Multiplicidade de Equilíbrios e Transição de Fase em um Modelo de Campos Aleatórios para um Jogo Social não-Cooperativo.

Gustavo Gomes de FREITAS [1]

Heron Carlos Esvael do CARMO [2]

Resumo

O presente artigo utiliza a adaptação do modelo de campos aleatórios sugerida por DURLAUF(1997) e BROCK & DURLAUF (2001), para analisar a existência e a multiplicidade de equilíbrios em um jogo social não-cooperativo. O texto procura generalizar os resultados daqueles autores relativos aos equilíbrios, utilizando uma distribuição genérica para a heterogeneidade dos agentes, estendo, assim, a análise iniciada por GLAESER & SCHEINCKMAN(2001).

Trata-se, aqui, de um jogo de escolhas binárias em que os pay-offs dos jogadores dependem da importância que atribuírem ao comportamento médio da sociedade. Se lhe atribuírem pouca ou nenhuma importância, o equilíbrio existe e é único; se, por outro lado, lhe dedicarem maior importância ao comportamento médio da sociedade, escolhendo em concordância com a estratégia dominante no agregado, passa-se para a existência de múltiplos equilíbrios, dois deles socialmente inferiores.

Palavras Chave: multiplicador social, travamento, retornos crescentes, difusão tecnológica

Abstract

We apply the random fields framework proposed by DURLAUF(1997) and BROCK & DURLAUF (2001) to a non-cooperative game of binary choices. We extend their model to allow for a more general distribution of the economic agents heterogeneity, in accordance with GLAESER & SCHEINCKMAN(2001).

We analyze the existence and multiplicity of equilibria in that non-cooperative game, when agents can exhibit some interest to adjust their strategic behaviour to that prevailing in the aggregate. Depending on the conformity of players' behaviour, concerning the social average choice, there can be a multiplicity of equilibria.

Key-words: social multiplier, lock-in, positive feed-backs, technology diffusion

ANPEC: *ÁREA 4*

JEL: *C72 , C73*

---

[1] Pesquisador Assistente do IPE-USP e Departamento de Economia – FCECA – UPMackenzie.
[2] Pesquisador do IPE – USP e Departamento de Economia – FEA – USP.

1. Introdução

É crescente o emprego que se tem feito, recentemente, por economistas e centros de pesquisa interdisciplinares, de técnicas de modelagem relacionadas com a *Teoria dos Sistemas Complexos*, para o estudo de alguns temas de longo interesse da Ciência Econômica.

Essa literatura tem despertado o interesse de renomados economistas (ARROW, 1994; KIRMAN, 1997; KRUGMAN, 1997; COLANDER, 2000) por possibilitar o tratamento formalizado de alguns temas de permanente interesse da Ciência Econômica, muito embora ainda não exista consenso na comunidade científica quanto ao que se deve entender pelo termo *Sistemas Complexos*, mesmo quando aplicado às Ciências Sociais.[3]

Há trabalhos, por exemplo, que utilizam técnicas originalmente empregadas na Física Estatística: FOLEY(1994) desenvolve um modelo de equilíbrio estatístico para mercados competitivos, reconsiderando os resultados relativos ao equilíbrio walrasiano e sua eficiência paretiana; BLUME(1993,1997) modela o comportamento estratégico de agentes econômicos em jogos populacionais; GLAESER *et alli*(1996) trabalham com um modelo de contágio espacial para analisar a difusão geográfica de crimes; TOPA(2001) utiliza técnica similar para considerar o efeito de disseminação de informações "boca a boca" para a formação espacial de padrões de taxas de desemprego; e ARTHUR(1994) apresenta modelos de dinâmica estocástica para analisar processos de inovação tecnológica e a possibilidade de sobrevivência de tecnologias inferiores, em concordância às evidências históricas apresentadas por DAVID(1985).

Trabalhando com a teoria dos jogos evolucionários, originalmente utilizada na Biologia Matemática (SAMUELSON, 1996; WEIBULL, 1997), KANDORI *et alli*(1993) mostram que a possibilidade de *mutações* no comportamento estratégico de uma população de jogadores, ao longo do tempo, reduz o número de equilíbrios possíveis para o jogo, contribuindo, assim, para a seleção de equilíbrios; e YOUNG(1993) analisa como as convenções no comportamento social dos agentes econômicos podem resultar de um processo dinâmico em que populações sucessivas de jogadores jogam o mesmo jogo social, as sucessoras aproveitando-se das informações relativas ao *fitness* das diferentes estratégias utilizadas pelas antecessoras.

Também com a técnica de jogos evolucionários, CHIAPPIN(1997) simula processos iterativos para a dinâmica de um jogo social em que os agentes vêem seus comportamentos condicionados por instituições políticas e sociais; SILVEIRA(2000) desenvolve um modelo de agentes de racionalidade limitada e discute o processo de concorrência e a formação de ciclos econômicos goodwinianos; PRADO *et alli(*2003) analisam em que condições diferentes tecnologias sobrevivem em uma dinâmica de concorrência de mercado; e FREITAS(2003) simula dinâmicas de um jogo estocástico evolucionário, obtendo características de complexidade no comportamento agregado da sociedade, dentre elas, *padrões emergentes*, *criticalidade auto-organizadora*, *dependência de trajetória* e *não-linearidades*.[4]

O presente artigo utiliza a adaptação do modelo de campos aleatórios (KINDERMANN e SNELL, 1980; KARR, 1990) sugerida por DURLAUF(1997) e BROCK & DURLAUF (2001), para analisar a existência e a multiplicidade de equilíbrios em um jogo social não-cooperativo. Diferentemente daqueles autores, porém, que trabalham com o caso especial da distribuição logística para a heterogeneidade dos agentes, este trabalho procura generalizar os resultados relativos aos equilíbrios utilizando uma distribuição genérica *F(x)* para aquela heterogeneidade, também considerada por GLAESER & SCHEINCKMAN(2001).

Trata-se, aqui, de um jogo em que agentes econômicos heterogêneos realizam escolhas binárias. Seus respectivos pay-offs, determinados endogenamente, dependem da importância que

[3] O leitor interessado no tema pode recorrer a AUYANG(1999) e GUEDES(1999) ou, para um tratamento introdutório da questão, a FREITAS(2003, pp. 3 a 19).

[4] Revisões detalhadas dessa literatura já estão disponíveis em KIRMAN(1997), BROCK & DURLAUF(2000) e GLAESER & SCHEINCKMAN(2001).

atribuírem às suas expectativas quanto ao provável comportamento dominante na sociedade, *vis a vis* seus interesses individuais. Se atribuírem pouca ou nenhuma importância ao comportamento que esperam prevaleça na sociedade, o equilíbrio existe e é único; se, por outro lado, esses mesmos agentes dedicarem maior importância ao comportamento esperado da sociedade, escolhendo em concordância com a estratégia dominante no agregado, passa-se para a existência de múltiplos equilíbrios, dois deles socialmente inferiores.

Se se trata, por exemplo, da decisão não-cooperativa de adoção de uma nova tecnologia pelos agentes, essa maior importância por eles atribuída à expectativa que nutrem quanto ao provável comportamento da sociedade pode ser conseqüente da presença de *externalidades de rede* na utilização da mesma; e os dois equilíbrios socialmente inferiores, portanto, representam uma situação em que a sociedade se vê *travada* (*locked-in*) em uma configuração ineficiente, dado o domínio da opção tecnicamente inferior.

Ademais, existindo a possibilidade de mudança da multiplicidade para a unicidade de equilíbrio, os agentes econômicos desta sociedade podem apresentar comportamento “de manada”, estando presente, portanto, o conceito de M*ultiplicador Social*, entendido como o processo pelo qual alterações marginais nos incentivos individuais dos agentes econômicos resultam em expressivas mudanças no comportamento agregado da sociedade (SCHELLING, 1973; GLAESER & SCHEINCKMAN, 2001), fenômeno também denominado por Transição de Fase.

O presente artigo visa, igualmente, tornar mais clara a semelhança existente entre a adaptação sugerida por DURLAUF(*op cit.*) e BROCK & DURLAUF (*op cit.*) para a aplicação do modelo em economia, e a estrutura do modelo de escolha individual com utilidade aleatória já consagrado na literatura econômica (MACFADDEN,1981, GRIFFITHS *et alli*, 1993, GREENE, 2000).

