

**METRÓPOLE FRACTAL:  
UM MODELO COM AUTÔMATOS CELULARES PARA ANÁLISE DO ESPAÇO URBANO**

BERNARDO ALVES FURTADO

Doutorando em Economia

Centro de Desenvolvimento e Planejamento Regional – CEDEPLAR

Universidade Federal de Minas Gerais – UFMG

Professor Adjunto I

Faculdades Integradas Dr. Pedro Leopoldo

E-mail: [furtado@cedeplar.ufmg.br](mailto:furtado@cedeplar.ufmg.br)

RICARDO MACHADO RUIZ

Professor Adjunto

Faculdade de Ciências Econômicas – FACE

Centro de Desenvolvimento e Planejamento Regional – CEDEPLAR

Universidade Federal de Minas Gerais – UFMG

E-mail: [rmruiz@cedeplar.ufmg.br](mailto:rmruiz@cedeplar.ufmg.br)

---

Belo Horizonte, julho de 2006

---

**RESUMO:** O artigo estuda a organização espacial de uma área urbana marcada pela diversidade de agentes e pela existência de equipamentos urbanos variados. A referência teórica e instrumental para esse estudo é um modelo com celulares automatados – similar ao proposto por White & Engelen (1993) – no qual agentes detêm diferentes preferências de uso do solo, de renda e de vizinhança. A configuração emergente é similar a de uma região metropolitana pós-moderna: fragmentada, diferenciada e multipolarizada, como a apresentada por Soja (2000). Com esse estudo espera-se contribuir com o planejamento urbano e análises de política pública, assim como o fizeram Batty, Xie e Sun (1999; 2003) para o caso de Ann Arbor / Michigan e Bell e outros para Adelaide / Austrália (2000)

**Palavras-chave:** autômatos celulares, renda da terra, uso do solo, regiões metropolitanas.

**ABSTRACT:** This paper investigates the spatial organization of urban areas driven by a diversity of agents and a number of pieces of urban infra-structure. The key theoretical and instrumental reference for the paper is a cellular automata model – similar to the one proposed by White & Engelen (1993) – in which agents have different preferences towards land use, income and neighborhood. The emerging pattern is similar to that of a post-metropolitan region: fragmented, differentiated and multipolar such as the one described by Soja (2000). This work hopes to foster urban planning and public policies analyses, as Batty, Xie and Sun (1999; 2003) did for Ann Arbor / Michigan and Bell et. al. for Adelaide, Australia (2000).

**Keywords:** cellular automata, land rent, land use, metropolitan areas.

**Classificação / Classification JEL:** R12, R15

**ÁREA ANPEC:** ÁREA 9 – ECONOMIA REGIONAL E URBANA

## 1. INTRODUÇÃO

A cidade reflete a complexidade de abrigar em espaços monopolizados o bojo das relações sociais que a tornam o centro do poder, da festa e do excedente econômico (SINGER, 1982; MONTE-MÓR, 2006). A cidade é o resultado da disputa pelo mesmo espaço, inúmeras vezes valorizado mais por suas relações de proximidade e localização, do que por características intrínsecas do terreno *per si*, ou seja, suas dotações naturais. Essa predominância do socioeconômico é próprio dos espaços urbanos e dificulta a modelagem com técnicas tradicionais – as paramétricas (SHEPPARD, 1999) – uma vez que as dimensões sócio-econômicas são multidimensionais e desiguais. Essa diversidade é particularmente marcante em países periféricos, onde o “novo” convive com o “antigo”, onde os extremos da renda são espacialmente contíguos, onde o atrasado é funcional ao moderno (OLIVEIRA, 2003)...

Para lidar com tais disparidades e diversidades, a literatura aponta alternativas, tais como o *bottom-up approach*<sup>1</sup>. Nas questões urbanas em especial, BATTY (1998), CAPELLO (2002), TORRENS (2001), GLAESER (2005), PINES & THISSE (2001) consideram os celulares automata um instrumento muito promissor para lidar com interações locais e vizinhanças sociais, irreversibilidades espaciais, processos cumulativos e variedade de comportamentos e uso do espaço urbano. Numa abordagem *bottom-up* os agentes interagem localmente, com preferências e restrições orçamentárias diferenciadas e seguem regras de tomada de decisão que tem como horizonte informacional uma certa vizinhança sócio-espacial. Observa-se, então, a propriedade tipicamente emergente do sistema (BATTEN, 2000).

Na proposta desse artigo, a propriedade que se espera mimetizar é a configuração espacial do preço do solo urbano e a organização do uso do solo a ela associada. Ou seja, quais são os comportamentos e restrições que conduzem a ação individual de uma diversidade de agentes que constroem de forma independente e coletiva os espaços urbanos; em particular aqueles mais diversos, como o das regiões metropolitanas.

Além dessa introdução, o artigo conta com breve descrição do modelo original de White & Engelen, o modelo proposto, suas características e parâmetros. Em seguida, detalham-se os critérios que se busca atingir e os resultados empíricos referência, baseados na análise de *clusters* de renda, curvas de nível do preço do solo e análise econométrica espacial. Investiga-se então a verossimilhança dos resultados obtidos com o modelo. A seção final especula sobre futuras modificações no modelo que podem avançar na contribuição da análise metropolitana.

---

<sup>1</sup> Ver, por exemplo as abordagens, modelos e argumentos de BATTEN (2000), RAUCH (2002), ARTHUR (1994, 1999 e 2005), HOLLAND (1992a e 1992b), HOLLAND & MILLER (1991).

## 2. MODELANDO DIVERSIDADE EM ESPAÇOS URBANOS

### 2.1. O MODELO WHITE & ENGELEN (1993)<sup>2</sup>

O modelo proposto de White & Engelen (1993) busca retratar a evolução do uso do solo urbano e, para tanto, supõe uma alta resolução socioespacial na qual a interação principal é entre agentes em uma dada vizinhança. O modelo é análogo as tradicionais abordagens de localização espacial na qual vários “entrantes” escolhem localizar-se a cada rodada de acordo com o *status quo* no momento da entrada. As regras ou procedimentos baseiam-se no comportamento das células vizinhas e, embora simples, podem resultar em padrões espacialmente complexos. Contudo, diferentemente dos tradicionais modelos de localização, há irreversibilidades – *sunk costs*, diriam alguns –, diversidade de preferências e informação limitada quanto aos cenários futuros, em particular os locais.

No modelo existem vários usos do solo (vazio, residencial, industrial e comercial) e as células são convertidas de um uso para outro de acordo com regras de transformação (*op. cit.*). A taxa de crescimento (conversão) de células é determinada exogenamente e a vizinhança considerada é aquela constante de um raio de 6 células. A representação do comportamento dos agentes que determinam o uso do solo urbano é feita pela variável “transição potencial” e calculada da seguinte forma:

$$P_{ij} = S \left( 1 + \sum_{h,k,d} m_{kd} I_{hd} \right),$$

Onde  $P_{ij}$  é a transição potencial do estado “i” para o estado “j”;  $m_{kd}$  é o parâmetro de ponderação aplicado para as células no estado “k” numa distância “d”;  $h$  é o índice de células dentro de uma dada distância;  $I_{hd}$  igual a 1 se o estado da célula  $h = k$ ; caso contrário, igual a zero;  $S$  é um termo de perturbação estocástica. O termo de perturbação é dado por  $S = 1 + (-\ln R)^\alpha$ , onde  $R$  ( $0 < R < 1$ ) é uma variável randômica e uniforme; e  $\alpha$  é um parâmetro que permite controlar o tamanho da perturbação estocástica.

Como esse modelo extremamente simples, White & Engelen (1993) simulam o padrão de uso do solo. Outros autores, tais como BELL et. al. (2000), BEHERENS (2005) e PAGE (1999) seguem metodologia similar e desenvolvem modelos onde há uma maior diversidade comportamental e a irreversibilidade é condicionada por custos de realocização, por exemplo.

---

<sup>2</sup> Os autores agradecem a contribuição de Arlan Mendes Mesquita na elaboração desse item.

## 2.2. ADAPTANDO O MODELO...

O avanço que se pretende é incluir no modelo descrito a articulação das (a) preferências socioespaciais com (b) a renda fundiária urbana – preço do solo – e (c) a capacidade de pagamento de cada um dos usos. Essa articulação não está explicitada no modelo de White & Engelen (1993), no qual somente as preferências locacionais determinavam o uso do solo. Como resultado dessas modificações espera-se ter gradientes de valores de solo urbano, comparáveis a valores empiricamente obtidos.

