Um Modelo de Acumulação de Capital Físico e Humano: um Diálogo com a Economia do Trabalho*

Samuel de Abreu Pessôa†

July 30, 2001

Abstract

This paper presents a overlapping generation model in continuos time of physical and human capital accumulation in which human capital is considered as it has been treated by the labor economic literature: (i) it is a bounded factor; (ii) embodied in the worker; (iii) and accumulated in the first stage of individuals life span. It is shown that the supply of free public education financed by non-distorted taxation does not change individuals' decision of human capital accumulation. In addition, it is shown that a labor saving technological change increases the marginal return of education. Consequently, it is possible that the market high return of schooling is a recent phenomenon and that for a sufficiently distant past the optimal decision was not going to school at all.

Resumo

Neste trabalho faz-se um modelo de gerações sobrepostas em tempo contínuo de acumulação de capital físico e humano em que o capital humano é incorporado da forma como tratado pelos economistas do trabalho: (i) é um fator limitado, (ii) embutido no trabalhador, (iii) e acumulado nos primeiros anos de vida. Mostra-se que a oferta de ensino público básico e gratuíto financiada por impostos não distorcivos não altera a escolha ótima individual de acumulação de capital humano. Também é possível mostrar que em geral o progresso técnico poupador de trabalho torna o retorno marginal do capital humano mais elevado. De sorte que é possivel que o elevado retorno à educação seja um fenômeno recente e que para um passado suficiente remoto a escolha ótima fosse não se educar.

*Este trabalho beneficiou-se de conversas com Marcos Lisboa. Erros restantes são de responsabilidade do autor.

†Fundação Getúlio Vargas, Escola de Pós Graduação em Economia. Praia de Botafogo, 190 - 11 andar, Rio de Janeiro. Endereço eletrônico: pessoa@fgv.br

Palavras-Chave: Gerações Superpostas, Acumulação de Capital Humano, Taxa Interna de Retorno da Educação, Teoria do Capital;
Classificação JEL: E62., I21, I28, O47.
Área ANPEC 02: Macroeconomia, Desenvolvimento e Economia do Setor Público.

1 Introdução

O objetivo deste trabalho é estudar a decisão de acumulação de capital humano em um contexto de equilíbrio geral, em que se contemple a decisão de acumulação de capital físico e de consumo. Pretende-se incorporar na decisão de acumulação de capital humano algumas especificidades a ele associadas, em particular certas características do capital humano como tratadas nos estudos de economia do trabalho. São estas: **Primeiro**, a acumulação de capital humano ocorre antes da entrada do indivíduo no mercado de trabalho. Há algum rendimento crescente de escala à atividade de estudar que faz com que o ótimo, enquanto estudar, seja somente estudar. **Segundo**, o capital humano é um fator embutido no indivíduo. Não é um fator independente do trabalho. Ele modifica o trabalho. **Terceiro**, o capital humano não é transferível para outro indivíduo. Não é possível deixar uma herança na forma de capital humano. Dito de outra forma, quando o indivíduo morre o seu capital humano morre com ele. **Quarto**, o capital humano *per capita* é limitado. Um indivíduo pode ser dono de todo o capital físico de uma economia; o mesmo não ocorre com o capital humano.

Deste elenco de características fica evidente que para estudar a acumulação de capital humano é necessário trabalhar-se em um modelo de gerações sobrepostas. Há pessoas jovens, estudando, e pessoas adultas trabalhando. No entanto tem que ser um modelo de muitos períodos, uma vez que uma das decisões e, portanto variável endógena, é o tempo de saída da escola e ingresso no mercado de trabalho. Trabalhar-se-á em um modelo de gerações sobrepostas em tempo contínuo.

O modelo será um modelo neoclássico de crescimento. Neoclássico no sentido em que a força a qual sustenta o crescimento no longo prazo, o progresso tecnológico, é exógena. Neste modelo a educação não eleva a taxa de crescimento desta economia. Esta forma de tratar o capital humano contrasta com os modelos endógenos do tipo homogêneo-linear da nova teoria do crescimento.[1] Essencialmente estes modelos adotam uma tecnologia homogênea-linear como a seguinte:

$$Y = F(K, HL).$$

Nestes o crescimento de longo prazo dá-se por meio de acumulação de fatores. As características das economias, determinando as velocidades de acumulação determinam a velocidade de crescimento. Economias com características distintas crescerão a taxas diferentes. Este fato é rejeitdo ao menos

[1] Ver Lucas (1988) e Rebelo (1991) como exemplos destacados desta literatura.

para a evidência que compreende o pós guerra.[2] Mais surpreendentemente, estes modelos são contrafatuais com relação à remuneração dos fatores. Nestes modelos a renda do trabalho cresce de forma ilimitada devido à acumulação ilimitada de capital humano. Segue que a renda do trabalhador desqualificado, que também não é proprietário de capital físico **não cresce**. Este fato está em total desacordo com a evidência do comportamente secular da renda do trabalhador desqualificado.

Assim, caminhou-se para a seguinte formulação da tecnologia:[3]

$$Y = AF(K, H, e^{gt}L).$$

Este modelo também é chamado de modelo neoclássico estendido.[4] Essencialmente é o modelo neoclássico em que a participação na renda dos fatores que se acumulam por decisão econômica é elevada. Neste caso é possível mostrar que o modelo neoclássico consegue tanto qualitativamente como quantitativamente descrever os principais fatos estilizados associados às trajetórias das economias no pós guerra.[5] Inclusive é possível descrever o diferencial de renda *per capita* observado entre as economias por meio do diferencial de fatores de produção acumulados nas diversas economias. Sob estas condições o modelo adimite uma formulação neoclássica no sentido estrito do termo: além do progresso técnico ser exógeno o nível da função de produção de cada economia, isto é A, é o mesmo. Em geral o termo H na tecnologia é pensado como capital humano. Esta formulação não apresenta os graves problemas mencionados no parágrafo anterior com relação aos modelos endógenos em geral[6] e mais fortemente com relação aos modelos homogênios-lineares.

