

**Conhecimento Imperfeito, Custo de Otimização e Racionalidade Limitada:
Uma Dinâmica Evolucionária de Ajustamento Nominal Incompleto**

Jaylson Jair da Silveira
Departamento de Economia
FEARP – USP
jaylson.silveira@gmail.com

&

Gilberto Tadeu Lima
Departamento de Economia
FEA-USP
giltadeu@usp.br

Abstract: It is developed a dynamic evolutionary model that provides microfoundations to incomplete nominal adjustment. It is shown the emergence of both pure strategy evolutionary equilibria (either only fully rational or boundedly rational agents survive) and mixed strategy evolutionary equilibria (both agents survive). Whereas money is neutral in pure strategy equilibria, it is non-neutral in mixed strategy equilibria. It is also analyzed the possibility of bifurcations in the number of evolutionary equilibria or in their stability properties generated by monetary policy.

Key-words: imperfect knowledge; bounded rationality; evolutionary dynamics.

Resumo: Elaborar-se um modelo dinâmico evolucionário que proporciona microfundamentos ao ajustamento nominal incompleto. Mostra-se a emergência de equilíbrios evolucionários tanto de estratégia pura (sobrevivência somente de agentes plenamente racionais ou de agentes de racionalidade limitada) como de estratégia mista (sobrevivência de ambos os agentes). Nos equilíbrios de estratégia pura a moeda é neutra, enquanto no equilíbrio de estratégia mista a moeda não é neutra. Além disso, analisa-se a possibilidade de bifurcações no número de – e nas propriedades de estabilidade dos – equilíbrios evolucionários geradas pela política monetária.

Palavras-chave: conhecimento imperfeito; racionalidade limitada; dinâmica evolucionária.

Classificação JEL: C73; D43; D83.

Classificação Anpec: Área 7 – Microeconomia, Métodos Quantitativos e Finanças.

I. Introdução

As proporções nas quais uma variação na demanda agregada nominal se distribui no tempo entre uma variação no nível geral de preços e uma variação no produto real é um tema que tem sido extensa e intensamente analisado e debatido na teoria econômica. Na ocorrência de um ajustamento nominal completo, toda a variação na demanda agregada nominal terá sido absorvida sob a forma de uma variação de igual magnitude no nível geral de preços. Logo, a absorção de ao menos parte de uma variação na demanda agregada nominal sob a forma de uma variação no produto real, configurando-se assim a ocorrência de um ajustamento nominal incompleto na proporção direta dessa variação no produto real, necessariamente envolve alguma rigidez nominal do sistema de preços.

Por outro lado, um ajustamento nominal pode ser completado instantaneamente ou vir a ser eventualmente completado ao longo do tempo, com que a ocorrência de alguma variação no produto real em resposta a uma dada variação na demanda agregada nominal pode ser eventualmente transitória. No caso da ocorrência de um ajustamento nominal incompleto, controvérsias existem ainda em relação aos mecanismos subjacentes à rigidez de preços correspondente.

De maneira geral, pode-se dizer que a grande maioria dos economistas atualmente concorda que a política monetária, ao afetar a demanda agregada nominal, influencia o produto e o emprego, ao menos temporariamente, e determina a inflação, pelo menos no longo prazo. Ou seja, o ajustamento nominal dos preços desencadeado por uma variação monetária não é instantâneo, embora venha a se completar ao longo do tempo.

O presente artigo desenvolve uma modelo dinâmico baseado no arcabouço de jogos evolucionários com o intuito de proporcionar uma microfundamentação da rigidez de preço e do consequente ajustamento nominal incompleto. Além disso, são derivadas e analisadas algumas implicações em nível de efetividade da política monetária desse ajustamento nominal incompleto microfundamentado a partir de princípios evolucionários.

II. Resenha da literatura

Inúmeras evidências empíricas corroboram a suposição de que o sistema de preços não é dotado da flexibilidade que garantiria ajustamentos nominais instantaneamente completos em resposta a variações monetárias. Por exemplo, Taylor (1999) resgata ampla evidência empírica, na sua maioria referente aos Estados Unidos, sobre o estabelecimento de preços e salários e sintetiza da seguinte maneira as conclusões que dela é possível extrair. Primeiro, os preços e salários não são perfeitamente flexíveis, tendo suas variações a mesma frequência média, qual seja, anual. Segundo, existe uma enorme heterogeneidade setorial no estabelecimento de preços e salários. Terceiro, o estabelecimento de preços e salários não é um processo sincronizado, mas, sim, intercalado. Finalmente, a frequência das variações de preços e de salários varia positivamente com a taxa de inflação. Mais recentemente, Bils & Klenow (2004), utilizando dados norte-americanos de cobertura mais ampla que os empregados em estudos anteriores, detectaram uma frequência maior nas variações de preços, embora uma frequência relativamente abaixo daquela que permitiria caracterizar o sistema de preços como flexível: metade dos preços tem uma duração de cerca de 4,3 meses. Com a exclusão de reduções de preços temporárias, de natureza promocional, metade dos preços passa a ter uma duração de cerca de 5,5 meses. Além disso, fornecendo novas evidências ao

inferido em Taylor (1999), detecta-se a existência de diferenças dramáticas na frequência de variação dos preços.¹

Várias têm sido as tentativas de explicação microfundamentada do ajustamento nominal temporariamente incompleto, especialmente na literatura novo-keynesiana.² Lucas (1972; 1973) representou uma tentativa pioneira na tradição novo-clássica de explicação da não-neutralidade monetária, baseando-se no suposto de imperfeição informacional sobre os preços quando da ocorrência de um choque monetário, o que levaria agentes racionais a confundir flutuações no nível geral de preços com flutuações nos preços relativos.

Em seguida vieram contribuições baseadas no reajuste infrequente de salários – e, por extensão, de preços (em especial, Fischer, 1977; Taylor, 1980). Isso decorreria da existência de contratos salariais formais ou implícitos, com que variações na demanda agregada nominal viriam a ter impactos temporários sobre o produto real. Enquanto as versões destes autores estavam baseadas em regras de preço dependentes do tempo, nas quais os reajustes ocorrem somente em períodos pré-determinados, Caplin & Spulber (1987) empregam uma regra de preço dependente do estado da economia, a chamada regra Ss, para demonstrar que a intercalação dos reajustes de preços pode não ser suficiente para gerar não-neutralidade monetária. De fato, os autores demonstram que mesmo que apenas uma fração das firmas venha a reajustar seus preços em resposta a um choque monetário, elas podem fazê-lo em uma extensão suficiente para provocar um ajustamento nominal completo do nível geral de preços. Porém, a maioria dos desenvolvimentos subsequentes em nível de impactos da política monetária que emprega um arcabouço de reajustes intercalados acabou optando por regras de reajuste dependentes do tempo. Nesse caso, a escolha tem frequentemente recaído sobre a formulação de Calvo (1983), na qual o processo de chegada do período específico de reajuste é aleatório.

O ciclo seguinte, por seu turno, foi representado por contribuições baseadas na existência de custos de ajustamento de preços em mercados de concorrência monopolística (em especial, Rotemberg, 1982; Akerlof & Yellen, 1985; Mankiw, 1985; Blanchard & Kiyotaki, 1987). Akerlof & Yellen (1985), por exemplo, desenvolvem um modelo no qual alguns formadores de preço seguem a regra de bolso de manter os preços constantes após um choque de demanda causado por uma variação na oferta monetária. A principal implicação do modelo é que as perdas das firmas que assim reagem a uma variação monetária são de segunda ordem, enquanto que o concomitante impacto sobre o produto é de primeira ordem. Em função da perda representada pelo desvio em relação à otimização completa ser de segunda ordem, os autores rotulam as firmas que assim se comportam de ‘quase racionais’.

Mais recentemente, Mankiw & Reis (2002) desenvolveram um modelo dinâmico de ajustamento de preços baseado no suposto de que a informação não se dissemina

¹ Dado o propósito do modelo desenvolvido neste artigo, é válido reportar a observação correspondente de Taylor (1999): “One might hope that a model with homogeneous ‘representative’ price setting would be a good approximation to this more complex world, but most likely some degree of heterogeneity will be required to describe reality accurately” (pp. 1020-21).