Considerou-se como válido na construção do modelo o pressuposto segundo o qual forças centrípetas e centrífugas atuam na conformação do urbano. As forças de atração, como indicadas nos trabalhos de Christaller (1966) e Lösch (1963), revelam a ocupação do solo polarizada por centros hierarquicamente superiores e que oferecem produtos com áreas de mercado maiores (em termos econômicos: o grau de substituição dos produtos é baixo, não obstante os crescentes custos de transporte). Dada esse relativo monopólio da produção, estabelece-se uma tensão entre o preço da proximidade e a capacidade de pagamento (renda) dos agentes.

Por exemplo, para alguns agentes, a infra-estrutura tem um grau de substituição nulo, o que lhe impoem sérias restrições locacionais.<sup>3</sup> Essa característica pode não condicionar a escolha de outros agentes, mas como ambos compartilham o mesmo espaço, há uma interação que restringe as opções desse segundo grupo de agentes em função das decisões tomadas pelo primeiros. Essa interação é sequencialmente e temporalmente definida e marcada por irreversibilidades típicas da construção de espaços urbanos.

Além da tensão gerada pela proximidade, considerou-se ainda a possibilidade de emergência de periferias (locais afastados do centro, carentes de infra-estrutura) que apresentam o preço do solo menor e, portanto, mais adequado à capacidade de pagamento da população nos estratos inferiores de renda (FURTADO-a, 2006).

## 2.3. TIPOLOGIA DE AGENTES E PARAMETRIZAÇÃO

O modelo foi implementado no programa Netlogo 3.0.2 (WILENSKY, 1999) e consiste em um sistema *grid raster* (de dimensões 101 x 79<sup>4</sup>) no qual cada célula (quadrada) possui um uso potencial (U) e um preço (P) específicos. Há oito tipos de usos, cada um com sua matriz de preferências (tabela 1): vazio, residencial, residencial médio, residencial superior, serviço, indústria, grandes equipamentos, infra-estrutura e infra-estrutura superior.

---

<sup>3</sup> *When city enterprises transplant themselves into a city's own hinterland, they balance their needs to be close to their suppliers and customers against their conflicting aims of escaping the costs of city space and the congestion or other disadvantages of the city* (JACOBS, 1970, p. 97)

<sup>4</sup> E, portanto, com um total de 7.979 células individuais

A escolha dos agentes buscou representar os principais grupos de atores que agem no urbano. O uso residencial, por exemplo, demanda sua estratificação em três camadas de renda porque sua distribuição pelo território, bem como seu rol de alternativas, são distintas. O industrial se faz necessário porque é demandante de infra-estrutura e impacta negativamente a vizinhança por um lado, mas precisa de trabalhadores por outro. Grandes equipamentos e serviços atuam de forma similar, mas o público e a dimensão de cada um é diferente sendo este de escala local e aquele de escala regional. A proposta da infra-estrutura superior é que seja fixa (implementada em intervalos longos e impactante na organização territorial de longo prazo), a infra-estrutura (uso 5) reflete as necessidades médias da população que são implementadas na medida em que há demanda e recursos. Tipifica escolas ou postos de saúde, usualmente espalhados conforme a densidade populacional.

**Tabela 1: Matriz de Preferências Espaciais Utilizada na Modelagem**

Uso	Tipo/Valoração no $\Sigma$	residencial	serviços	indústria	infra. sup.	infra.	res. sup.	grandes equip.	res. Médio	valor aleatório	ponderação renda
1	residencial	3*	2*	-1*	1*	1*	1*	2**	1*	0 a 8	-0.8
2	serviços	2*	2*	1*	2**	2**	2*	0	2*	0 a 8	-0.2
3	indústria	0	1*	1*	3*	2*	0	0	0	0 a 8	0.1
4	infra-estrutura superior	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	infra-estrutura	3*	1*	1*	1*	1*	0	0	2*	0 a 8	0.2
6	residencial superior	1*	2*	-2*	1*	1*	3*	2***	1*	0 a 8	0.5
7	grandes equipamentos	2***	1***	1***	2***	2***	4***	2***	2***	0 a 8	1.1
8	residencial médio	1*	2*	-1*	1*	1*	1*	2**	2*	0 a 8	-0.4

Nota: \* raio de vizinhança = 2 células; \*\* raio de vizinhança = 3 células; \*\*\* raio de vizinhança = 4 células

Inicialmente, a cada célula é alocado um preço inicial ( $P_0$ ) aleatório (entre 0 e 7) e há uma configuração inicial (*seeds*) com 5 usos residenciais, 4 residencial superior, 2 células alocadas para serviços, 3 indústrias, duas para grandes equipamentos e 191 células com infra-estrutura – 53 das quais de qualidade superior, que são fixas no decorrer da simulação. Como será comentado, essa configuração inicial tem como referência o desenho urbano do caso que será explorado nesse estudo, Belo Horizonte (ver Figura 5).

A dinâmica do modelo é introduzida com a evolução temporal ( $t + 1$ ) na qual a cada período há uma transformação de uso vazio para novos usos num proporção fixa: um grande equipamento, duas indústrias, 2 células contendo infra-estrutura, 2 indústrias, 4 residências superiores, 8 unidades residenciais médias e 14 simples. Essa calibragem resulta de estudos preliminares que indicam a proporção do espaço urbano ocupado por essas 8 categorias de agentes (FURTADO, 2006-a e 2006-b).

A transformação de cada uso se dá pela maximização da utilidade prevista de acordo com suas preferências espaciais e o preço da célula vazia (Tabela 1). Ou seja, há uma valorização diferenciada da proximidade com vizinhos (positivo ou negativo) e preços do terreno, resultando em uma decisão de alocação. Formalmente, temos:

$$\max s_i = \left( \sum \psi \right)_v + \alpha p + \phi ,$$

$p = p_v + p_2$ , no qual temos:

$p_v$  = preço médio da vizinhança,

$p_2$  = preço exógeno,

Onde,  $s_i$  = cálculo do valor de transição potencial de acordo com a matriz de preferências de cada uso;  $(\sum \psi)_v$  = somatório do vetor de preferências, considerados diferentes graus de vizinhança;  $p$  = preço de cada célula, ponderado pela renda potencial de cada uso  $\alpha$ ;  $\phi$  = valores aleatórios para cada soma. O preço de cada célula, por sua vez, é calculado como a média dos preços da vizinhança, mais um preço próprio exógeno e aleatório (P2). Esse preço (P2) reflete tanto características intrínsecas do terreno quanto flutuações do mercado, já que pode ser ponderado com maior ou menor influência no preço (P).

### 3. UM ESTUDO ILUSTRATIVO

#### 3.1. O CASO REFERÊNCIA: REGIÃO METROPOLITANA DE BELO HORIZONTE

A calibragem do modelo foi considerada adequada quando atendeu aos seguintes requisitos: (a) a dinâmica da sua evolução acompanhou as guias impostas pelo “sistema viário” (infra-estrutura superior, uso 5); (b) apresentou a tendência de se conurbar com áreas próximas e, ao mesmo tempo, formar padrões de periferias, afastadas da centralidade principal; e (c) resultou em composições similares às observadas empiricamente (Figura 1).

Esses pressupostos decorrem de observações empíricas do caso de Belo Horizonte. Uma dessas observações ressalta a descontinuidade da organização urbana. Notou-se centros afastados que aos poucos são incorporados à malha urbana, que se espraia até a próxima periferia e assim sucessivamente. Um explicação para essa descontinuidade é a impossibilidade da camada da população com renda inferior de arcar com os custos urbanos, sua ocupação se dá exatamente onde não há serviços públicos e privados e, por causa disso, os preços ainda são compatíveis com sua renda (FURTADO, 2006a).

Por outro lado, a análise de *clusters*<sup>5</sup> feita para a Região Metropolitana de Belo Horizonte com dados de domicílios por setores censitários (Censo Demográfico, 2000) demonstra como a tendência segregacionista é forte (Figura 1, p.8). A análise da figura, de fato, confirma a aglomeração de domicílios com renda superior, *vis-à-vis* o restante, concentrada na região centro-sul de Belo Horizonte,

---

<sup>5</sup> Essa metodologia permite agregar indivíduos que possuem características similares. Nesse caso, buscou-se reunir setores censitários com faixas de renda homogêneas utilizando dez variáveis de níveis de renda (Sem rendimento; até meio salário-mínimo (SM); de meio a um SM; de um a dois; de dois a três, de três a cinco, de cinco a dez, de dez a quinze, de quinze a vinte e mais de vinte) de todos os setores de todas as áreas urbanas e/ou aglomerados de acordo com o IBGE e conurbados com Belo Horizonte. Para maiores detalhes acerca da metodologia veja Ball, G. H., and D. J. Hall. 1965. *A Novel Method of Data Analysis and Pattern Classification*. Menlo Park, California: Stanford Research Institute e Richards, J. A. 1986. *Remote Sensing Digital Image Analysis: An Introduction*. Berlin: Springer-Verlag.

transbordando para o município de Nova Lima; na região da Pampulha; nos núcleos urbanos de Betim e de Nova Lima e ainda em áreas espalhadas no município de Belo Horizonte.

