

# **ESTIMAÇÃO DE FUNÇÕES DE DEMANDA RESIDENCIAL DE ÁGUA EM CONTEXTOS DE PREÇOS NÃO LINEARES**

José Airton Mendonça de Melo  
Técnico do BNB e Prof. da FIPLAC  
Doutor em Economia, CAEN/UFC

Paulo de Melo Jorge Neto  
Prof. do CAEN/UFC  
PhD. Economia, University of Illinois, EUA

## **RESUMO**

Este estudo estima funções de demanda residencial de água considerando-se o esquema de tarifas em bloco praticado pelas companhias de água. A progressividade dessas tarifas, ainda que preserve a convexidade do conjunto orçamentário, torna as equações das restrições orçamentárias do consumidor não lineares, o que viola o suposto clássico da exogeneidade das variáveis explanatórias do método dos mínimos quadrados ordinários. Uma conclusão importante do estudo é que a elasticidade-preço do consumo de água é aproximadamente unitária.

## **PALAVRAS-CHAVE**

demanda de água, preços não lineares, preços em bloco, máxima verossimilhança, método de Burtless e Hausman.

## **ABSTRACT**

This paper estimates residential water demand functions taking into account the block rate pricing schedule usually set by water utilities. The progressive pricing, although preserves the convexity property on the budget set, induces the consumer budget constraints be non-linear, what violates the classical assumption of exogeneity of the explanatory variables required by the ordinary least squares method. An important conclusion is that price elasticity of water consumption is closely unitary.

## **KEY WORDS**

water demand, nonlinear prices, block rate pricing, maximum likelihood, Burtless and Hausman method.

**ÁREA DE INTERESSE: ÁREA 7 - MICROECONOMIA, MÉTODOS QUANTITATIVOS E FINANÇAS**

**CÓDIGO JEL: C53, C31**

## 1. INTRODUÇÃO

A estimação de uma função-demanda de água reveste-se de significativa importância para implementação de políticas voltadas para a regulação, modernização e ampliação do setor de saneamento básico de água e esgoto no Brasil. A obtenção dos parâmetros de elasticidades (preço ou renda) da demanda de água constitui-se num importante instrumento na definição de uma política de regulação tarifária para o setor, ao revelar a sensibilidade do consumidor frente às variações de preço ou da renda.

Em termos de expansão do setor de saneamento, a disponibilidade de uma função-consumo de água é a base para o dimensionamento dos sistemas de abastecimento de água e esgoto, ao permitir que as suas vazões físicas sejam projetadas de acordo com o consumo *per capita* estimado na função, que, por sua vez, considera o impacto das variáveis socioeconômicas constantes na função, especialmente, quanto ao efeito-renda no consumo futuro d'água.

Uma função-demanda também fornece a disposição a pagar do consumidor a partir do seu perfil socioeconômico, o que permite avaliar o hiato existente entre o custo econômico (a tarifa) e a disposição a pagar para cada nível demandado pelo consumidor. Uma aplicação interessante dessa análise é averiguar a necessidade de subsídios ou de preços discriminatórios, tal como o subsídio cruzado, para determinados extratos da população, cuja disposição a pagar esteja abaixo do custo médio de provisão desse bem.

Em nível internacional, os estudos sobre demanda de água mais citados, nas últimas décadas, foram realizados por:

- i) HANKE e MARE (1978) que, empregando dados de series temporais para a cidade de Malmo na Suécia, estimaram um amplo intervalo de elasticidade-preço que variava de  $-0,01$  a  $-6,71$ ;
- ii) NIESWIADOMY e MOLINA (1989), valendo-se da técnica de McFadden (uso de variáveis instrumentais), estimaram um intervalo para a elasticidade-preço entre  $-0,36$  e  $-0,86$ . A base de dados foi para a cidade de Denton (Texas, EUA) e representava um *cross section* mensal, com 101 consumidores residenciais em dois períodos: 1976 a 1980, para consumidores com tarifa em bloco decrescente, e 1981 a 1985, para consumidores com tarifas em bloco crescente.
- iii) HEWITT e HANEMANN (1995) utilizando-se da base de Dados de Nieswiadomy e Molina, mas empregando o modelo de Burtless e Hausman (1978), chegaram a um intervalo de elasticidade-preço variando de  $-1,57$  a  $-1,63$ .
- iv) RIETVEL, ROUWENDAL e ZWART (1997) utilizaram o método de Burtless e Hausman (1978), sobre uma amostra de 220 domicílios na cidade Saltinga, na Indonésia, para estimar uma elasticidade-preço de  $-1,28$ . Nesse estudo, obteve-se uma elasticidade-renda virtual com valor próximo a zero ( $5 \times 10^{-7}$ ).

A literatura econômica sobre estimação de funções-demanda de água no Brasil é relativamente escassa. Fato certamente explicado pela falta de sistematização de dados no setor.

O primeiro estudo de estimação de demanda residencial de água que se tem conhecimento no país foi realizado em 1995 pelo Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada [IPEA, (1995)], sobre uma base de dados de 1986 da Companhia de Saneamento do Paraná, SANEPAR, com 27 municípios do Estado, totalizando 5.417 economias. Considerando a não linearidade nas tarifas, foi empregado nesse estudo o método McFadden que resultou numa elasticidade-preço média da

demanda da ordem de  $-0,2404$ , de um intervalo que variava de  $-0,1652$  a  $-0,6247$ , conforme a classe de renda do domicílio.

Em 1997, foi divulgado pelo Banco do Nordeste do Brasil o denominado “Estudo de Demanda de Água do Nordeste e Atualização dos Índices de Custo-Eficiência de Projetos de Esgotamento Sanitário” [BNB, (1997)]. Consta nesse estudo um leque de funções de demanda de água, objetivando subsidiar a elaboração dos projetos de saneamento básico na região Nordeste. Todas elas estimadas pelo método dos mínimos quadrados e diferenciadas por duas variáveis dummies, uma representando a região do semi-árido e outra, os domicílios com e sem rede pública de esgoto, sendo comum o valor estimado da elasticidade-preço da demanda de  $-0,55$ , e levemente diferente da elasticidade-renda,  $0,21$  para a região do semi-árido e  $0,24$  para fora dessa região.

Cabe ressaltar que, embora os parâmetros estimados nos estudos realizados pelo BNB tenham atendido os pressupostos teoricamente esperados, em termos de sinal e magnitude desses parâmetros, tal resultado só foi possível devido à diversidade das fontes de abastecimento de água na base de dados, o que deve ter mascarado exatamente a natureza de progressividade das tarifas de água presente na fonte mais representativa, a da rede pública.

O estudo busca então estimar funções de demanda residencial de água sob um contexto de escolhas contínuas e discretas do consumidor, proporcionado pelo sistema de tarifação progressiva em bloco aplicado no setor de saneamento. Esta progressividade por faixa de consumo leva o preço a tornar-se uma variável dependente da quantidade consumida, implicando naturalmente em violação à hipótese clássica de exogeneidade das variáveis independentes assumida pelo método dos mínimos quadrados ordinários (MQO).

No estudo será utilizado o modelo de dois erros que, embora considerado o mais complexo, é o mais apropriado para lidar com o problema da não linearidade das restrições orçamentárias, também causado pela progressividade das tarifas. Além do mais, o estudo emprega uma base de dados de alcance regional, desenvolvida em 1997 pelo BNB, cuja abrangência espacial foi pioneira no país.

O estudo é composto por seis seções, incluindo-se esta introdução. A segunda seção refere-se ao modelo teórico geral da função-demanda que, além de derivar as equações determinísticas dessa função, formula a especificação estocástica necessária para sua estimação econométrica. Com a terceira seção, demonstra-se, inicialmente, como a precificação em bloco invalida a aplicação direta do modelo convencional de estimação por MQO, e, em seguida, apresenta-se, de forma sucinta, o método econométrico de máxima verossimilhança, formulado por MOFFITT (1986), para ser empregado no modelo de escolha contínua/discreta, originalmente desenvolvido por BURTLESS e HAUSMAN (1978). Na quarta seção, encontra-se a descrição estatística da base de dados utilizada no estudo, com ênfase para a variável dependente do modelo. Na quinta seção constam os resultados e comentários obtidos com as distintas estimações de funções simuladas. E na sexta seção, conclui-se o estudo.