O texto a seguir está estruturado como segue: apresenta-se, inicialmente, a estrutura básica do modelo de escolha individual com utilidade aleatória. Em seguida, introduz-se o conceito de vizinhança social e emprega-se o formalismo dos modelos de campos aleatórios para a análise do comportamento agregado de uma população de agentes cujas escolhas estejam condicionadas a motivações sociais e institucionais. Discute-se, então, a existência e a multiplicidade de equilíbrios para o comportamento agregado, bem como o papel desempenhado pelas motivações sociais para que se observe a presença de algumas das características do comportamento populacional, a saber, *padrões emergentes*, *travamento, retornos crescentes* e *transição de fase*.

A identificação dessas características no comportamento de inovação das sociedades pode ser igualmente relevante para a discussão de políticas sociais. Um projeto de incentivos individuais temporários que inicie um processo encadeado de mudança comportamental frente à nova tecnologia, explorando convenientemente os *retornos crescentes* da interação e multiplicação social, pode facultar à sociedade a superação do conservadorismo que a mantém travada em configurações agregadas inferiores. Se bem sucedida, a implantação desses incentivos pode induzir a sociedade a uma transição de fase, resultando, por fim, uma configuração agregada tecnicamente superior.

2. Agentes Heterogêneos *sem* Motivações Sociais

2.1. As Decisões Individuais.

Considere-se um problema de decisão com que um agente i se defronta, devendo decidir por uma dentre duas opções alternativas de escolha, genericamente representadas, aqui, por 0 e 1.

Seja $V_i(w_i) : \{ 0, 1 \} \rightarrow \Re$ uma função de utilidade aleatória decomponível em dois termos aditivos, $u(w_i)$ e $\epsilon_i(w_i)$, a parcela determinista e a parcela aleatória, respectivamente, de tal forma que

$$V_i(w_i) = u(w_i) + \epsilon_i(w_i) \qquad (1)$$

O termo $u(w_i)$ dessa expressão visa representar as motivações identificáveis do comportamento do agente *i* quando da sua escolha por w_i.

Se, por exemplo, a escolha $w_i = 1$ se refere à adoção de uma nova tecnologia por parte de um agente *i*, esse termo $u(w_i)$ pode representar o ganho técnico, em uma análise objetiva de custo-benefício, que aquele indivíduo *i* obtém por se decidir pela nova tecnologia e que, sendo técnico, independe de suas características pessoais.

O segundo termo da expressão (1), a parcela $\epsilon_i(w_i)$, refere-se, por sua vez, às motivações latentes, não observáveis e idiossincráticas do agente em relação à escolha w_i, e que são, em última análise, as responsáveis pela característica probabilística de seu comportamento de escolha.

Se retomado o exemplo da adoção de uma nova tecnologia, esse termo estocástico pode se referir ao ganho que o agente *i percebe* da sua relação individual com a inovação, quando comparado àquele *percebido* pelo uso da tecnologia antiga e que, portanto, é essencialmente pessoal e dependente das suas habilidades e competências.

E, de forma análoga, quanto ao exemplo do título, o termo estocástico pode se referir à avaliação subjetiva que o investidor faz do juro a ser periodicamente recebido pela manutenção do título em sua carteira, o que se trata como algo particularmente pessoal.

Sob esse enfoque de imprevisibilidade de comportamento e como hipótese de construção, o modelo admite que

$$Prob(w_i=1) = Prob(\, V(w_i=1) - V(w_i=0) > 0 \,) \qquad (2)$$

ou seja, que a escolha do agente *i* pela opção $w_i=1$ em detrimento de $w_i=0$ será *tanto mais provável quanto mais provável* for que aquela escolha lhe dê maior retorno ou utilidade do que esta.

Se manipulada a expressão (2) e inserida a expressão (1), obtém-se

$$Prob(w_i=1) = Prob\,(\, \epsilon_i(w_i=1) - \epsilon_i(w_i=0) \; > u(w_i=0) - u(w_i=1) \,) \qquad (3)$$

como expressão para a probabilidade de que a escolha $w_i=1$ se realize.[5]

Retomando-se a expressão(3), se invertida a desigualdade entre os parênteses,

$$Prob(w_i=1) = Prob\,(\, \epsilon_i(w_i=0) - \epsilon_i(w_i=1) \; < \; u(w_i=1) - u(w_i=0) \,) \qquad (4)$$

e se $f(\,x\,),\ x \in (\,-\infty\,,\ \infty\,)$, representar a densidade de probabilidade e $F(x)$ a respectiva distribuição de probabilidade acumulada para as motivações subjetivas e não observáveis do agente *i*, tem-se que

$$Prob(w_i=1) = F\,(\, u(w_i=1) - u(w_i=0) \,) \qquad (5)$$

Essa expressão (5) mostra que, por conseqüência da própria definição de $F\ (x)$ como distribuição de probabilidade acumulada, quanto maiores os incentivos explícitos pela escolha $w_i = 1$ em comparação aos de $w_i = 0$, mais provável é que o agente *i* opte por aquela ao invés desta, já que $F(\ x\ )$ não pode ser decrescente. Assim, quanto maiores os incentivos objetivos ou mensuráveis, menor a incerteza quanto ao provável comportamento do agente, os incentivos latentes e não observáveis perdendo dominância, comparativamente, sobre o processo de escolha.

---

[5] Com o propósito de dar um significado intuitivo dessa expressão (3), em um exercício de livre interpretação, suponha-se que um determinado agente *i* tenha optado por $w_i=1$ muito embora os seus incentivos observáveis fossem tais que $u(0) > u(1)$, isto é, que a escolha $w_i=0$ aparentasse ser a "razoável", em termos líquidos; então, *infere-se* que os seus incentivos implícitos e não observáveis, também em termos líquidos, isto é, $\epsilon_i(1) - \epsilon_i(0)$, inclinaram-no muito mais fortemente para a opção $w_i=1$, excedendo os incentivos líquidos por $w_i=0$. Para uma análise formal sobre Preferência Revelada Estocástica, veja-se MCFADDEN (*op cit*, p. 204).

2.2. Das Decisões Individuais para o Comportamento Agregado.

Estendo-se a análise, trate-se, agora, não de um porém de I indivíduos, cada um deles devendo realizar, simultânea e independentemente, sua escolha por $w_i \in \{ 0 , 1 \}$.

Dada a decisão de cada um desses I agentes, o comportamento conjunto desse grupo é representado pelo vetor

$$\boldsymbol{w} = (w_1 , w_2 , w_3 , \ldots , w_{I-1} , w_I) \in \{ 0 , 1 \}^I \tag{6}$$

Supondo-se, inicialmente, que cada um deles realize sua escolha de forma independente da dos demais, isto é, de que as escolhas w_i sejam variáveis aleatórias independentes, esse vetor $\boldsymbol{w}$ pode ser tratado como uma variável aleatória cuja distribuição de probabilidade equivale ao produto das distribuições de probabilidade dos comportamentos individuais de cada um dos I agentes. E, ademais, também como conseqüência da hipótese de independência de escolhas (ou *experimentos aleatórios*, do ponto de vista do observador) o comportamento agregado desse grupo de indivíduos, representado por

$$m = \left(\Sigma_i \; w_i\right) \Big/ I \tag{7}$$

corresponde à freqüência m de escolhas $w_i=1$ em I ensaios de Bernoulli o que, por conseqüência, tem distribuição binomial e, portanto, o comportamento agregado esperado da sociedade passa a ser

$$m^* = E(m) = I \, F \, (u(w_i=1) - u(w_i=0)). \tag{8}$$

2.3. O Problema da Sociedade.

Entretanto, admita-se, agora, que aquele conjunto de I agentes constitua não só um grupo de indivíduos mas uma *sociedade*, no sentido de que exista algum tipo de *interação comportamental* entre os mesmos e, por conseguinte, algum tipo de correlação ou, mais precisamente, de dependência nas suas decisões de escolha.

Isso significa dizer, estatisticamente, que as variáveis aleatórias w_i´s que compõem o vetor $\boldsymbol{w}$ não são mais ensaios independentes, e o agente i pode influenciar (e ser influenciado por) a escolha do agente j, w_j que, por sua vez pode influenciar (e também ser influenciado por) a escolha do agente k, w_k, e assim sucessivamente, para todos os I agentes, o que invalida o resultado (8) para o comportamento agregado m^*, fundamentado na hipótese de independência das realizações ou escolhas w_i´s.