Também fica explícito que centros urbanos (Santa Luzia, Sabará, Vespasiano, Ribeirão das Neves e até Ibirité) encontram-se em categoria média de renda, quando consideradas no conjunto do metrôpole, em especial, com desempenho melhor que seu entorno imediato. A análise da porcentagem de cada cluster de renda por município (Tabela 2) confirma que parte da elite da metrópole já migrou para o município de Nova Lima (18%), que 85 % da pobreza metropolitana, comparativamente, está fora de Belo Horizonte e se divide entre Ribeirão das Neves, Santa Luzia e os outros municípios limítrofes. Contagem se destaca por ter domicílios com renda média superior àqueles com baixa.

**Tabela 2 – Porcentagem de *clusters* de renda por municípios, RMBH (2000)**

Municípios	ALTA	MEDIA	BAIXA
Belo Horizonte	<b>0.80</b>	<b>0.57</b>	<b>0.15</b>
Betim	<b>0.02</b>	0.09	0.07
Contagem	0.00	0.19	<b>0.11</b>
Ibirité	0.00	0.01	0.08
Nova Lima	<b>0.18</b>	0.01	0.05
Ribeirão das Neves	0.00	0.01	<b>0.21</b>
Sabará	0.00	0.03	0.05
Santa Luzia	0.00	0.05	<b>0.24</b>
Vespasiano	0.00	0.03	0.04

Fonte: Elaboração própria com base no cartograma da Figura 1.

Ressalte-se ainda que as variações de preço do metro quadrado residencial para a cidade de Belo Horizonte acompanham fidedignamente a presença de domicílios com maior renda (Figuras 1 e 2, pp.8;10). As informações foram geradas com base em banco de dados contendo 496 imóveis residenciais com preço de venda<sup>6</sup>. A média foi georeferenciada de acordo com o centróide do bairro e serviu de referência para a geração das curvas de nível<sup>7</sup>.

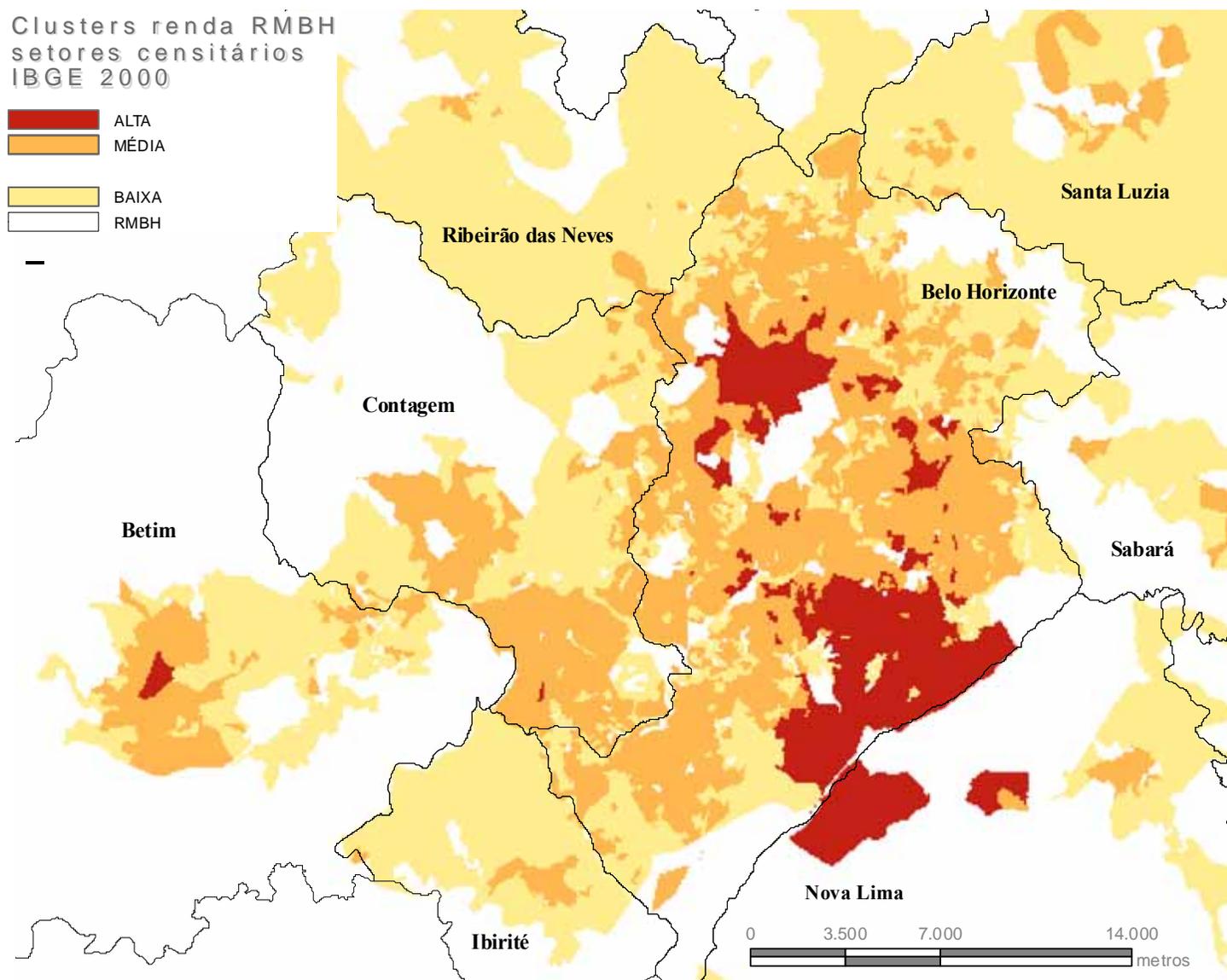
Note que as faixas de preço mais caras encontram-se ao sul da capital, exatamente na área interna à avenida do Contorno e na sua vertente sul<sup>8</sup>. Outros pontos com preços superiores podem ser observados a leste (ao longo da avenida-corredor Cristiano Machado) e na Pampulha. É digno de nota também a diferença de magnitude dos preços praticados na periferia da cidade e nas suas áreas mais nobres.

<sup>6</sup> Dados de outubro de 2005. Os autores agradecem a contribuição na coleta de dados de Cristiane Nobre Prudente, Leila Luiza Efigênio e Vladimir Augusto, acadêmicos do curso de Geografia com ênfase em Geoprocessamento da PUCMINAS (Contagem). A base de dados também serviu para a elaboração de uma análise econométrica espacial (FURTADO, 2006b).

<sup>7</sup> Método de interpolação de Kriging. Mapa de bairros populares fornecida pela Prefeitura de Belo Horizonte (PBH).

<sup>8</sup> A expansão da ocupação de alta renda na vertente sul de Belo Horizonte em direção a Nova Lima (figuras 1 e 2) suscitou a elaboração de livro por equipe multidisciplinar da UFMG e PUCMinas (veja COSTA, Heloisa Soares de Moura; COSTA, Geraldo Magela; MENDONÇA, Jupira Gomes; MONTE-MÓR, Roberto Luís de Melo. Novas periferias metropolitanas: a expansão metropolitana em Belo Horizonte: dinâmica e especificidades no Eixo Sul. Belo Horizonte: C/Arte, 2006. 467 p. Coleção Estado da Arte).

Figura 1 – Cartograma para *Clusters* de Renda para Belo Horizonte (2000)



Fonte: Elaboração própria a partir de dados do IBGE, 2000.

A correlação entre a renda do domicílio com os preços dos imóveis está explicitada em Furtado (2006b). Em um modelo no qual se fez a regressão do logaritmo dos preços em relação à uma matriz de características dos imóveis e um índice de renda dos domicílios, todos foram significativos a 1%. Esse exemplo demonstra que os preços dos imóveis dependem, como descreve a literatura de preços hedônicos<sup>9</sup>, de duas matrizes: a de características do imóvel e, em especial, da sua localização.

**Tabela 3 – Caracterização da amostra do modelo principal.**

	MÉDIA	DESVIO-PADRÃO	MÁXIMO	MÍNIMO
Índice ACP	3.14	0.96	4	1
Preço (R\$)	184 024	161 139	1 200 000	30 000
Área (m <sup>2</sup> )	120.88	57.69	450	40
Idade (anos)	14.31	10.05	50	1
Valor IPTU mensal	88.10	73.76	400	12.76
Valor Condomínio mensal	299.08	242.66	1 500	25
Número de vagas garagem	1.75	0.95	6	0

Fonte: FURTADO, 2006-b.