² Na esteira de trabalhos anteriores de Robert Clower (republicados em Walker, 1986) e Axel Leijonhufvud (1968), a chamada abordagem do desequilíbrio (por exemplo, Barro & Grossman, 1971; Benassi, 1975; Malinvaud, 1977) já havia analisado as implicações em termos de produção e emprego da ocorrência de preços fixos. Porém, a ausência de uma tentativa de microfundamentação desse comportamento rígido dos preços contribuiu para a reduzidíssima importância atribuída a essa abordagem na imensa literatura novo-keynesiana que viria a surgir na segunda metade dos anos 70.

instantaneamente na população de agentes.³ Embora os agentes sejam racionais, a existência de custos de aquisição de informação ou de (re)otimização faz com que a difusão de informações sobre as condições macroeconômicas seja lenta. Na presença de custos dessa natureza, os preços, embora estejam sempre variando, nem sempre são estabelecidos com base em todas as informações existentes.⁴ Daí, portanto, rotularem sua contribuição de *modelo de informação rígida* e não de *modelo de preço rígido*. Especificamente, assumem que a cada período uma fração da população atualiza seu conjunto informacional sobre o estado corrente da economia e computa preços ótimos com base nesse conjunto atualizado. O restante da população, por sua vez, continua a estabelecer preços com base no conjunto informacional desatualizado. Assim, o modelo combina elementos do modelo de reajuste aleatório de Calvo (1983) com o modelo de informação imperfeita de Lucas (1973).

Convém destacar que a principal motivação dessa contribuição de Mankiw & Reis (2002) era desenvolver um modelo de ajustamento nominal incompleto alternativo ao modelo de rigidez de preço (então) padrão, que gerava uma curva de Phillips Novo-Keynesiana ‘voltada para frente’ – ou seja, a inflação corrente depende de uma medida do hiato de produto corrente e da expectativa corrente de inflação futura (Roberts, 1995). A razão dessa busca de um modelo alternativo se devia ao fato de que essa curva de Phillips gera duas implicações que seriam questionáveis de uma perspectiva empírica, a saber, haveria persistência do nível de preços, mas não da taxa de inflação, e uma desinflação crível seria acompanhada de elevação de produto. De fato, a curva de Phillips derivada do modelo de informação rígida gera implicações mais plausíveis, posto que nela, como em Fischer (1977), as expectativas relevantes para a determinação da inflação corrente são as expectativas passadas das condições econômicas correntes – e não, como no modelo de preço rígido, as expectativas correntes das condições econômicas futuras.⁵

Carroll (2006), por sua vez, propõe uma nova e interessante abordagem do processo de formação de expectativas, baseada na epidemiologia, na qual somente um pequeno conjunto de agentes (previsores profissionais plenamente racionais) formula suas próprias expectativas, as quais então se espalham na população através dos veículos de notícias.⁶ Porém, nem todos os demais agentes dedicam atenção constante e cuidadosa ao noticiário macroeconômico.

³ Uma versão anterior do artigo já circulava como texto para discussão do NBER desde 2001.

⁴ Como evidência empírica da importância desses custos, Mankiw & Reis citam os resultados reportados e analisados em Zbaracki *et alli* (2004), então em versão não publicada. De fato, Zbaracki *et alli* (2004) fornecem evidência microeconômica de que esses custos associados à (re)otimização são muito mais importantes que os tradicionais custos de menu. Em adição a custos físicos (custos de menu), identificam e mensuram três tipos de custos gerenciais (custos coleta de informações, tomada de decisão e comunicação) e dois tipos de custos de consumidor (custos de comunicação e negociação). Com base em dados de uma grande empresa manufatureira americana e de seus consumidores, detectam que os custos gerenciais (de consumidor) são mais de seis (vinte) vezes maiores que os custos de menu. No total, os custos de ajustamento de preço perfazem 1,22% das receitas e 20,03% da margem líquida da empresa.

⁵ Dado o propósito do modelo desenvolvido neste artigo, é válido reportar uma sugestiva observação de Mankiw & Reis (2002) sobre os microfundamentos do ajustamento nominal incompleto: “In the end, microfoundations for the Phillips curve may require a better understanding of bounded rationality” (p. 1317). A conclusão final dos autores é igualmente sugestiva: “Yet we must admit that information processing is more complex than the time-contingent adjustment assumed here. Models of bounded rationality are notoriously difficult, but it seems clear that when circumstances change in large and obvious ways, people alter the mental resources they devote to learning and thinking about the new aspects of the world. Developing better models of how quickly people incorporate information about monetary policy into their plans, and why their response is faster at some times than others, may prove a fruitful avenue for future research on inflation-output dynamics (p. 1319).

⁶ Uma versão anterior do artigo já circulava como texto para discussão do NBER desde 2001.

Supõe-se que esses agentes absorvem o conteúdo econômico das notícias de maneira probabilística, de uma maneira análoga à difusão de uma doença na população. Logo, leva algum tempo para que notícias de mudanças nas condições macroeconômicas venham a ser absorvidas pelos demais agentes.

Carrol (2006) mostra que esse modelo tem um bom desempenho empírico na explicação da dinâmica das expectativas de inflação e desemprego. Segundo ele, enquanto Mankiw & Reis (2002) não fornecem microfundamentos explícitos para seu suposto de custos informacionais, seu modelo fornece uma microfundamentação explícita, baseada em modelos epidemiológicos, para uma equação expectacional agregada. Na verdade, o autor deriva uma equação de expectativas idêntica àquela proposta por Mankiw & Reis (2002), exceto que nesta última os agentes que atualizam expectativas o fazem após formar suas próprias previsões racionais sobre o curso futuro da macroeconomia, e não após se informar sobre as previsões dos profissionais através dos veículos de notícias.

Outra contribuição interessante nessa linha mais recente de modelos de imperfeição informacional foi desenvolvida por Woodford (2003), que se baseia no suposto de que o agente tem uma capacidade limitada de absorção de informação.⁷ Posto que os formadores de preços aprendem sobre a política monetária através desse canal de informação limitada, é como se observassem a política monetária com um erro aleatório e, assim, tivessem que resolver um problema de extração de sinal à Lucas (1973). Portanto, uma diferença básica entre as contribuições de Mankiw & Reis (2002) e de Woodford (2003) diz respeito à maneira pela qual a informação chega aos agentes. Enquanto nesta última os formadores de preço recebem a cada período um sinal com ruído sobre a política monetária, na primeira os formadores de preços adquirem informação perfeita sobre a política monetária em um dado período com uma certa probabilidade.⁸

Já na linha de abordagens evolucionárias para as quais o modelo desenvolvido neste artigo pretende contribuir, duas elaborações recentes merecem referência. A primeira delas é a contribuição de Bonomo, Carrasco & Moreira (2003), que fazem uso do arcabouço de jogos evolucionários para analisar os custos de produto associados a uma desinflação, sendo esta concebida como a transição entre dois equilíbrios estacionários. Na sequência de uma contração monetária, enquanto uma fração dos agentes passa imediatamente a adotar o novo preço ótimo, correspondente ao novo equilíbrio estacionário de expectativas racionais, a fração complementar continua a adotar a estratégia que era ótima para o comportamento monetário anterior. Porém, esse afastamento tem um custo que é proporcional à fração de agentes que passou a estabelecer seus preços conforme o novo comportamento monetário, com que uma dinâmica evolucionária de revisão de estratégias, a chamada dinâmica de replicação, faz com essa fração complementar que continua a adotar a estratégia anterior tenda a desaparecer assintoticamente.⁹ Assim, a população de agentes convergirá para o novo

⁷ Uma versão anterior do artigo já circulava como texto para discussão desde 2001.

⁸ Eichenbaum & Fisher (2004), por sua vez, interpretam o mecanismo de estabelecimento de preços à Calvo (1983) como uma forma de capturar a resposta das firmas a vários custos de variação de preço. Na presença desses custos, as firmas otimizam plenamente seus preços apenas periodicamente, seguindo regras simples de reajuste nos demais períodos. Os tipos de custos associados à otimização que os autores têm em mente são custos de coleta de informações, tomada de decisão, negociação e comunicação, que seriam diferentes dos custos de menu – que se aplicariam a todos os preços. Como evidência empírica desses custos de otimização, os autores citam Zbaracki *et alli* (2004), cujos principais resultados já foram reportados na nota 4.

⁹ De acordo com essa dinâmica, estratégias que apresentam desempenho inferior à média têm sua utilização reduzida.

equilíbrio estacionário de expectativas racionais, referente ao novo comportamento monetário, no longo prazo – vale dizer, todos os agentes virão a adotar a nova estratégia de Nash.

A segunda contribuição evolucionária que merece referência é aquela elaborada por Saint-Paul (2005).¹⁰ Buscando apresentar uma alternativa explicativa da rigidez de preços, o autor analisa em que medida, se alguma, uma estratégia rígida de estabelecimento de preço se desenvolve como um resultado de equilíbrio em uma economia habitada por agentes imperfeitamente racionais. Assume-se que esses agentes não são capazes de computar sua regra de formação de preço ótima, tendo que experimentar regras de bolso. Entretanto, substituem regras que geram um *payoff* baixo por regras que geram um *payoff* elevado. As firmas são afetadas pelo comportamento de outras firmas posto que tal comportamento afeta o nível de preço agregado. Outro ingrediente importante do modelo é um tipo de interação local, que é uma externalidade produtiva local simples que implica que a função *payoff* de um agente depende do preço escolhido por um agente contíguo.