No caso de se tratar, portanto, da análise de escolha de I indivíduos que além de agentes são *interagentes*, o modelo até aqui desenvolvido precisa ser refinado, sendo necessário o tratamento adequado da interdependência das variáveis aleatórias w_i´s que compõem o vetor $\boldsymbol{w}$ descritivo do comportamento da sociedade.

3. Introduzindo-se as Motivações Sociais.

3.1. O Modelo de Decisão Individual com Motivações Sociais.

Retomando-se o problema da escolha dos indivíduos, seja agora $\{ -1, 1 \}$ a representação do conjunto de opções alternativas disponíveis a cada um dos I agentes dessa sociedade.[6]

Em direta analogia ou generalização da análise desenvolvida anteriormente, para o caso dos agentes independentes, admita-se agora que o indivíduo i da sociedade, no seu processo de decisão

[6] A mudança na representação do conjunto de escolhas de $\{ 0 , 1 \}$ para o $\{ -1 , 1 \}$ é um mero artifício algébrico adotado para facilitar o desenvolvimento futuro da análise.

por $w_i \in \{ -1, 1 \}$, além dos incentivos explícitos e observáveis, representados por $u(w_i)$, e dos incentivos implícitos e idiossincráticos, representados por $\epsilon_i(w_i)$, *possa* perceber igualmente algum tipo de motivação social, de sorte que as escolhas e os comportamentos dos demais agentes que lhe servem de referência, ou seja, sua vizinhança social, *possam* ter alguma influência na sua escolha.[7]

Se, como já citado anteriormente, tratar-se da decisão de adoção de uma nova tecnologia pelo agente *i*, além das motivações objetivas, relativas à eficiência técnica dessa nova opção frente às anteriores, o indivíduo pode perceber incentivos relacionados a *externalidades* de rede no uso da mesma. Se houver, por exemplo, como *externalidade positiva*, a facilidade de obtenção de informações com vizinhos seus que tenham adotado a mesma tecnologia, a respeito de recursos e facilidades disponibilizados por ela, o agente *i* passa a ter um incentivo adicional, contextual e dependente da vizinhança.[8]

Denomine-se por *Vizinhança* do indivíduo *i*, representada por $n(i)$, o conjunto dos agentes da sociedade com os quais ele interage e que influenciam seu comportamento.

E, visando-se a simplicidade da notação utilizada, represente-se igualmente por $n(i)$ o próprio número de agentes que se inserem na vizinhança do agente *i*.[9]

Esquematicamente, as figuras a seguir ilustram duas diferentes vizinhanças de um indivíduo inserido em um contexto social:

i-2 j-2	i-2 j-1	i-2 j	i-2 j+1	i-2 j+2
i-1 j-2	i-1 j-1	i-1 j	i-1 j+1	i-1 j+2
i j-2	i j-1	i j	i j+1	i j+2
i+1 j-2	i+1 j-1	i+1 j	i+1 j+1	i+1 j+2
i+2 j-2	i+2 j-1	i+2 j	i+2 j+1	i+2 j+2

Figura1: $n(\mathrm{Ind}_{ij}) = \{ \mathrm{Ind}_{kl} : | k - i | + | l - j | = 1 \}$

i-2 j-2	i-2 j-1	i-2 j	i-2 j+1	i-2 j+2
i-1 j-2	i-1 j-1	i-1 j	i-1 j+1	i-1 j+2
i j-2	i j-1	i j	i j+1	i j+2
i+1 j-2	i+1 j-1	i+1 j	i+1 j+1	i+1 j+2
i+2 j-2	i+2 j-1	i+2 j	i+2 j+1	i+2 j+2

Figura2: $n(\mathrm{Ind}_{ij}) = \{ \mathrm{Ind}_{kl} : 0 < | k - i | + | l - j | < 3 \}$

Represente-se a motivação social da escolha do agente *i*, decorrente do comportamento dos seus vizinhos $j \in n(i)$, pelo termo aditivo $S_i(w_i, \boldsymbol{w}^e)$ em $V_i(w_i)$, em que $\boldsymbol{w}^e$ corresponde à expectativa que esse agente *i* nutre a respeito da escolha de todos os demais indivíduos que lhe exercem alguma influência, inseridos em sua vizinhança social.

A inclusão desse termo social $S_i(w_i, \boldsymbol{w}^e)$ na função de utilidade aleatória $V_i(w_i ; \boldsymbol{w}^e) : \{ -1, 1 \} \rightarrow \Re$ a modifica para

$$V_i(w_i ; \boldsymbol{w}^e) = u(w_i) + S_i(w_i, \boldsymbol{w}^e) + \epsilon_i(w_i) \tag{9}$$

e pode ser interpretada como a inclusão de uma nova "variável", uma função na verdade, resultado do esforço de se tentar reduzir o erro do modelo ou, ainda, a importância da parcela aleatória influente nas escolhas dos agentes. Esse artifício, portanto, procurar considerar uma motivação do comportamento do agente até então não considerada e, por isso, embutida nas motivações implícitas e não observáveis.[10]

Dada essa ampliação do modelo, ainda sob o mesmo critério de que o indivíduo estará tanto mais propenso à escolha (w_i) quanto maior o retorno que espera obter ao escolhê-la -

[7] Mais uma vez, como se trata de um modelo probabilístico, não se afirma que a vizinhança *tem* influência sobre a escolha do agente mas, sim, que *pode* ter.

[8] Naturalmente, é igualmente possível a interpretação de que essas motivações sociais sejam decorrentes da existência de instituições informais na sociedade, que não necessariamente determinam mas podem condicionar os comportamentos individuais dos agentes e, conseqüentemente, da própria sociedade. (OLSON,1971; NORTH,1990).

[9] O contexto em que *n(i)* aparece no desenvolvimento do texto deixa claro quando se trata de um ou de outro significado, sem risco de interpretação contrária.

[10] Equivaleria, assim, na terminologia econométrica, à eliminação da auto-correlação dos erros pela inclusão dos determinantes sociais, até então "variáveis omitidas".

comparativamente à alternativa $(-w_i)$ - a probabilidade de se observar a escolha w_i pelo agente i, que passa a depender do comportamento que ele espera observar na sua vizinhança, será

$$Prob(w_i| \mathbf{w}^e) = Prob\ (V_i(w_i ; \mathbf{w}^e) - V_i(- w_i ; \mathbf{w}^e) > 0) \tag{10}$$

que, utilizada a expressão (9), pode ser reescrita como

$$Prob(w_i| \mathbf{w}^e) = Prob((\epsilon_i(-w_i) - \epsilon_i(w_i)) < (u(w_i) - u(-w_i)) + (S_i (w_i,\mathbf{w}^e) - S_i (-w_i,\mathbf{w}^e))) \tag{11}$$

Se, tal como anteriormente, representa-se por $F(x)$ a distribuição de probabilidade acumulada da heterogeneidade dos agentes, tem-se

$$Prob(w_i| \mathbf{w}^e) = F ((u(w_i) - u(-w_i)) + (S_i (w_i,\mathbf{w}^e) - S_i (-w_i,\mathbf{w}^e))) \tag{12}$$

para a expressão da probabilidade de que se verifique a escolha w_i pelo *i-ésimo* agente.

3.2. Especificando a Estrutura de Interação Social.

Seja o parâmetro J_{ij} uma medida da relevância que o agente i atribui à escolha do seu vizinho j e considere-se a expressão

$$(w_i + w_j^e)^2 \tag{13}$$

que apresenta a seguinte propriedade:

a) se a escolha do agente i diferir da escolha que ele espera observar para o agente j, uma será o oposto da outra, $w_i = - w_j^e$, ou ainda, $w_i + w_j^e = 0$ e, por fim, $(w_i + w_j^e)^2 = 0$;

b) se, alternativamente, a escolha do agente i coincidir com a escolha que ele espera observar para o agente j, então $w_i = w_j^e$ e, ou $w_i + w_j^e = + 2$ ou $w_i + w_j^e = - 2$, o que significa que $(w_i + w_j^e)^2 = 4$.