**Tabela 4: Lnpreco**

Inidade	-0.103	(7.52)**
lncond	0.262	(10.53)**
lniptu	0.123	(5.02)**
lnarea	0.655	(15.68)**
Vagas	0.129	(7.81)**
Índice ACP <sup>10</sup>	0.900	(10.78)**
Constante	6.302	(46.70)**
Observações	487	
R-squared	0.91	

Valores absolutos de t em parênteses; \* significativa a 5%; \*\* significativa a 1%

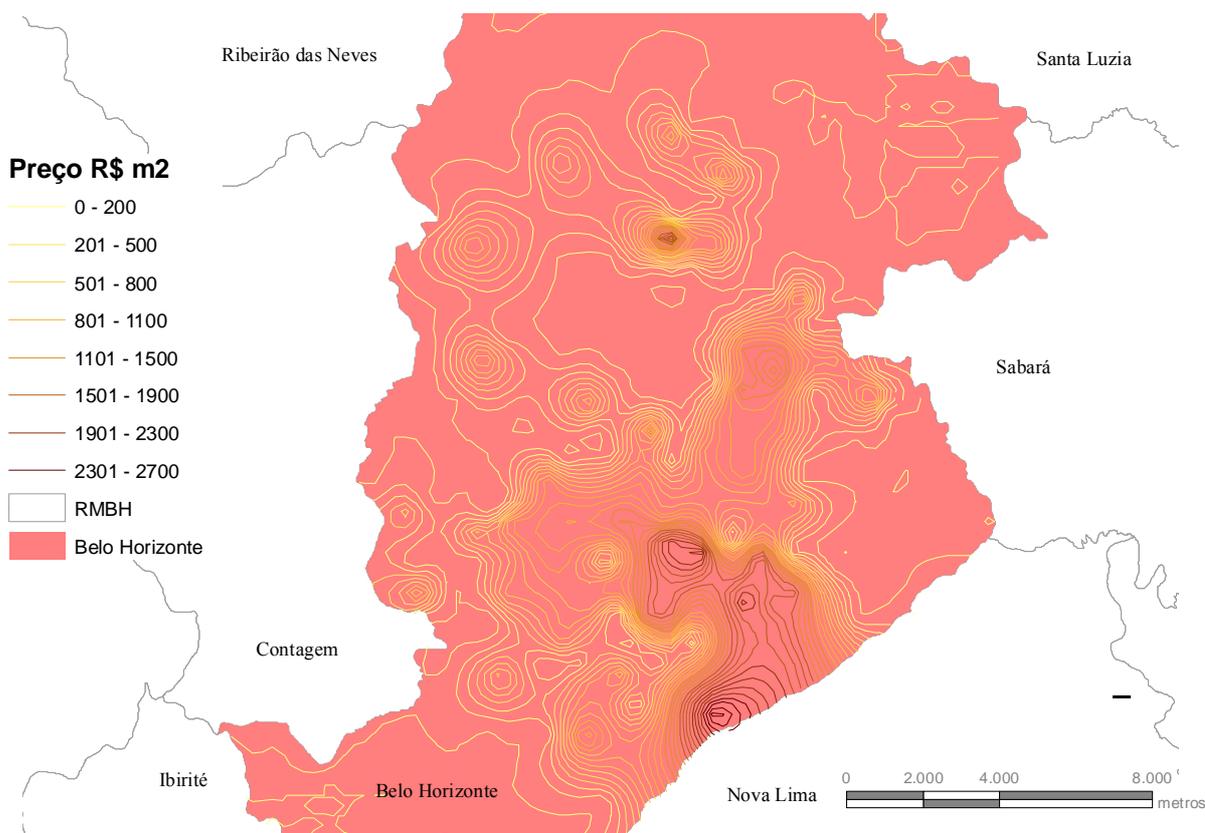
No exercício feito, notou-se que, a princípio, a dependência espacial era extremamente alta. Isso levou o autor a adotar o modelo de econometria espacial proposto por Anselin (1999, 2005). No entanto, a inserção do índice de componentes principais, que representa fortemente a relação de vizinhança, torna o modelo econométrico espacial desnecessário (a variável espacial perde significância). Um outro modelo descrito pelo autor, no qual uma informação de vizinhança menos descritiva era utilizada<sup>11</sup> voltava a indicar a necessidade do modelo espacial. Ou seja, sempre que a vizinhança estiver bem discriminada o modelo espacial é desnecessário.

<sup>9</sup> Veja, por exemplo para o caso brasileiro, NETO, Eduardo. **Estimação Do Preço Hedônico: Uma Aplicação Para O Mercado Imobiliário Da Cidade do Rio De Janeiro**, (dissertação de mestrado) EGFV, Rio de Janeiro, dezembro de 2002.

<sup>10</sup> O índice foi construído utilizando-se as informações em valores absolutos do número de domicílios em cada faixa de renda. O resultado foi plotado no mapa da cidade, e a média padronizada foi calculada para cada bairro. O valor foi inserido na regressão para cada bairro e resultou no Índice ACP. Outra análise, quantílica (mimeo), revelou que quanto maior o preço do imóvel, maior o parâmetro do índice ACP, sempre significativo.

<sup>11</sup> Uma classificação de bairros por renda em índices de 1 a 4 (popular, médio, alto e luxo) proposto pelo IPEAD.

**Figura 2 – Preço do Metro Quadrado Residencial para Belo Horizonte (2000)**



Fonte: Elaboração própria a partir de dados coletados em imobiliárias de Belo Horizonte.

A alternativa utilizada para mensurar as relações espaciais para Belo Horizonte e para o modelo estão explicitadas a seguir.

O conceito essencial na compreensão da análise espacial é o de *dependência espacial*. Esse conceito explica o que é comumente chamado de *primeira Lei da Geografia de Tobler*, segundo a qual: “*todas as coisas são parecidas, mas coisas mais próximas se parecem mais que coisas mais distantes...*” (CÂMARA, 2004, p. 11). A *autocorrelação espacial*, por sua vez, é a expressão que mensura essa dependência espacial. O primeiro indicativo dessa presença é o índice de *Morans’ I* que, formalmente é:

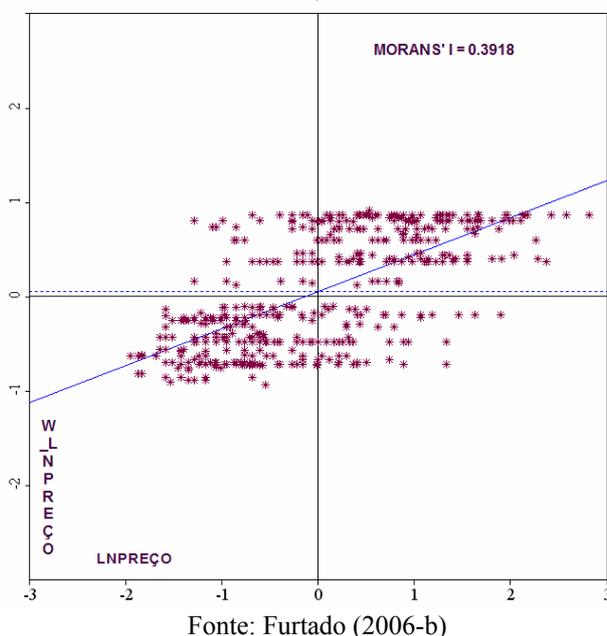
$$I = \frac{\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n w_{ij} (x_i - \bar{x})(x_j - \bar{x})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

Onde,  $W_{ij}$  é a matriz de pesos que traz a consideração espacial para a fórmula,  $n$  é o número de variáveis,  $x_i$  é a variável de interesse.

São várias as possíveis matrizes de pesos. No caso desse artigo, a matriz escolhida foi a de *k-nearest neighbours* com os 20 vizinhos mais próximos. Essa escolha se deveu ao arranjo das informações de imóveis coletadas. Ressalte-se que embora a estatística de Moran's I seja adequada para indicar a presença de autocorrelação espacial, ela não explicita de que forma ocorre (ANSELIN, 2005, p.197)<sup>12</sup>.

A estatística de Moran feita para o caso acima, com 490 observações é igual a 0,3918 (figura 3) o que indica forte correlação com as observações concentradas no segundo (alto-alto) e quarto (baixo-baixo) quadrantes<sup>13</sup>. Ademais, a análise de (pseudo)-significância, por meio do processo de permutações (9999), mostrou que a estatística é altamente significativa ( $p = 0.0001$ ), com média de 0,0151 e desvio-padrão de 0,0076. O método de “*envelopes*” (ANSELIN, 2005) também garantiu o resultado esperado.