Saint-Paul (2005) demonstra então que embora a estratégia correspondente ao equilíbrio de expectativas racionais esteja entre aquelas que podem ser utilizadas pelos agentes, para um intervalo de parâmetros a economia não converge para aquele equilíbrio. Ao invés disso, a economia converge para um equilíbrio ao qual o nível geral de preços não reage na mesma proporção a choques monetários contemporâneos, como acontece no equilíbrio de expectativas racionais. Entretanto, a moeda será aproximadamente neutra no longo prazo caso a auto-correlação dos choques monetários seja alta. Sendo assim, a rigidez de preço deriva da combinação de dois fatores, a saber, uma baixa variância das inovações monetárias e um alto grau de interação local entre as firmas. Caso as inovações monetárias sejam muito voláteis, a economia converge então aproximadamente para o equilíbrio de expectativas racionais. Por sua vez, caso o grau de interação local entre as firmas deixe de existir, a economia também converge para o equilíbrio de expectativas racionais.

Portanto, o modelo desenvolvido a partir da seção seguinte compartilha com as contribuições de Bonomo, Carrasco & Moreira (2003) e Saint-Paul (2005) a tentativa de derivação da rigidez de preços e das implicações do ajustamento nominal incompleto em termos de efetividade da política monetária a partir de princípios evolucionários.¹¹ Como em Bonomo, Carrasco & Moreira (2003) utilizamos a dinâmica de replicação, baseada no princípio de seleção de que estratégias com desempenho relativo melhor que a média têm sua utilização expandida. Entretanto, diferentemente destes autores em nosso modelo a informação necessária para determinar o preço ótimo não se encontra disponível livremente,

¹⁰ Uma versão anterior do artigo já circulava como texto para discussão desde meados de 2002. Embora o autor anuncie em ambas as versões que seu artigo é o primeiro a lidar com rigidez do nível de preço com base em um arcabouço de evolução e aprendizado adaptativo, vale fazer referência a Bonomo, Carrasco e Moreira (2003).

¹¹ De nossa parte, o modelo elaborado nas próximas seções também compartilha da visão de George Akerlof de que como o comportamento individual estritamente racional não consegue explicar uma série de violações do equilíbrio geral competitivo, é necessário o desenvolvimento de uma macroeconomia comportamental. Nesta, por exemplo, regras de bolso adotadas na formação de preços não são fruto de um cálculo preciso de otimização. Em uma versão revista de sua conferência de recebimento do Prêmio Nobel de 2001, Akerlof assim colocou: “If there is any subject in economics which should be behavioral, it is macroeconomics. I have argued in this lecture that reciprocity, fairness, identity, money illusion, loss aversion, herding, and procrastination help explain the significant departures of real-world economies from the competitive, general-equilibrium model. The implication, to my mind, is that macroeconomics *must* be based on such behavioral considerations” (2002, p. 427-8; ênfase original). A nosso juízo, a teoria de jogos evolucionários, embora não citada por Akerlof, oferece um aporte analítico-formal frutífero ao desenvolvimento de uma macroeconomia comportamental.

ou seja, há um custo para adquirir tal informação. O modelo proposto por Saint-Paul (2005) utiliza-se da metodologia computacional baseada em agentes e, portanto, seus resultados são obtidos por simulações numéricas. Tal metodologia permite que o autor trate de uma gama extensa de regras de bolso de determinação de preços, bem como explore explicitamente os efeitos da interação local entre os agentes e de um processo específico para a realização monetária, um AR(1), sobre a rigidez de preços e o ajustamento nominal incompleto. Em nosso caso, utilizamos a estratégia de modelagem padrão baseada em equações diferenciais ordinárias e deduzimos resultados a partir da análise qualitativa do retrato (linha) de fase da dinâmica evolucionária e da linearização em torno dos equilíbrios.

Cumpramos esclarecer, porém, que o processo de escolha entre pagar ou não pagar o custo associado à otimização é ele próprio concebido no compasso deste artigo como sendo limitadamente racional e evolucionário, e não como sendo derivado de um cálculo preciso de otimização.¹² A razão é que conceber o processo de escolha entre pagar ou não pagar o custo associado à otimização como sendo ele próprio sujeito ao cálculo otimizador nos faria deparar com um problema de auto-referência ou regressão infinita (Conlisk, 1996). Afinal, para otimizar é necessário obter um conhecimento perfeito, o que tem custos. Sendo assim, a otimização correspondente não é ótima quando tal custo é ignorado. Eis a contradição: para não ignorá-lo é necessário incluir o custo de otimização na própria otimização, porém não é possível saber o custo da obtenção do conhecimento perfeito antes de conhecê-lo perfeitamente.

Como esclarecido por Knudsen (1993), o problema de auto-referência associado à tentativa de explicação da forma pela qual os agentes adquirem o conhecimento necessário ao exercício da racionalidade plena (ou substantiva, na expressão de Herbert Simon) já havia sido apontado na década de 1930 por Friedrich Hayek (1937) e Oskar Morgenstern (1935). Segundo eles, em qualquer sistema interativo os agentes basearão sua decisão parcialmente em expectativas ou previsões sobre o que farão os demais agentes. Para tomar decisões plenamente racionais, porém, os agentes deverão justificar essas expectativas ou previsões como sendo racionais. Eis a natureza auto-referencial do problema: para justificar suas expectativas como adequadamente fundamentadas, um agente deve ter conhecimento suficiente sobre o conhecimento dos demais, o qual depende, por sua vez, do conhecimento que eles têm do conhecimento daquele agente. E assim por diante.

Vale lembrar que o problema da existência de custos associados ao cálculo de otimização foi discutido sistematicamente pela primeira vez por Marschak (1954) e Stigler (1961). Na elaboração desses autores, um agente racional, por meio de um cálculo marginal de segunda ordem, poderia vir a não optar por uma decisão ótima em função dos custos envolvidos na obtenção das informações necessárias para tanto. Contudo, como asseverou Winter (1975), esse procedimento esbarra em um problema de auto-referência: “Consider the costs of a particular optimization in relation to the scope of the optimization itself. Either they are neglected – in which case we label this particular example a ‘suboptimization’ – or they are not – in which case we may label this a ‘true’ optimization or ‘superoptimization’ provided no other costs or considerations have been neglected. The latter alternative – the

¹² Como bem colocado por Conlisk (1996), “[m]odels of bounded rationality adhere to a fundamental tenet of economics, respect for *scarcity*. Human cognition, as a scarce resource, should be treated as such”

optimization whose scope covers all consideration including its own costs – sounds like it may involve the logical difficulties of self-reference” (p. 83).¹³

Binmore (1987, 1988) distingue entre duas justificativas alternativas da análise de equilíbrio que têm sido defendidas em teoria dos jogos: uma educativa (ou deliberativa), que se baseia na habilidade dos agentes de alcançar o equilíbrio através de um raciocínio adequado. Como os agentes são plenamente racionais, eles podem sempre prever corretamente o (e responder otimamente ao) comportamento dos oponentes; outra evolutiva, que se baseia na possibilidade de que agentes limitadamente racionais alcancem o equilíbrio por meio de algum processo de ajustamento.¹⁴ O modelo aqui proposto, bem como os modelos de Bonomo, Carrasco & Moreira (2003) e Saint-Paul (2005), seguem a justificativa educativa usando dinâmicas evolucionárias. Como já destacado, Saint-Paul (2005), em particular, trabalha com uma dinâmica evolucionária computacional baseada em agentes, enquanto que Bonomo, Carrasco & Moreira (2003) e o presente trabalho utilizam uma estratégia de modelagem baseada em equações diferenciais ordinárias.

III. Equilíbrio estático

Blanchard & Kiyotaki (1987) desenvolvem um modelo macroeconômico completo, embora estático, no qual concorrência monopolística desempenha um papel fundamental na determinação do preço ótimo das firmas. O modelo incorpora formalmente a moeda e pode ser utilizado para demonstrar o impacto de uma variação na demanda agregada nominal, aproximada pela oferta monetária. Tomaremos como base este modelo de estabelecimento de preços em uma economia monopolística composta por um *continuum* de agentes.