Nesse caso, se se representa o teor de interação social do indivíduo i com sua vizinhança pela expressão

$$S (w_i,\mathbf{w}^e) = \sum_{j \in n(i)} J_{ij} (w_i + w_j^e)^2 \tag{14}$$

obtém-se, com algum tratamento algébrico combinado com as propriedades anteriormente descritas de $(w_i + w_j^e)^2$, a expressão simplificada

$$S_i (w_i,\mathbf{w}^e) - S_i (-w_i,\mathbf{w}^e) = \sum_{j \in n(i)} 4 J_{ij} w_i w_j^e \tag{15}$$

Essa expressão para a diferença de incentivos sociais por uma ou outra escolha do agente i pode ser interpretada com segue: se $J_{ij} > 0$, isto é, se o comportamento do agente j é considerado positivamente pelo agente i, existe um incentivo social para que este último imite o comportamento daquele, $w_i = w_j^e$, porque, nesse caso, $J_{ij}\ w_i\ w_j^e = J_{ij} > 0$ e, fixadas as escolhas de todos os seus vizinhos restantes, $S_i (w_i,\mathbf{w}^e) - S_i (-w_i,\mathbf{w}^e) > 0$. Em outras palavras, quando $J_{ij} > 0$, há um incentivo social de conformação ou imitação do comportamento esperado do agente j pelo agente i.

Em contra-partida, espera-se o oposto quando $J_{ij} < 0$, ou seja, o indivíduo i tem algum incentivo social para diferenciar seu comportamento daquele do agente j, isso porque quando $w_i \neq w_j^e$, então $J_{ij}\ w_i\ w_j^e = - J_{ij} > 0$, e, se mais uma vez fixadas as escolhas dos seus vizinhos restantes, $S_i (w_i,\mathbf{w}^e) - S_i (-w_i,\mathbf{w}^e) > 0$.

Ainda com o propósito de tornar o modelo melhor tratável, analiticamente, adotando-se a representação paramétrica $u(w_i) = h\ w_i + k$ para os incentivos individuais observáveis, pode-se proceder à simplificação

$$u(w_i) - u(-w_i) = (h\, w_i + k) - (h\, (-w_i) + k) = 2\ h\, w_i \tag{16}$$

de tal forma que quanto maior o parâmetro h (*positivo*), tanto maiores os incentivos observáveis a favor de $w_i = 1$ e, conseqüentemente, tanto maior a probabilidade de que esta última opção seja a escolhida.

Finalmente, retomando-se a expressão (12) para a probabilidade de que o indivíduo i escolha w_i frente a $-w_i$, e dadas as expressões (15) e (16), obtém-se

$$Prob(w_i |\, \mathbf{w}^e) = F\left(2\ h\, w_i + \sum_{j \in n(i)} 4\ J_{ij}\ w_i\, w_j^e \right) \tag{17}$$

para a probabilidade de o agente i escolher o comportamento w_i dependentemente do que ele espera observar em sua vizinhança.

Considere-se, agora, o caso especial em que se tenha a intensidade de interação entre os agentes como uma característica da própria vizinhança $n(i)$ e não como particular a cada par de indivíduos i e j. Isto é, considere-se que a própria vizinhança possa ser caracterizada por um parâmetro J, de tal forma que o teor de interação entre um indivíduo i e cada um dos demais agentes j que a compõem seja

$$J_{ij} = {}^{J}\!/_{2n(i)},\ \ \forall j \in n(i) \tag{18}$$

A definição desse teor de interação entre i e j traz, implicitamente, a idéia de que a importância atribuída à escolha do agente j pelo agente i é tanto menor quanto mais agentes este último incluir em sua vizinhança, ou seja, a magnitude da interação J_{ij} é inversamente proporcional ao tamanho da vizinhança $n(i)$ desse *i-ésimo* agente.[11]

Neste caso, a substituição dessa expressão (18) na expressão (17) leva a

$$Prob(w_i |\, \mathbf{w}^e) = F\left(2\left(h + J \sum_{j \in n(i)} w_j^e \Big/ n(i) \right) w_i \right) \tag{19}$$

Finalmente, se se define, agora, em analogia ao comportamento agregado da sociedade, m, a medida

$$m^e_{n(i)} = \sum_{j \in n(i)} w_j^e \Big/ n(i) \tag{20}$$

como sendo o comportamento agregado que o agente i espera observar na sua vizinhança $n(i)$, obtém-se

$$Prob(w_i |\, m^e_{n(i)}) = F\left(2(h + J\ m^e_{n(i)})\, w_i \right) \tag{21}$$

para a probabilidade de que o agente i escolha a opção w_i, condicionada na sua expectativa $m^e_{n(i)}$ quanto ao provável comportamento agregado da sua vizinhança.

3.3. Uma Análise Preliminar sobre a Influência dos Incentivos Sociais.

Uma característica deste modelo é que aumentos no parâmetro de interação J resultam em aumentos na probabilidade de que o agente i conforme o seu comportamento ao comportamento médio esperado do grupo, $m^e_{n(i)}$. Isso se verifica já que, pela expressão (21), obtém-se

---

[11] O *2* do denominador é um mero artifício matemático que visa a simplificação matemática de expressões subseqüentes.

$$\partial\, Prob(w_i) \Big/ \partial\, J = 2\,(\, m^{e}_{n(i)}\;\; w_i\,)\; f\,(\, 2(\, h + \; J \;\; m^{e}_{n(i)})\, w_i\,) \qquad (22)$$

e como $f(*) > 0$, por sua própria definição, o sinal dessa expressão passa a depender unicamente do produto $(\, m^{e}_{n(i)}\;\; w_i\,)$. Em sendo assim, a expressão (22) será positiva quando $m^{e}_{n(i)}$ e w_i tiverem o mesmo sinal, o que significa um aumento na probabilidade de que o indivíduo i conforme sua escolha w_i à escolha majoritária dos seus vizinhos, dada pelo sinal de $m^{e}_{n(i)}$.

4. O Jogo Social como um Caso Particular.

Considere-se, agora, a situação de um jogo social em que o agente i atribua importância ao comportamento de toda a sociedade, ou seja, que o relevante para a sua escolha seja o comportamento agregado da sociedade. Neste caso, $w_i \in \{-1,1\}$ passa a ser entendido como o conjunto de estratégias de jogo disponíveis a cada jogador $i \in \{\, 1,\, 2,\, 3,\, \ldots,\, I\text{-}1,\, I\,\}$, $V_i(w_i|\; m^e)$ passa a ser o seu *pay-off aleatório*, cuja maximização deve - *provavelmente* - nortear seu comportamento estratégico e a expressão

$$Prob(w_i|\; m^e\,) = F\,(\;\; 2(\, h + \; J \;\; m^e\,)\, w_i\,) \qquad (23)$$

passa a ser entendida como a probabilidade de que w_i seja o comportamento estratégico do i-*ésimo* jogador.

4.1. A Configuração de Equilíbrio Social.

Estaticamente, entende-se aqui por *equilíbrio* a configuração macro m^* tal que, ao se verificar no agregado, corresponda simultaneamente, no nível micro, às expectativas $m^{*\,e}$ de todos os agentes e, ademais, não motive qualquer mudança nas suas decisões individuais. Em sendo assim, estas se mantendo inalteradas – ou mais precisamente, pouco variáveis - o agregado assim será mantido, constituindo-se o que seria um equilíbrio da sociedade, uma configuração na qual ela se mantém, uma concordância entre as motivações dos indivíduos e o estado agregado delas resultante.

É interessante ressaltar que não é preciso que os agentes fixem suas escolhas individuais para que se verifique um equilíbrio agregado, isto é, é possível que se realize um macro-estado de equilíbrio para a sociedade muito embora no nível micro-econômico os indivíduos modifiquem constantemente suas escolhas.

Assim, imaginando-se a sociedade dividida em dois grandes grupos, a saber, o dos agentes que escolhem $w_i = 1$ e o dos agentes que escolhem $w_i = -1$, a configuração de equilíbrio agregado da sociedade pode ser entendida como resultante de uma estabilidade nos fluxos migratórios entre esses dois grupos, de tal forma que o número de agentes que sai do primeiro e entra no segundo seja igual ao número de agentes que sai do segundo e entra no primeiro. Então, embora não se tenha total estabilidade no nível micro, atinge-se a estabilidade no nível macro, o que se denomina na literatura dos sistemas complexos como *Padrão Emergente*.