Do ponto de vista conceitual há ao menos duas objeções a esta forma de incorporar capital humano em modelos de crescimento. Nada no modelo impede que um agente seja proprietário de todo o capital, físico e humano, desta economia. Conquanto faz sentido a possibilidade de um indivíduo ser proprietário de todo o capital físico de uma economia o mesmo revela-se absurdo com relação ao capital humano.[7] Também, no modelo neoclássico espandido - quer suponha-se que a poupança seja exógena ou endógena - há um estado estacionário, em que os estoques de capital -

[2] Ver Easterly *et alli* (1994), Jones (1995) e Chari, Kehoe e McGrattan (1998).

[3] Ver Barro, Mankiw e Xavier Sala-I-Martin (1995), Parente e Prescott (1995) e Chari, Kehoe e MacGrattan (1998).

[4] Ver Mankiw, Romer e Weil (1992) e Mankiw (1995).

[5] Ver Mankiw (1995) e especialmente Chari, Kehoe e McGrattan (1998).

[6] Os modelos endógenos - tanto os homogêneos-lineares como os neo-schumpterianos (por exemplo Romer (1990) e Aghion e Howitt (1992)) - apresentam o resultado indesejado de dependência da taxa de crescimento de longo prazo com relação às características da economia. Os modelos neo-schumpterianos não geram o outro resultado indesejado: que a renda de um trabalhador desqualificado não cresça.

[7] É possível que a posse de todo o capital físico em mãos de um indivíduo gere dificílimos problemas de agência. No entanto a posse de todo o capital humano nas mãos de poucos indivíduos implicaria na instituíção de uma economia escravista.

físico e humano - medido em unidades descontadas pela eficiência do trabalho estão fixados. Isto é:

$$\frac{H}{Le^{gt}} = \text{cte e } \frac{K}{Le^{gt}} = \text{cte.}$$

Logo, o estoque de capital humano *per capita* cresce à taxa do progresso tecnológico. O capital humano de cada indivíduo é uma variável **ilimitada**. Esta não parece ser uma boa descrição do que se entende por capital humano. Especialmente quando se considera a forma como o capital humano é tratado pelos microeconomistas do assunto, isto é pelos pesquisadores de economia do trabalho. Por mais que haja progresso técnico o nosso *hardware*, o cérebro, não se alterou nos últimos milhares de anos. A qualidade do conhecimento pode melhorar - e iste é captado por e^{gt} - mas a quantidade de conhecimento que um indivíduo carrega não deve ter-se elevado.[8] Por outro lado, do ponto de vista empírico, esta forma de tratar capital humano e físico sugere que ao fazer-se exercícios de decomposição de crescimento para calcular-se a produtividade total dos fatores ambos apareçam de forma simétrica. Este fato é rejeitado pela evidência, em particular, enquanto gráficos de espalhamento apresentam uma correlação positiva entre a variação do logarítmico da renda por trabalhador com a variação do logarítimico do estoque de capital por trabalhador para dados de seção tranversal de países, o mesmo não ocorre com o capital humano.[9]

Desta forma parece que o capital humano deve ser incorporado em um modelo de crescimento sob a forma como os economistas do trabalho o fazem. Isto é

$$Y = AF(K, He^{gt}L)$$

e

$$H = e^{\phi(T)}$$

em que ϕ é alguma função[10] cujo argumento T corresponde aos anos médios de escolaridade da população economicamente ativa da economia em questão.[11] Nesta formulação o capital humano é limitado e a participação do capital físico na renda é da ordem de um terço. Esta é a forma pela qual o capital humano será tratado neste artigo. Sabe-se que sob estas condições não é possível descrever-se toda a variabilidade observada na renda *per capita* a partir somente dos fatores acumuláveis.

[8] Faz sentido imaginar que em algumas atividades inclusive a qualidade do conhecimento não deve ter mudado. Segundo qual critério podemos afirmar que um filósofo contemporâneo seja melhor que Aristóteles?

[9] Ver Benhabib e Speigel (1994).

[10] Em geral esta função é estimada diretamente palos economistas do trabalho. Estas estimativas recebem o nome de equações de Mincer. Ver Mincer (1974) e Willis (1986).

[11] Ferreira *et alii* (2000), a partir de uma painel para 125 economias entre 1960 e 1985, mostram que a relação da renda com os anos médios de escolaridade da PEA é log-linear, e não duplo logarítmica como supõe o modelo neoclássico expandido.

Isto é tem-se que supor diferenças em A entre economias em um mesmo instante para que seja possível gerar o diferencial de renda observado a partir do diferencial de fatores.[12] Desta forma este artigo não pretende propor um modelo que descreva completamente a diversidade de renda observada e, portanto, não constitui uma descrição completa do diferencial de desenvolvimento entre as economias.[13]

2 O Modelo

2.1 Firmas

Há dois setores nesta economia. O primeiro produz um bem, por meio de uma função homogênea do primeiro grau, que pode ser consumido ou acumulado na forma de capital. O segundo produz um serviço, também por meio de uma função homogênea do primeiro grau, chamado de serviço educacional. Os indivíduos quando vão à escola compram uma certa quantidade destes serviços. A função de produção do i-ésimo setor será:

$$Y_i = A_i F_i(K_i, \lambda_i H L_i)$$

em que: Y_i é o produto do i-ésimo setor, K_i são os serviços de capital empregado pelo i-ésimo setor, λ_i é o progesso técnico exógeno poupador de mão de obra no i-ésimo setor, H é o estoqu de capital humano embutido na população economicamente ativa, L_i é o emprego no i-ésimo setor.