Em cada período há uma fração k da população de agentes, que pode variar de um período para outro, que estabelecem seus preços sem conhecerem todos os preços da economia, ou seja, são agentes com racionalidade limitada, pois decidiram não pagar o custo necessário para conhecer plenamente a estrutura de preços relativos. A fração restante, $1 - k$, é formada pelos agentes plenamente informados que incorreram em um custo para obter as informações necessárias. Estes últimos, seguindo Droste, Hommes e Tuinstra (2002, p. 244), serão denominados agentes Nash.¹⁵

¹³ Ou como já havia suspeitado Savage: “It might...be stimulating, and it is certainly more realistic, to think of consideration or calculation as itself an act on which the person must decide. Though I have not explored this possibility carefully, I suspect that any attempt to do so leads to fruitless and endless regress” (1954, p. 30).

¹⁴ De maneira mais ampla, van den Bergh & Gowdy (2003) resenham uma série de debates e desenvolvimentos recentes em biologia evolucionária (especialmente sobre temas como seleção individual *vs* seleção de grupo e equilíbrios pontuados) que são relevantes para o entendimento da evolução econômica, sugerindo, entre outras coisas, que o comportamento agregado não pode ser explicado apenas com base em cálculos de otimização individual.

¹⁵ Estes autores sugerem denominar uma regra dessa natureza como *regra de Nash*, porque esta assume um comportamento racional com respeito à crenças e coordenação. Os agentes Nash são formadores de preços com capacidade de previsão perfeita, conhecendo no início do período todos os preços. Simonsen (1983; 1988), por sua vez, já havia observado que muito embora os agentes estejam em condições de conhecer o novo preço ótimo relativo ao equilíbrio de Nash após um choque monetário, podem estar incertos quanto aos demais jogadores virem a adotar a mesma estratégia. Em decorrência, segundo ele, os agentes podem vir a adotar estratégias *maxmin* que garantem ao menos a obtenção de um *payoff* mínimo na pior circunstância possível.

Em tal economia, o nível geral de preços P é a média geométrica dos preços praticados pelos agentes Nash,¹⁶ P_n , e o preço médio, P_b , estabelecido pelos agentes com racionalidade limitada, ou seja:

$$(1) \quad P = P_b^k P_n^{1-k},$$

onde

$$(2) \quad P_b = \frac{1}{k} \int_0^k P_{b,i} di$$

é obtido a partir dos preços fixados pelos agentes com racionalidade limitada, denotados por $P_{b,i}$ com $i \in [0, k]$, com base nas estimativas de baixo custo relativo¹⁷ e, portanto, não acuradas, do nível geral de preços.

Tomando como referência o modelo de determinação de preços de Blanchard & Kiyotaki (1987), sabemos que os preços relativos ótimos estabelecidos por cada tipo de agente podem ser expressos como segue:

$$(3-a) \quad P_n = \alpha P^a M^{1-a},$$

$$(3-b) \quad P_{b,i} = \alpha (\varepsilon_i P)^a M^{1-a} = \varepsilon_i^a P_n, \text{ para todo } i \in [0, k],$$

com $\alpha > 0$ e $0 < a < 1$. Tais preços dependem, como de praxe, do estoque nominal de moeda M , bem como do nível geral de preços *observado*, que é o próprio P para qualquer agente Nash e $\varepsilon_i P$ para o i -ésimo agente com racionalidade limitada. As constantes paramétricas ε_i representam, então, um ruído na observação do nível geral de preços por parte dos agentes que utilizam preditores com baixo custo relativo.

Suporemos que há uma distribuição contínua dos ruídos ε_i 's, mais precisamente:

$$(4) \quad \varepsilon_i = \frac{\delta}{k} i, \text{ para todo } i \in [0, k],$$

com $\delta > 1$, garantindo que há agentes com racionalidade limitada que superestimam o nível geral de preços, ou seja, que apresentam um $\varepsilon_i > 1$ para i suficientemente próximo de k .

A partir das premissas (2)-(4) podemos determinar os preços fixados pelos dois tipos de agentes. Introduzindo (1) em (3-a), obtemos:

$$(5) \quad P_n = (\alpha P_b^{ak} M^{1-a})^{1/[1-a(1-k)]}.$$

Introduzindo agora (4) em (3-b) e a função daí resultante em (2), obtemos:

$$(6) \quad P_b = \mu P_n,$$

onde $\mu \equiv \delta^a / (1+a) > 0$. Usando (5) e (6), obtemos o preço fixado pelos agentes Nash:

$$(7) \quad P_n = \mu^{ak/(1-a)} \alpha_0 M, \text{ com } \alpha_0 \equiv \alpha^{1/(1-a)}.$$

¹⁶ Que conhecem o verdadeiro valor de P .

¹⁷ Normalizado em zero.

Como destacam Droste, Hommes e Tuinstra (2002, p. 244), a estratégia de fixação de preços dos agentes Nash é algo como um equilíbrio de Nash em um jogo de estabelecimento de preços que é ‘contaminado’ com alguns agentes com racionalidade limitada.

Finalmente, substituindo (7) em (6) obtemos a escolha média dos agentes com racionalidade limitada:

$$(8) \quad P_b = \mu^{[1-a(1-k)]/(1-a)} \alpha_0 M .$$

Em suma, tanto os agentes Nash como os agentes com racionalidade limitada estabelecem seus preços como múltiplos do preço que seria fixado no equilíbrio de Nash simétrico do jogo de estabelecimento de preços com informação perfeita, $\alpha_0 M$.

Dadas a definição (2) e as regras de fixação de preços (7) e (8), o nível geral de preços é dado por:

$$(9) \quad P = \mu^{k/(1-a)} \alpha_0 M .$$

Note que o nível geral de preços é também um múltiplo do preço de equilíbrio de Nash. O fator de multiplicação depende da distribuição das estratégias de formação de preços na população de agentes. Caso a população fosse composta unicamente de agentes Nash ($k = 0$) o nível geral de preços seria o de equilíbrio de Nash. Quando há uma fração de agentes com racionalidade limitada ($k > 0$) só não haverá viés no processo de formação de preços (i.e. $P = \alpha_0 M$) se $\mu = 1$, possibilidade improvável (de medida nula). Daqui em diante assumiremos que há um viés no processo de formação de preços na presença de agentes com racionalidade limitada, ou seja, $\mu \neq 1$. Assim sendo, quanto maior a fração de agentes com racionalidade limitada maior será o desvio do nível geral de preços com relação ao valor de equilíbrio de Nash $\alpha_0 M$.¹⁸

Para análises posteriores é relevante destacarmos os seguintes resultados de estática comparativa:

$$(10-a) \quad \frac{\partial P}{\partial k} = \left(\frac{\ln \mu}{1-a} \right) \mu^{k/(1-a)} \alpha_0 M .$$

$$(10-b) \quad \frac{\partial P}{\partial M} = \mu^{k/(1-a)} \alpha_0 > 0 .$$

O sinal da primeira derivada é estritamente negativo (positivo) se $\mu < 1$ ($\mu > 1$). Considere o caso $\mu > 1$, tal que $\delta > (1+a)^{1/a}$, e, portanto, $P_b > P_n$, de maneira que os agentes com racionalidade limitada em média superestimam seus preços. Quando isto ocorre uma expansão da fração de agentes Nash (redução de k) diminui o nível geral de preços para uma dada realização monetária. Caso, porém, $\mu < 1$, tal que $P_b < P_n$, de forma que os agentes com racionalidade limitada em média subestimam seus preços, uma expansão da fração de agentes Nash (redução de k) eleva o nível geral de preços para uma dada realização monetária.

IV. Uma dinâmica evolucionária

¹⁸ Sendo um desvio para baixo se $\mu < 1$ e para cima se $\mu > 1$.

