegada independente de Poisson” com intensidade $\lambda > 0$. Deste modo, assumimos (como é tradicional em projetos de P&D) que existe uma probabilidade λ de sucesso por unidade de tempo. Após incorrido o prazo da concessão ($t = T$) temos, como possibilidades, os seguintes estados da natureza:

1) A firma não encontrou nada: neste caso, a opção real “vira pó” e o valor instantâneo do projeto V vai a zero;

2) A firma descobre um princípio ativo em $t = \tau$ com $0 < \tau \leq T$ onde τ representa o instante de ocorrência do primeiro evento de Poisson, ou “first interarrival time” (sucesso da

pesquisa) . Deste modo, o valor do projeto em $t = T$ é dado por $v = \int_{\tau}^T e^{r(t-T)} V(x_t, t) dt +$

$\int_T^{+\infty} e^{-r(t-T)} V(x_t, t) dt$, onde a variável x_t representa o fluxo de caixa líquido a ser gerado pela patente a partir de $t = \tau$, que flutua conforme a difusão geométrica:

$$dx_t = \mu x_t dt + \sigma x_t dW_t \quad (2)$$

com $t \geq \tau$ onde μ é o coeficiente de arrastamento, σ é o parâmetro de volatilidade e dW_t é um incremento de um movimento Browniano Padrão não correlacionado com $\{C_t\}$. Também, é importante deixarmos claro que W_t , obviamente, é correlacionado com o mercado acionário. Uma vez ocorrido o sucesso no estágio inicial da pesquisa, em $t = T$ a firma deve decidir se continua a desenvolver o produto ou não. Neste caso, se $v > V^*$ a firma continua a desenvolver o produto (passa para as próximas etapas); se $v \leq V^*$, o projeto é abandonado. V^* é um parâmetro que representa o valor mínimo para o qual o projeto torna-se atrativo (em relação às próximas etapas) e que deve incluir os gastos incorridos no projeto até então (fluxo total de custos C_t e pagamento da concessão K). Se a firma dá continuidade ao projeto, uma vez lançado o produto no mercado, royalties deverão ser pagos ao governo em percentual e prazo fixados em contrato. Caso a firma desista, ela cederá os direitos sobre o princípio ativo ao governo brasileiro.

2.2 Distribuição dos tempos de chegada e valor da opção real

Os “interarrival times” ou instantes de tempo nos quais ocorrem os saltos de um processo de Poisson são modelados através de distribuições de probabilidades bem conhecidas: genericamente, a variável τ possui função densidade de probabilidade Gama; porém, por simplicidade, uma vez que estamos interessados na ocorrência do primeiro salto de Poisson, a função de distribuição Gama pode ser expressa através de uma exponencial com parâmetro λ , isto é,

$$f_\tau(\tau) = \lambda e^{-\lambda\tau} \quad (3)$$

com $\tau > 0$.

Deste modo, podemos obter as probabilidades da opção existir ou não (“virar pó”) e, conseqüentemente, seu valor dado o resultado obtido através dos portfólios auto-financiáveis e equações diferenciais parciais.

A probabilidade que a opção real não exista entre 0 e T , $P[\tau \geq T]$ é expressa por :

$$P[\tau \geq T] = \int_T^{+\infty} f_\tau(\tau) d\tau \quad (4)$$

\Rightarrow

$$P[\tau \geq T] = \int_T^{+\infty} \lambda e^{-\lambda\tau} d\tau \quad (5)$$

\Rightarrow

$$P[\tau \geq T] = \frac{1}{e^{\lambda T}} \quad (6)$$

Obviamente, a probabilidade de existência da opção real entre 0 e T é dada por:

$$1 - P[\tau \geq T] = \frac{e^{\lambda T} - 1}{e^{\lambda T}} \quad (7)$$

E, finalmente, temos que o valor da opção real em T (F^*), considerando a distribuição de τ , é descrito pela equação

$$F^* = 0 \cdot \frac{1}{e^{\lambda T}} + \int_0^T F(x, \tau, T) f_\tau(\tau) d\tau = \lambda \int_0^T F(x, \tau, T) e^{-\lambda \tau} d\tau \quad (8)$$

onde $F(x, \tau, T)$ é o pay-off da opção real com o projeto começando em (descoberta) $0 \leq \tau < T$.

2.3 Equação para o Valor do projeto em caso de sucesso em $t = \tau$ (τ entre 0 e T)

Supondo que a firma tenha obtido sucesso em sua busca, o valor instantâneo da patente depende apenas dos fluxos de caixa líquidos a serem gerados pelo projeto, que representaremos, neste caso, através da variável x definida anteriormente; é importante ressaltar que estes fluxos de caixa são líquidos dos custos de produção e “marketing” a serem incorridos após a descoberta. Seja $V = V(x, t)$ o valor do projeto em um instante $t \geq \tau$ para um fluxo de caixa x e seja $N > 0$ a duração da patente. Adicionalmente, assumiremos que o valor residual do projeto (no instante $\tau + N$, após a expiração da patente) é um percentual θ do fluxo de caixa gerado no instante $\tau + N$.

Dado este arcabouço, no qual o projeto é um ativo contingente, cujo valor depende do valor de um ativo subjacente e do tempo, podemos elaborar uma equação diferencial parcial para o projeto e, mais ainda, podemos resolver tal equação através de uma condição de contorno apropriada (Schwartz, 2003).