**Figura 3 – Estimador de Morans' I**



### 3.2. RESULTADOS DA SIMULAÇÃO

Como foi dito, no intuito de verificar a mimetização da realidade urbana, tanto do ponto de vista da organização espacial do uso e do preço da terra, estão representadas as diversas fases de organização do espaço urbano artificial desenhado pelo modelo, bem como sua análise. Para alguns períodos ( $t = 0, 10, 40, 241$ ) serão apresentados os seguintes resultados: (a) o índice de Moran's I, (b) o cartograma de usos indicados e (c) o cartograma que retrata os valores do preço do solo na área modelada. O cartograma

<sup>12</sup> Os cálculos foram feitos no GeoDa 0.9.5i, elaborado por Anselin, Luc. University of Illinois, 2004. Veja também Anselin (2005).

<sup>13</sup> A estatística tem valor esperado igual a  $-[1/(n-1)]$ . Nesse caso, como temos  $n = 490$ , o valor esperado, se não houvesse correlação espacial dos dados, seria de  $-0,0020$ .

de usos e de preços do solo foi elaborado por meio de interpolação tipo *inverse distance weighted* (IDW)<sup>14</sup>.

Note que quando  $t = 0$  o índice de Moran's I é praticamente igual a 0 (figura 4, p.14), o que indica que não há autocorrelação espacial e os preços de cada célula são aleatórios (Figura 5, p. 15). A configuração inicial de usos segue a descrita acima. Note que há uma região central localizada a sul com infra-estrutura (uso 4), uma linha horizontal que pode ser interpretada como um eixo de expansão a oeste com infra-estrutura superior (uso 5).

A avaliação do modelo apenas 10 tempos depois ( $t = 10$ ) já reflete alguns dos objetivos almejados para o modelo. Há o surgimento de três núcleos de ocupação residencial (Figura 7, p.16), algumas indústrias localizadas ao longo do eixo com infra-estrutura superior e um núcleo residencial médio a sul. Ressalte-se, em especial, que, embora grandes partes da área modelada estejam vazias (7.143 células, ou cerca de 90%), o preço do solo já se apresenta com alguma ordenação. Formalmente, isso significa dizer que já há autocorrelação espacial expressa pelo índice de Moran's I = 0.0843<sup>15</sup>. Visualmente, note que as regiões vizinhas aos eixos contendo infra-estrutura já apresentam preços mais uniformes. As “periferias” dos “bairros” já apresentam preços compatíveis com o uso, ou seja, a vizinhança de células com uso residencial médio é mais cara do que a vizinhança de células com uso residencial.

Alguns locais isolados, provavelmente por causa de suas características intrínsecas (preço aleatório P2), apresentam preços altos (Figura 7) e as regiões com ocupação popular (uso residencial) apresentam preços menores e nenhuma infra-estrutura, serviços ou indústrias.

Em  $t = 40$ , já se tem a estrutura espacial dos preços bastante delineada com índice de Moran's I em 0.3704 (figura 8, p. 14), indicativo de alta autocorrelação espacial (veja Figura 3, p. 11, para exemplo de Belo Horizonte). As “melhores” regiões, aquelas providas de infra-estrutura, grandes equipamentos, “boa” vizinhança e serviços, já apresenta preços incompatíveis com a capacidade de pagamento da classe popular (uso residencial) (Figura 9, p. 17). Aliás, é interessante notar que, por serem mais caras, regiões que contêm infra-estrutura tem ocupação mais demorada que regiões desprovidas delas, exatamente por causa do seu preço. Esse é um fato estilizado nas metrópoles contemporâneas e objeto de discussão entre sociólogos, urbanistas, arquitetos e geógrafos há tempos<sup>16</sup>.

No modelagem realizada no tempo final  $t = 241$  é quando ocorre o completo preenchimento dos espaços (Figura 11, p. 18). Nesse caso, como temos informação a respeito de todos os agentes, todos os preços estão atualizados e não há mais “lotes vagos” no modelo, a autocorrelação é perfeita com índice de

<sup>14</sup> Para maiores detalhes, veja: Philip, G.M., and D.F. Watson. A Precise Method for Determining Contoured Surfaces. Australian Petroleum Exploration Association Journal 22: 205-212. 1982 e Watson, D.F., and G.M. Philip. A Refinement of Inverse Distance Weighted Interpolation. Geoprocessing, 2:315-327. 1985.

<sup>15</sup> A estatística de Moran tem valor esperado igual a  $-[1/(n-1)]$ . Nesse caso, como temos  $n = 7979$ , o valor esperado é de 0,0001253.

<sup>16</sup> Para maiores detalhes veja a bibliografia citada em Furtado (2006a).

Moran's I de 0.9963 (figura 10, p. 14). Isso nunca ocorreria nas metrópoles porque há sempre espaços vazios, nem todos os agentes detêm precisamente o preço dos imóveis e nem todos estão à venda. De qualquer forma, a composição dos preços do solo é perfeitamente compatível com o caso das metrópoles em geral, e da Região Metropolitana de Belo Horizonte, em particular.

Ressalte-se que a composição, embora resultado da interação emergente de cada agente atuando localmente, é fragmentada, mas segue as propriedades descritas teoricamente. Constitui-se de forma que o acesso a locais com melhor qualidade urbana é restritivo. Ao mesmo tempo que segrega as vizinhanças. De fato, a análise visual da figura 11, indica que a camada residencial média atua como *buffer* entre o residencial (popular) e o residencial superior. Ou seja, apenas de forma aleatória (as favelas), há a possibilidade dos usos com menor capacidade de pagamento (renda) usufruírem coletivamente do espaço urbano. Ou dessa forma, ou se a ocupação se deu em momentos anteriores, quando a infra-estrutura e as amenidades urbanas ainda não estavam implementadas<sup>17</sup>. Nesse sentido, a irreversibilidade do urbano atua favoravelmente na oferta de acesso. Daí, a importância de entender as nuances do processo.

#### 4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O sucesso da confecção desse modelo permite vislumbrar dois desdobramentos: a análise econômica do espaço urbano e a dinâmica da readequação do espaço a novos usos.

No primeiro caso, já que se estabeleceu operacionalmente que as características de vizinhança determinam o gradiente de preços do solo urbano, pode-se investigar na seqüência se a separação do processo de arrecadação/geração de recursos econômicos (fisicamente institucionalizada no município, como ente federado) e a oferta de serviços proporcionada por essa arrecadação são compatíveis. Em outras palavras, quer se discutir se o cidadão que trabalha em um município (e, portanto, gera renda nele) tem ou não capacidade financeira para arcar com o custo do solo urbano naquele município e deve migrar para outro, carente de recursos<sup>18</sup>.

A segunda alternativa promissora é o redesenho do modelo de forma a analisar incluir a readequação do uso do solo e, conseqüentemente, a expulsão de um uso por outro (com maior renda), bem como a permanência de vazios urbanos, com infra-estrutura disponível, mas que aguarda uso com capacidade de arcar com os custos da sua utilização, enquanto a cidade se espria (e gasta recursos) em direção a locais sem infra-estrutura (mas, com preços do solo compatíveis).

---

<sup>17</sup> Note que os valores médios do solo, de acordo com as legendas das figuras 11, 9, 7 e 5, sobem paulatinamente. Esse fato se deve ao P2 exógeno que reflete as características do imóvel. Quando P2 é fixado em 0, ou seja, a cidade está estagnada, do ponto de vista econômico, essa inflação dos preços do solo não ocorre.

<sup>18</sup> Essa vertente de análise teórica foi iniciada por Tiebout (C. M. Tiebout, A pure theory of local expenditures, **Journal of Political Economy**, 64,416-424, 1956), mas teve vários outros desdobramentos na literatura da Economia Urbana (HOYT, William H. Household Location and Tiebout: Do Families Sort According to Preferences for Locational Amenities? **Journal of Urban Economics**, 42, 159-178, 1997.)