Quando a taxa de evolução tecnológica não for a mesma entre os setores, para obter-se uma trajetória de crescimento balanceado é necessário que as funções de produção apresentem elasticidade de substituíção capital e trabalho unitária. Nestas circunstância a função de produção para cada setor é da forma funcional Cobb-Douglas:

$$Y_i = A_i K_i^{\alpha_i} (\lambda_i H L_i)^{1-\alpha_i}.$$

O setor educacional produz um serviço. Em geral o progresso técnico é menor nos serviços.[14]

[12] Ver Klenow e Rodriguéz e Claré (1997) e Hall e Jones (1998).

[13] É possível que e a estrutura de incentivos tenha um impacto sobre o produto que seja equivalente ao de uma distorção estática: isto é, menos produto com a mesma quantidade de fatores implicando, portanto, em um menor valor para A. Quando tenta-se descrever o diferencial de renda entre as economias somente atravéz de diferencial de fatores acumuláveis, implicitamente está se admitindo que todas as distorções são de natureza intertemporal, isto é, distorções que afetam o preço relativo intertemporal sem reduzir o produto corrente para uma dado estoque de fatores. Chari, Kehoe e McGratan (1998) são explícitos em afirmar em favor desta forma de gerar os fatos estilizados observados.

[14] Observa-se um maior crescimento da produtividade nos setores de bens comercializáveis do que nos setores de bens domésticos. Ver Obstfeld e Rogoff (1996) cap. 4.

Portanto, por hipótese adota-se:

$$\lambda_1 = e^{gt} \geq e^{(g-\Gamma)t} = \lambda_2$$

ou seja $\Gamma \geq 0$. Deflacionando as variáveis pelo índice de progresso técnico do primeiro setor segue:

$$\begin{aligned} y_1 &\equiv \frac{Y_1}{\lambda_1 HL} \text{ e } y_2 \equiv \frac{Y_2}{\lambda_1 HL}, \\ k_1 &\equiv \frac{K_1}{\lambda_1 HL_1} \text{ e } k_2 \equiv \frac{K_2}{\lambda_1 HL_2} \end{aligned}$$

em que L é a população economicamente ativa.

Para o produto *per capita* de cada setor tem-se:

$$y_1 = l_1 A_1 k_1^{\alpha_1} \text{ e } y_2 = \left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1}\right)^{1-\alpha_2} l_2 A_2 k_2^{\alpha_2}$$

em que l_i é a fração do emprego total alocado ao i-ésimo setor.

Para as remunerações dos fatores segue:

$$\begin{aligned} r_1 &= \alpha_1 A_1 k_1^{\alpha_1 - 1} \text{ e } \mathrm{w}_1 = (1-\alpha_1)\lambda_1 A_1 k_1^{\alpha_1}, \\ r_2 &= q\left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1}\right)^{1-\alpha_2} \alpha_2 A_2 k_2^{\alpha_2 - 1} \text{ e } \mathrm{w}_2 = q\left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1}\right)^{1-\alpha_2} (1-\alpha_2)\lambda_1 A_2 k_2^{\alpha_2} \end{aligned} \tag{1}$$

em que q é o preço relativo da mensalidade da escola em unidades de bens.

Para que esta economia tenha uma trajetória de crescimento balanceada em que a taxa de juros se iguale entre os setores e seja constante é necessário que o preço relativo da educação cresça de forma a compensar o diferencial de progresso tecnológico. Se:

$$q\left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1}\right)^{1-\alpha_2} = \text{cte}$$

o que é equivalente a:

$$\hat{q} = (1-\alpha_2)\Gamma, \tag{2}$$

o produto de cada setor, medido em unidades de bens, será constante sempre que k_i for constante. Segue de (1) que sob estas condições a remuneração do capital em cada setor, medida em unidades de bens, será constante e a remuneração do trabalho em cada setor, medida em unidades de bens, estará crescendo à taxa g. É fácil verificar que nestas condições k_i será constante. Logo, há uma trajetória de crescimento balanceado com respeito à produção.

2.2 Escolha Individual

2.2.1 Escolha do Consumo

Imediatamente após o nascimento o indivíduo ingressa na escola. Decide quanto tempo estudar e então, quado chega este momento ingressa no mercado de trabalho. Formalmente o problema será tratado em duas etapas. Para um dado instante de saída da escola e para uma dada riqueza que o indivíduo carrega da primeira etapa de sua vida para a segunda etapa, o indivíduo escolhe a trajetória do consumo. Substitui-se então a trajetória de consumo na utilidade intertemporal obtendo-se uma utilidade indireta. Esta dependerá do nível inicial de consumo em cada etapa de vida[15] que, por sua vez depende da riqueza deixada para a segunda etapa de sua vida e do tempo de ingresso no mercado de trabalho.[16] Segue a maximização da utilidade indireta com relação a estas duas variáveis.

Supõe-se que a tecnologia de educação seja tal que ou o indivíduo estuda ou trabalha. Esta hipótese parece estar de acordo com a evidência empírica: em geral as pessoas estudam e depois dirigem-se ao mercado de trabalho. Por outro lado quanto à intensidade do consumo de serviços de educação parece que há rendimentos de escala até um certo limite. Assim o tempo gasto em sala de aula, quando estudando, não se altera muito. No modelo supõe-se que a ida à escola implique no consumo de uma certa quantidade de serviços de educação, e que esta quantidade não é escolhida pelo indivíduo. Por sua vez, quando na escola o capital humano cresce e uma taxa $\varphi(t-s)$ que depende de quanto tempo de escola o indivíduo têm. Esta função é estimada pelos estudos de economia do trabalho.