A montagem da EDP para o projeto segue a técnica tradicional (Dixit & Pyndick, 1994), de construção de uma carteira auto-financiável ϕ , composta de 1 unidade do projeto e n posições curtas no ativo subjacente (fluxo de caixa líquido x). É importante deixarmos claro que o uso desta técnica, originária do trabalho pioneiro de Black & Scholles, é baseado na existência de mercados completos; deste modo, como hipótese adicional, suporemos que o princípio ativo a ser encontrado já possui um concorrente no mercado (seria destinado, por exemplo, a melhorar o tratamento de uma enfermidade para o qual já existe, a priori, uma medicação apropriada). O modelo, portanto, não contempla a possibilidade do investidor encontrar, por exemplo, um princípio ativo que viesse a se tornar a cura de uma enfermidade para a qual não existe tratamento; isto geraria, do ponto de vista matemático, mercados incompletos (e a técnica de construção de carteira “delta-neutra” não poderia ser utilizada). Isto posto, temos que :

$$\phi = V - nx \quad (9)$$

Em um infinitésimo de tempo dt , esta carteira apresenta um ganho de capital dado por :

$$d\phi = dV - ndx \quad (10)$$

Por outro lado, o rendimento total da carteira (R) em um pequeno intervalo de tempo é expresso por :

$$R = d\phi + xdt - n\delta xdt \quad (11)$$

e que pode ser interpretado como : "Rendimento Total" = "Ganho de Capital" + "Fluxo de Lucros" - "Custos".

Quando nos referimos a "Custos", estamos tratando de custos de manutenção das n posições curtas, onde δ seria o "convenience yield" apropriado.

Portanto, o Rendimento Total da carteira em um intervalo dt é expresso por:

$$R = dV - ndx + xdt - n\delta xdt \quad (12)$$

expandindo dV através do Lema de Ito, temos:

$$R = V_x dx + V_t dt + \frac{1}{2} V_{xx} (dx)^2 - ndx + xdt - n\delta xdt \quad (13)$$

onde os subscritos representam derivadas parciais com relação a variável em questão.

Assim, escolhendo $n = V_x$ para eliminar o risco da carteira e lembrando que $(dx)^2 = \sigma^2 x^2 dt$, o Rendimento Total da carteira, agora sem risco, torna-se igual a:

$$R^* = V_t dt + \frac{1}{2} V_{xx} \sigma^2 x^2 dt + xdt - V_x \delta xdt \quad (14)$$

uma vez que a carteira não possui risco, ela deve render a taxa de juros livre de risco, de modo que:

$$\phi r dt = V_t dt + \frac{1}{2} V_{xx} \sigma^2 x^2 dt + xdt - V_x \delta xdt \quad (15)$$

\implies

$$(V - V_x x) r dt = V_t dt + \frac{1}{2} V_{xx} \sigma^2 x^2 dt + xdt - V_x \delta xdt \quad (16)$$

\implies

$$\frac{1}{2} \sigma^2 x^2 V_{xx} + x(r - \delta) V_x + V_t - rV + x = 0 \quad (17)$$

que é a equação diferencial parcial para o valor instantâneo da patente (ou do projeto), válida para $t \in [\tau, \tau + N]$ e sujeita a seguinte condição de contorno:

$$V(x(\tau + N), \tau + N) = \theta x(\tau + N) \quad (18)$$

Como em Schwartz (2003), a solução completa desta equação diferencial parcial é dada por :

$$V(x_t, t) = \frac{x_t}{\delta} [1 - e^{-\delta(\tau + N - t)}] + \theta x_t e^{-\delta(\tau + N - t)} \quad (19)$$

com $t \geq \tau$.

2.4 Pay - Off da Opção Real em $t = T$

No momento em que a opção de abandono pode ser exercida, o investidor deve comparar a rentabilidade mínima exigida V^* (que inclui os custos de pesquisa e desenvolvimento ocorridos $\{Ct\}$ e o custo inicial de compra da concessão K) com o Valor presente do projeto até então (v). Deste modo, o pay-off A da opção de abandono pode ser expresso por:

$$A = \left[\int_{\tau}^T e^{r(t-T)} V(x_t, t) dt + \int_T^{+\infty} e^{-r(t-T)} V(x_t, t) dt - \left(\int_0^{\tau} dC_t \right) e^{r(T-\tau)} - K e^{rT} \right]^+ \quad (20)$$

Consideraremos, por simplicidade, que o parâmetro K é exógeno. Já as expressões envolvendo V e C entre os colchetes podem ser determinadas a partir das hipóteses e cálculos efetuados anteriormente:

da equação 19 temos que

$$V(x_t, t) = \frac{x_t}{\delta} [1 - e^{-\delta(\tau+N-t)}] + \theta x_t e^{-\delta(\tau+N-t)} \quad (21)$$

e, como o processo dC_t é um processo genérico Rieman- integrável nas trajetórias, o pay-off da opção pode ser expresso por:

$$A_{\tau} = \left[\int_{\tau}^T e^{r(T-t)} \left\{ \frac{x_t}{\delta} [1 - e^{-\delta(\tau+N-t)}] + \theta x_t e^{-\delta(\tau+N-t)} \right\} dt + \int_T^{+\infty} e^{-r(t-T)} \left\{ \frac{x_t}{\delta} [1 - e^{-\delta(\tau+N-t)}] + \theta x_t e^{-\delta(\tau+N-t)} \right\} dt - \left(\int_0^{\tau} dC_t \right) e^{r(T-\tau)} - K e^{rT} \right]^+ \quad (22)$$

Com essa formulação, podemos estabelecer valores para a opção real e para o projeto em função dos parâmetros considerados.