Figura 4 – índice de Moran's I = 0.0005,  
t = 0

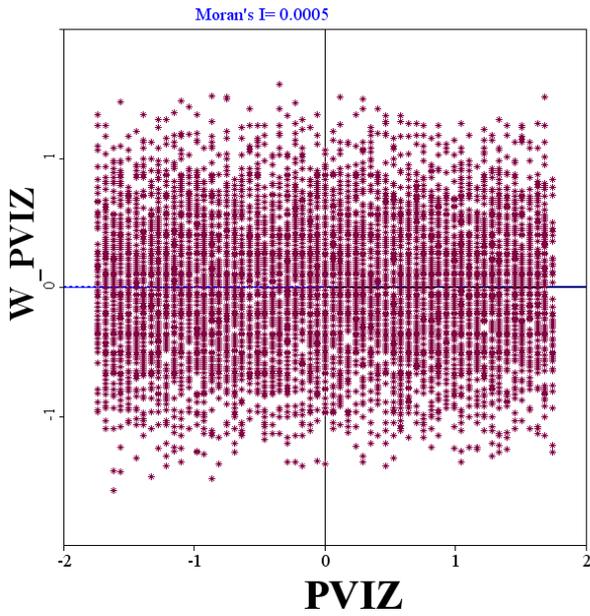


Figura 6 – índice de Moran's I = 0.0843,  
t = 10

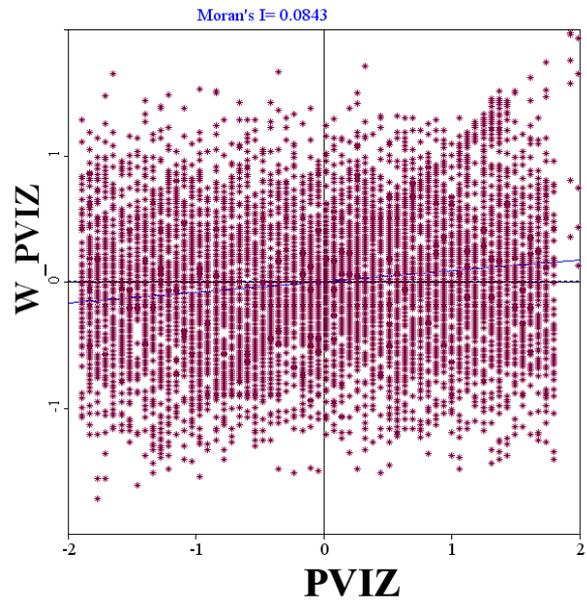


Figura 8 - Índice de Moran's I = 0.3704,  
t = 40

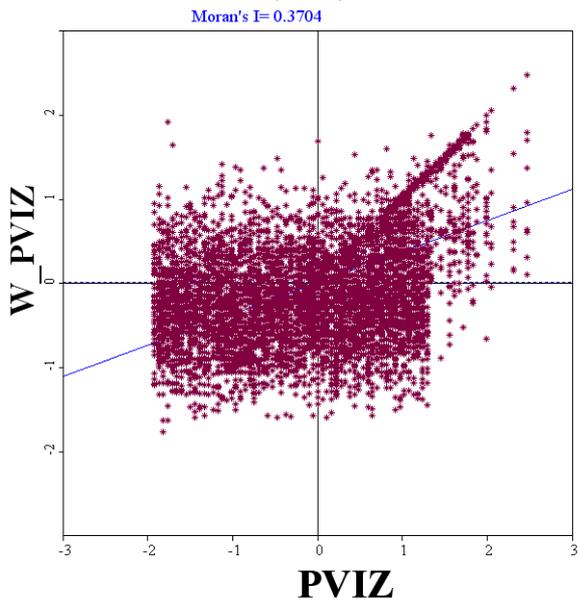


Figura 10 – índice de Moran's I = 0.9963,  
t = 241

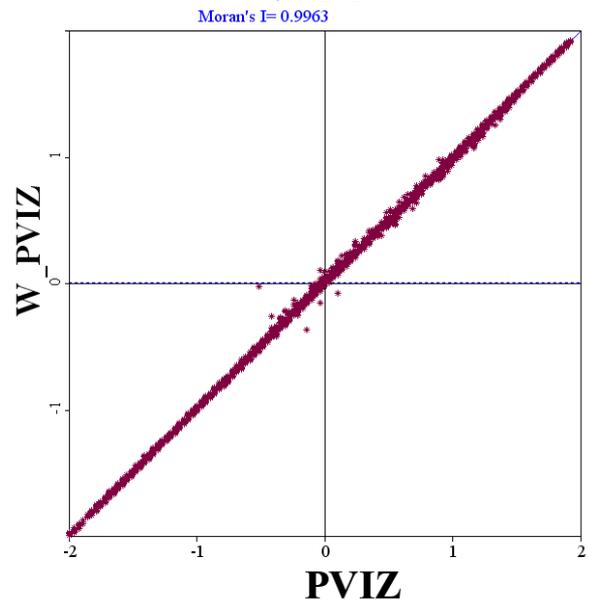


Figura 5 – Usos em  $t = 0$  e Preços do Solo.

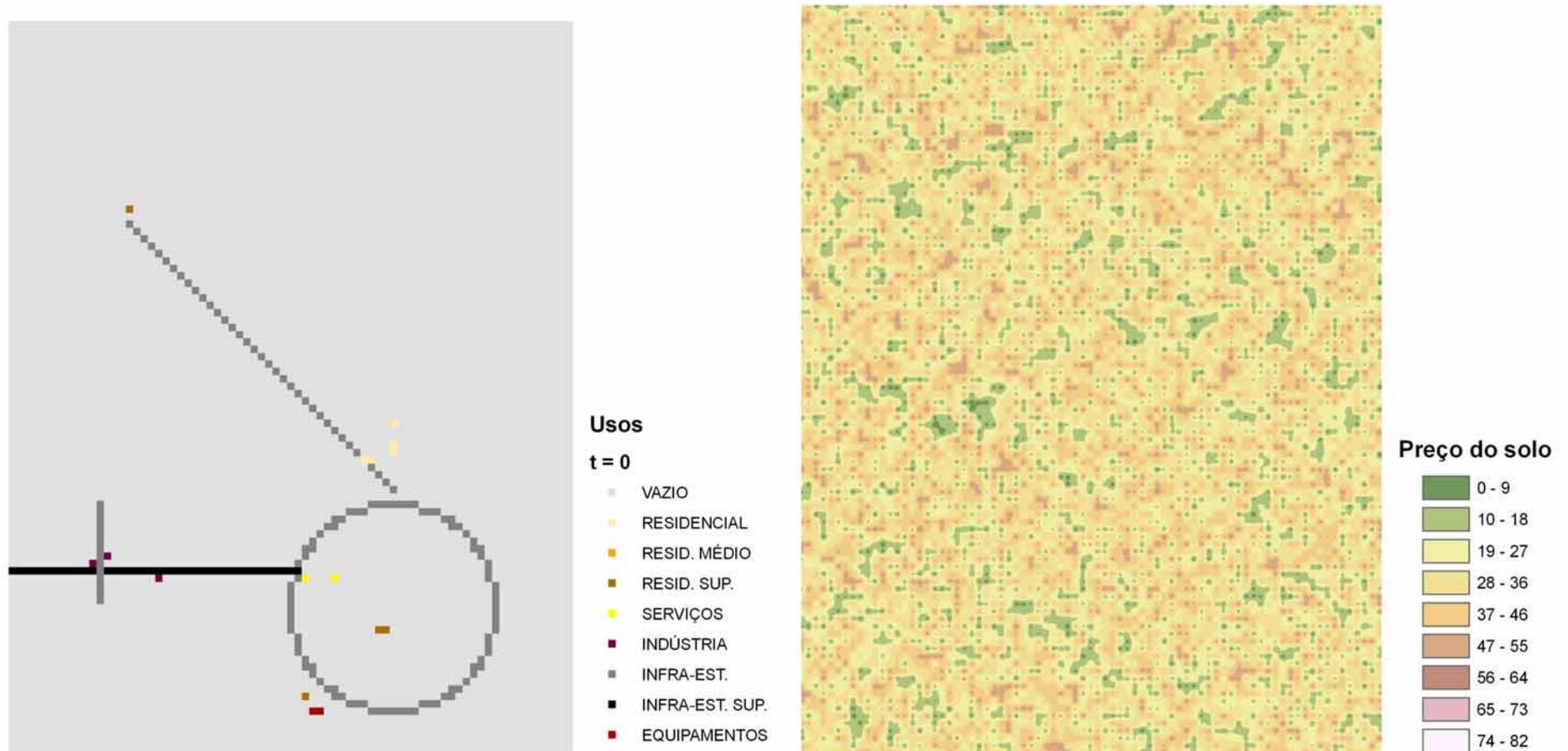


Figura 7 – Usos em t = 10 e Preços do Solo.