Por tratar-se de um sistema probabilístico, em que se admite heterogeneidade nas decisões individuais, só há sentido no conceito de equilíbrio se o mesmo for entendido como um valor médio.[12]

[12] Em outras palavras, esse equilíbrio estatístico descreve o comportamento de um fenômeno de "massa", isto é, um fenômeno conjunto de muitos componentes ou um problema de muitos corpos. Na literatura de Campos Aleatórios, tais Equilíbrios são conhecidos como Equilíbrios de Campo Médio (*Mean Field Equilibria)* em virtude da origem dos

Esse Equilíbrio Médio dar-se-á quando se verificar que, para todo agente i,

$$E(w_i| \, m^*) = m^* \tag{24}$$

ou seja, a escolha individual esperada, para cada agente i, $E(w_i| \, m^*)$, corresponda à escolha média que se observa no agregado, m^*.

Calculando-se a esperança matemática do 1º membro dessa condição de equilíbrio

$$m^* = E(w_i| \, m^*) = (w_i) \, Prob(w_i| \, m^*) + (-w_i) \, Prob(-w_i| \, m^*) \tag{25}$$

e, considerando-se que

$$Prob(w_i| \, m^*) + Prob(-w_i| \, m^*) = 1 \tag{26}$$

a expressão (25) pode sofrer a seguinte alteração algébrica:

$$m^* = 2 \, w_i \, Prob(w_i| \, m^*) - w_i \tag{27}$$

e, então, tomando-se $w_i = 1$, obtém-se, dada a expressão (23)

$$m^* = 2 \, F(2(h + J \, m^*)) - 1 \tag{28}$$

como expressão final para a análise da existência e da multiplicidade dos equilíbrios.

4.2 A Existência e a Multiplicidade de Equilíbrios Sociais.

Passa a ser de interesse, agora, sob essa condição, analisar se existe alguma configuração agregada m^* que seja de equilíbrio ou estabilidade social e, se existir, se tal configuração é única; matematicamente, isso equivale a verificar, respectivamente, se existe e se é único o valor m^* que satisfaz a equação (28) de equilíbrio.

A esse respeito, pode ser demonstrada a seguinte

PROPOSIÇÃO: [13]
Se

h.1) $h > 0$, ou seja, se a opção $w_i = 1$ é, em termos objetivos e mensuráveis, em uma situação de escolha sem interação, superior à opção $w_i = -1$;

h.2) $J > 0$, isto é, se os agentes apresentem alguma propensão a conformar sua escolha à escolha da maioria da sociedade;

h.3) $\forall x, \exists f'(x)$, ou seja, se a densidade de probabilidade é uma função matemática pelo menos uma vez diferenciável;

h.4) $f(-x) = f(x)$, ou seja, se a função densidade de probabilidade é simétrica.

h.5) $f'(x) = 0 \leftrightarrow x = 0$, ou seja, $f(x)$ só tem como ponto extremo $x = 0$.

então

t.1) existe ao menos um Equilíbrio Médio, m^*;

---

modelos estar na Física do Paramagnetismo, ou seja, na propriedade de magnetização espontânea que alguns materiais apresentam.

[13] BROCK & DURLAUF(2001) apresentam seus resultados quanto à existência e à unicidade do equilíbrio para o caso especial em que a distribuição $f(x)$ é uma logistica de parâmetro β, ou seja, $f(x) = 1 / 1 + exp(-\beta x)$. GLAESER e SCHEINKMAN (2001), procuram generalizar os resultados para uma distribuição $f(x)$ qualquer. FREITAS(2003) apresenta um tratamento complementar ao daqueles autores.

t.2) se m^* for único, terá o mesmo sinal de *h*; e

t.3) se houver multiplicidade de equilíbrio, haverá no máximo 3 equilíbrios e apenas um deles com o mesmo sinal de *h*.

DEMONSTRAÇÃO: a partir do argumento utilizado por GLAESER & SCHEINCKMAN(2001), considere-se a função

$$H(m) = 2\,F\,(\,2\,(\,h + J\,m\,)\,) - 1 - m, \tag{29}$$

obtida pela diferença dos membros da equação (28).

Sendo $F(x)$ simétrica, $H(m)$ admite até dois pontos extremos, no intervalo $(-1,1)$. Ademais, $H(m)$ tem intercepto positivo, quando $m = 0$, e imagem negativa em $m = 1$. Isso garante que intercepta o intervalo $(0,1)$ ao menos uma vez. Portanto, existe pelo menos uma raiz de $H(m)$ e, por correspondência, pelo menos um equilíbrio agregado m^* que, se for único, será positivo, com o mesmo sinal de *h*. (Figura 3, a seguir).

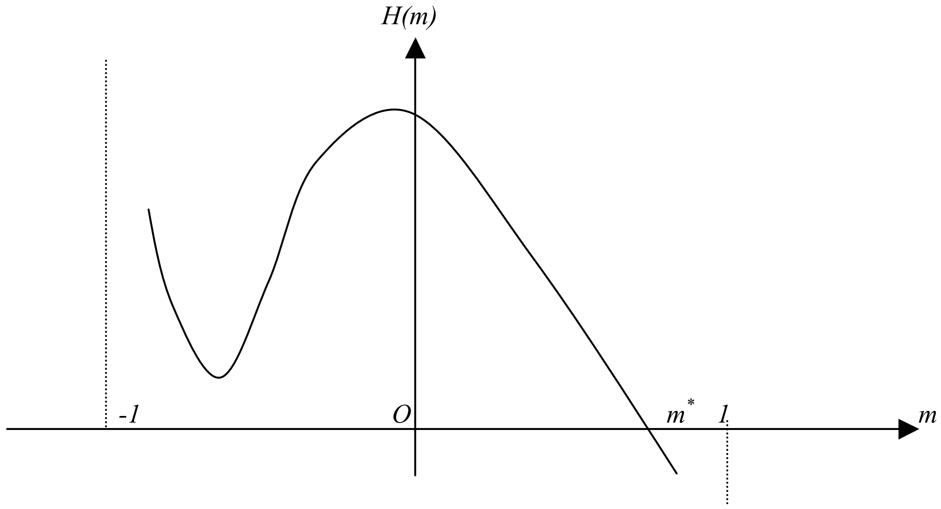

Figura 3

Entretanto, $H(m)$ tem imagem positiva quando $m = -1$. Como $H(m)$ tem sua concavidade voltada para baixo, no intervalo $(0,1)$, havendo mais de um equilíbrio, apenas um deles será positivo, os demais tendo sinal negativo e, portanto, contrário ao de *h*.(Figura 4, a seguir).

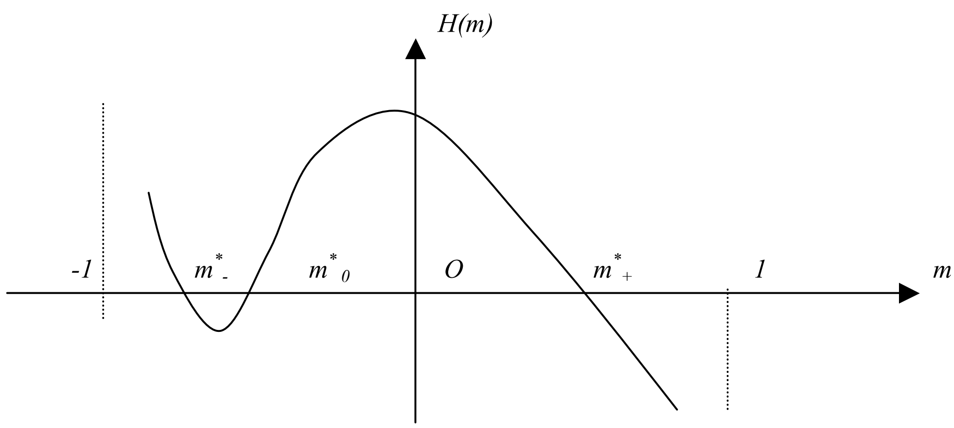

Figura 4

4.3. O Significado Social dos Diferentes Equilíbrios.

A análise do significado dos múltiplos equilíbrios agregados pode ser simplificada se se refere à representação gráfica da função *H(m)*, (figuras 3 e 4) atentando-se para a correspondência biunívoca que existe entre suas raízes e os equilíbrios sociais agregados.