3 FORMULAÇÃO DOS CASOS POSSÍVEIS

3.1 Possibilidades a serem consideradas

Em função dos períodos de tempo relevantes em nossa modelagem, τ e T , podemos inferir valores e fórmulas fechadas para os valores da opção real e do projeto. Os seguintes casos devem ser considerados:

1. Não há nenhuma descoberta entre $t = 0$ e $t = T$, ou seja, $\tau > T$: Projeto e opção possuem $pay - off = 0$;

2. Ocorre uma descoberta (apenas uma, por simplicidade) entre $t = 0$ e $t = T$, isto é, $0 < \tau \leq T$:

Dentro deste caso temos duas possibilidades em $t = T$:

a) A continuidade do projeto não é viável segundo a regra de decisão, ou seja, o valor do projeto em $t = T$, líquido dos custos de pesquisa incorridos e do custo inicial de entrada é menor do que zero: assim, o empreendimento é abandonado, passando a posse do princípio ativo encontrado ao governo brasileiro e a opção tem $pay - off = 0$;

b) O projeto consegue cobrir os custos incorridos até o momento - assim, a continuidade do projeto está garantida (até $t = \tau + N$) e, neste caso, o pay-off da opção em $t = T$ é dado pela expressão obtida anteriormente para $A_\tau > 0$:

$$A_\tau = \left[\int_{\tau}^T e^{r(T-t)} \left\{ \frac{x_t}{\delta} [1 - e^{-\delta(\tau+N-t)}] + \theta x_t e^{-\delta(\tau+N-t)} \right\} dt + \int_T^{+\infty} e^{-r(t-T)} \left\{ \frac{x_t}{\delta} [1 - e^{-\delta(\tau+N-t)}] + \theta x_t e^{-\delta(\tau+N-t)} \right\} dt - \left(\int_0^{\tau} dC_t \right) e^{r(T-\tau)} - K e^{rT} \right] \quad (23)$$

3.2 Opção real: Valor Médio e Limite Inferior

Da equação 8, temos que o valor da opção real considerando a distribuição de τ , pode ser expresso por:

$$F^* = \lambda \int_0^T F(x, \tau, T) e^{-\lambda \tau} d\tau \quad (24)$$

onde

$$F(x, \tau, T) = A_\tau = \left[\int_{\tau}^T e^{r(T-t)} \left\{ \frac{x_t}{\delta} [1 - e^{-\delta(\tau+N-t)}] + \theta x_t e^{-\delta(\tau+N-t)} \right\} dt + \int_T^{+\infty} e^{-r(t-T)} \left\{ \frac{x_t}{\delta} [1 - e^{-\delta(\tau+N-t)}] + \theta x_t e^{-\delta(\tau+N-t)} \right\} dt - \left(\int_0^{\tau} dC_t \right) e^{r(T-\tau)} - K e^{rT} \right] \quad (25)$$

de modo que

$$F^* = \lambda \int_0^T A_\tau e^{-\lambda \tau} d\tau \quad (26)$$

\Rightarrow

$$F^* = \lambda \int_0^T \left[\int_{\tau}^T e^{r(T-t)} \left\{ \frac{x_t}{\delta} [1 - e^{-\delta(\tau+N-t)}] + \theta x_t e^{-\delta(\tau+N-t)} \right\} dt + \int_T^{+\infty} e^{-r(t-T)} \left\{ \frac{x_t}{\delta} [1 - e^{-\delta(\tau+N-t)}] + \theta x_t e^{-\delta(\tau+N-t)} \right\} dt - \left(\int_0^{\tau} dC_t \right) e^{r(T-\tau)} - K e^{rT} \right] e^{-\lambda\tau} d\tau \quad (27)$$

Aqui, é importante deixarmos claro que estamos trabalhando com medidas de probabilidade em espaço-produto: cada possível valor de τ (que é uma variável aleatória com distribuição de probabilidade conhecida) gera um processo estocástico para x_t (difusão geométrica), que por sua vez gera um espaço de possíveis pay-offs para a opção real, cuja medida de probabilidade denotaremos por P .