Na primeira etapa de sua vida o consumidor soluciona:

$$\max \int_{s}^{T+s} e^{-(\rho+p)(t-s)} \frac{c(s,t)^{1-\frac{1}{\sigma}}-1}{1-\frac{1}{\sigma}} \mathrm{d}t, \tag{3}$$

sujeito a:

$$\dot{a}(s,t) = (r(t)+p)a(s,t) - c(s,t) - q(t)\eta(s-t), \tag{4}$$

$$\frac{\mathrm{d}H(s,t)}{\mathrm{d}t} = H(s,t)\varphi(t-s), \tag{5}$$

$$\begin{aligned} H(s,s) &= 1, && (6) \\ a(s,s) &= 0 \text{ e } a(s,T+s) = E. && (7) \end{aligned}$$

[15] A equação de Euler somente determina o perfil do consumo.

[16] Ao nascer a riqueza do indivíduo é nula.

em que: s é o instante de nascimento, T é o instante de saída da escola, p é a probabilidade de morte, $a(s,t)$ é a riqueza em t de um indivíduo que nasceu em s, r é a remuneração dos ativos, $c(s,t)$ é o consumo t de um indivíduo que nasceu em s, $\eta(t-s)$ são os serviços de educação adquiridos junto às escolas de um indivíduo com $t-s$ anos de educação, e $H(s,t)$ é a produtividade do trabalho de um individio que nasceu em s e estudou $t-s$ períodos relativa à de um indivíduo iletrado.

Quando o indivíduo está na escola ele não trabalha. A compra de $\eta(t-s)$ unidades de serviços educacionais garante que o capital humano do indivíduo cresça à taxa $\varphi(t-s)$. Aqui é feita a hipótese de que a tecnlogia de educação apresenta descontinuídade: ou o aluno adquire as $\eta(t-s)$ unidades de serviço de educação quando já estudou $t-s$ anos ou retira-se da escola. A dependência dos serviços de educação com relação ao tempo de escola capta o fato que quanto mais educado um aluno for, mais serviços de educação tem que consumir para elevar seu capital humano. Isto é:

$$\frac{\mathrm{d}\eta}{\mathrm{d}(t-s)} \geq 0.$$

Segue de (5) que quando na escola o capital humano evolui segundo:

$$H(s,t) = H(s,s)e^{\int_s^t \varphi(t'-s)\mathrm{d}t'}. \tag{8}$$

Portanto, ao sair da escola o indivíduo acumulou

$$H(s,T+s) = e^{\int_s^{T+s} \varphi(t'-s)\mathrm{d}t'} = e^{\phi(T)} \tag{9}$$

unidades de capital humano, em que:

$$\phi(t-s) \equiv \int_0^t \varphi(t'-s)\mathrm{d}t'. \tag{10}$$

Carregará estas até o fim de sua vida.

A expressão que estabelece o ganho de produtividade associado a educação é estimada pelos etudos de economia do trabalho. Supõe-se que:

$$\phi(0) = 0,\ \lim_{h \longrightarrow \infty} \phi(h) = G < \infty,\ \phi'(h) > 0 \text{ e } \phi(h)'' < 0. \tag{11}$$

Para a função de ganho marginal supõe-se que:

$$\varphi(0) = B \leq \infty, \quad \lim_{h\to\infty} \varphi(h) = 0, \ \ \varphi'(h) < 0, \ \ \lim_{h\to 0} \varphi'(h) = -\infty.$$

Há uma probabilidade de morte e há um seguro. O contrato com a seguradora reza que em troca de receber toda riqueza do indivíduo em caso de seu falecimento, a seguradora paga ao indivíduo uma taxa de juros acima da de mercado. A diferença entre ambas é a probabilidade de morte. Este é o motivo da taxa de juros efetiva aos olhos do indivíduo ser $r(t) + p$.[17]

Na segunda etapa de vida o indivíduo resolve:

$$\max \int_{T+s}^{\infty} e^{-(\rho+p)(t-(T+s))} \frac{c(s,t)^{1-\frac{1}{\sigma}} - 1}{1 - \frac{1}{\sigma}} \mathrm{d}t, \tag{12}$$

sujeito a:

$$\dot{a}(s,t) = (r(t) + p)a(s,t) - c(s,t) - H(s, T+s)I(s,t), \tag{13}$$

$$a(s, T+s) = E$$

em que $I(s,t)$ é a renda de um trabalhor desqualificado, nascido em s no instante t.

Para cada uma das etapas de vida o perfil do consumo será o mesmo, dado pela equação de Euler:[18]

$$\begin{aligned} c(s,t) &= c(s,s)e^{\sigma \int_s^t (r(t')-\rho)\mathrm{d}t}, & (14)\\ c(s,t) &= c(s,T+s)e^{\sigma \int_{T+s}^t (r(t')-\rho)\mathrm{d}t}. & (15) \end{aligned}$$