## 2. A ESPECIFICAÇÃO DO MODELO ESTOCÁSTICO PARA ESTIMAÇÃO DA FUNÇÃO-DEMANDA

A função demanda de um bem qualquer especifica que a sua quantidade demanda,  $X$ , é uma função do seu preço,  $P$ , dos preços,  $R$ , dos demais bens, que podem ser representados por um bem composto, e da renda do consumidor,  $W$ , ou seja,

$$X = X(P, R, W) \quad (2.1)$$

Dado que a função demanda é homogênea de grau zero em relação ao vetor de preços e da renda, pode-se normalizar a equação (2.1) pelo preço R, de forma a torná-la uma função do preço relativo de X e da renda real do consumidor, ou seja,

$$X = X(P/R, 1, W/R) \quad \Rightarrow \quad x = x(p, w) \quad (2.2)$$

Na prática, P representa o preço nominal do bem X e R usualmente expressa o índice de preços ao consumidor. Assim, a função-demanda de um bem qualquer específica que a sua quantidade demanda é uma função do seu preço real, P/R, e da renda real, W/R.

A especificação da função-demanda, para efeito de estimação econométrica, é dada pela introdução do termo estocástico  $\varepsilon_t$  na equação de demanda do bem em questão, ou seja.

$$x_t = x_t(p_t, w_t) + \varepsilon_t \quad (2.3)$$

Onde o termo  $\varepsilon_t$  em (2.3) representa outras variáveis que afetam a demanda de  $x_t$  e que foram omitidos no modelo, sendo, portanto, denominado termo residual da regressão.

Admitem-se que  $\varepsilon_t$  tenha média zero, variância constante e que seja serialmente independente. Quando, além destas hipóteses, admite-se que a distribuição de  $\varepsilon_t$  é normal, a forma linear implica que a distribuição de  $x_t$  seja normal, mas, para o caso da forma logarítmica, esta hipótese de normalidade de  $\varepsilon_t$  implica que o logaritmo de  $x_t$  seja normalmente distribuído, ou seja,  $x_t$  deveria ter uma distribuição log-normal. Assim, recomenda-se que para uma dada amostra esta hipótese seja devidamente verificada.

### 3. A FUNÇÃO-DEMANDA EM CONTEXTO DE PREÇOS EM BLOCO

No Brasil, como em diversas partes do mundo, as companhias de saneamento cobram uma tarifa única para os primeiros dez metros cúbicos de consumo de água residencial, cujo preço médio desta faixa de consumo é pelo menos 30% inferior ao da faixa de consumo seguinte. Em geral, os preços marginais são crescentes à medida que o consumo passa de uma faixa para outra. A Tabela 3.1 seguinte ilustra os preços médios apurados pela amostra dos Estudos Técnicos do BNB para as primeiras cinco faixas de consumo mais comuns entre as companhias.

**Tabela 3.1 Preço médio ponderado e faixas de consumos comumente utilizadas pelas companhias de saneamento no ano de 1997**

Faixa em m <sup>3</sup>	Até 10 *	10-15	16-20	21-30	Acima 30
Preço R\$/m <sup>3</sup>	4,40	0,58	0,75	0,83	1,01

FONTE – BNB (1997). (\*) Nesta faixa, cobra-se uma tarifa fixa, independentemente do nível de consumo.

Este esquema de discriminação de preços por faixa de consumo implica em restrições orçamentárias não lineares, que, por sua vez, invalidam o procedimento de derivação da demanda, tal como mencionado anteriormente. Ignorar esta discriminação na estimação de uma função-consumo resulta, segundo RIETVEL, ROUWENDAL e ZWART (1997), nas seguintes conseqüências.

- i) A estimação do parâmetro elasticidade-preço com sinal positivo, ao contrário do teoricamente esperado para um bem não inferior.

- ii) A estimação por mínimos quadrados ordinários (MQO) não é suficientemente flexível para suportar tanto os valores observados do consumo situados numa faixa de consumo como aqueles situados nos pontos de descontinuidades (*kinks*) da curva de demanda.
- iii) O método dos MQO ignora a possibilidade de agrupamento dos dados observados em torno dos pontos de descontinuidades.

Uma primeira polêmica amplamente discutida na literatura sobre a especificação da função de demanda de um bem com preços não lineares surgiu com a escolha da variável relevante para representar o preço desse bem, se o custo marginal e ou custo médio de provisão do bem. HOWE e LINAWEAVER (1967), apud HEWITT e HANEMANN (1995), utilizaram argumentos persuasivos da literatura econômica para a partir de então se empregar o custo marginal como a variável relevante para a decisão do consumidor.

A polêmica seguinte consistiu na escolha da técnica econométrica mais apropriada para lidar com o problema da endogeneidade da variável preço na especificação econométrica. Já nos estudos de TAYLOR (1975) e de NORDIN (1976) Apud HIEWITT e HANEMANN, sobre demanda de eletricidade, foi incluída na função uma variável a mais, denominada diferença, para levar em conta o efeito transferência (*lump sum transfers*) causado pelo esquema de preços em bloco. E para solucionar o problema da aparente simultaneidade preço, quantidade e diferença as técnicas empregadas foram variáveis instrumentais e mínimos quadrados em dois e três estágios. Os estudos de OPALUCH (1982, 1984), SHIN (1985) e NIESWIADOMY e MOLINA (1991) são os exemplos mais citados na literatura internacional que passaram adotar esta nova variável na especificação do modelo e as mencionadas técnicas.

No Brasil, o estudo do IPEA (1995) foi o primeiro a utilizar esta variável na estimação de demanda de água, empregando, contudo, o método McFadden, o qual corresponde a uma variação do método das variáveis instrumentais, empregado até então para resolver o problema do viés de simultaneidade causado pela tarifação em bloco.

Um outro método mencionado por BLOMQUIST (1996) para lidar com o problema da não linearidade consiste em primeiramente proceder a linearização das restrições orçamentárias para só então aplicar a técnica dos MQO. A forma de considerar a não linearidade deve-se a DIEWERT apud BLOMQUIST (1996) que propõe linearizar as restrições orçamentárias e usar como variáveis explicativas a renda virtual (intercepto) e a inclinação. Em seguida, aplica-se método dos MQO. Ainda assim este método gera um viés cujas estimativas são geralmente inconsistentes, causadas por erros de medição/otimização ou por heterogeneidade das preferências.

A sistematização definitiva de um método econométrico para solucionar os problemas e vieses causados pelos métodos tradicionais, quando aplicados a contextos de preços não lineares, foi desenvolvida por BURTLESS e HAUSMAN (1978).

O método de Burtless e Hausman tem a vantagem de usar informação sobre todas as restrições orçamentárias do indivíduo. Conforme será visto na subseção seguinte, o emprego deste método modifica o problema do consumidor, tornando não lineares as restrições orçamentárias no problema de maximização da utilidade. Além do mais, o método permite que seja acrescentado um erro residual, para representar a heterogeneidade das preferências dos consumidores.

Finalmente, cabe ressaltar que coube a MOFFITT (1986) formalizar econometricamente o modelo de Burtless e Hausman em contextos de restrições orçamentárias não lineares. O modelo que se segue corresponde a uma versão compacta dada por RIETVEL, ROUWENDAL e ZWART (1997) para a formalização desenvolvida por MOFFITT.