Uma vez que F^* ainda é uma variável aleatória, o valor médio da opção real será dado pela sua Esperança Incondicional segundo a medida de probabilidade do espaço de seus possíveis pay-offs P .

$$E^P [F^*] = \int_{\Omega} F^* dP \quad (28)$$

que pode ser reescrita como

$$E^P [F^*] = \int_{[A_{\tau} \leq 0]} F^* dP + \int_{[A_{\tau} > 0]} F^* dP \quad (29)$$

Haja visto que estamos interessados nos valores para os quais $A_{\tau} > 0$, a esperança acima torna-se

$$E^P [F^*] = \int_{[A_{\tau} > 0]} F^* dP \quad (30)$$

\Rightarrow

$$E^P [F^*] = \int_{[A_{\tau} > 0]} \lambda \int_0^T \left[\int_{\tau}^T e^{r(T-t)} \left\{ \frac{x_t}{\delta} [1 - e^{-\delta(\tau+N-t)}] + \theta x_t e^{-\delta(\tau+N-t)} \right\} dt + \int_T^{+\infty} e^{-r(t-T)} \left\{ \frac{x_t}{\delta} [1 - e^{-\delta(\tau+N-t)}] + \theta x_t e^{-\delta(\tau+N-t)} \right\} dt - \left(\int_0^{\tau} dC_t \right) e^{r(T-\tau)} - K e^{rT} \right] e^{-\lambda\tau} d\tau dP \quad (31)$$

que é uma expressão complexa e de difícil interpretação; nesse sentido, é mais interessante trabalharmos com a expressão para o "limite inferior" L da opção real:

$$L = \lambda \int_0^T \left[\int_0^{\tau} e^{r(T-t)} \left\{ \frac{x_t}{\delta} [1 - e^{-\delta(\tau+N-t)}] + \theta x_t e^{-\delta(\tau+N-t)} \right\} dt + \int_T^{\tau} e^{-r(t-T)} \left\{ \frac{x_t}{\delta} [1 - e^{-\delta(\tau+N-t)}] + \theta x_t e^{-\delta(\tau+N-t)} \right\} dt - \left(\int_0^{\tau} dC_t \right) e^{r(T-\tau)} - K e^{rT} \right] e^{-\lambda \tau} d\tau \quad (32)$$

Nessa expressão, simplesmente "limitamos" o espaço dos possíveis pay-offs da opção real eliminando os pay-offs não positivos para cada τ . Isto permite analisar de forma mais precisa a situação que efetivamente nos interessa: a tomada de decisão por parte do investidor em $t = T$ no caso em que ocorre uma descoberta em $0 < \tau \leq T$.

4 ANÁLISE DE SENSIBILIDADE

4.1 Valor instantâneo do Projeto

4.1.1 "Convenience Yield"

A derivada parcial de V com relação a δ é expressa por:

$$\frac{\partial V(x_t, t)}{\partial \delta} = -\frac{x_t}{\delta^2} + \frac{x_t}{\delta^2} e^{-\delta(\tau+N-t)} + \frac{x_t}{\delta} (\tau + N - t) e^{-\delta(\tau+N-t)} - \theta (\tau + N - t) x_t e^{-\delta(\tau+N-t)} \quad (33)$$

Uma vez que a expressão acima não permite uma análise mais clara e que $\delta \in (0, 1)$, vamos analisar o comportamento do valor da patente nos valores de fronteira de δ ; deste modo, temos que tomar o limite de V quando δ ou é muito baixo (próximo a zero), refletindo um "baixo custo de carregamento", ou quando δ é muito alto (próximo de 1), implicando em altos custos de manutenção.

Assim, temos:

$$\lim_{\delta \rightarrow 0} V(x_t, t) = \lim_{\delta \rightarrow 0} \left\{ \frac{x_t}{\delta} [1 - e^{-\delta(\tau+N-t)}] + \theta x_t e^{-\delta(\tau+N-t)} \right\} \quad (34)$$

\Rightarrow

$$\lim_{\delta \rightarrow 0} V(x_t, t) = x_t (\tau + N - t) \quad (35)$$

ou seja, para um baixo "convenience yield", o valor do projeto depende basicamente do fluxo de caixa líquido gerado e da distância temporal em relação ao vencimento dos direitos de propriedade. Já para um valor extremo de δ , temos:

$$\lim_{\delta \rightarrow 1} V(x_t, t) = \lim_{\delta \rightarrow 1} \left\{ \frac{x_t}{\delta} [1 - e^{-\delta(\tau+N-t)}] + \theta x_t e^{-\delta(\tau+N-t)} \right\} \quad (36)$$

\Rightarrow

$$\lim_{\delta \rightarrow 1} V(x_t, t) = x_t[1 - e^{-(\tau+N-t)}] + \theta x_t e^{-(\tau+N-t)} \quad (37)$$

que é claramente inferior ao valor do projeto com um "convenience yield" razoável (entre 0 e 1).

4.1.2 Duração da Patente - N

A derivada parcial de V com relação a N é dada por:

$$\frac{\partial V(x_t, t)}{\partial N} = x_t e^{-\delta(\tau+N-t)} - \delta \theta x_t e^{-\delta(\tau+N-t)} > 0 \quad (38)$$

isto implica basicamente que o poder de monopólio, medido pela duração da patente N , faz aumentar o valor do projeto para o investidor, resultado já esperado.

4.1.3 Valor Residual -

O valor residual $\theta \in (0, 1)$ possui impacto positivo no Valor da Patente: quando $\theta \rightarrow 1$, o valor do projeto converge para.

$$V(x_t, t) = \frac{x_t}{\delta} [1 - e^{-\delta(\tau+N-t)}] + x_t e^{-\delta(\tau+N-t)} \quad (39)$$

Este efeito é esperado, haja visto que o parâmetro em questão representa "o poder de mercado" do investidor após a quebra do monopólio dos direitos de fabricação - um θ próximo de 1 está relacionado a um alto poder de mercado, mesmo após o fim da patente.