Para que a trajetória do consumo fique bem determinada é necessário conhecer-se o consumo incial em cada um das etapas de vida. Substituindo-se a trajetória do consumo na restrição orçamentária itertemporal para cada etapa segue:

$$\begin{aligned} c(s,s) &= A_1^{-1}[-a(s,T+s)R(s,T+s) - g(s,T+s)], & (16)\\ c(s,T+s) &= A_2^{-1}[a(s,T+s) + e^{\phi(T)}h(s,T+s)], & (17)\\ A_1 &\equiv \int_s^{T+s} e^{-\int_s^t ((1-\sigma)r(t')+\sigma\rho+p)\mathrm{d}t'}\mathrm{d}t, & (18)\\ A_2 &\equiv \int_{T+s}^{\infty} e^{-\int_{T+s}^t ((1-\sigma)r(t')+\sigma\rho+p)\mathrm{d}t'}\mathrm{d}t, & (19)\\ g(s,T+s) &\equiv \int_s^{T+s} \eta(t-s)q(t)R(s,t)\mathrm{d}t, & (20)\\ h(s,T+s) &\equiv \int_{T+s}^{\infty} I(s,t)R(T+s,t)\mathrm{d}t \qquad \text{e} & (21)\\ R(s,t) &\equiv e^{-\int_s^t (r(t')+p)\mathrm{d}t'}. & (22) \end{aligned}$$

Lembrando que o indivíduo deixa uma dívida para a segunda etapa de vida, isto é, que $a(s,T+s) < 0$ segue da equação (16) que o consumo inicial é a propenção marginal a consumir

[17] Esta forma de tratar incerteza quanto à data de morte encontra-se em Yaari (1965).

[18] Esta escolha toma T e $a(s,T+s) = E$ dados. Em uma segunda etapa encontrar-se-á estas variáveis.

(isto é A_1^{-1}) da riqueza que gastará com consumo nesta etapa de sua vida. Esta por sua vez é a dívida que deixará menos os gastos com a escola em valor presente (expressão (20)). A equação (17) tem interpretação análoga em que a expressão (21) representa a riqueza humana de um trabalhador iletrado equivalente. A equação (22) determina o preço relativo intertemporal, aos olhos do consumidor, de uma unidade de renda em t em unidades de renda em s.

2.2.2 Escolha da Educação

Substituíndo-se (14) e (15) na utilidade intertemporal de um indivíduo nascido em s:

$$U_s = \int_s^{T+s} e^{-(\rho+p)(t-s)} \frac{c(s,t)^{1-\frac{1}{\sigma}} - 1}{1-\frac{1}{\sigma}} \mathrm{d}t + e^{-(\rho+p)T} \int_{T+s}^{\infty} e^{-(\rho+p)(t-(T+s))} \frac{c(s,t)^{1-\frac{1}{\sigma}} - 1}{1-\frac{1}{\sigma}} \mathrm{d}t \tag{23}$$

segue:

$$V_s = \frac{\sigma}{\sigma-1}\left[c(s,s)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} A_1 + e^{-(\rho+p)T} c(s,T+s)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} A_2\right]. \tag{24}$$

Substituíndo-se (16) e (17) em (24) e maximizando com relação a $a(s, T+s)$ e T segue:

$$a(s,T+s)R(s,T+s) = \frac{\widetilde{T_2}}{\widetilde{T}} w(s,s) - R(s,T+s)e^{\phi(T)}h(s,T+s) \tag{25}$$

e:

$$\varphi(T)e^{\phi(T)}h(s,T+s) = e^{\phi(T)}I(s,T+s) + \eta(T)q(T+s) \tag{26}$$

em que:

$$\begin{aligned} \widetilde{T} &\equiv \widetilde{T_1} + \widetilde{T_2}, \\ \widetilde{T_1} &\equiv A_1, \\ \widetilde{T_2} &\equiv e^{-(\rho+p)\sigma T} R^{1-\sigma}(s,T+s)A_2, \end{aligned} \tag{27}$$

e:

$$w(s,s) \equiv R(s,T+s)e^{\phi(T)}h(s,T+s) - g(s,T+s). \tag{28}$$

A equação (25) estabalece que o valor ótimo da dívida deixada para a segunda etapa de vida é a fração da riqueza total ao nascer ($w(s,s)$ definida em (28)) que deseja gastar nesta etapa de sua vida ($\frac{\widetilde{T_2}}{\widetilde{T}}$) menos aquilo que ganhará quando ativo. Em (28) a riqueza total ao nascer é o valor presente das rendas futuras do trabalho menos o valor presente dos gastos com a escola.

Substituíndo-se (25) em (16) e lembrando-se de (28) segue:

$$c(s,s) = \frac{w(s,s)}{\widetilde{T}}.$$

Portanto a trajetória do consumo não apresenta descontinuidade. Segue:

$$c(s,t) = \frac{w(s,s)}{\widetilde{T}} e^{\sigma \int_s^t (r(t') - \rho) \mathrm{d}t'}, \quad \text{para todo } t > s. \tag{29}$$

A condição marginal (26) estabalece que o tempo ótimo de estudo dá-se quando o valor presente dos benefícios de uma unidade adicional de educação

$$\varphi(T) e^{\phi(T)} h(s, T+s)$$

for igual ao custo margianal, que, por sua vez é composto de dois termos: o custo de oportunidade do tempo mais a mensalidade da escola, ambos calculados no tempo de parada:

$$e^{\phi(T)} I(s, T+s) + \eta(T) q(T+s).$$

2.3 Discussão

Em geral não é possível encontrar analiticamente a solução da dinâmica transitória. Isto porque neste modelo de gerações sobrepostas cada geração terá uma escolha ótima distinta de capital humano. Esta somente será a mesma no estado estacionário. Portanto deseja-se saber sob que circunstâncias o modelo apresenta uma solução de crescimento balanceado. Uma trajetória de crescimento balanceada caracteriza-se pela constância da taxa de juros.[19] Segue que no estado estacionário se houver, (26) pode ser escrita:

$$\varphi(T) e^{\phi(T)+gs} \int_{T+s}^{\infty} I^*(s,t) e^{-(r+p)(t-(T+s))} dt = e^{\phi(T)+gs} I^*(s, T+s) + q(T+s)\eta(T) \tag{30}$$

em que o termo $I(s,t)$ foi substituido por $e^{gs} I^*(s,t)$ e o termo $I(s, T+s)$ por $e^{gs} I^*(s, T+s)$.