### 3.1. O problema do consumidor

Para simplificar, supõe-se que o problema do consumidor se resume a dois bens,  $x$  e  $m$ , e que o bem em questão  $x$  (água) tenha preços diferenciados para apenas duas faixas de consumo, digamos as faixas de 0-10 e de 11-15  $m^3/mês$ , onde  $k$  indica o ponto de descontinuidade ou quina (*kink*) na linha de preços, ou seja, 10, devido à mudança de preços entre as duas faixas de consumo. Normalizando-se o preço do bem em 1, tem-se que o consumidor deseja maximizar  $U(.)$  sujeito à seguinte restrição orçamentária não linear em  $x$ :

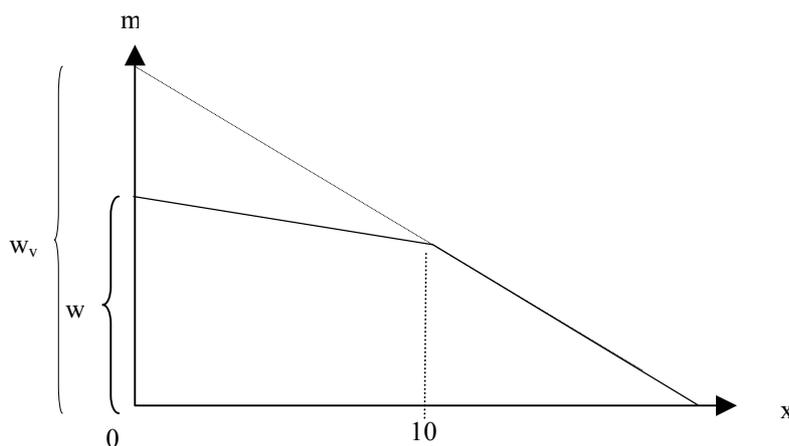
$$\min(k, x)p_1 + \max(x - k, 0)p_2 + m \leq w \quad (3.1)$$

$p$ ,  $x$  e  $w$  como especificados na seção 2.1, aonde se assume que o bem  $x$  seja normal, porém o seu preço agora é dado por:

$$\begin{aligned} p(x) &= p_1 & \text{se } x \leq k \\ p(x) &= p_2 & \text{se } x > k \end{aligned}$$

A ilustração do conjunto orçamentário no problema (3.1) com  $p_2 > p_1$  pode ser vista na Figura 3.1 seguinte, com o eixo das abscissas representando a quantidade do bem em questão,  $x$ , e no eixo das ordenadas, o montante demandado do outro bem.

**Figura 3.1– Conjunto orçamentário de um consumidor enfrentando preços crescentes em bloco**



Com isso, a Expressão (3.1) pode ser reescrita como

$$\begin{aligned} p_1x + m &\leq w & \text{se } x \leq k \\ p_2x + m &\leq w + k(p_2 - p_1) = w_v & \text{se } x > k \end{aligned} \quad (3.2)$$

Em que  $w_v$  é chamado de renda virtual do consumidor no segmento  $x > k$ , e corresponde à interseção da extrapolação da restrição orçamentária mais vertical no eixo  $m$  da Figura 3.1.

Denotando-se a função de utilidade indireta do consumidor por

$$u_I = u[w, p(x)] = u\{g[p(x), w], w - g[p(x), w]\},$$

com  $g(.)$  expressando a função-demanda padrão, tal que a demanda do bem  $x$  agora é dada por

$$\begin{array}{ll}
g(p_1, w) & \text{se } g(p_1, w) \leq k \text{ e } U(w, p_1) > U(w_v, p_2) \\
g(p_2, w_v) & \text{se } g(p_2, w) > k \text{ e } U(w_v, p_2) > U(w_v, p_1) \\
k & \text{se diferente}
\end{array} \quad (3.3)$$

Assim, a demanda condicional à escolha de um segmento ou do ponto de quina do bem x pode ser expressa, conforme MOFFITT, (1986), por

$$\begin{aligned}
x &= d_1 g(p_1, w) + d_2 g(p_2, w_v) + (1 - d_1 - d_2)k \\
d_1 &= I\{k > g(p_1, w)\} \\
d_2 &= I\{k < g(p_2, w_v)\}
\end{aligned} \quad (3.4)$$

com  $I\{\cdot\}$  expressando a função indicadora da expressão entre parênteses, onde se  $d_1$  for um, então  $d_2$  e  $(1-d_1-d_2)$  assumem o valor 0, assim como se  $d_2=1$ , então  $d_1=(1-d_1-d_2)=0$ .

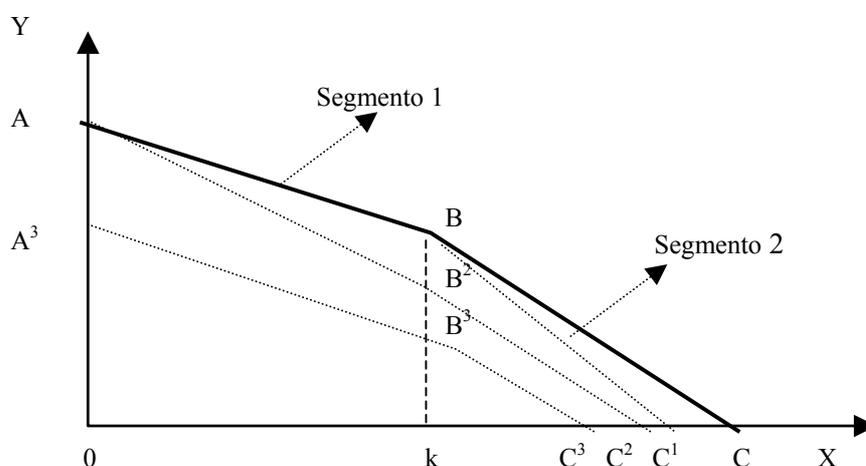
O comportamento de x frente a variações em p ou em w na Expressão (3.4) pode ser observado tomando-se a derivada primeira de x com respeito a  $p_1$ ,  $p_2$  e w, tal que, mantendo-se constantes  $d_1$  e  $d_2$  e dado que  $w_v = w + k(p_2 - p_1)$ , tem-se

$$\begin{aligned}
\partial x / \partial p_1 &= d_1 g_1(p_1, w) - d_2 g_2(p_2, w_v)k \leq 0 \\
\partial x / \partial p_2 &= d_2 [g_1(p_2, w_v) + g_2(p_2, w_v)k] \leq 0 \\
\partial x / \partial w &= d_1 g_2(p_2, w) + d_2 g_2(p_2, w_v) \geq 0
\end{aligned} \quad (3.5)$$

tal que o subíndice i ( $i=1, 2$ ) em  $g_i(\cdot)$  expressa a derivada desta função com respeito ao primeiro ou ao segundo argumento. O que diferencia as condições em (3.5) daquelas expostas em (2.8) é a possibilidade de um efeito nulo sobre x por uma variação em  $p_1$ ,  $p_2$  ou w sempre que x for igual a k (ie,  $d_1 = d_2 = 0$ ).

Uma compreensão gráfica das condições (3.5) é dada no gráfico da restrição orçamentária apresentado por MOFFITT (1986: 319) reproduzido na Figura 3.2 seguinte para o presente contexto, com o preço do bem x diferenciado por faixas de consumo.

**Figura 3.2 Variações na restrição orçamentária**



A Figura 3.2 ilustra os efeitos de variações em  $p_1$ ,  $p_2$  e  $w$ . Inicialmente a área correspondente ao conjunto orçamentário é definido pelos pontos  $0ABC$ . Quando ocorre uma variação positiva em  $p_1$ ,  $dp_1 > 0$ , a área se reduz  $0AB^2C^2$ . Com  $dp_2 > 0$ , a área se restringe à  $0ABC^1$ , enquanto que para  $dw < 0$ , a área se reduz a  $A^3B^3C^3$ . Com isso, observa-se que o efeito nulo pode ocorrer tanto para uma variação positiva em  $p_1$ ,  $dp_1 > 0$ , como com  $dw < 0$ , onde o consumidor poder escolher uma alocação no ponto de quina ( $k$ ), enquanto que no caso de  $dp_2 > 0$ , o consumidor pode escolher uma alocação tanto no primeiro segmento como na quina. Vale destacar que alocações no primeiro segmento não são afetadas por variações em  $p_2$  e vice-versa.