Ponti (2000) resenha a literatura que utiliza a estratégia de modelagem de dinâmicas evolucionárias via equações diferenciais ordinárias para descrever a maneira pela qual agentes limitadamente racionais ajustam seu comportamento em resposta a um ambiente em modificação. A resenha é estruturada em torno de três questões básicas. A primeira diz respeito a *onde* se dá o aprendizado, e o autor mostra que, nas dinâmicas evolucionárias em questão, o ambiente no qual os agentes tomam decisões e aprendem é modelado como um jogo infinitamente repetido, cujo conjunto de ações (comportamentos) possíveis é igual ao próprio conjunto de estratégias de cada etapa do jogo repetido. Ao responder a segunda questão, que diz respeito ao *que e de onde* se dá o aprendizado, Ponti interpreta as dinâmicas evolucionárias em tempo contínuo como modelos de aprendizagem, classificando-os em três grupos: modelos de aprendizagem individual, modelos de aprendizagem social e modelos de aprendizagem de crenças. No primeiro tipo, sucessos e falhas do agente influenciam diretamente suas escolhas de estratégias (como em dinâmicas *satisficing*). No segundo tipo de modelo, sucessos e falhas dos outros agentes afetam a probabilidade de escolhas de estratégias de cada agente (como em dinâmicas de imitação). Finalmente, no terceiro tipo de modelo, a experimentação afeta somente as crenças. Com relação à terceira questão, que se refere a *como* a memória afeta o aprendizado, Ponti destaca que os agentes não têm memória, de maneira que o processo de ajustamento é determinado exclusivamente pelo estado corrente do sistema. Como em Bonomo, Carrasco e Moreira (2003), formalizaremos os fluxos dos agentes entre diferentes estratégias como uma dinâmica de replicação em tempo contínuo (Weibull, 1995, cap. 3), uma subclasse das dinâmicas evolucionárias em tempo contínuo. Não tentaremos aqui derivá-la como um modelo de aprendizagem individual, social ou de crença, embora o princípio de seleção sobre o qual tal dinâmica se baseia reflita o resultado agregado de um processo de aprendizagem implícito.

Adotaremos a hipótese de que os agentes incorrem em uma perda quadrática ao não estabelecerem otimamente seus preços. Assim, usando (7) e (8), a perda média de um agente com racionalidade limitada pode ser expressa como segue:

$$(11) \quad L_b(k) \equiv -\beta(P_b - P_n)^2 = -\beta[(\mu - 1)\mu^{ak/(1-a)}\alpha_0 M]^2,$$

a qual pode ser tomada como o *payoff* esperado da estratégia representada por *não incorrer no custo de atualização do conjunto informacional*.

Por sua vez, os agentes Nash, por adotarem o preço ótimo P^* , não incorrem em perda por desviarem deste preço. Entretanto, para encontrarem o preço ótimo arcam com um custo de prever perfeitamente o nível geral de preços. Iremos supor que o custo de prever perfeitamente o nível geral de preços é crescente com o grau de dispersão dos preços com relação ao preço ótimo. Quanto maior a fração de agentes que usam preditores de baixo custo relativo maior este grau de dispersão. Formalmente, podemos captar este efeito supondo que o custo de prever perfeitamente o nível geral de preços é uma função continuamente diferenciável da fração de agentes com racionalidade limitada, $c(k)$, tal que $c(0) > 0$ e $c'(k) > 0$ para todo $k \in [0,1]$. Assim, a perda total dos agentes Nash, dado que eles incorrem em custos de informação não nulos, é dada por:

$$(12) \quad L_n(k) = -c(k),$$

em outros termos, este é o *payoff* esperado da estratégia representada por *incorrer no custo de atualização do conjunto informacional*.

Tomando (11) e (12) como os *payoffs* esperados das estratégias em questão, podemos então estabelecer a seguinte dinâmica de replicação:

$$(13) \quad \dot{k} = k\{L_b(k) - [kL_b(k) + (1-k)L_n(k)]\} = k(1-k)\psi(k).$$

onde $\psi(k) \equiv L_b(k) - L_n(k) = c(k) - \beta[(\mu - 1)\mu^{ak/(1-a)}\alpha_0 M]^2$ é o diferencial de perdas entre as estratégias. A expressão entre colchetes em (13) é a perda média da economia como um todo. Portanto, a fração de agentes com racionalidade limitada tende a se expandir se o módulo da perda média deste agentes for inferior ao módulo da perda média da economia. Visto de outra forma, a proporção de agentes com racionalidade limitada aumenta caso o módulo da perda esperada destes agentes seja menor do que o custo de adquirir a informação necessária para estabelecer o preço ótimo, isto é, se $\psi(k) > 0$.

Nesta dinâmica de replicação há dois equilíbrios de estratégia pura, a saber, $k = 0$ e $k = 1$. No equilíbrio caracterizado pela inexistência de agentes com racionalidade limitada ($k = 0$) o nível geral de preços, cf. eq. (9), é $P = \alpha_0 M$, ou seja, é o preço do equilíbrio de Nash simétrico do jogo de estabelecimento de preços com informação perfeita. Todavia, no equilíbrio de estratégia pura caracterizado pela extinção da estratégia representada por *incorrer no custo de atualização do conjunto informacional*, ($k = 1$), o nível geral de preços é $P = \mu^{1/(1-a)}\alpha_0 M$, diferente do preço estabelecido no equilíbrio de Nash para qualquer $\mu \neq 1$.

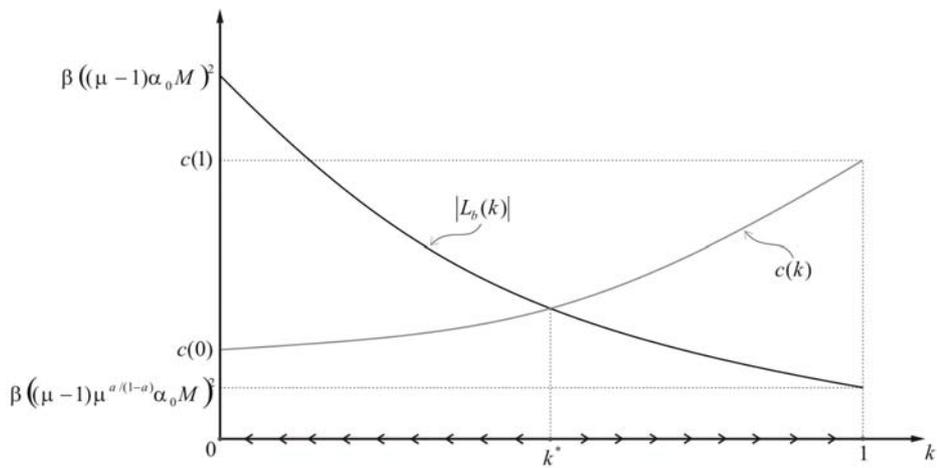
Considerando a dinâmica de replicação (13), um equilíbrio de estratégia mista, no qual existem simultaneamente agentes de ambos os tipos, é definido implicitamente pela seguinte condição:

$$(14) \quad \psi(k) = 0, \text{ ou seja, } c(k) = \beta[(\mu - 1)\mu^{ak/(1-a)}\alpha_0 M]^2.$$

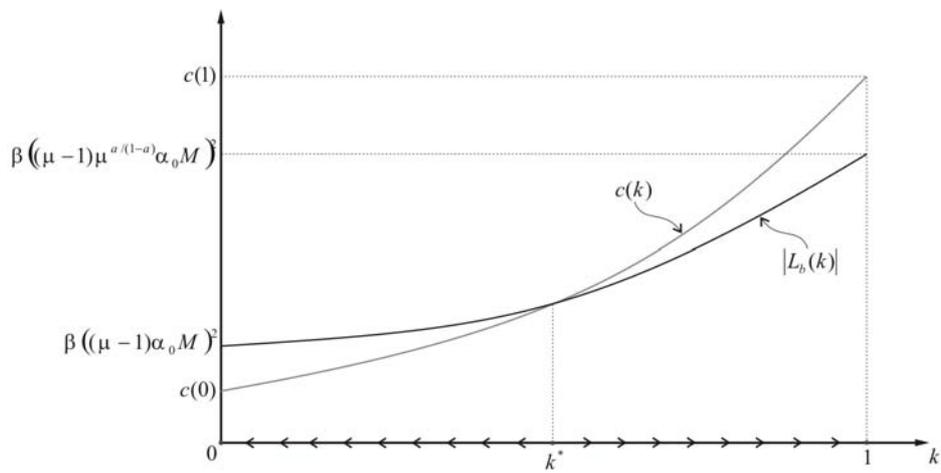
Como o custo de prever perfeitamente o preço ótimo é estritamente crescente com relação à fração de agentes com racionalidade limitada, o módulo da perda dos agentes Nash é estritamente crescente em k , cf. Figura 1. Já o módulo da perda dos agentes com racionalidade limitada cresce ou decresce com respeito à fração destes agentes na população a depender do tamanho da constante paramétrica μ , ou seja, a depender do viés no processo de formação de preços na presença de agentes com racionalidade limitada. Dado que $\mu > 0$ e, por hipótese, $\mu \neq 1$, se $\mu < 1$ segue que:

$$(15) \quad \frac{d|L_b(k)|}{dk} = 2\beta[(\mu - 1)\mu^{ak/(1-a)}\alpha_0 M]^2 \left(\frac{a \ln \mu}{1 - a} \right)$$