Em geral esta economia não apresentará trajetória de crescimento balanceado. O benefício da educação está a crescer à taxa g, o mesmo ocorrendo com o custo de oportunidade do tempo. No entanto os custos com a escola não necessariamente. Se o progresso técnico no setor educacional for nulo e se este empregar somente trabalho (isto é, se $\alpha_2 = 0$) segue de (2) que o preço da mensalidade da escola estará crescendo à taxa g. Nesta condição obtém-se uma decisão constante para T. No entanto, em geral o termo

$$q(T+s)\eta(T)$$

[19] Ver Kongsamut, Rebelo e Xie (1997).

estará crescendo a taxa $(1-\alpha_2)\Gamma < g$. Sob estas condições as gerações mais novas estarão escolhendo acumular mais capital humano do que as gerações a elas anteriores. Nesta situação o tempo ótimo de estudo estará assimptoticamente tendendo a:

$$\varphi(T)e^{\phi(T)}\int_{T+s}^{\infty} I^*(s,t)e^{-(r+p)(t-(T+s))}\mathrm{d}t = e^{\phi(T)}I^*(s,T+s) \tag{31}$$

por valores menores do que T uma vez que o termo

$$q(T+s)\eta(T)e^{-gt}$$

está tendendo à zero. Isto é, o custo da mensalidade da escola no momento de ingresso no mercado de trabalho será muito pequeno em comparação ao ganho marginal esperado do capital humano, ou em comparação ao custo de oportunidade do tempo. Apesar dos serviços de educação em comparação à mercadoria estarem ficando mais caros, o benefício da educação líquido do custo de oportunidade do tempo cresce à taxa do progresso tecnológico enquanto que a mensalidade da escola cresce a uma taxa menor. Dito de outra forma, há no modelo uma assimetria entre o bem de consumo e o capital humano: apesar de ambos serem produzidos por tecnologias semelhantes, o primeiro constitui uma variável ilimitada enquanto que o segundo uma variável limitada. Conforme a economia cresce por meio do progresso técnico poupador de trabalho o produto do setor que produz a mercadoria de consumo limitado relativamente ao produto do outro setor tende a zero. Para que isto não ocorra é necessário que as tecnologias façam com que a variação do preço torne o consumo de serviços de capital humano uma variável que, medida em unidades de bens, cresça à mesma velocidade do produto. Uma outra maneira de gerar uma trajetória de crescimento balanceado seria considerar que com o passar do tempo a quantidade de serviços educacionais consumidos para elevar o capital humano de um indivíduo, isto é η, estaja a crescer à taxa $g-(1-\alpha_2)\Gamma$, de sorte que o termo $q\eta$ cresça à taxa g.

Segue que o modelo pode ser solucionado sob duas hipóteses com relação ao comportamento do preço relativo da educação. Se não houver progresso tecnológico nas escolas e se estas somente empregarem trabalho, o tempo ótimo de permanência na escola será determinado a partir de:

$$\varphi(T)e^{\phi(T)}\int_{T+s}^{\infty} I^*(s,t)e^{-(r+p)(t-(T+s))}\mathrm{d}t = e^{\phi(T)}I^*(s,T+s) + q^*\eta(T) \tag{32}$$

em que $q^*e^{gt} \equiv q(T+s)$. Caso contrário emprega-se a expressão (31).

Toda a análise feita até o momento considerou que o problema de escolha do indivíduo estivesse bem determinado. Isto é:

$$\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}T^2}\left[\int_{T+s}^{\infty} R(T+s,t)e^{\phi(T)}I(s,t)\mathrm{d}t - \int_{s}^{T+s} R(s,t)\eta(t-s)q(t)\mathrm{d}t\right] \leq 0 \tag{33}$$

ao menos quando calculada no estado estacionário, isto é, tomando a taxa de juros constante. A condição (33) é necesssária para que o extremo encontrado por meio de (26) seja de fato um máximo local. No entanto isto nem sempre é verdade. Seja:

$$\Psi(T) \equiv \varphi(T)e^{\phi(T)}h(s, T+s) - e^{\phi(T)}I(s, T+s).$$

Como $\frac{\mathrm{d}\eta(T)}{\mathrm{d}T} \geq 0$[20] uma condição suficiente para que a escolha seja bem definida é que $\frac{\mathrm{d}\Psi}{\mathrm{d}T} < 0$. É fácil verificar que:

$$\infty > \Psi(0) > 0 > \Psi(\bar{T}) > -\infty, \;\; \Psi'(0) < 0 \;\; \text{e} \;\; \Psi'(\bar{T}) < 0$$

em que $\bar{T}$ é o instante a partir do qual o indivíduo retira-se do mercado de trabalho.

No entanto é possível que para algum $0 < T < \bar{T}$ o sinal da derivada de Ψ seja positivo. Para o caso em que o custo da escola seja muito baixo (no limite nulo) a escolha será bem comportada, pois é fácil mostrar que:

$$\frac{\mathrm{d}\Psi}{\mathrm{d}T} < 0 \;\; \text{se} \;\; \Psi = 0.$$

Em geral, mesmo quando houver mais de uma solução para $\Psi(T) = q\eta(T)$ haverá um máximo local localmente bem comportado. Toda a análise será feita considerando esta solução.[21]

Até aqui não se considerou este tempo de saída do mercado de trabalho. Neste contexto de gerações sobrepostas faz sentido supor que as pessoas aposentam-se. Também é razoável supor que este tempo será maior, tão menor for a probabilidade de morte ou, o que é o mesmo, tão maior for a expectativa de vida ao nascer. Isto é, em geral $\bar{T} = \bar{T}(\overset{+}{p})$.