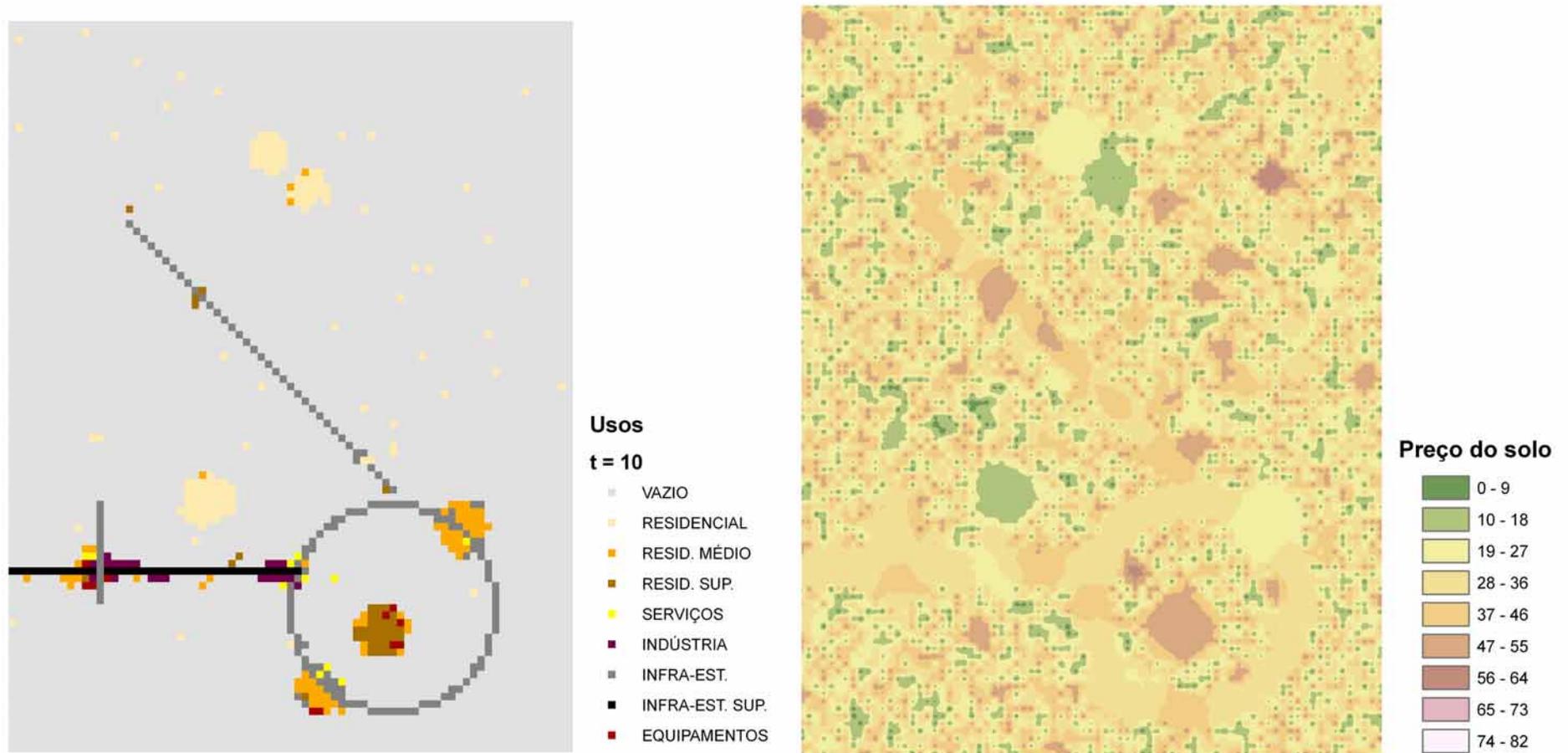


Figura 9 – Usos em t = 40 e Preços do Solo.

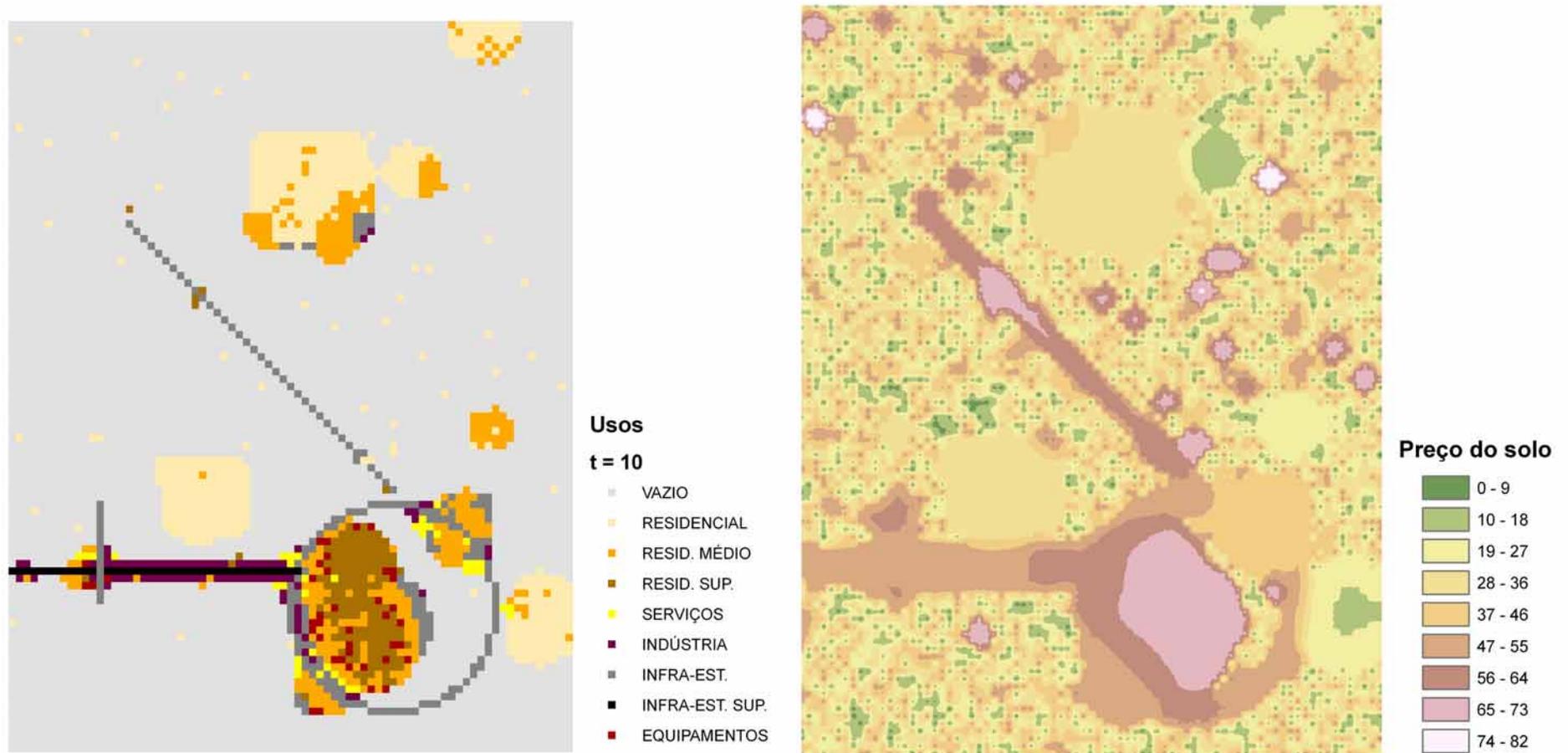
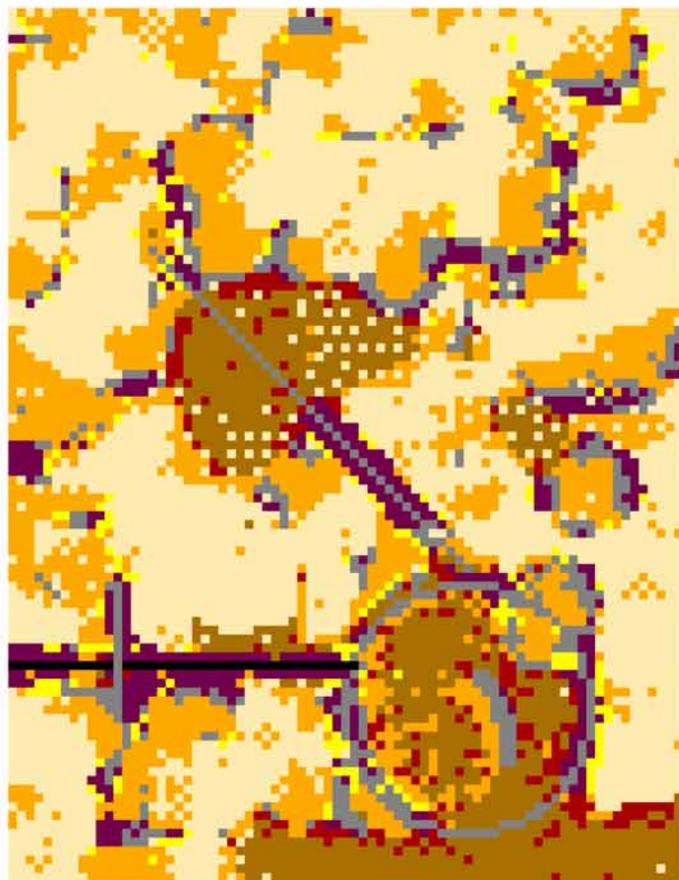
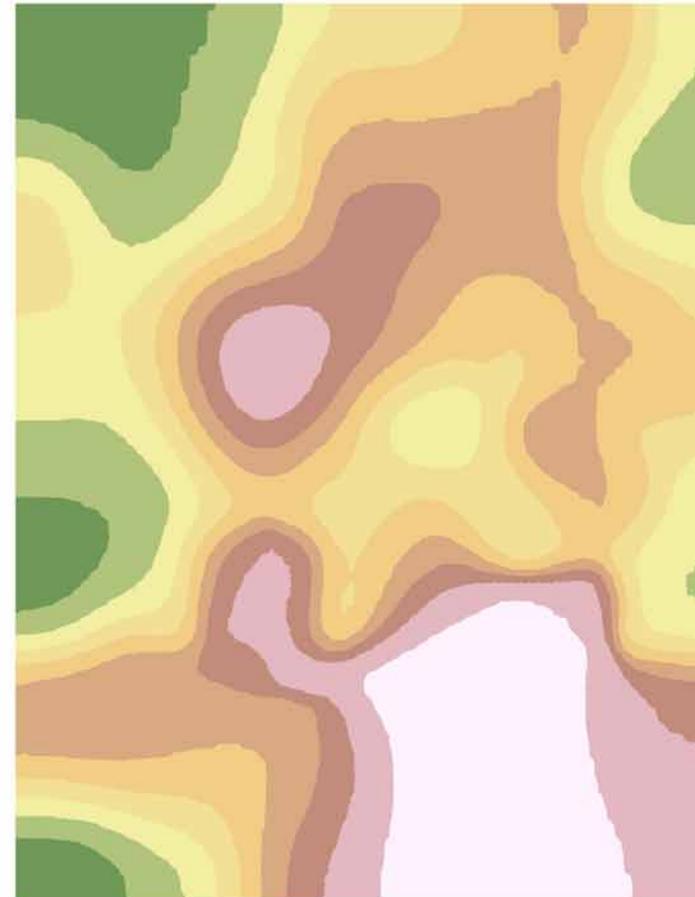