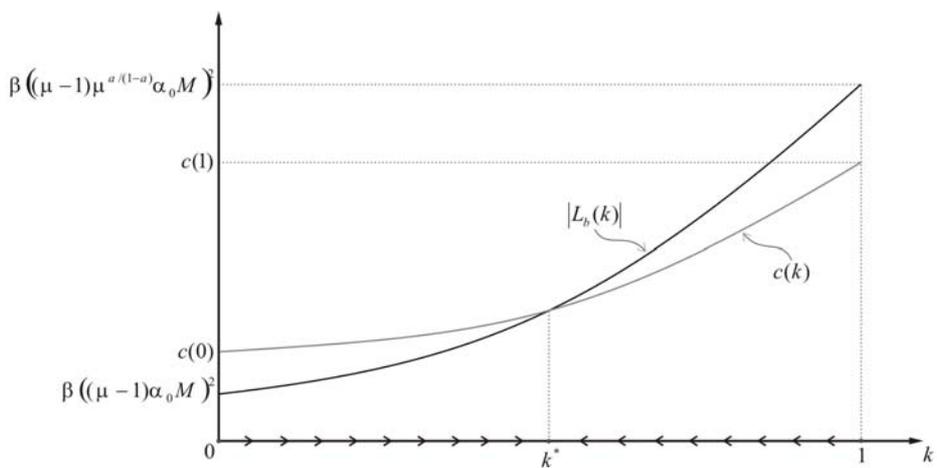
apresenta sinal negativo, ou seja, $|L_b(k)|$ é estritamente decrescente, cf. Figura 1-a. Caso $\mu > 1$, tal função torna-se estritamente crescente, cf. Figuras 1-b e 1-c. Portanto, se existir um k^* tal que $\psi(k^*) = 0$, este valor será único.



(a) $\mu < 1$



(b) $\mu > 1$ e $d|L_b(k^*)|/dk < c'(k^*)$



(c) $\mu > 1$ e $d|L_b(k^*)|/dk > c'(k^*)$

Figura 1. Equilíbrios Evolucionários

Descartemos o caso improvável (de medida nula) de tangência entre as funções custo de informação e perda média dos agentes com racionalidade limitada no equilíbrio de estratégia mista, assumindo que $c'(k^*) \neq d|L_b(k^*)|/dk$. Considerando as Figuras 1-a e 1-b, se $c'(k^*) > d|L_b(k^*)|/dk$, então as desigualdades $|L_n(0)| = c(0) < \beta[(\mu - 1)\alpha_0 M]^2 = |L_b(0)|$ e $|L_n(1)| = c(1) > \beta[(\mu - 1)\mu^{a/(1-a)}\alpha_0 M]^2 = |L_b(1)|$ em conjunto são uma condição suficiente para existência e unicidade de k^* . Analogamente, caso $c'(k^*) < d|L_b(k^*)|/dk$ (cf. Figura 1-c), as desigualdades $c(0) > |L_b(0)|$ e $c(1) < |L_b(1)|$ garantem a existência de um único k^* .

Tratemos agora da estabilidade dos equilíbrios evolucionários deduzidos anteriormente. Como $k(1-k) > 0$ para todo $k \in (0,1)$, o sinal do diferencial de perdas $\psi(k)$ determina o sinal da taxa de variação \dot{k} . Consideremos primeiramente os casos representados nas Figura 1-a e 1-b. Neles temos:

$$(16) \quad \psi'(k^*) = c'(k^*) - d|L_b(k^*)|/dk > 0.$$

Como $\psi(k^*) = 0$, segue que $\psi(k) < 0$ para todo $k \in (0, k^*)$ e $\psi(k) > 0$ para todo $k \in (k^*, 1)$. Logo, $\dot{k} < 0$ para todo $k \in (0, k^*)$ e $\dot{k} > 0$ para todo $k \in (k^*, 1)$. Portanto, os equilíbrios de estratégia pura $k = 0$ e $k = 1$ serão atratores e o equilíbrio de estratégia mista k^* um repulsor se $\mu < 1$ (cf. Figura 1-a) ou $\mu > 1$ e $c'(k^*) > d|L_b(k^*)|/dk$ (cf. Figura 1-b).

Analogamente, no caso representado na Figura 1-c temos:

$$(16-a) \quad \psi'(k^*) = c'(k^*) - d|L_b(k^*)|/dk < 0.$$

Como $\psi(k^*) = 0$, segue que $\psi(k) > 0$ para todo $k \in [0, k^*)$ e $\psi(k) < 0$ para todo $k \in (k^*, 1)$. Dessa forma, $\dot{k} > 0$ para todo $k \in (0, k^*)$ e $\dot{k} < 0$ para todo $k \in (k^*, 1)$. Os equilíbrios de estratégia pura $k = 0$ e $k = 1$ tornam-se, agora, repulsores e o equilíbrio de estratégia mista k^* passa a ser um atrator se $\mu > 1$ e $c'(k^*) < d|L_b(k^*)|/dk$ (cf. Figura 1-c).

Portanto, a natureza do viés de estimação dos preços por parte dos agentes dotados de racionalidade limitada desempenha um papel fundamental nas propriedades de estabilidade dinâmica do sistema. Caso $\mu < 1$, tal que $P_b < P_n$, de forma que os agentes com racionalidade limitada em média subestimam seus preços, os equilíbrios de estratégia pura, $k = 0$ e $k = 1$, serão atratores e o equilíbrio de estratégia mista, k^* , será um repulsor. Caso $\mu > 1$, tal que $P_b > P_n$, de maneira que os agentes com racionalidade limitada em média superestimam seus preços, as mesmas propriedades de estabilidade prevalecerão se $c'(k^*) > d|L_b(k^*)|/dk$. Caso esta última condição não seja satisfeita, a superestimação de preços por parte dos agentes de racionalidade limitada fará com que os equilíbrios de estratégia pura $k = 0$ e $k = 1$ tornem-se repulsores e o equilíbrio de estratégia mista k^* passe a ser um atrator.

IV. Implicações de política monetária

Variações no estoque nominal de moeda, ao alterarem a parametrização da dinâmica de replicação representada pela eq. (13), geram bifurcações, caracterizadas por mudanças no

número de equilíbrios e nas propriedades de estabilidade. Um estoque nominal de moeda alto (baixo) o suficiente para tornar o módulo da perda média das firmas com racionalidade limitada superior (inferior) ao custo de atualizar informação, para qualquer distribuição de estratégias no interior do espaço de estados, elimina a possibilidade de coexistência das estratégias, culminando na extinção do comportamento de racionalidade limitada (de Nash). Vale dizer, uma expansão (contração) suficientemente forte do estoque nominal de moeda elimina o equilíbrio de estratégia mista, tornando o equilíbrio de estratégia pura $k = 0$ ($k = 1$) assintoticamente estável para qualquer $k \in (0,1)$ e ainda transformando o outro equilíbrio de estratégia pura em um repulsor.

Em ambos os equilíbrios de estratégia pura o nível geral de preços, cf. eq. (9), é diretamente proporcional ao estoque nominal de moeda, ou seja, $P = \alpha_0 M$ quando $k = 0$ e $P = \mu^{1/(1-a)} \alpha_0 M$ quando $k = 1$. Em ambos os casos, portanto, a sensibilidade do nível geral de preços com respeito ao estoque nominal de moeda é unitária. É importante frisar, que mesmo quando houver somente firmas com racionalidade limitada, embora o nível geral de preços seja diferente do preço de equilíbrio de Nash, prevalecerá o ajustamento nominal completo.

Todavia, o mesmo não ocorre se a economia estiver no equilíbrio de estratégia mista. Para demonstrar isto, primeiramente temos que determinar o impacto de variações no estoque nominal de moeda¹⁹ sobre a distribuição de estratégias entre as firmas no equilíbrio em questão, a saber:²⁰

$$(17) \quad \frac{\partial k^*}{\partial M} = \frac{2\beta[(\mu-1)\mu^{ak^*/(1-a)}\alpha_0]^2 M}{c'(k^*) - 2\beta[(\mu-1)\mu^{ak^*/(1-a)}\alpha_0 M]^2 [a \ln \mu / (1-a)]} = \frac{2\beta[(\mu-1)\mu^{ak^*/(1-a)}\alpha_0]^2 M}{c'(k^*) - d|L_b(k^*)|/dk} < 0,$$

pois $c'(k^*) - d|L_b(k^*)|/dk < 0$. Isto pode ser visualizado na Figura 1-c. Uma elevação do estoque nominal de moeda, por exemplo, desloca para cima a curva do módulo da perda média das firmas com racionalidade limitada. A fração destas firmas que iguala o referido módulo da perda média com o custo de atualizar informação passa a ser, então, menor.