A figura 3 ilustra o caso em que o equilíbrio da sociedade m^* é único, já que a função *H (m)* intercepta o eixo *Om* apenas uma vez. Ademais, sendo tal equilíbrio m^* positivo e, portanto, de mesmo sinal de *h*, nessa configuração agregada a maioria da sociedade opta pela escolha $w_i = 1$, que equivaleria à alternativa superior, fossem apenas as motivações individuais.

Diferentemente, porém, a figura 4 representa a situação em que há multiplicidade de equilíbrios, uma vez que a função *H (m)* intercepta o eixo *Om* em três pontos distintos, quais sejam, m^*_-, m^*_0 e m^*_+, cada um deles representando uma configuração agregada de equilíbrio social. Além disso, convém ressaltar que em dois desses equilíbrios, especificamente m^*_- e m^*_0, a decisão individual da maioria dos agentes da sociedade é pela escolha inferior $w_i = -1$ já que $m^*_- < 0$ e $m^*_0 < 0$, ainda que $h > 0$.

4.4. Os Equilíbrios Sociais como Padrões Emergentes

As configurações anteriormente descritas em que a escolha $w_i = -1$ torna-se majoritária no comportamento agregado ($m^*_- < 0$ e $m^*_0 < 0$) são exemplos do que se denomina na literatura dos Sistemas Complexos de *padrões emergentes* uma vez que só podem ser explicados pela presença das motivações sociais dos agentes: tais configurações *emergem* do nível dos agentes para o populacional não como mera "soma" do que seriam suas escolhas individualmente razoáveis, mas sim como um "produto" agregado, conseqüente da interação social entre os agentes do sistema, representada pelo parâmetro *J* no modelo.

Para se avançar na análise quanto à possibilidade da sociedade se vir em uma configuração agregada inferior ($m^* < 0$), é importante um melhor entendimento do papel que desempenham os incentivos individuais dos agentes, representados pelo parâmetro *h* do modelo, *vis-a-vis* os incentivos sociais líquidos, relacionados ao parâmetro de interação *J*.

Considere-se a situação ilustrada pela figura 5, a seguir:

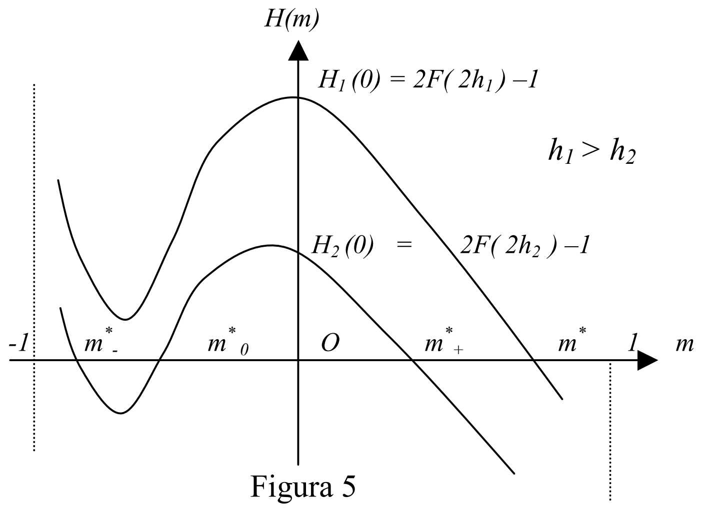

Figura 5

Tal como ilustra a Figura 5, a seguir, quando h é “suficientemente” grande, (o caso H_1), há um único equilíbrio estatístico m^* possível, não restando dúvida quanto a qual das estratégias será majoritária na sociedade, qual seja, aquela que apresentar os maiores incentivos individuais, o que justifica a “polarização” m^* resultante ter o mesmo sinal de h. Note-se ainda que, quanto maiores esses incentivos individuais, maior o domínio daquela estratégia, uma vez que maior o h, mais próximo m^* estará de 1.

Por outro lado, quando aqueles mesmos incentivos individuais *vis-a-vis* o teor de interação entre os agentes não são “suficientemente” fortes, (o caso H_2), há três possibilidades de equilíbrio, m^*_-, m^*_0 e $m^*_.$ Neste caso, este último representará a configuração em que a estratégia de maiores incentivos individuais dominará as escolhas dos agentes, e os dois primeiros aqueles em que a outra estratégia irá dominar a sociedade.

A possibilidade de equilíbrio inferior para o caso em que os incentivos sociais são muito fortes - à qual se denomina de *travamento* (*lock – in*) – deve-se à *endogeneidade de preferências*, ou seja, à particularidade de que os agentes demonstram interesse por conformar seus comportamentos ao comportamento dominante que esperam observar na sociedade. Conseqüentemente, o equilíbrio da sociedade pode se dar tanto em m^*_- quanto m^*_+ porque, em ambos os casos, os agentes não terão incentivos para modificar suas escolhas, já que conseguiram conformá-las ao que esperavam ser o comportamento majoritário da sociedade, o que lhes é de interesse.

Considere-se, por exemplo, a difusão de um novo comportamento na sociedade ou mesmo a adoção de uma nova tecnologia (representada por $w_i = 1$), superior, em termos técnicos, à tecnologia antiga ($w_i = -1$) uma vez que $h > 0$.

Se as motivações sociais existirem mas forem moderadas, *vis-a-vis* os ganhos técnicos individuais - o caso H_1 da figura 5 - a dominância da nova tecnologia será maior do que aquela que se verificaria na ausência de interações sociais, significando dizer que mais agentes passam a optar pela nova tecnologia, como conseqüência dos incentivos sociais.

Entretanto, se os incentivos sociais forem muito fortes, sempre *vis-a-vis* os ganhos técnicos individuais - o caso H_2 da figura 5 - dado o desejo de cada um dos agentes de esperar para que a inovação se dissemine na sociedade para só então optar pela mudança, a tecnologia antiga pode se manter dominante por um longo período de tempo, apesar de sua inferioridade técnica.[14]

Trata-se de um comportamento social *emergente* porque embora os agentes sejam isoladamente favoráveis à mudança ($h > 0$) no nível individual, em um nível de agregação superior, o social, em virtude das interações e da *endogeneidade de preferências*, os agentes adotam uma postura “irracional”, se não se consideram suas motivações sociais. Entretanto, uma vez consideradas tais motivações, esse comportamento agregado aparentemente inexplicável passa a ser entendido, ainda que possa ser considerado ineficiente.

4.5. Estática Comparativa e Multiplicador Social

Um exercício interessante é o de explorar melhor o efeito de uma variação no parâmetro h sobre o equilíbrio agregado $m*$.

Graficamente, um aumento no parâmetro h pode ser representado por um deslocamento dos pontos da curva *(m,H(m))* para cima, tal como ilustra a figura 6, a seguir:

[14] Um exemplo dessa possibilidade é analisado por DAVID(1985) quando descreve o processo histórico que teria levado à dominância do teclado QWERTY sobre outras opções tecnicamente superiores.

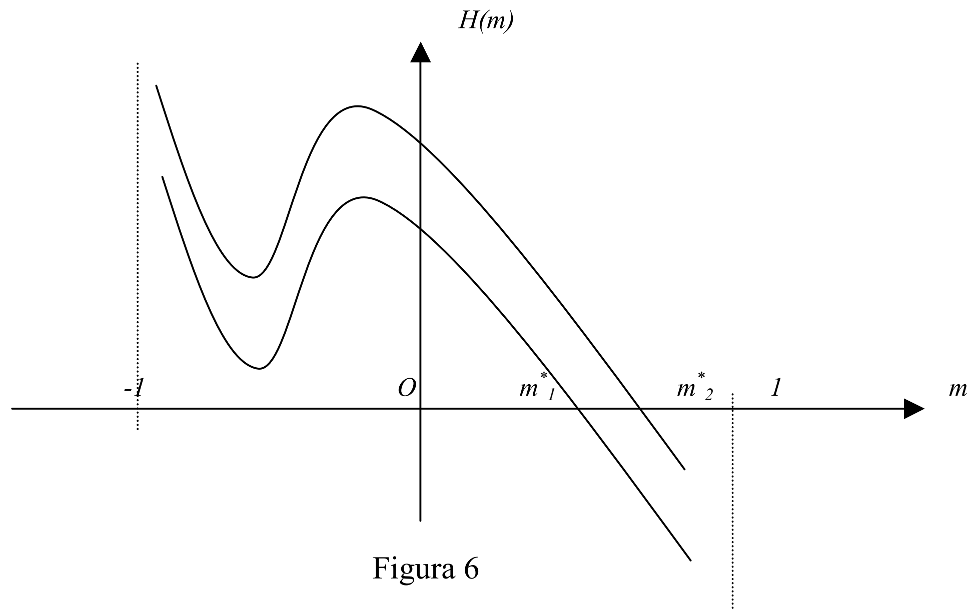

Figura 6

A figura 6 ilustra que, no caso em que se verifica apenas um equilíbrio m^*, esse aumento no parâmetro h faz com que uma parcela ainda maior da sociedade opte pela estratégia $w_i = 1$, já que $m^*_2 > m^*_1$, isto é, o novo equilíbrio é maior do que o anterior.