### 3.2. A especificação econométrica do modelo de preços em bloco

Considerando que a precificação crescente em bloco preserva a propriedade de convexidade do conjunto orçamentário, a especificação econométrica para o modelo de Burtless e Hausman com dois erros é então dada por:

$$\begin{aligned} x &= d_1 g[(p_1, w) + \eta] + d_2 g[(p_2, w_v) + \eta] + (1 - d_1 - d_2)k + \varepsilon \\ d_1 &= I\{k > g(p_1, w) + \eta\} \\ d_2 &= I\{k < g(p_2, w_v) + \eta\} \end{aligned} \quad (3.6)$$

Como já assinalado, o termo estocástico  $\eta$  foi acrescentado para levar em consideração a heterogeneidade nas preferências do consumidor, enquanto  $\varepsilon$  é o tradicional erro de medição das variáveis ou de otimização do modelo. Ambos os termos são comumente assumidos como independentes e normalmente distribuídos, ou seja,  $cov(\eta, \varepsilon) = 0$ ,  $\eta \sim N(\mu_\eta, \sigma_\eta)$  e  $\varepsilon \sim N(\mu_\varepsilon, \sigma_\varepsilon)$ .

A expressão (3.6) também pode ser especificada em termos de logaritmos desde que a mesma seja apresentada da seguinte forma.

$$\begin{aligned} x &= d_1 g[(p_1, w)e^\eta] + d_2 g[(p_2, w_v)e^\eta] + (1 - d_1 - d_2)ke^\varepsilon \\ d_1 &= I\{k > g(p_1, w)e^\eta\} \\ d_2 &= I\{k < g(p_2, w_v)e^\eta\} \end{aligned} \quad (3.7)$$

Aplicando o logaritmo à primeira equação em (3.7), tem-se

$$\log(x) = \log\{d_1 g[(p_1, w) + \eta] + d_2 g[(p_2, w_v) + \eta] + (1 - d_1 - d_2)k\} + \varepsilon \quad (3.8)$$

Lembrando que, se um dos termos  $d_1$ ,  $d_2$  ou  $(1 - d_1 - d_2)$  for 1, logo, pela função indicadora os outros termos são todos zero. Então, substituindo na equação (3.6) os termos  $x$ ,  $k$  e  $g(\cdot)$  pelos seus valores expressos em log, obtém-se.

$$\begin{aligned} \log(x) &= d_1 \{\log[g(p_1, w) + \eta] + d_2 \{\log[g(p_2, w_v) + \eta] + (1 - d_1 - d_2)\log(k) + \varepsilon \\ d_1 &= I\{\log(k) > \log[g(p_1, w) + \eta]\} \\ d_2 &= I\{\log(k) < \log[g(p_2, w_v) + \eta]\} \end{aligned} \quad (3.9)$$

A equação  $x=k$  em (3.6) ou  $\log(x)=\log(k)$  em (3.9), ignorando-se o termo  $\varepsilon$ , ocorrerá sempre que  $d_1$  e  $d_2$  forem ambos zero. É com esta possibilidade que o modelo de Burtless e Hausman se difere das outras técnicas, ao permitir uma flexibilidade para o caso de os valores observados do consumo de água se concentrarem em torno dos pontos de descontinuidades.

Finalmente, para estimar por máxima verossimilhança a especificação estocástica com dois erros dada em (3.9) faz-se necessário derivar a função de log-verossimilhança, o que pressupõe conhecimento sobre as distribuições  $f_{\varepsilon, \eta}(\eta, \varepsilon)$  e  $g_{\eta+\varepsilon, \varepsilon}(\eta+\varepsilon, \varepsilon)$ . E como  $\text{cov}(\eta, \varepsilon) = 0$ , então,  $f_{\varepsilon, \eta}(\varepsilon, \eta) = f_{\varepsilon}(\varepsilon) \cdot f_{\eta}(\eta)$ . Uma derivação heurística dessa função pode ser vista em MOFFITT (1986), apresenta-se a seguir a versão que será empregada neste estudo, encontrada em HEWITT E HANEMANN (1995) e considerando-se o contexto até aqui admitido, ou seja, dois segmentos de consumos diferenciados pelo nível de preços, (com  $p_2 > p_1$ , que preserva a convexidade da restrição orçamentária), um ponto de quina e a especificação estocástica da função-demanda com dois termos de erros, o de mensuração ou maximização e o de heterogeneidade das preferências.

$$\text{Log}L = \log \ell(\theta, \varepsilon, \eta) = \log \left[ \prod_{i=1}^n L_i(\theta, \varepsilon, \eta) \right], \text{ com}$$

$$L_i(\theta, \varepsilon, \eta) = S_{1,i}(\theta, \varepsilon, \eta) + S_{2,i}(\theta, \varepsilon, \eta) + K_i(\theta, \varepsilon, \eta)$$

De forma que

$$S_{1,i} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{\exp(-w_1^2/2)}{\sigma_v} \Phi(r_1) \quad \text{probabilidade de escolha do segmento 1;}$$

$$S_{2,i} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{\exp(-w_2^2/2)}{\sigma_v} [1 - \Phi(r_2)] \quad \text{probabilidade de escolha do segmento 2;}$$

$$K_i = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{\exp(-u^2/2)}{\sigma_\alpha} [\Phi(t_2) - \Phi(t_1)] \quad \text{probabilidade de escolha do ponto de quina.}$$

tal que

$$\text{Log}L = \sum_{\text{ind}} \log \left\{ \frac{\exp(-w_1^2/2)}{\sigma_v} \Phi(r_1) + \frac{\exp(-u^2/2)}{\sigma_\alpha} [\Phi(t_2) - \Phi(t_1)] + \frac{\exp(-w_2^2/2)}{\sigma_v} [1 - \Phi(r_2)] \right\} \quad (3.10)$$

Assim,

LogL representa a função de log-verossimilhança;

$$v = \eta + \varepsilon;$$

$\theta = (\alpha_0, \dots, \alpha_N)$ , representa o vetor de parâmetros para a função  $x(p, w)$ ;

$$w_j = (\log x - \log \tilde{x}_j) / \sigma_v \quad j = 1, 2 \text{ (número de faixas de consumo);}$$

$$t_j = (\log k - \log \tilde{x}_j) / \sigma_\varepsilon \quad j = 1, 2 \text{ (número de faixas de consumo);}$$

$$\log \tilde{x}_j = \begin{cases} \alpha_0 + \alpha_1 \log p_1 + \alpha_2 \log w_{v_1} + \alpha_3 Z & \text{se } j = 1 \text{ (segmento 1)} \\ \alpha_0 + \alpha_1 \log p_2 + \alpha_2 \log w_{v_2} + \alpha_3 Z & \text{se } j = 2 \text{ (segmento 2)} \end{cases}$$

$$r_j = (t_k - \rho w_k) / \sqrt{1 - \rho^2} \quad j = 1, 2 \text{ (número de faixas de consumo);}$$

$$u = (\log x - \log k) / \sigma_{\eta};$$

$$\sigma_v = \sqrt{\sigma_{\varepsilon}^2 + \sigma_{\eta}^2} \quad e$$

$$\rho = \sigma_{\varepsilon} / \sigma_v .$$

A somatória na Expressão (3.10) é sobre todas as observações, sendo  $\Phi$  a função de distribuição acumulada normal padrão. A ausência do termo  $(2\pi)^{-1/2}$  nessa expressão para a função de densidade de probabilidade é em função de o mesmo não afetar o resultado da maximização da função de verossimilhança.

#### 4. DESCRIÇÃO DOS DADOS

Os dados empregados neste estudo correspondem à subamostra do consumo de água residencial por rede pública de abastecimento. Esta subamostra integra o já mencionado estudo do BNB (1997) que estimou uma série de funções<sup>1</sup> de demanda residencial de água e atualizou os índices de custo-eficiência em projetos de esgotamento sanitário para a região Nordeste, com vistas a proporcionar parâmetros para o dimensionamento e a avaliação de projetos de saneamento nessa região.

O estudo do BNB contempla uma amostra de 824 questionários, sendo 486 aplicados em domicílios ligados à rede pública e os outros 328 aplicados em domicílios abastecidos por carro pipa, poço com bomba, busca e compra. O questionário abrange 62 perguntas, incluindo, além da quantidade e tipos de fontes de consumo, a caracterização física dos domicílios, a renda e a escolaridade dos moradores, a ocorrência de doenças e a infra-estrutura pública existente no domicílio.