Supondo a solução de crescimento balanceado e supondo extremo regular segue que o tempo de ingresso no mercado de trabalho será maior quanto mais elevado for o perfil de salários ($I^*(s,t)$), quanto menor for a taxa de juros, quanto menor for a probabilidade de morte e quanto mais barata for a escola. Esta estática comparativa em um dado instante será a mesma para o caso de ausência de crescimento balanceado.

Para o caso em que não há crescimento balanceado, o custo da escola frente ao benefício da educação estará a cair ao longo do tempo. Portanto o modelo prevê que para um passado suficiente remoto os salários do trabalhador desqualificado era tão baixo frente aos custos da escola que a escolha ótima era não estudar. (Isto é $\Psi(0) < \eta(0)$.) Com o passar do tempo a balança pendeu para o lado da educação e passou a ser economicamente viável educar-se. Esta história está de acordo com a evolução do papel da educação. A noção da educação como um bem econômico é

[20] Se os serviços de educação alterarem-se com o tempo o razoável é que cresçam.

[21] Como apontádo, para o caso em que a mensalidade da escola seja suficientemente pequena a solução será sempre única e bem comportada.

bem recente. Deve-se aos trabalhos da década de sessenta de Schultz e Becker. Antes destes autores acreditava-se que a principal função da educação fosse relacionada a questões de cidadania e de integração da população à sociedade ou a um certo padrão de sociabilidade ou ainda como condição para fazer-se parte de algum grupo ou estamento. Nota-se que no modelo este resultado não se deve à uma elevação do prêmio salarial da educação. Este ganho, como medido pela função φ, é suposto não se alterar com o passar do tempo. O importante é o impacto diferencial do progresso técnico poupador de trabalho sobre os custos e benefícios da educação.

2.4 Consumo no Estado Estacionário

Até este ponto deixou-se de fazer diversas hipóteses simplificadoras. Havia a necessidade de entender melhor o problema, em particular de estudar sob quais condições esta economia apresntaria crescimento balanceado ou não. Tendo já entendido esta questão de agora em diante supõe-se que: (i) o perfil de salários, isto é, a função $I^*(s,t)$ será constante. Ou seja, $I \equiv e^{gt} I^*$, em que I^* é constante;[22] (ii) após $\bar{T}$ períodos do nascimento o indivíduo aposenta-se;[23] (iii) os serviços de educação não crescerão com o grau de escolaridade do aluno ($\eta'(t-s) = 0$, $\eta =$cte).

Segue de (29) que o consumo no estado estacionário comporta-se:

$$c(s,t) = \frac{w(s,s)}{\widetilde{T}} e^{\sigma(r-\rho)(t-s)} \tag{34}$$

em que:[24]

$$\begin{aligned} w(s,s) &= e^{gs} \left[e^{-((r+p)-g)T} I^* e^{\phi(T)} \frac{1 - e^{-((r+p)-g)(\bar{T}-T)}}{r+p-g} - q^* \eta \frac{1 - e^{-((r+p)-g)T}}{r+p-g} \right] \\ &\equiv e^{gs} w^* \end{aligned} \tag{35}$$

[22] Os economistas do trabalho identificam um comportamento parabólico no logarítmico dos salários devido à experiência no trabalho. Experiência no trabalho é medido pelo ganho de salário obtido pelo tempo adicional no emprego. Nota-se que este efeito não está associado à idade do trabalhador. (Ver Mincer (1974), cap. 4, pg.70.) Este efeito poderia ser captado pelo modelo fazendo-se $I^*(s,t)$ variar com a experiência, isto é com $t - (T + s)$. Evidentemente, sob esta hipótese, a escolha ótima do instante de ingresso no mercado de trabalho altera-se, visto que surge um custo adicional à educação: o adiamento do processo de aquisição de experiência no trabalho.

[23] Portanto, cada ano adicional na escola reduz a vida ativa de um período. É possível que pessoas que estudam mais retiram-se da vida ativa depois. Por exemplo Mincer (1974), pg 8 argumenta nestas linhas. Este aspécto precisa ser melhor investigado em versões posteriores deste estudo. Por hora mantém-se a hipótese de que a idade de retirada do mercado de trabalho não é afetada pelo capital humano. É possível que esta idade esteja mais associada à probabilidade de morte e, que os indivíduos que estudem mais sejam os que tenham maior expectativa de vida. Se este for o caso, como este é modelo que supõe indivíduo típico, faz sentido tomar esta data como fixa uma vez que p está fixada.

[24] Segue de (28).

e:[25]

$$\widetilde{T} = \frac{1}{(1-\sigma)r + \sigma\rho + p}. \tag{36}$$

Para calcular-se (35) fez-se $I^*(s, T+s) = I^* e^{g(T+s)}$ e $q^*(s) = q^* e^{gs}$. Se o modelo não apresentar solução de crescimento balanceado segue:

$$w(s,s) = e^{gs} e^{-((r+p)-g)T} I^* e^{\phi(T)} \frac{1 - e^{-((r+p)-g)(\bar{T}-T)}}{r+p-g}$$

visto que o custo da escola assiptoticamente tende à zero.

3 Agregação

3.1 Demografia

Os indivíduos nascem em s, estudam de s até $T+s$ e aposentam-se em $\bar{T}$.

A cada instante nascem $(n+p)e^{nt}$ pessoas. Seja: $N(t)$ a população total, $N(s,t)$ a população dos nascidos em s vivos em t, $N_1(t)$.população na escola, $N_2(t)$ a.população economicamente ativa, e $N_3(t)$ a população aposentada.