O impacto de variações do estoque nominal de moeda sobre o nível geral de preços no equilíbrio de estratégia mista, levando em consideração tanto o efeito direto, cf. (10), como o indireto, eq. (17), pode ser calculado a partir de (9) como segue:

$$(18) \quad \left. \frac{dP}{dM} \right|_{k=k^*} = \left. \frac{\partial P}{\partial M} \right|_{k=k^*} + \left. \frac{\partial P}{\partial k^*} \right|_{k=k^*} \frac{\partial k^*}{\partial M} = \mu^{k^*/(1-a)} \left[1 + \left(\frac{\alpha_0 M \ln \mu}{1-a} \right) \frac{\partial k^*}{\partial M} \right].$$

Substituindo (17) em (18) e usando a expressão daí resultante e a função (9), chegamos a seguinte expressão para a sensibilidade do nível geral de preços com relação ao estoque nominal de moeda no equilíbrio de estratégia mista:

$$(19) \quad \left. \frac{dP}{dM} \right|_{k=k^*} \frac{M}{P} = \frac{c'(k^*) + d|L_b(k^*)|/dk [(1-a)/a]}{c'(k^*) - d|L_b(k^*)|/dk} < 0,$$

¹⁹ Que respeitem as condições de existência $c(0) > |L_b(0)|$ e $c(1) < |L_b(1)|$, apresentadas na seção anterior.

²⁰ Este exercício de estática comparativa faz sentido se o equilíbrio em análise for estável, o que acontece, como já demonstrado, se $\mu > 1$ e $c'(k^*) - d|L_b(k^*)|/dk < 0$.

a qual apresenta tal sinal já que $c'(k^*) > 0$, $0 < a < 1$ e $c'(k^*) - d|L_b(k^*)|/dk < 0$. Em suma, uma variação do estoque nominal de moeda em um determinada direção leva, via impacto direto $\partial P/\partial M|_{k=k^*}$, a uma variação no mesmo sentido do nível geral de preços. Entretanto, como mostrado em (17), ocorre uma variação na direção oposta da fração de equilíbrio das firmas com racionalidade limitada. Esta mudança, por sua vez, gera um efeito indireto $\partial P/\partial k|_{k=k^*} \partial k^*/\partial M$ na direção contrária a variação do estoque nominal de moeda, efeito este que supera o efeito direto. O resultado final é uma variação do nível geral de preços no sentido inverso ao da mudança do estoque nominal de moeda.

Para tratarmos a velocidade de convergência nas vizinhanças dos três equilíbrios basta tomarmos a aproximação de Taylor de primeira ordem da dinâmica de replicação (13) em torno destes:

$$(20) \quad \dot{k} = \left(\frac{\partial \dot{k}}{\partial k} \Big|_{k=k_e} \right) (k - k_e),$$

onde $\partial \dot{k}/\partial k|_{k=k_e} = (1 - 2k_e)\psi(k_e) + k_e(1 - k_e)\psi'(k_e)$ e $k_e = 0, 1, k^*$.

Segue que as taxas de crescimento de k em torno dos equilíbrios de estratégia pura com extinção do comportamento de racionalidade limitada ($k_e = 0$) e do comportamento de Nash ($k_e = 1$) são aproximadamente:

$$(21) \quad \frac{\partial \dot{k}}{\partial k} \Big|_{k=0} = \psi(0) = c(0) - \beta[(\mu - 1)\alpha_0 M]^2 < 0; \text{ e}$$

$$(22) \quad \frac{\partial \dot{k}}{\partial k} \Big|_{k=1} = -\psi(1) = \beta[(\mu - 1)\mu^{a/(1-a)}\alpha_0 M]^2 - c(1) < 0.$$

Quando tais equilíbrios são atratores locais (cf. Figuras 1-a e 1-b), e o sistema encontra-se em suas bacias de atração, a convergência é acelerada, *ceteris paribus*, pela expansão do estoque nominal de moeda, que aumenta o diferencial de perdas a favor da estratégia sobrevivente.

Finalmente, no caso em que o equilíbrio de estratégia mista ($k_e = k^*$) é um atrator (cf. Figura 1-c), a taxa de crescimento de k na vizinhança deste equilíbrio é aproximadamente:

$$(23) \quad \frac{\partial \dot{k}}{\partial k} \Big|_{k=k^*} = k^*(1 - k^*)\psi'(k^*) = k^*(1 - k^*) \left\{ c'(k^*) - 2\beta[(\mu - 1)\mu^{ak^*/(1-a)}\alpha_0 M]^2 \left(\frac{a \ln \mu}{1 - a} \right) \right\}.$$

O impacto de mudanças no estoque nominal de moeda sobre esta taxa de crescimento é dado por:

$$(24) \quad \frac{\partial}{\partial M} \left(\frac{\partial \dot{k}}{\partial k} \Big|_{k=k^*} \right) = [(1 - 2k^*)\psi'(k^*) + k^*(1 - k^*)\psi''(k^*)] \frac{\partial k^*}{\partial M}.$$

Sabemos, por (17), que $\partial k^*/\partial M < 0$, logo o sinal de (24) depende da expressão entre colchetes. Como $\psi'(k^*) < 0$, se admitirmos que o módulo da perda das firmas com

racionalidade limitada cresce a uma taxa maior que o custo de atualizar informação, ou seja, $\psi''(k^*) < 0$, o impacto de uma variação do estoque nominal de moeda sobre a taxa de crescimento de k será positivo se o comportamento de racionalidade limitada não for preponderante ($k^* \leq 0,5$). Caso contrário ($k^* > 0,5$) tal impacto fica indeterminado.

V. Considerações finais

O presente artigo desenvolveu um modelo dinâmico baseado no arcabouço de jogos evolucionários com o intuito de proporcionar uma microfundamentação da rigidez de preço e do consequente ajustamento nominal incompleto. Além disso, foram derivadas e analisadas algumas implicações em nível de efetividade da política monetária desse ajustamento nominal incompleto microfundamentado a partir de princípios evolucionários.

Para tanto, utilizamos a dinâmica de replicação, que é baseada no princípio de seleção de que estratégias com desempenho acima da média têm sua utilização ampliada. Assumimos que a informação necessária para determinar o preço ótimo não está disponível livremente, ou seja, há um custo para adquirir tal informação. Em termos formais, utilizamos uma estratégia de modelagem baseada em equações diferenciais ordinárias e deduzimos resultados a partir da análise qualitativa do retrato de fase da dinâmica evolucionária e da linearização em torno dos equilíbrios. Cumpre esclarecer, porém, que o processo de escolha entre pagar ou não pagar o custo associado à otimização é ele próprio concebido no compasso deste artigo como sendo limitadamente racional e evolucionário, e não como sendo derivado de um cálculo preciso de otimização.

Em termos de estática comparativa, ou seja, para uma dada distribuição de estratégias de formação de preços que não é aquela correspondente ao equilíbrio evolucionário dinâmico, uma expansão monetária eleva o nível geral de preços. No caso de uma mudança nessa distribuição, seu efeito sobre o nível geral de preços depende da natureza do viés de estimação dos agentes com racionalidade limitada. Caso esses agentes em média superestimem seus preços, uma expansão da fração de agentes Nash diminui o nível geral de preços para uma dada realização monetária. Caso, porém, esses agentes de racionalidade limitada em média subestimem seus preços, uma expansão da fração de agentes Nash eleva o nível geral de preços para uma dada realização monetária.

Em termos da dinâmica de replicação, existem dois equilíbrios de estratégia pura, a saber, um caracterizado pela extinção dos agentes de racionalidade limitada, que não incorrem no custo de atualização do conjunto informacional, e outro pela extinção dos agentes Nash, que incorrem nesse custo. Além disso, existe um equilíbrio de estratégia mista, caracterizado pela sobrevivência de agentes de ambos os tipos. A natureza do viés de estimação dos preços por parte dos agentes dotados de racionalidade limitada desempenha um papel fundamental nas propriedades de estabilidade dinâmica do sistema. Caso os agentes com racionalidade limitada em média subestimem seus preços, os equilíbrios de estratégia pura serão atratores e o equilíbrio de estratégia mista será um repulsor. Caso os agentes com racionalidade limitada em média superestimem seus preços, as mesmas propriedades de estabilidade prevalecerão se for satisfeita certa condição em relação aos ganhos e custos do reajuste de preços. Caso esta condição não seja satisfeita, a superestimação de preços por parte dos agentes dotados de racionalidade limitada fará com que os equilíbrios de estratégia pura tornem-se repulsores e o equilíbrio de estratégia mista passe a ser um atrator.