4.1.4 Fluxo de Caixa Líquido em uma dada trajetória

Em relação ao processo estocástico $x(\varpi, t)$, se fixarmos uma realização genérica $\varpi_0 \in \Omega$, podemos obter a derivada parcial de V com relação a x em relação a trajetórias temporais:

$$\frac{\partial V(x_t, t)}{\partial x_t} = \frac{1}{\delta} [1 - e^{-\delta(\tau+N-t)}] + \theta e^{-\delta(\tau+N-t)} > 0 \quad (40)$$

Assim, para um ϖ_0 fixo, o valor do projeto aumenta com o fluxo de caixa líquido (resultado também esperado).

4.2 Opção Real

4.2.1 Parâmetro de Intensidade (λ)

Neste caso, como já era esperado, quanto maior o parâmetro de intensidade (mais próximo de 1), maior o limite inferior para a opção real. Esta intuição pode ser capturada através dos seguintes limites:

$$\lim_{\lambda \rightarrow 0} L = \lim_{\lambda \rightarrow 0} \lambda \int_0^T \left[\int_T^{+\infty} e^{-r(t-T)} \left\{ \frac{x_t}{\delta} [1 - e^{-\delta(\tau+N-t)}] + \theta x_t e^{-\delta(\tau+N-t)} \right\} dt + \right. \\ \left. - \left(\int_0^\tau dC_t \right) e^{r(T-\tau)} - K e^{rT} \right] e^{-\lambda \tau} d\tau = 0 \quad (41)$$

e

$$\lim_{\lambda \rightarrow 1} L = \lim_{\lambda \rightarrow 1} \lambda \int_0^T \left[\int_T^{+\infty} e^{-r(t-T)} \left\{ \frac{x_t}{\delta} [1 - e^{-\delta(\tau+N-t)}] + \theta x_t e^{-\delta(\tau+N-t)} \right\} dt + \right. \\ \left. - \left(\int_0^\tau dC_t \right) e^{r(T-\tau)} - K e^{rT} \right] e^{-\lambda \tau} d\tau \Rightarrow \quad (42)$$

$$\lim_{\lambda \rightarrow 1} L = \int_0^T \left[\int_T^{+\infty} e^{-r(t-T)} \left\{ \frac{x_t}{\delta} [1 - e^{-\delta(\tau+N-t)}] + \theta x_t e^{-\delta(\tau+N-t)} \right\} dt + \right. \\ \left. - \left(\int_0^\tau dC_t \right) e^{r(T-\tau)} - K e^{rT} \right] e^{-\tau} d\tau \quad (43)$$

4.2.2 Vencimento da Concessão

Vamos considerar o caso onde $T \rightarrow \tau + N$, ou seja, a situação onde prazo de concessão e prazo de expiração da patente são muito próximos (refletindo um baixo poder de monopólio)

$$\lim_{T \rightarrow \tau+N} L = \lim_{T \rightarrow \tau+N} \lambda \int_0^T \left[\int_T^{+\infty} e^{-r(t-T)} \left\{ \frac{x_t}{\delta} [1 - e^{-\delta(\tau+N-t)}] + \theta x_t e^{-\delta(\tau+N-t)} \right\} dt + \right. \\ \left. - \left(\int_0^\tau dC_t \right) e^{r(T-\tau)} - K e^{rT} \right] e^{-\lambda \tau} d\tau \quad (44)$$

⇒

$$\lim_{T \rightarrow \tau+N} L = \lambda \int_0^{\tau+N} \left[\int_{\tau+N}^{\tau+N} e^{r(\tau+N-t)} \left\{ \frac{x_t}{\delta} [1 - e^{-\delta(\tau+N-t)}] + \theta x_t e^{-\delta(\tau+N-t)} \right\} dt + \int_{\tau+N}^{\tau} e^{-r(t-\tau+N)} \left\{ \frac{x_t}{\delta} [1 - e^{-\delta(\tau+N-t)}] + \theta x_t e^{-\delta(\tau+N-t)} \right\} dt - \left(\int_0^{\tau} dC_t \right) e^{rN} - K e^{r(\tau+N)} \right] e^{-\lambda \tau} d\tau \quad (45)$$

que é a expressão para o limite inferior da opção real neste caso em que o prazo de concessão (maturidade) é muito próximo do prazo de expiração dos direitos de propriedade (significando basicamente que o período de monopólio sobre a patente é muito curto). Note que o preço da opção fica dependente do valor presente do fluxo de caixa residual na data de expiração da patente.

Analisando uma outra possibilidade extrema, quando $T \rightarrow 0$ (significando um período muito curto de concessão) , temos:

$$\lim_{T \rightarrow 0} L = \lim_{T \rightarrow 0} \lambda \int_0^T \left[\int_T^T e^{r(T-t)} \left\{ \frac{x_t}{\delta} [1 - e^{-\delta(\tau+N-t)}] + \theta x_t e^{-\delta(\tau+N-t)} \right\} dt + \int_T^{\tau} e^{-r(t-T)} \left\{ \frac{x_t}{\delta} [1 - e^{-\delta(\tau+N-t)}] + \theta x_t e^{-\delta(\tau+N-t)} \right\} dt - \left(\int_0^{\tau} dC_t \right) e^{r(T-\tau)} - K e^{rT} \right] e^{-\lambda \tau} d\tau = 0 \quad (46)$$

que é outro resultado esperado pela intuição.