Agora, analise-se a figura 7, a seguir, referente à possibilidade de 3 equilíbrios:

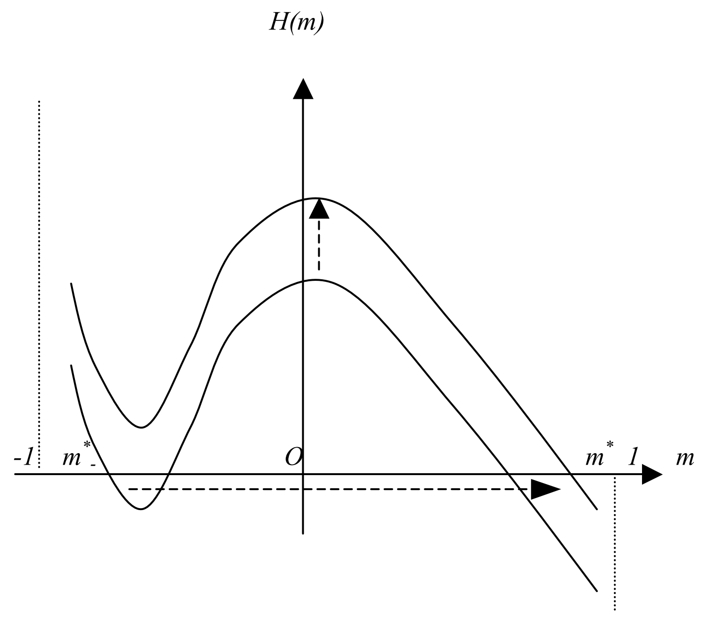

Figura 7

Essa figura 7 ilustra que uma mudança nos incentivos individuais (representados pelo h) pode ter um efeito ainda mais expressivo no caso de *3* equilíbrios: sem perda de generalidade, admita-se que, antes da variação no parâmetro h, a sociedade estivesse no equilíbrio m^*_-, significando dizer que a ampla maioria dos jogadores optava pela estratégia $w_i = -1$. Passado o choque do aumento no parâmetro h, a depender do grau da sua alteração, existe a possibilidade de que a sociedade passe de uma caracterização de multiplicidade de equilíbrio para outra em que o equilíbrio se torne único, mudança essa que representa a ampla maioria dos jogadores invertendo abruptamente sua escolha, trocando a opção anteriormente majoritária $w_i = -1$ pela nova opção dominante $w_i = 1$.

Isso pode acontecer porque a alteração da escolha de um agente provoca alteração nas escolhas dos demais agentes, incentivando-lhes à mudança, o que, por sua vez, interfere ainda mais nas escolhas de outros agentes, o que, por sua vez, também interfere nas escolhas de outros agentes, e assim sucessivamente, de tal forma que, ao final, a mudança agregada resultante torna-se muito maior do seria aquela decorrente da simples soma das alterações individuais, não houvesse interação entre os agentes.[15]

Note-se que, nesse processo de mudança de equilíbrio, o efeito de um aumento nos incentivos individuais é reforçado pelo efeito dos incentivos sociais, em um processo de *retro-alimentação* e *retornos crescentes* que tem sido denominado de *multiplicador social*.[16]

Matematicamente, o efeito do processo multiplicador social pode ser analisado como segue: tomando-se a equação (28) determinante do equilíbrio agregado m^* da sociedade, e diferenciando-se ambos os membros parcialmente em relação a h, otém-se

$$\partial m^* / \partial h = 4f(\,2(h + J\,m^*)\,) \Big/ \,(1 - 4Jf(\,2(h + J\,m^*)\,)) \tag{30}$$

expressão essa que ilustra o papel desempenhado pelo parâmetro J para a existência de um efeito *não-linear* ou composto de uma alteração no parâmetro h sobre a configuração de equilíbrio m^*, característica do conceito de Multiplicador Social: quanto mais próximo o produto $4\,J f(\ 2(h + J\ m^*)\ )$ estiver de 1, para o que J contribui diretamente, mais próximo de zero estará o denominador da expressão (30) e, conseqüentemente, maior será o efeito agregado de uma mudança marginal nos incentivos individuais.[17]

Ademais, se se considera que

$$\partial^2 m^* / \partial J \partial h = (\,\partial m^* / \partial h\,)^2 + 8\,m^* f''(\,2(h + J\,m^*)\,)\,/\,(\,1 - 4Jf(\,2(h + J\,m^*)\,))^3 \tag{31}$$

é possível analisar-se ainda mais claramente qual o papel desempenhado pelo parâmetro de interação social J para a presença de multiplicador social: com o propósito de tornar-se a análise desse efeito mais simples, embora não menos interessante, trate-se do caso especial em que $m^* = 0$, o que simplifica a expressão (31) para

$$\partial^2 m^* / \partial J \partial h\,|_{m^*=0} = (\,\partial m^* / \partial h\,)^2\,|_{m^*=0} \tag{32}$$

Assim, no caso de uma sociedade cujo equilíbrio seja $m^* = 0$, quanto maior o teor de interação social entre os agentes, maior será o efeito de uma mudança nos incentivos individuais sobre o comportamento agregado (a expressão à direita da equação (32) é necessariamente positiva), o que indica a presença de um multiplicador social.

Além disso, retomando-se o caso geral $m^* \neq 0$, pode-se obter, para o efeito sobre a configuração de equilíbrio, de uma variação nas motivações sociais, a expressão

$$\partial m^* / \partial J = m^* \partial m^* / \partial h \tag{33}$$

---

[15] A mudança representada na figura anterior em que o sistema transita da configuração agregada majoritariamente negativa m^*_1 para a majoritariamente positiva m^*_2 é denominada na literatura dos Sistemas Complexos de *Transição de Fase*, idéia que guarda estreita relação com a transição de fase que a água apresenta, por exemplo, mudando do estado sólido para o líquido, mesmo inalterada sua temperatura, a 0 ºC.

[16] Essa dinâmica de multiplicação social parece ajudar na compreensão dos comportamentos de “manada” de mercados de ativos financeiros no quais um comportamento suficientemente especulativo dos investidores (o J do modelo) associado a uma pequena alteração na taxa de juros do mercado (o h) pode levá-los a inverter abruptamente suas posições em relação ao ativo (de *venda* para a *compra*), configurando-se, no mercado, uma bolha especulativa ($m^* \simeq 1$).

[17] Isso, admitindo-se que o numerador da expressão (30) não se aproxime de zero mais rapidamente do que o denominador, com o aumento de J.

que ressalta duas características interessantes da influência das motivações sociais sobre o comportamento agregado da sociedade:

a) como $| m^* | \leq 1$, tem-se que $| \partial m^* / \partial J | \leq |\partial m^* / \partial h |$ ou, em palavras, a magnitude do efeito de um pequeno aumento no teor de interação social nunca é maior do que a magnitude do efeito de um pequeno aumento nos incentivos individuais; e

b) admitindo-se que um aumento nos incentivos individuais aumente o número de agentes que optam por $w_i = 1$, ou seja, admitindo-se que $\partial m^* / \partial h > 0$, então, pela expressão (33)

$$\text{se } m^* > 0,\ \partial m^* / \partial J > 0 \qquad \text{e} \qquad \text{se } m^* < 0,\ \partial m^* / \partial J < 0, \tag{34}$$

o que significa dizer que a sociedade apresenta, em seu comportamento agregado, um mecanismo de auto-reforço, já que um aumento nos incentivos sociais dos agentes aumenta a dominância da escolha de comportamento individual prevalecente.