Figura 11 – Usos em t = 241 e Preços do Solo.



- Usos**  
**t = 241**
- VAZIO
  - RESIDENCIAL
  - RESID. MÉDIO
  - RESID. SUP.
  - SERVIÇOS
  - INDÚSTRIA
  - INFRA-EST.
  - INFRA-EST. SUP.
  - EQUIPAMENTOS



- Preço do solo**
- 72 - 85
  - 86 - 97
  - 98 - 110
  - 111 - 123
  - 124 - 135
  - 136 - 148
  - 149 - 161
  - 162 - 173
  - 174 - 186

## REFERÊNCIAS

1. ALMEIDA, Eduardo Simões. **Curso de Econometria Espacial Aplicada**, ESALQP-USP, Piracicaba, 2004.
2. ANSELIN, Luc. **Exploring Spatial Data with GeoDaTM** : A Workbook. Spatial Analysis Laboratory, Department of Geography, University of Illinois, Urbana-Champaign, Center for Spatially Integrated Social Science, March 6, 2005.
3. ANSELIN, Luc. **Spatial Econometrics: Methods and Models**. Kluwer Academic. Dordrecht, 1988.
4. ARTHUR, W.B. Complexity and the Economy, in: **Science** 2 April 1999, 284, 107-109.
5. ARTHUR, W.B. Out-of-Equilibrium and Agent-Based Modeling. **Handbook of Computational Economics**, vol.2: Agent-Based Computational Economics, K. Judd and L. Tesfatsion, eds, ELSEVIER/North-Holland, 2005.
6. ARTHUR, W.B. The End of Certainty in Economics, in Aerts, D.; Broekaert, J. & Mathijs, E. (1999) **Einstein meets Magritte**. Kluwer Academic Publishers, Holland. (1994-A).
7. BATTEN, David Complex landscapes of spatial interaction. **The Annals of Regional Science**, Springer-verlag, 35:81-111, 2001
8. BATTY Michael, BARROS, J e JUNIOR, S. **Cities: Continuity, Transformation, and Emergence**. Centre for Advanced Spatial Analysis, University College London, London, UK, February 2004
9. BATTY, M., XIE, Y. Integrated Urban Evolutionary Modeling, **Geocomputation 2003**, the University of Southampton, 8-10, September 2003.
10. BATTY, M., XIE, Y., e SUN, Z. Modeling Urban Dynamics through GIS-Based Cellular Automata, **Computers, Environments and Urban Systems**, 233: 205-233, 1999.
11. BEHERENS, Kristian. Market size and industry location: traded vs. non-traded goods. **Journal of Urban Economics**, 58, 24-44, 2005.
12. BELL, M; DEAN, C. E BLAKE, M. Forecasting the pattern of urban growth with PUP: a web-based model interfaced with GIS and 3D animation. **Computers, Environment and Urban Systems** 24 pp. 559 – 58, 2000.
13. CÂMARA, Gilberto. Análise Espacial e Geoprocessamento, capítulo 1, in: Druck, S.; Carvalho, M.S.; Câmara, G.; Monteiro, A.V.M. (eds) **Análise Espacial de Dados Geográficos**. Brasília, EMBRAPA, 2004.
14. CAPELLO Roberta. Urban rent and urban dynamics: The determinants of urban development in Italy **Annals of Regional Science** 36:593-611, 2002.
15. CHRISTÄLLER, W. **Central Places in Southern Germany**. New Jersey: Prentice-Hall, 1966.
16. FOLEY, D.K. **The Strange Story of Economic Agent**. Department of Economics, Graduate Faculty – New School University, New York. 2002.
17. FURTADO-a, Bernardo. Crítica à lógica da urbanização. **Geosul**, v. 41 jan/jun, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, SC, 2006.
18. FURTADO-b, Bernardo. **Mercado Imobiliário Bairro a Bairro: uma análise exploratória de econometria espacial em Belo Horizonte**. CEDEPLAR/FACE/UFMG, 2006. p. 20. (mimeo).
19. GLAESER, Edward, GYOURKO, Joseph e SAKS, Raven. Urban growth and housing. **Journal of Economic Geography** 6, 2006 pp. 71-89

20. HOLLAND, J.H. and MILLER, J.H. Artificial Adaptive Agents in Economic Theory. **AEA Papers and Proceedings**, May 1991.
21. HOLLAND, John. Complex Adaptive Systems. **Daedalus** 121:17-30, 1992-A.
22. HOLLAND, John. Genetic Algorithms. **Scientific American**. July. pp. 66-72. 1992-B.
23. JACOBS, Jane. **The Economy of Cities**. Ney York: Vintage Books, 1970. 268p.
24. LÖSCH, August. The Nature of Economic Regions. **Southern Economic Journal**, vol. 29, Aug., 1963.
25. MONTE-MÓR, R. L. **O que é o urbano no mundo contemporâneo**. Texto para discussão 281, CEDEPLAR/UFMG, 2006.
26. OLIVEIRA, Francisco de. **Crítica à razão dualista – O Ornitorrinco**. São Paulo: Boitempo Editorial 150 p., 2003.
27. PAGE, Scott. On the emergence of cities. **Journal of Urban Economics** 45, 184–208, 1999.
28. PARUNAK, et al. Agent-Based Modeling vs. Equation-Based Modeling: A Case Study and Users' Guide. **Proceedings on Multi-agent systems and Agent-based Simulation**, Springer: 1998.
29. PINES & THISSE, Urban Systems: Market And Efficiency. **Journal of Public Economic Theory** 3(1), 2001. PP. 7-14.
30. RAUCH, J. Seeing Around Corners. **The Atlantic Monthly**, Volume 289, No. 4; 35-48, 2002
31. SINGER, P. 1982. O Uso do Solo na Economia Capitalista. In: MARICATO, E. **A produção capitalista da casa e da cidade no Brasil industrial**. São Paulo: Alfa-Ômega, pp 21-36.
32. SOJA, Edward W. (2000). **Postmetropolis' critical studies of cities and regions** Oxford Malden, Mass.: Blackwell Publishers.
33. TORRENS, Paul, **New Advances in Urban Simulation: Cellular Automata and Multi-Agent Systems as Planning Support Tools**. CASA, London, 2001.
34. WHITE, R. & ENGELN, G. Cellular automata and fractal urban form: a cellular modelling approach to the evolution of urban land-use patterns. **Environment and Planning A**, 1993, volume 25, pp. 1175-1199.
35. WILENSKY, U. **NetLogo**. <http://ccl.northwestern.edu/netlogo/>. Center for Connected Learning and Computer-Based Modeling, Northwestern University, Evanston, IL., 1999.