Por seu turno, variações no estoque nominal de moeda, ao alterarem a parametrização da dinâmica de replicação, podem gerar bifurcações, marcadas por mudanças no número de equilíbrios e nas propriedades de estabilidade. Por exemplo, um estoque nominal de moeda alto (baixo) o suficiente para tornar o módulo da perda média das firmas com racionalidade limitada superior (inferior) ao custo de atualizar informação, para qualquer distribuição de estratégias, elimina a possibilidade de coexistência das estratégias, culminando na extinção do comportamento de racionalidade limitada (de Nash). Vale dizer, uma expansão (contração) suficientemente forte do estoque nominal de moeda elimina o equilíbrio de estratégia mista, tornando o equilíbrio de estratégia pura representado pela extinção dos agentes dotados de racionalidade limitada (Nash) assintoticamente estável e transformando o outro equilíbrio de estratégia pura em um repulsor.

Em ambos os equilíbrios dinâmicos de estratégia pura, por sua vez, o nível geral de preços é diretamente proporcional ao estoque nominal de moeda. Vale dizer, mesmo quando existem apenas firmas dotadas de racionalidade limitada, embora o nível geral de preços seja diferente do preço de equilíbrio de Nash simétrico, ocorre o ajustamento nominal completo. No equilíbrio dinâmico de estratégia mista, entretanto, uma expansão monetária provoca uma variação negativa no nível geral de preços e, com isso, gera uma variação positiva mais que proporcional no produto.

Por fim, analisamos a velocidade de convergência nas vizinhanças dos três equilíbrios. Quando os equilíbrios de estratégia pura são atratores locais e o sistema encontra-se em suas bacias de atração, a convergência é acelerada, *ceteris paribus*, pela expansão do estoque nominal de moeda, que aumenta o diferencial de perdas a favor da estratégia sobrevivente. No caso em que o equilíbrio de estratégia mista é um atrator, a taxa de convergência depende de condições em termos de ganhos e custos do reajuste de preços e da distribuição de estratégias no equilíbrio evolucionário.

Referências bibliográficas

- Akerlof, G. (2002) "Behavioral macroeconomics and macroeconomic behavior", *American Economic Review*, 92(3), June, pp. 411-433.
- Akerlof, G. & Yellen, J. (1985) "A near-racional model model of the business cycle, with wage and price inertia", *Quarterly Journal of Economics*, 100(5), pp. 823-38
- Barro, R. & Grossman, H. (1971) "A general disequilibrium model of income and employment", *American Economic Review*, 61(1), pp. 82-93.
- Benassi, J. P. (1975) "Neo-keynesian disequilibrium theory in a monetary economy", *Review of Economic Studies*, 42(4), pp. 503-23.
- Bergh, J.C.M. van den & Gowdy, J. M. (2003) "The microfoundations of macroeconomics: an evolutionary perspective", *Cambridge Journal of Economics*, vol. 27, January, pp. 65-84.
- Bils, M. & Klenow, P. (2004) "Some evidence on the importance of sticky prices", *Journal of Political Economy*, 112(5).
- Binmore, K. (1987) "Modeling rational players: Part I", *Economics and Philosophy*, 3, pp. 179-214.
- Binmore, K. (1988) "Modeling rational players: Part II", *Economics and Philosophy*, 4, pp. 9-55.

- Blanchard, O. & Kiyotaki, N. (1987) “Monopolistic competition and the effects of aggregate demand”, *American Economic Review*, 77(4), pp. 647-66.
- Bonomo, M., Carrasco, V. & Moreira, H. (2003) “Aprendizado evolucionário, inércia inflacionária e recessão em desinflações monetárias”, *Revista Brasileira de Economia*, 57(4), out/dez., pp. 663-681.
- Calvo, G. (1983) “Staggered prices in a utility maximizing framework”, *Journal of Monetary Economics*, 12, September, pp. 383-398.
- Caplin, A. & Spulber, D. (1987) “Menu costs and the neutrality of money”, *Quarterly Journal of Economics*, 102(4), 703-25.
- Carroll, C. (2006) “The epidemiology of macroeconomic expectations”, in L. Blume & S. Durlauf (eds) *The Economy as an Evolving Complex System, III*, Oxford: Oxford University Press.
- Conlisk, J. (1996) “Why bounded rationality?”, *Journal of Economic Literature*, Vol. XXXIV, June, pp. 669-700.
- Droste, E., Hommes, C. & Tuinstra, J. (2002) “Endogenous fluctuations under evolutionary pressure in Cournot competition”, *Games and Economic Behavior*, 40, pp. 232-69.
- Eichenbaum, M. & Fisher, J. (2004) “Evaluating the Calvo model of sticky prices”, NBER Working Paper 10617, June.
- Fischer, S. (1977) “Long-term contracts, rational expectations and the optimal money supply rule”, *Journal of Political Economy*, 85(1), pp. 191-205.
- Hayek, F. (1937) “Economics and knowledge”, in F. Hayek (ed.) *Individual and Economic Order*, London: Routledge, 1948.
- Knudsen, C. (1993) “Equilibrium, perfect rationality and the problem of self-reference in economics”, in U. Mäki, B. Gustafsson & C. Knudsen (eds) *Rationality, Institutions and Economic Methodology*, London: Routledge, pp. 133-170.
- Leijonhufvud, A. (1968) *On Keynesian economics and the economics of Keynes*, New York: Oxford University Press.
- Malinvaud, E. (1977) *The theory of unemployment reconsidered*, Oxford: Basil Blackwell.
- Mankiw, N. (1985) “Small menu costs and large business cycles”, *Quarterly Journal of Economics*, 10(2), pp. 529-38.
- Mankiw, N. & Reis, R. (2002) “Sticky information versus sticky prices: a proposal to replace the New Keynesian Phillips curve”, *Quarterly Journal of Economics*, 117(4), pp. 1295-1328.
- Marschak, J. (1954) “Toward an economic theory of organization and information”, in R.M. Thrall, C.H. Coombs & R.L. Davis (eds) *Decision Processes*, New York: Wiley.
- Morgenstern, O. (1935) “Perfect foresight and economic equilibrium”, in A. Schotter (ed.) *Selected Economic Writings of Oskar Morgenstern*, New York: New York University Press, pp. 169-83.
- Ponti, G. (2002) “Continuous-time evolutionary dynamics: theory and practice”, *Research in Economics*, 54, pp. 187-214.

- Roberts, J. (1995) “New Keynesian economics and the Phillips curve”, *Journal of Money, Credit and Banking*, 27, November, pp. 975-84.
- Rotemberg, J. (1982) “Sticky prices in the United States”, *Journal of Political Economy*, 90(6), pp. 1187-1211.
- Saint-Paul, G. (2005) “Some evolutionary foundations for price level rigidity”, *American Economic Review*, 95(3), June, pp. 765-779.
- Savage, L. (1954) *The foundations of statistics*, New York: Wiley.
- Simonsen, M. H. (1983) “Price stabilization and income policies: theory and the brazilian case study”, in R. Dornbusch & M. H. Simonsen (eds) *Inflation, Debt and Indexation*, Cambridge: MIT Press, pp. 205-241.
- Simonsen, M. H. (1988) “Rational expectations, game theory and inflationary inertia”, in P. Anderson, K. Arrow & D. Pines (eds) *The Economy as an Evolving Complex System, I*, New York: Addison-Wesley.
- Stigler, G. (1961) “The economics of information”, *Journal of Political Economy*, 69, pp. 213-25.
- Taylor, J. (1980) “Aggregate dynamics and staggered contracts”, *Journal of Political Economy*, 88(1), pp. 1-23.
- Taylor, J. (1999) “Staggered price and wage setting in macroeconomics”, in J. Taylor & M. Woodford (eds) *Handbook of Macroeconomics, Volume I*, New York: Elsevier Science, pp. 1009-1050.
- Walker, D. (ed.) (1986) *Money and markets: essays by Robert W. Clower*, Cambridge: Cambridge University Press.
- Weibull, J. W. (1995) *Evolutionary game theory*, Cambridge, MA: The MIT Press.
- Winter, S. (1975) “Optimization and evolution in the theory of the firm”, in R. H. Day & T. Groves (eds) *Adaptive Economic Models*, New York: Academic Press, pp. 73-118.
- Woodford, M. (2003) “Imperfect common knowledge and the effects of monetary policy”, in P. Aghion, R. Frydman, J. Stiglitz & M. Woodford (eds) *Knowledge, Information and Expectations in Modern Macroeconomics: Essays in Honor of Edmund Phelps*, Princeton: Princeton University Press, pp. 25-58.
- Zbaracki, M., Ritson, M., Levy, D., Dutta, S. & Bergen, M. (2004) “Managerial and customer costs of price adjustment: direct evidence from industrial markets”, *The Review of Economics and Statistics*, 86(2), May, pp. 514-533.