O plano amostral da pesquisa segmentou os municípios do Nordeste e do Norte do estado de Minas Gerais em quatro estratos, a partir de dados sócio-econômicos extraídos do Censo Demográfico de 1991. Posteriormente, foi calculado o tamanho da amostra com base na teoria da amostragem aleatória estratificada, classificando-se os dez estados da área de estudo em quatro categorias, de acordo com a predominância dos estratos formados em cada um. Para selecionar os domicílios, primeiro selecionou-se um estado em cada classe e, em seguida, alguns dos seus municípios, de tal forma a contemplar o tamanho da amostra calculado para cada estrato. Finalmente, foi considerada, também, a representatividade dos municípios em região litorânea ou no interior do Nordeste, resultando numa regionalização fisiográfica que classificava os municípios dentro e fora do semi-árido nordestino. No Apêndice I consta relação dos municípios pesquisados e respectivos números de questionários aplicados.

##### 4.1. Estatística descritiva para o consumo de água por rede

Considerando-se tratar da variável dependente, esta subseção inicia fazendo um teste para averiguar a hipótese de normalidade sobre a distribuição empírica do consumo de água por rede, apresentando-se em seguida as estatísticas para as demais variáveis utilizadas na estimação.

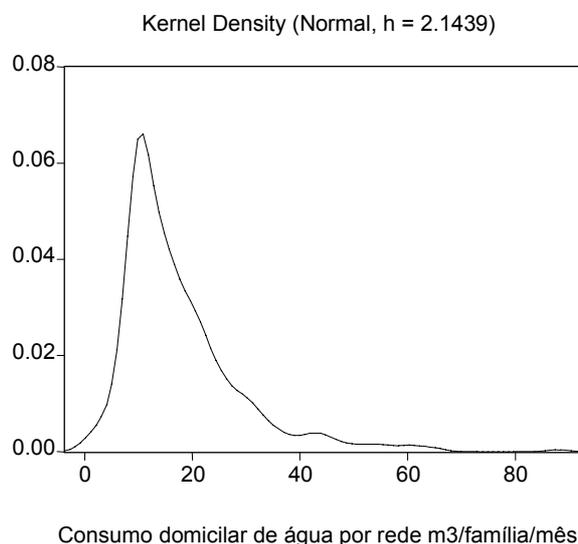
<sup>1</sup> Foram estimadas funções para dentro e fora da região do Semi-Árido, diferenciando-se apenas no valor da elasticidade-renda, que no Semi-árido se reduziu a 0,21057. A equação estimada para fora do Semi-árido foi

$$\text{LnQ} = 0,49071 - 0,55021 \text{LnP} + 0,23881 \text{LnY} - 0,08030 \text{Côm} + 0,01789 \text{T} + 0,26910 \text{Desg}$$

onde Ln indica o logaritmo natural, P: o preço em R\$/m<sup>3</sup> da água; Y: a renda familiar em R\$/mês; Com: número de cômodos do domicílio; T: o tempo de moradia da família no domicílio; Desg: uma variável *dummy* para domicílios conectados à rede de esgoto.

Para este fim é mostrada na Figura 4.2 seguinte a estimação da densidade de Kernel. Quanto mais próximo de zero for o parâmetro de escala  $h$  (*bandwidth*) maior é aproximação da distribuição com a opção gaussiana<sup>2</sup>. Aqui  $h=2,14$  leva a uma rejeição desta opção para a série consumo de água.

**Figura 4.2 - Densidade de Kernel**



A vantagem da estimação Kernel está em ilustrar em uma curva o formato dos picos da distribuição. É um ponto importante a ser observado na densidade de Kernel mostrada na Figura 4.2 é o fato de que a série agrupada apresenta uma curva com aparência unimodal em pelo menos no seu intervalo de confiança relevante. Este aspecto é importante porque distribuições multimodais implicam na presença de máximos locais e, por conseguinte, na quebra do suposto comum de convexidade do conjunto orçamentário no problema de maximização de utilidade. Na medida em que a distribuição apresenta mais de um pico, o conjunto orçamentário torna-se não-convexo e, então, uma solução ótima única não mais existe.

Ainda que a série do consumo apresente uma distribuição unimodal, o sistema de tarifação em bloco torna o preço da água uma variável endógena que, naturalmente, viola o suposto de exogeneidade das variáveis explicativas no modelo clássico de regressão. Outro problema decorrente desse sistema de tarifação é o agrupamento de observações em torno dos pontos de mudança de faixas de consumo. A Tabela 4.1 seguinte confirma esse problema pela preponderância relativa das escolhas dos consumidores nos pontos de quina da amostra utilizada neste estudo. Observa-se nessa tabela que dentre os 163 consumidores situados na faixa de consumo mensal de água até 10 m<sup>3</sup>, 105 se localizam no extremo superior da faixa, comportamento idêntico se verifica nas faixas seguintes, que têm como extremos superiores os pontos, 15, 20 e 30.

<sup>2</sup> SIMONOFF, J.S.(1996). *Smoothing Methods in Statistic*. Springer-Verlag, (1996), cap.3, utiliza 0,08 como referência para o parâmetro de escala,  $h$ .

**Tabela 4.1 – Distribuição da variável consumo**

<i>Consumo (x) em m<sup>3</sup></i>	<i>Quantidade</i>	<i>Frequência Relativa %</i>	<i>Freq. Acumulada %</i>
0,6 ≤ x < 10	58	11,93	11,93
x = 10	105	21,60	33,53
10 < x < 15	77	15,84	49,38
x = 15	27	4,94	54,32
15 < x < 20	63	12,96	67,28
x = 20	22	4,53	71,81
20 < x < 30	76	15,64	87,45
x = 30	10	2,06	89,51
30 > x ≤ 88	51	10,49	100,00
Total	486	100,00	100,00

FONTE: Elaborado pelo autor.

As estatísticas descritivas para as variáveis socioeconômicas utilizadas na especificação da função-demanda residencial de água estão apresentadas na Tabela 4.2 seguinte.

**Tabela 4.2 - Estatísticas descritivas das variáveis explicativas empregadas**

<i>Estatística</i>	<i>Preço Médio</i>	<i>Preço Marginal</i>	<i>Renda</i>	<i>Tempo Moradia</i>	<i>Nº. Cômodos</i>	<i>Idade</i>
Média	0,65	0,58	721,12	16,58	5,37	17,72
Maximo	1,01	2,29	6000,00	75,00	16,00	88,00
Mínimo	0,44	0,00	40,00	1,00	2,00	0,60
Desv.Padrão	0,19	0,51	906,78	12,87	1,93	11,17
Skewness	0,38	0,44	2,99	0,93	1,61	1,99
Kurtosis	1,91	2,49	14,47	3,67	6,73	8,67
Jarque-Bera	35,72	20,95	3,387,30	78,23	490,84	969,50
Probabilidade	0,00000	0,000028	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000
<b><i>N.observações</i></b>	<b>486</b>	<b>486</b>	<b>486</b>	<b>486</b>	<b>486</b>	<b>486</b>

FONTE: Elaborado pelo autor.

Sobre as variáveis relacionadas na Tabela 4.2 fazem-se as seguintes considerações:

- i) O preço médio do m<sup>3</sup> de água foi obtido pela divisão do valor da conta mensal de água pelo número de m<sup>3</sup> consumidos de água, enquanto que o preço marginal do m<sup>3</sup> de água corresponde ao valor da tarifa na última faixa de consumo do consumidor, também em R\$/m<sup>3</sup>. Teoricamente a correlação entre consumo e preço é negativa.
- ii) A renda corresponde à renda familiar mensal do domicílio, em R\$/mês. Para um bem normal, espera-se uma correlação positiva entre renda e consumo de um bem.
- iii) O tempo de moradia é computado desde que o morador passou a ocupar o domicílio, expresso em número de anos. Esta variável pode representar uma *proxy* da variável número de pessoas na família, com efeito, espera-se que as famílias que habitam um imóvel há mais tempo sejam mais consolidadas implicando numa correlação positiva com consumo de água.
- iv) O número de cômodos pode ser interpretado tanto como uma variável *proxy* do número de pessoas na família como também um indicador de riqueza, portanto apresenta uma correlação positiva com o consumo de água.