4.2.3 Valor Residual da Patente

O limite quando $\theta \rightarrow 1$ é dado por :

$$\lim_{\theta \rightarrow 1} L = \lim_{\theta \rightarrow 1} \lambda \int_0^T \left[\int_T^T e^{r(T-t)} \left\{ \frac{x_t}{\delta} [1 - e^{-\delta(\tau+N-t)}] + \theta x_t e^{-\delta(\tau+N-t)} \right\} dt + \int_T^{\tau} e^{-r(t-T)} \left\{ \frac{x_t}{\delta} [1 - e^{-\delta(\tau+N-t)}] + \theta x_t e^{-\delta(\tau+N-t)} \right\} dt - \left(\int_0^{\tau} dC_t \right) e^{r(T-\tau)} - K e^{rT} \right] e^{-\lambda \tau} d\tau \quad (47)$$

⇒

$$\lim_{\theta \rightarrow 1} L = \lambda \int_0^T \left[\int_0^T e^{r(T-t)} \left\{ \frac{x_t}{\delta} [1 - e^{-\delta(\tau+N-t)}] + x_t e^{-\delta(\tau+N-t)} \right\} dt + \int_T^{+\infty} e^{-r(t-T)} \left\{ \frac{x_t}{\delta} [1 - e^{-\delta(\tau+N-t)}] + x_t e^{-\delta(\tau+N-t)} \right\} dt - \left(\int_0^{\tau} dC_t \right) e^{r(T-\tau)} - K e^{rT} \right] e^{-\lambda\tau} d\tau \quad (48)$$

\Rightarrow

$$\lim_{\theta \rightarrow 1} L > L \quad (49)$$

ou seja, o limite inferior da opção real cresce com o valor residual do projeto (o que pode ser interpretado como um maior poder de mercado, mesmo após a quebra dos direitos de propriedade em $t = \tau + N$).

4.2.4 Custo Inicial

A derivada parcial com relação ao custo da concessão K é dada por:

$$\frac{\partial L}{\partial K} = -\lambda e^{rT} \int_0^T e^{-\lambda\tau} d\tau = e^{rT} \left(\frac{1}{e^{\lambda T}} - 1 \right) < 0 \quad (50)$$

que representa outro resultado esperado pela intuição: um alto custo de entrada faz cair o valor da opção real (limite inferior) embutida no projeto de investimento sob incerteza.

4.2.5 Duração da patente

A duração da patente possui um efeito positivo sobre o limite inferior da opção, refletindo a influência do poder de monopólio sobre o seu pay-off; isto advém do fato que a função valor instantâneo do projeto V é crescente na duração da patente.

5 Simulações para o VP do Projeto e para o Limite Inferior da Opção

Para a realização do exemplo numérico, adotaremos, por simplicidade, alguns parâmetros relacionados a indústria farmacêutica americana; este procedimento é razoável no sentido de que existe grande similiaridade operacional entre as indústrias farmacêutica e de bioprospecção. Outros parâmetros serão adotados de forma arbitrária, haja visto que ainda não temos um mercado específico para este tipo de indústria no Brasil.

Os custos incorridos em um projeto de P&D farmacêutico são objeto de polêmica entre reguladores e associações de empresas do setor. Segundo avaliação da "The Pharmaceutical Research and Manufacturers of America", a introdução de um novo medicamento consome valores em um intervalo que varia entre 16 milhões de dólares e 500 milhões de dólares. Vários estudiosos do assunto mencionam números dentro do citado intervalo: para Di Masi et al (1991), um projeto típico de desenvolvimento e introdução de uma nova droga consome aproximadamente

100 milhões de dólares (Custos Totais); já para James Love, pesquisador do "Consumer Project on Technology" em Washington DC, o valor total seria de aproximadamente de 56 milhões de dólares; deste modo, dada a estrutura do problema (exploração em floresta - situação que impõe gastos adicionais), fixaremos os custos totais em 120 milhões de dólares, o que implica em custos anuais de aproximadamente $US\$120.000.000/T$.

Como em Grabowski e Vernon (1994), assumiremos que os fluxos líquidos de caixa iniciais para um projeto desta natureza (em caso de sucesso) são da ordem de 20 milhões de dólares, crescendo estocásticamente a taxa de 2% ao ano. Para o parâmetro de volatilidade da difusão do fluxo de caixa líquido, utilizaremos $\sigma = 0,35$, valor obtido através da média das volatilidades implícitas de opções de compra negociadas para nove empresas do setor farmacêutico americano (Schwartz, 2003).

Para a taxa livre de risco em dólares, adotaremos $r = 5\%$; para o parâmetro de intensidade $\lambda = 0,07$; para o "convenience yield" $\delta = 0,4$; para o parâmetro de valor residual $\theta = 0,15$ e, finalmente, para o custo de entrada $K_1 = 1.000.000$ e $K_2 = 3.000.000$ (dois valores possíveis, a princípio). Adicionalmente, assumiremos que o período de concessão é $T = 20$ anos e que os direitos de propriedade (uma vez ocorrida a descoberta da droga) duram $N = 15$ anos. Deste modo, podemos simular trajetórias para o processo do fluxo de caixa líquido, para o valor presente do projeto e para o limite inferior da opção real. É importante notar que são simulações de monte-carlo simples para processos estocásticos regidos por difusão.