5. Conclusão.

Este artigo procurou apresentar o formalismo dos modelos de campos aleatórios adaptado para os interesses das Ciências Sociais.

Tratou-se, particularmente, de um jogo em que agentes econômicos heterogêneos realizam escolhas binárias. Seus pay-offs e, conseqüentemente, suas decisões estratégicas, dependem da importância que atribuem às suas expectativas quanto ao provável comportamento dominante na sociedade, *vis a vis* seus interesses individuais.

Sempre existe pelo menos uma configuração de equilíbrio social; porém, a depender da importância que atribuem ao comportamento esperado da sociedade, escolhendo em concordância com a estratégia dominante no agregado, passa-se da unicidade para a multiplicidade de equilíbrios, dois destes socialmente inferiores.

Ademais, o caso em que se verificou a multiplicidade de equilíbrios ilustrou o que se denominou de M*ultiplicador Social*.

Citou-se, ainda, a analogia desse modelo a um problema de decisão não-cooperativa na adoção de uma nova tecnologia por agentes econômicos. A presença e a intensidade de *externalidades de rede* nessa economia pode levá-la a uma situação em que a sociedade se veja *travada* (*locked-in*) em uma configuração ineficiente, em virtude do conservadorismo comportamental e do conseqüente domínio da opção tecnicamente inferior.

Nesse exemplo específico, essa possibilidade de que a opção tecnológica superior não se difunda suficientemente para tornar-se a escolha majoritária na sociedade poderia sugerir, em uma interpretação precipitada, que o problema da sociedade reside na característica social dos seus agentes, sugerindo ser “adequado”, portanto, amenizá-la pelo enfraquecimento dos laços sociais. Entretanto, uma análise mais cuidadosa permite se argumente o seguinte:

a) as motivações sociais dos agentes podem ser oriundas da própria herança cultural da sociedade e, se assim for, podem não ser tão facilmente modificáveis, já que essa modificação pode requerer, por si mesma, um longo processo de mudança institucional (NORTH, 1990); e

b) as motivações sociais podem ser eventualmente tratadas como uma característica favorável se deliberada e adequadamente exploradas. Justifica-se esse ponto de vista porque um projeto de incentivos temporários que possibilite à sociedade a superação dos valores críticos que a mantém travada na condição inferior, pode permitir-lhe iniciar um processo encadeado de mudança comportamental frente à nova tecnologia, conseqüente dos retornos crescentes da interação e multiplicação social, de tal forma que, depois da intervenção, a sociedade rompa seus entraves e se estabilize em uma configuração agregada tecnicamente superior.

6. Referências.

ARROW, K. Foreword In: ARTHUR, W. B. *Increasing returns and path dependence in the economy*. Ann Arbor: Michigan University Press, 1994.

ARTHUR, W. B. *Increasing returns and path dependence in the economy*. Ann Arbor: Michigan University Press, 1994.

AUYANG, S. Y. *Foundations of complex system theories in economics, evolutionary biology and statistics.* Cambrige: Cambridge University Press, 1999.

BLUME, L. The statistical mechanics of strategic interaction. In: *Games and Economic Behavior,* v. 5, p. 387-426, 1993.

____________. Population games. In: In: ARTHUR, W. B., DURLAUF, S. N., LANE, D. A.(eds.) *The economy as an evolving complex system II. Santa Fe Institute Studies in the Sciencies of Complexity.* Medwood City: Addison-Wesley, v. 27, 1997.

BROCK, W.; DURLAUF, S. N. Discrete choice with social interactions. In: *Review of Economic Studies Limited*, vol. 68, p. 235-260, mai., 2001.

____________; ____________. Interactions-based models, NBER Working Paper 258, ago., 2000.

CHIAPPIN, J. R. N. Racionalidade, jogos dinâmicos, métodos estocásticos markovianos e comportamento coletivo. Tese de doutorado. IPE – USP. 1997.

COLANDER, D. (ed.) *Complexity and the history of economic thought – perspectives on the history of economic thought.*New York: Taylor & Francis, 2000.

DAVID, P. Clio and the economics of QWERTY. In *American Economic Review – Papers and Proceedings*, vol. 75, p. 332-337, 1985.

DURLAUF, S. Statistical mechanics approaches to socioeconomic behavior. In: ARTHUR, W. B.; DURLAUF, S. N., LANE, D. A. *The economy as an evolving complex system II. Santa Fe Institute Studies in the Sciencies of Complexity.* Medwood City: Addison-Wesley, vol. 27, p. 81-104, 1997.

FOLEY, D. K. A statistical equilibrium theory of markets. In: *Journal of Economic Theory*, vol. 62, p. 321-345, 1994.

FREITAS, G. G. Economia e sistemas complexos: interações sociais, dinâmicas emergentes e uma análise da difusão da Internet na cidade de São Paulo. Dissertação de mestrado. IPE – USP. 2003.

GLAESER, E. L.; SACERDOTE, B. I.; SCHEINKMAN, J. A. Crime and social interactions. In: *The Quarterly Journal of Economics*, p. 507-548, mai., 1996.

____________; SCHEINKMAN, J. A. Non-market interactions, HIER Working Paper 1914, mar., 2001.

GREENE, W. *Econometric analysis.* New Jersey: Prentice Hall, 4ª ed., 2000.

GRIFFITHS W. E.; HILL, R. C.; JUDGE, G. G. *Learning and practicing econometrics*. New York: John Wiley and Sons, 1993.

GUEDES, F. C. *Economia e complexidade.* Coimbra: Almedina, 1999.

KANDORI, M.; MAILATH, G. J.; ROB, R. Learning, mutation, and long run equilibria in games. In: *Econometrica*, vol. 61, n. 1, p. 29-56, jan., 1993.

KARR, A. F. Markov processes. In: HEYMAN, D. P.; SOBEL, M. J. *Handbooks in Operations Research and Manegement Science*, vol. 2, p. 95-123, 1990.

KEYNES, J., M. *A teoria geral do emprego, dos juros e da moeda.* São Paulo: Abril Cultural, 1983.

KINDERMANN, R.; SNELL, J. L. *Markov random fields and their applications.* Providence: American Mathematical Society, 1980.

KIRMAN, A. P. The economy as an interactive system. In: ARTHUR, W. B.; DURLAUF, S. N., **LANE, D. A.** *The economy as an evolving complex system II. Santa Fe Institute Studies in the Sciencies of Complexity.* Medwood City: Addison-Wesley, vol. 27, p. 491-531, 1997.

KRUGMAN, P. *The self-organizing economy*. Malden: Blackwell, 1997.

MCFADDEN, D. Ecomometric models of probabilistic choice. In: MCFADDEN, D.; MANSKI, C. F. *Structural analysis of discrete data with econometric applications*, Cambrige: MIT Press, 1981.

NORTH, D. *Institutions, institutional change and economic performance*, Cambridge: Cambridge University Press, 1990.

OLSON, M. *The logic of colletive action*. Cambridge: Harvard University Press, 1971.

PRADO, E. F. S.; KADOTA, D. K.; SOROMENHO, J. E. C. Survival of technologies: an evolutionary game approach. In: *Economia Aplicada,* vol. 7, n. 2, p. 249-265 , 2003.

SAMUELSON, L. *Evolutionary games and equilibrium selection*. Cambridge: The MIT Press, 1996.

SCHELLING, T. Hockey helmets, concealed weapons, and daylight saving: a study of binary choive with externalities. In: *Journal of Conflict Resolution*, vol. 17, p. 381-428, 1973.

SILVEIRA, J. J. Ciclos goodwinianos e o processo de concorrência num ambiente de racionalidade limitada – uma análise a partir da teoria de jogos evolucionários, Tese de doutorado, IPE – USP, 2001.

TOPA, G. Social interactions, local spillovers and unemployment. In: *Review of economic studies*, vol. 68, p. 261-295, 2001.

WEILBULL, J. W. *Evolutionary game theory*. Londres: The Mit Press, 1997.

YOUNG, H. P. *The evolution of conventions*. In: *Econometrica*, vol. 61, n. 1, p. 57-84, jan., 1993.