- v) A idade refere-se à idade média do chefe de domicílio. Normalmente emprega-se o quadrado dessa variável como forma de representar a taxa crescente no consumo domiciliar de água, uma vez que, à medida que envelhece o chefe domiciliar, cresce o número de membros no domicílio. Portanto, espera-se uma correlação positiva entre idade e consumo de água.

## 5. RESULTADOS

Previamente aos resultados obtidos com aplicação do modelo sugerido, serão mostrados numa primeira subsecção os problemas decorrentes da aplicação do método dos MQO em contextos de maximização de utilidade com restrições orçamentárias não lineares.

### 5.1. Resultados da estimação pelo método dos mínimos quadrados ordinários, MQO

A Tabela 5.1 seguinte ilustra como o esquema de tarifas progressivas viola o emprego do método dos MQO. Conforme assinalado, a variável preço aparece com o sinal positivo em seu coeficiente, em direta contradição ao teoricamente esperado, em que a demanda de um bem está negativamente correlacionado com o seu preço.

**Tabela 5.1-Estimativas da função-demanda de água pelo método dos mínimos quadrados ordinários**

<i>Estatística</i>	<i>Constante</i>	<i>Preço marginal d'água</i>	<i>Renda do domicílio</i>
Coefficiente	3,579	2,176	0,035
Erro padrão	0,023	0,051	0,013
Estatística t	157,082	42,359	2,826
R <sup>2</sup>		0,818	
R <sup>2</sup> ajustado		0,821	

variável dependente: log do consumo de água por rede pública

FONTE: Elaborado pelo autor.

### 5.2. Resultados da estimação pelo método de Burtless e Hausman

Para alcançar esses resultados fazem-se necessários adicionar os seguintes esclarecimentos:

- A base de dados referente ao consumo por rede de abastecimento de água foi ordenada de forma crescente, estabelecendo-se, em seguida, cinco segmentos de consumo e quatro pontos de quina, de acordo com as faixas de consumos empregadas pelas companhias de água mencionadas na Tabela 4.1.
- Além da renda virtual, foram geradas séries de preços considerando o valor médio da conta (preço médio d'água) e o custo marginal por segmento de consumo. Neste último caso, a amostra reduz-se a quatro segmentos, com a exclusão das observações que compõe a primeira faixa de consumo (0-10 m<sup>3</sup>), por apresentar custo marginal nulo (tarifa fixa)<sup>3</sup>.
- A preparação e a descrição estatística da base de dados foram processadas predominantemente através do pacote estatístico SPSS. Enquanto que os modelos de

<sup>3</sup> Além das 163 observações que integravam a faixa de consumo com custo marginal nulo, foi excluído um "outlier", a observação de consumo muito destoante das demais (maior valor da série, com 88m<sup>3</sup>).

regressão foram estimado pelo pacote Eviews, utilizando-se dos recursos *program* e *maximum likelihood object*. O Apêndice II aporta a seqüência de comandos necessários para fornecer os valores iniciais dos parâmetros e construir as séries constantes na equação (3.10), estendida para cinco segmentos e quatro quinas, assim como, gerar a série que irá armazenar as contribuições individuais de máxima verossimilhança de cada observação.

- iv) Os valores iniciais requeridos pelo método de máxima verossimilhança foram extraídos da regressão por MQO, exceto aqueles referentes à variável preço e ao dos parâmetros de erros, que foram por tentativa e erro (*tatonement*).
- v) Com exceção da variável dummy, todas as demais variáveis foram expressas pelos seus logaritmos naturais

Os resultados principais da estimação da função-demanda de água residencial empregando o modelo de escolha discreta/contínua de Burtless e Hausman com dois erros estão apresentados nas duas tabelas seguintes, sucedidos por uma série de análise sobre os resultados.

A Tabela 5.2.4.A é a reprodução do relatório de saída para as melhores estimativas dos parâmetros, considerando-se o termo constante (intercepto) da forma funcional especificada na equação (5.2), como forma de preservar um nível de consumo autônomo de água. A adição de variáveis, além do preço e da renda, mostrou que ou a variável era irrelevante ou era altamente correlacionada com a renda. Com a presente simulação, a adição de quaisquer das demais variáveis socioeconômicas impede o processo de maximização da função de verossimilhança, em função da alta colinearidade com a variável renda, a exceção é naturalmente para as variáveis do tipo *dummy*, em que se manteve uma para a região do semi-árido.

**Tabela 5.2.A – Estimação da função-demanda de água pelo método de Burtless e Hausman (máxima verossimilhança, Marquardt)**

**Modelo I - função com intercepto**

<i>Variáveis</i>	<i>Coefficiente</i>	<i>Erro Padrão</i>	<i>Estatística z</i>	<i>Probabilidade</i>
Constante	1,989894	0,155125	12,82764	0,0000
Preço Marginal	-1,007753	0,059472	-16,94507	0,0000
Renda virtual	0,081290	0,024496	3,318503	0,0009
Dummy semi-árido	-0,045420	0,039405	-1,152637	0,2491
Erro Heterogeneidade	-0,071721	0,044732	-1,603366	0,1089
Erro Especificação	0,188387	0,027855	6,763093	0,0000
Log-verossimilhança	-688.5904	Critério de Info Akaike		4,314226
Log-verossimilhança média	-2,138479	Critério de Schwarz		4,384559
Nº de coeficientes	6	Critério de Hannan-Quinn		4,342305

FONTE: Elaborado pelo autor.

Na Tabela 5.2.B seguinte ilustra os resultados da estimação para o modelo, abrindo-se mão do intercepto da função. Com essa nova especificação, a convergência do processo de maximização da função de máxima verossimilhança foi alcançada com a adição de somente três variáveis socioeconômicas - número de cômodos, tempo de moradia e a idade do chefe domiciliar, esta última tomada ao quadrado.

**Tabela 5.2.B - Estimação da função-demanda de água pelo método de Burtless e Hausman (máxima verossimilhança, Marquardt)**

**Modelo II – função sem intercepto**

<i>Variáveis</i>	<i>Coefficiente</i>	<i>Erro Padrão</i>	<i>Estatística z</i>	<i>Probabilidade</i>
Preço Marginal	-0,959679	0,083361	-11,51229	0,0000
Renda virtual	0,151021	0,034156	4,421577	0,0000
Tempo de moradia	0,038623	0,036475	1,058876	0,2897
Idade do chefe de domicílio	0,160962	0,026217	6,139649	0,0000
Nº de cômodos	0,216384	0,113775	1,901860	0,0572
Erro Heterogeneidade	-0,175961	0,102665	-1,713939	0,0865
Erro Especificação	-0,244876	0,059049	-4,147000	0,0000
Log-verossimilhança	273,0000	Critério de Info Akaike		-1,652174
Log-verossimilhança média	0,847826	Critério de Schwarz		-1,570118
Nº de coeficientes	7	Critério de Hannan-Quinn		-1,619415

FONTE: Elaborado pelo autor.

A importância do modelo II, em especificar uma curva de demanda sem intercepto, está em não limitar a disposição máxima a pagar do consumidor frente a reduções sucessivas da oferta do bem. Considerando-se o fato de a água ser um bem essencial para a vida, o modelo II reflete, então, o comportamento do consumidor em assegurar uma provisão mínima d'água para qualquer que seja o seu preço cobrado<sup>4</sup>. Em termos de significância estatística dos parâmetros, apenas a variável *dummy* na Tabela 5.2.A e tempo de moradia na Tabela 5.2.B que tiveram os seus valores estimados significativamente não diferentes de zero. Em ambos modelos, a hipótese nula para o parâmetro erro de heterogeneidade das preferências do consumidor só deve ser rejeitada para níveis de significância relativamente altos, 10,9% no primeiro caso e 8,6% no segundo.

Em termos da magnitude da elasticidade-preço da demanda, ambas regressões chegam a um valor próximo da unidade -1,0078 no modelo I e -0,9597 no II. Portanto, acima do intervalo obtido por NIESWIADOM e MOLINA (1995), de [-0,9 -0,3], bem como do obtido pelo IPEA (1995), de [-0,6247 -0,2404].