5.1 Valor Presente do Projeto

Para o VP do projeto, foram realizadas 50 simulações, baseadas em 50 trajetórias para o processo estocástico do fluxo de caixa líquido (x_t). Como resultado, temos que o valor presente do projeto (em caso de sucesso), independentemente do instante de ocorrência do evento de Poisson, está sempre situado ao redor dos US\$ 37.400 milhões; ou seja, para o valor da patente (dentro dos parâmetros utilizados aqui) o que importa realmente é a duração N , parâmetro que define o período de monopólio (desde que o sucesso ocorra entre 0 e T , obviamente).

5.2 Limite Inferior para a Opção Real

Obtemos valores para o limite inferior L condicionais as entradas para τ (variável aleatória $\in [0, T]$ em caso de sucesso na pesquisa). Como a tomada de decisão com relação a continuidade do empreendimento ocorre em $T = 20$ e estamos interessados nos casos nos quais a opção real existe efetivamente, vamos centrar a análise no intervalo $5 \leq \tau \leq 20$. Na tabela abaixo temos os médias dos valores simulados para o limite inferior da opção real no caso em que $K = 1.000.000$ e, também, os percentuais de abandono encontrados.

τ	Abandonos (%)	Opção Real (US\$ 1000)
5	0	17156
6	0	12428
7	0	8424
8	14	3180
9	68	480
10	98	4
11	100	0

(51)

É interessante notar que se a descoberta ocorre a partir do décimo primeiro ano de exploração, o projeto é sistematicamente abandonado em $t = T$, com a opção real apresentando pay-off = 0. Para $K = 3.000.000$, obtivemos o seguintes resultados

τ	Abandonos (%)	Opção Real (US\$ 1000)
5	0	15711
6	0	11213
7	0	6918
8	32	1975
9	78	404
10	98	11
11	100	0

(52)

Novamente, os abandonos ocorrem em 100% das simulações para o caso em que a descoberta ocorre a partir de $t = 11$.

Agora, vamos ilustrar o que ocorre com o valor da opção em caso de variabilidade do parâmetro λ ; para o caso em que $K = 3.000.000$, temos os resultados das simulações com $\lambda = 0.5$ e $\lambda = 0.98$ (relembrando que as simulações iniciais utilizaram $\lambda = 0.07$):

$\lambda = 0.5$

τ	Abandonos (%)	Opção Real (US\$ 1000)
5	0	21260
6	0	15464
7	0	8264
8	32	3361
9	46	195
10	100	0

(53)

$\lambda = 0.98$

τ	Abandonos (%)	Opção Real (US\$ 1000)
5	0	20947
6	0	15185
7	0	10353
8	28	2850
9	92	99
10	100	0

(54)

Comparando os resultados das três últimas tabelas ($K = 3.000.000$ e λ 's variáveis - valor próximo de zero, valor intermediário e valor próximo de 1), vemos que o valor de opção aumenta com o valor do λ , principalmente nos primeiros possíveis anos de descoberta; isto é razoável dado que um λ mais elevado significa uma maior probabilidade de descoberta dentro de cada ano. Entretanto, o "corte" continua ocorrendo entre os anos 7 e 8 (onde começam a aparecer os percentuais de abandono diferentes de zero); tal fato pode estar relacionado ao tamanho da simulação efetuada (apenas 50 trajetórias). Outro ponto interessante é que, com λ 's maiores, a opção real passa a valer zero a partir de um $\tau = 10$ (antes, tal fato ocorria a partir do ano 11).

Dentro do arcabouço construído e, a partir dos resultados encontrados, vários pontos pertinentes podem ser levantados:

- Se a descoberta ocorre até o sétimo ano de exploração, o projeto nunca é abandonado;
- Entre os anos 7 e 8 da exploração ocorre um "salto" expressivo nos percentuais de abandono: o projeto vai se tornando mais arriscado conforme o τ cresce;
- Os percentuais de abandono (a partir do ano 8 de exploração) são crescentes com o custo fixo de entrada K ; já os valores da opção real são decrescentes com relação ao mesmo parâmetro: tal fato é um indicativo de que existe um valor "ótimo" a ser cobrado pelo governo;

- Os altos custos de desenvolvimento assumidos também são limitadores do valor da opção: quanto maior o valor dos custos de pesquisa, menor é o valor da opção (resultado também obtido nas análises de sensibilidade);

- Dada a análise estática que efetuamos em relação a λ e τ (construção de "grid"), vimos que o valor de opção é crescente com o λ , mas que tal parâmetro não tem influência no " corte " que ocorre entre $\tau = 7$ e $\tau = 8$ (o que pode estar relacionado a pequena quantidade de simulações realizadas).

6 Conclusões e Extensões

Neste trabalho, desenvolvemos um modelo matemático para o apreçamento de um projeto de investimento sujeito a três tipos de fontes de incerteza: custos, fluxos de caixa e a própria descoberta do ativo subjacente (produto do projeto). Como motivação, abordamos o caso de investimentos em bioprospecção via concessão governamental, assunto que é recorrentemente discutido nas esferas políticas brasileiras. Nossa proposta é baseada na abordagem via Opções Reais, que se traduz a mais adequada para a análise de investimentos sob incerteza.