Por outro lado, a magnitude da elasticidade-preço alcançada neste estudo vai ao encontro dos valores calculados em estudos que utilizaram o mesmo método de máxima verossimilhança aqui empregado. Lembrando que HEWITT e HANNEMAN (1995) estimaram entre -1,63 e -1,57 como intervalo para esta elasticidade, enquanto o valor médio obtido por RIETVEL, ROUWENDAL e ZWART (1997) foi de -1,28.

Já a estimativa da elasticidade-renda, embora satisfazendo o sinal de correlação positiva esperado, apresentou uma maior disparidade de magnitude entre os dois modelos, 0,08129 no primeiro e 0,15102 no segundo, ainda assim ambos valores excedem o intervalo de [0,046 0,052] estimado por RIETVEL, ROUWENDAL e ZWART (1997), embora abaixo do valor de 0,18 estimado por HEWITT e HANEMANN (1995).

Conforme MOFITT (1986: 326), a razão entre a variância estimada da perturbação de heterogeneidade e a do erro de mensuração fornece um indicativo do grau de agrupamentos de observações em determinados pontos de uma base de dados. Para este fim, foi realizada uma nova simulação do modelo I, substituindo a variável preço marginal pelo preço médio, com isso retoma-

<sup>4</sup> É por essa razão que se recomendada na análise de custos e benefícios de projetos de saneamento empregar a especificação do Modelo II para mensuração do excedente do consumidor.

se na base de dados a faixa de consumo de até 10 m<sup>3</sup>, na qual 21,6,% das suas observações situam-se neste limite, de acordo com a Tabela 4.3. De fato, esta razão é de apenas 2,58 [= (0,044732/0,027855)<sup>2</sup>] pela Tabela 5.2.A, ou 3,02[=0.102665/0.059049)<sup>2</sup>] pela Tabela 5.2.B, mas em ambos os casos muito abaixo do valor de 14,68, calculado para a regressão com preço médio.. Os valores dessas razões catalogados por MOFFITT (1986), Tabela 1, variam de 1,2 a 10.

Finalmente, cabe fazer alguns comentários sobre as demais estatísticas aportadas pelo pacote Eviews com o método de máxima verossimilhança:

- i) A convergência no modelo foi alcançada após a quinta interação no modelo I e após quinquagésima no modelo II, com as contribuições de cada observação somando -688,59 no modelo I e 273 no modelo II. Empregou-se o algoritmo de Marquardt (opção padrão do Eviews) para a maximização da função de log-verossimilhança.
- ii) Estatística de log-verossimilhança média corresponde à divisão da função-valor maximizada pelo número de observações da amostra que no modelo I corresponde a -2,138479 (= -688,6/322).

## 6. CONCLUSÕES

Neste estudo foi utilizada uma versão discreta do modelo Burtless e Hausman para estimar funções de demanda de água residencial em contextos de esquemas tarifários crescentes com a faixa de consumo. Tais contextos tendem naturalmente a caracterizar a distribuição de consumo do bem por agrupamentos (*clusterings*) de observações em torno dos limites das faixas de consumo. Exatamente esta tendência foi então observada com a distribuição empírica da base de dados empregada neste estudo, com os limites pontuais 10, 15, 20 e 30 respondendo, respectivamente, por 21,6%, 4,94%, 4,53% e 2,06% do total das observações (486). Tal comportamento pode ser explicado como uma estratégia do consumidor de evitar pagar sua alocação de consumo pelo preço maior da faixa subsequente. Muito embora, a conta d'água do consumidor seja calculada pelo somatório dos custos do consumo de cada faixa, exceto na primeira faixa (até 10 m<sup>3</sup>), onde se cobra um valor fixo qualquer que seja o consumo.

As implicações de uma distribuição do consumo com tal característica são, para efeito de estimação de funções pelo método dos MQO, fatais. Tanto, em termos de quebra do suposto de independência das variáveis explicativas, levando o preço a correlacionar-se positivamente com a variável dependente; quanto em termos do sinal do parâmetro da elasticidade-preço. Isso foi claramente constatado Razão porque essa especificação é a mais recomendada na uma análise de custos e benefícios de projetos de saneamento. mensuração do excedente do consumidor de

no presente estudo, com a estimativa deste parâmetro em 2,176, em direta contradição ao sinal negativo teoricamente esperado.

A solução apropriada para enfrentar estruturas de preços em bloco veio com o sofisticado modelo desenvolvido por Burtless e Hausman, que ao empregar a técnica de máxima verossimilhança, construiu um modelo de escolha contínua/discreta suficientemente flexível para suportar agrupamentos de observações. Para tanto o modelo adiciona em sua especificação estocástica dois termos residuais, um representando o tradicional erro de mensuração (ou de especificação) e outro levando em conta a heterogeneidade das preferências dos consumidores, as quais certamente são explicadas por variáveis sociodemográficas que vão além do preço e da renda.

A aplicação do modelo de Burtless e Hausman na estimação de funções-consumo de água no país resultou numa elasticidade-preço da demanda constante e aproximadamente unitária, o que significa dizer que aumentos percentuais da tarifa de água resultam em reduções percentuais

equivalentes no consumo. Tal valor situa-se dentro dos intervalos de elasticidade-preço do consumo de água mencionados pela literatura internacional empregando referido modelo, os quais têm se mostrado notadamente superiores aos intervalos estimados pelos métodos que empregaram variáveis instrumentais.

Ainda que não se tenha logrado êxito na estimação da elasticidade-preço como função da renda, o valor relativamente alto obtido para este parâmetro proporciona uma explicação para a tendência de redução do consumo de água verificada entre os consumidores de maior poder aquisitivo em função da política de recomposição tarifária implementada pelas companhias de saneamento a partir da segunda metade dos anos 90, especialmente entre aquelas que aderiram ao Programa de Modernização do Setor de Saneamento. Alguns estudos apontam a tendência de redução no tamanho das famílias como uma provável explicação para essa queda de consumo, contudo, tal redução também vem ocorrendo com a população de baixa renda. O fato é que a redução do consumo, decorrente de um aumento de preço, praticamente anula o efeito do subsídio cruzado atrelado à política tarifária em vigor, dificultando, por conseguinte, o equilíbrio financeiro do setor de saneamento.

Assim, fica como um desafio seguinte a este estudo averiguar uma possível correlação positiva da elasticidade-preço de consumo de água por rede com a renda do consumidor, considerando-se que alguns fatores determinantes da magnitude dessa elasticidade intensificam-se à medida que aumenta o poder aquisitivo do consumidor, como a maior diversificação de uso d'água para fins supérfluos (piscinas, jardins e máquinas de lavar) e a possibilidade de recorrer a fontes alternativas ao abastecimento por rede pública (poços profundos ou carro-pipa).

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BURTLESS, G.; HAUSMAN, J. A.(1978). The effect of Taxation on Labour Supply: Evaluating the Gary Income Maintenance Experiment. *Journal of Political Economy*, n.86(Dec), p.1101-30,
- BLOMQUIST. S.(1996).Estimation methods for male labor supply functions, How to take account for nonlinear taxes. *Journal of Econometrics*. n.70, p.383-405.
- BNB. Banco do Nordeste do Brasil (1997). *Execução de serviços técnicos sobre a demanda de água no Nordeste - Relatório Final-revisão 1*. Estudos executados pela PBLM – Fortaleza.
- HANKE, S.; MARE, L.(1978). Residential Water Demand: A pooled, time series, cross section study of Malmo, Sweden. *Water Resources Bulletin*.. n.18 (Ago), p.621-25.
- HEWITT, J.A.(1993). *Watering households: the two-error discrete-continuous choice model of residential water demand*. Ph.D diss. University of California, Berkeley.
- HEWITT, J.A; HANEMANN, S.M. (1995). A discrete/continuous approach to residential water demand under block rate price. *Land Economics*. V. mai.1995. p,173-192,
- HOUTHAKKER. H.S.1965. Additive preferences. *Econometrica*, v.28, p.244-57,
- IPEA-Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada,(1995). *Estudo da função da demanda por serviços de saneamento e estudo da tarifação do consumo residência*. Projeto de Modernização do Setor de Saneamento-PMSS, Brasília.
- MOFFITT, R.(1986). The Econometrics of Piecewise-Linear Budget Constraint. *Journal of Business and Economic Statistics*. July 1986, v.4, No.3, p.317-328
- MOFFITTT, R. (1986). The econometrics of piecewise-linear budget constraints: a survey and exposition of the maximum likelihood method. *Journal of Business & Economic Statistics* V. 4 No. 3 p.317-328.
- NIESWIADOMY. M.L.; D.J. MOLINA. (1989).Comparing residential water demand estimates under decreasing an increasing block rates using household data. *Land Economics*. V.65, 1989, p.280-289.
- NORDIN. John A. (1976). A Proposed Modification of Taylor's Demand Analysis: Comment. *The Bell Journal of Economics* 7(2), p.719-21,
- OPALUCH, J.J.(1982). Urban Residential Demand for Water in the United States: Further Discussion. *Land Economics*. v. 58 (May), p.225-27.
- (1984). A Test of Consumer Demand Response to Water Prices:Reply. *Land Economics*. v. 60 (Nov) p.417-21.
- RIETVEL, P.; ROUWENDAL, J.; ZWART, B.(1997). Estimating water demand in urban Indonesia: a maximum likelihood approach to bloc rate pricing data. Disponível em <http://www.ideas.repec.org/p/dgr/uvatin19970072.html>. Acesso em 11/12/2004
- SHIN. J.C. (1985). Perception of Price When Information is Costly: Evidence from Residential Electricity Demand. *Review of Economics and Statistics*. v.67(Nov.), p.591-98,
- PMSS. Programa de Modernização do Setor de Saneamento, (1998). Sistema Nacional de Informação em Saneamento - *Diagnóstico dos Serviços de Água e Esgoto*. Brasília-DF.
- TAYLOR, Lester D. (1975). The Demand for Electricity: A Survey. *The Bell Journal of Economics* v.6 (1), p.74-110.

## APÊNDICE 1 – MUNICÍPIOS PESQUISADOS E NÚMERO DE QUESTIONÁRIOS

A Tabela a seguir, apresenta o resumo geral das pesquisas realizadas por municípios e por áreas de abastecimento.

<i>Município</i>	<i>Entrevistas em Área</i>		<i>Total</i>
	<i>Hidrometrada</i>	<i>Sem Abastecimento</i>	
Santa Inês-MA	8	8	16
Presidente Dutra-MA	8	8	16
São Bernardo-MA	26	25	51
São Luis-MA	7	8	15
Francinópolis-PI	24	23	47
Picos-PI	7	7	14
Araripina-PE	7	7	14
Terra Nova-PE	7	7	14
Sobradinho-BA	0	14	14
São Pedro do Piauí-PI	23	24	47
Tracunhaém-PE	35	34	69
Escada-PE	39	30	69
Uruçuca-BA	7	16	23
Itagi-BA	69	0	69
Jaguaquara-BA	32	34	66
Santo Antonio de Jesus-BA	7	6	13
Cruz das Almas-BA	8	5	13
Salvador-BA	61	61	122
Riacho de Santana-BA	70	0	70
Cotegipe-BA	20	0	20
Barreiras-BA	21	21	42
<b>Total</b>	<b>486</b>	<b>338</b>	<b>824</b>

FONTE: BNB (1997).

## APÊNDICE II: A - GERAÇÃO DAS SÉRIES PARA REGRESSÃO POR MÁXIMA VEROSSIMILHANÇA NO PROGRAMA DO EVIEWS - MODELO I

'construção das series para objeto *ML* do evIEWS'

smpl @first+163 @last-1

coef(4) alfa

coef(1) eps

coef(1) eta

param alfa(1) .55 alfa(2) -.802 alfa(3) .248 alfa(4) -.023

param eps(1) 0.8737

param eta(1) 0.37

'construção das funções'

series g1=alfa(1)+alfa(2)\*lpr1+alfa(3)\*lyv1+alfa(4)\*DSA

series g2=alfa(1)+alfa(2)\*lpr2+alfa(3)\*lyv2+alfa(4)\*DSA

series g3=alfa(1)+alfa(2)\*lpr3+alfa(3)\*lyv3+alfa(4)\*DSA

series g4=alfa(1)+alfa(2)\*lpr4+alfa(3)\*lyv4+alfa(4)\*DSA

series g5=alfa(1)+alfa(2)\*lpr5+alfa(3)\*lyv5+alfa(4)\*DSA

'construindo as series do Segm1: 0<segm<10'

series w1=(lc-g1)/@sqrt(eps(1)^2+eta(1)^2)

```

series t1=(ln10-g1)/eps(1)
series r1=(t1-(eps(1)/@sqrt(eps(1)^2+eta(1)^2))*w1)/@sqrt(1-
(eps(1)/@sqrt(eps(1)^2+eta(1)^2))^2)
series s1=@dnorm(w1)*@cnorm(r1)/@sqrt(eps(1)^2+eta(1)^2)
'construindo as series do ponto 10'
series k12=(ln10-g2)/eps(1)
series k11=(ln10-g1)/eps(1)
series u1=(ln10-lc)/eta(1)
series k1=@dnorm(u1)*(@cnorm(k12)-@cnorm(k11))/eta(1)
'construindo as series Segm2: 10<segm<15'
series w2=(lc-g2)/@sqrt(eps(1)^2+eta(1)^2)
series t2=(ln15-g2)/eps(1)
series r2=(t2-(eps(1)/@sqrt(eps(1)^2+eta(1)^2))*w2)/@sqrt(1-
(eps(1)/@sqrt(eps(1)^2+eta(1)^2))^2)
series s2=@dnorm(w2)*(1-@cnorm(r2))/@sqrt(eps(1)^2+eta(1)^2)
'construindo as series do ponto 15'
series k22=(ln10-g3)/eps(1)
series k21=(ln10-g2)/eps(1)
series u2=(lc-ln15)/eta(1)
series k2=@dnorm(u2)*(@cnorm(k22)-@cnorm(k21))/eta(1)
'construindo as series do Segm 3: 15<segm<20'
series w3=(lc-g3)/@sqrt(eps(1)^2+eta(1)^2)
series t3=(ln20-g3)/eps(1)
series r3=(t3-(eps(1)/@sqrt(eps(1)^2+eta(1)^2))*w3)/@sqrt(1-
(eps(1)/@sqrt(eps(1)^2+eta(1)^2))^2)
series s3=@dnorm(w3)*(1-@cnorm(r3))/@sqrt(eps(1)^2+eta(1)^2)
'construindo as series do ponto 20'
series k32=(ln10-g4)/eps(1)
series k31=(ln10-g3)/eps(1)
series u3=(lc-ln20)/eta(1)
series k3=@dnorm(u3)*(@cnorm(k32)-@cnorm(k31))/eta(1)
'construindo as series do Segm4: 20<segm<30'
series w4=(lc-g4)/@sqrt(eps(1)^2+eta(1)^2)
series t4=(ln30-g4)/eps(1)
series r4=(t4-(eps(1)/@sqrt(eps(1)^2+eta(1)^2))*w4)/@sqrt(1-
(eps(1)/@sqrt(eps(1)^2+eta(1)^2))^2)
series s4=@dnorm(w4)*(1-@cnorm(r4))/@sqrt(eps(1)^2+eta(1)^2)
'construindo as series do ponto 30'
series k42=(ln10-g5)/eps(1)
series k41=(ln10-g4)/eps(1)
series u4=(lc-ln30)/eta(1)
series k4=@dnorm(u4)*(@cnorm(k42)-@cnorm(k41))/eta(1)
'construindo as series do Segm5: segm>30'
series w5=(lc-g5)/@sqrt(eps(1)^2+eta(1)^2)
series t5=(lnmax-g5)/eps(1)
series r5=(t5-(eps(1)/@sqrt(eps(1)^2+eta(1)^2))*w5)/@sqrt(1-
(eps(1)/@sqrt(eps(1)^2+eta(1)^2))^2)
series s5=@dnorm(w5)*(1-@cnorm(r5))/@sqrt(eps(1)^2+eta(1)^2)
'construindo a serie para armazenar as contribuições individuais de ML'
series logl1=log(s1+s2+s3+s4+s5+k1+k2+k3+k4).

```