Em nosso modelo, introduzimos a possibilidade do investidor abandonar o empreendimento ao final da concessão se o valor gerado por sua descoberta for incapaz de cobrir os custos de exploração, pesquisa e desenvolvimento e o custo fixo de entrada (valor da concessão); neste caso, a posse da descoberta passaria ao governo brasileiro. Assim, dentro de um arcabouço no qual o instante de descoberta de um princípio ativo na floresta (sucesso da exploração e pesquisa) é uma variável aleatória, conseguimos expressões matemáticas para o valor instantâneo do projeto em caso de sucesso e para o pay-off da opção real de abandono.

Mostramos também que , dada a estrutura do problema, o projeto possui chances de ser viável se a descoberta ocorre até o décimo ano de exploração. Mais ainda, dada a complexidade gerada pelo uso do "salto de Poisson", os valores obtidos para a opção real são, na verdade, limites inferiores.

Deste modo, a partir do modelo básico e das simulações efetuadas, podemos inferir que o tamanho ideal para o prazo da concessão deve ser de aproximadamente 10 anos; um período maior tornaria inviável um empreendimento desta natureza do ponto de vista de um investidor privado. É importante notar que seria interessante para o governo brasileiro o sucesso da pesquisa: royalties poderiam ser cobrados durante todo o período de monopólio por parte do investidor . Outra variável de política que merece atenção é o custo de entrada K : conforme mostramos nas análises de sensibilidade e nas simulações efetuadas, o valor da concessão deve ser calibrado de maneira que remunere o governo de forma justa e que não seja proibitivo para o investidor privado. Este fato gera uma primeira extensão para o trabalho: tornar endógeno o parâmetro K , ou seja, encontrar um valor ótimo para o mesmo, que seja o melhor possível para o governo, mas que ainda seja atrativo para o investidor privado.

Uma vez que em nosso modelo consideramos a possibilidade de ocorrência de apenas um "salto de Poisson" (uma descoberta apenas), uma outra extensão natural do trabalho seria a modelagem com um número de saltos maior do que um. Isto introduziria uma complexidade matemática ainda maior, haja visto que sairíamos do caso mais simples com a função densidade de probabilidade exponencial e passaríamos a trabalhar com densidades Gamma.

Outra melhoria a ser adotada seria o uso de parâmetros mais próximos da realidade da indústria de bioprospecção; neste trabalho, para efeito das simulações, adotamos parâmetros da indústria farmacêutica. Este é um procedimento que parece razoável; porém, projetos que envolvem a exploração em campo aberto (além da pesquisa propriamente dita) são a priori mais arriscados do que projetos que se concentram apenas em laboratórios.

Portanto, projetos desta natureza, por envolverem riscos muito significativos, constituem

ainda um campo em aberto para a pesquisa acadêmica (e aplicada) em Finanças Corporativas e Orçamento de Capital.

7 Referências Bibliográficas

References

- [1] BRENNAN, M & SCHWARTZ,E: “Evaluating Natural Resource Investments”, Chicago GSB Journal of Business 58, 1985
- [2] COPELLAND,T & ANTIKAROV, V: "Real Options - A Practitioner’s Guide", Thomson Learning, 2003
- [3] CORTAZAR, SCHWARTZ & SALINAS, “Evaluating Environmental Investments: A Real Options Approach”, Management Science 44, 1998
- [4] DIMASI J.A., R. W HANSEN, H.G. GRABOWSKY & L. LASAGNA: "Cost of innovation in the pharmaceutical industry", Journal of Health Economics 10, 1991
- [5] DIXIT,A & PINDYCK,R: "Investment under Uncertainty", Princeton University Press 1994
- [6] GRABOWSKY H.G. & J.M. VERNON: "Returns on R&D on new drug introductions in the 1980’s", Journal of Health Economics 13, 1994
- [7] HULL,J.: "Options, Futures & other Derivatives", 5ª edição, Prentice Hall 2005
- [8] KARATZAS,I & SHREVE,S.: "Brownian Motion and Stochastic Calculus", Springer 1991
- [9] OKSENDALL,B.: "Stochastic Differential Equations", Springer 2000
- [10] PINDYCK,R: “Irreversible Investment, Capacity Choice and the Value of the Firm” , American Economic Review 78, 1988;
- [11] TRIGEORGIS,L.: "Real Options", MIT Press 1996
- [12] PINDYCK,R: “Irreversibility, Uncertainty and Investment”, Journal of Economic Literature 29 , 1991
- [13] MORCK, SCHWARTZ & STANGELAND: “The Valuation of Forestry Resources under Stochastic Prices and Inventories,Journal of Financial and Quantitative Analysis 24, 1989
- [14] SCHWARTZ,E: “Patents and R&D as Real Options”, Working Paper 10114 NBER 2003
- [15] TOURINHO, O.:”The Valuation of Reserves of Natural Resources: An Option Pricing Approach”, Tese de Doutorado , Haas School of Business, Universidade da Califórnia em Berkeley, 1979;
- [16] WEEDS, H: “Reverse Hysteresis: R&D Investment with Stochastic Innovation” , apresentado no Meeting da Real Options Society em 1999
- [17] WILLMOT,P.: "Paul Willmot on Quantitative Finance", John Wiley Trade, 2000