Até aqui a população economicamente ativa havia sido representada por L. Distinguia-se o emprego pelo setor: L_1 e L_2. Segue, portanto a convenção: $L \equiv N_2$.

Os indivíduos deparam-se com uma probabilidade de morte p, de sorte que

$$N(s,t) = (n+p)e^{ns} e^{-p(t-s)}. \tag{37}$$

Somando entre gerações obtém-se:

$$\begin{aligned} N_1(t) &= e^{nt}(1 - e^{-(n+p)T}), \\ N_2(t) &= e^{nt}(e^{-(n+p)T} - e^{-(n+p)\bar{T}}) \\ N_3(t) &= e^{nt} e^{-(n+p)\bar{T}}. \end{aligned} \tag{38}$$

Evidentemente:

$$N_1(t) + N_2(t) + N_3(t) = N(t) = e^{nt}. \tag{39}$$

[25] Segue de (27).

3.2 Consumo

Somando o consumo individual para todas as gerações, substituíndo-se (34) e (37) em:

$$C(t) = \int_{-\infty}^{t} N(s,t)c(s,t)\mathrm{d}s \tag{40}$$

segue:

$$C(t) = \frac{w^*}{\widetilde{T}} \frac{n+p}{n+p+g-\sigma(r-\rho)} e^{nt} \tag{41}$$

desde que:

$$n+p+g-\sigma(r-\rho) > 0 \tag{42}$$

para que a integral imprópria em (40) possa ser calculada. Em (41) w^* e $\widetilde{T}$ são dados por (35) e (36).

4 Equilíbrio Geral de Longo Prazo

Como visto, este modelo apresenta para uma particular suposição quanto às tecnologias uma trajetória de crescimento balanceado. Isto ocorre quando não há progresso técnico no setor educacional e este somente emprega trabalho. Segundo estas hipóteses para que haja uma trajetória de crescimento balanceado do ponto de vista da produção é necessário que o preço relativo da educação esteja a crescer à taxa de progresso técnico do setor de bens.[26] Do ponto de vista da demanda do indivíduo esta é a condição para que a decisão do quantidade ótima de educação não se altere com o passar do tempo.[27] Isto porque nesta condição o benefício da educação líquido do custo de oportunidade do tempo está crescendo à taxa de progresso técnico do setor de bens - pois os salários está a crescer à esta taxa - enquanto que o outro custo da educação, qual seja, a mensalidade da escola, também está a crescer a esta taxa.

Nesta seção soluciona-se o modelo para o equilíbrio de longo prazo sob estas hipóteses quanto ao progresso técnico: é nulo no setor educacional e este não emprega trabalho. A primeira equação de equilíbrio é a condição de equilíbrio no mercado de bens: no estado estacionário o consumo é igual ao produto menos a depreciação efetiva do capital. Segue a equação de equilíbrio no mercado de educação. Sob a hipótese de que este setor somente emprega trabalho esta equação determina o emprego no setor educacional e, consequentemente, o emprego no setor de bens. A terceira

[26] Ver equação (2).

[27] Ver, por exemplo, equação (30).

equação é a condição marginal do tempo ótimo de saída da escola. Finalmente segue a equação de equalização dos salários entre os setores, quando medidos na mesma unidade.

A equação de equilíbrio no mercado de bens segue de:

$$\dot{K} = A_1 F_1(K_1, e^{gt} H L_1) - C(t) - \delta K. \tag{43}$$

Dividindo ambos os lados pela quantidade total de trabalho $LH(T)e^{gt}$, lembrando-se de que $k \equiv \frac{K(t)}{L(t)H(T)e^{gt}}$, $\dot{k} = 0$, e que $c^* = \frac{C(t)}{N(t)e^{gt}}$ segue:

$$c^* = H(T)\frac{L}{N}[\frac{L_1}{L}A_1 f_1(k_1) - (n+g+\delta)k]. \tag{44}$$

A equação (44) é a oferta de bens no longo prazo. Para obter-se a equação de equilíbrio no mercado de bens segue de (41), (36) e (35) que:

$$c^* = \frac{1}{\widetilde{T}}\frac{n+p}{n+p+g-\sigma(r-p)}\left[e^{-((r+p)-g)T} I^* e^{\phi(T)} \frac{1-e^{-((r+p)-g)(\bar{T}-T)}}{r+p-g} - q^*\eta\frac{1-e^{-((r+p)-g)T}}{r+p-g}\right]. \tag{45}$$

A igualdade de (44) e (45) constitui a primeira condição de equilíbrio. A segunda equação de equilíbrio é a equação de equilíbrio no mercado de educação. A demanda total por educação é o produto do número de alunos com os seviços educacionais consumido por cada estudante ($N_1\eta$), enquanto que a ofeta é dada pelo emprego neste setor[28] ($A_2H(T)L_2$). Segue:

$$l_2 = \frac{N_1}{L}\frac{\eta}{A_2 H(T)}. \tag{46}$$

A terceira condição de equilíbrio segue de(32):

$$e^{\phi(T)} I^* \left[\varphi(T)\frac{1-e^{-((r+p)-g)(\bar{T}-T)}}{r+p-g} - 1\right] = \eta q^*. \tag{47}$$

A quarta condição segue de (1):

$$q^* A_2 = (1-\alpha_1)A_1 k_1^{\alpha_1}. \tag{48}$$

Finalmente das condições de equilíbrio no mecado de fatores segue:

$$\begin{aligned} k_1 &= \frac{K}{L_1} = \frac{k}{l_1}, \\ l_1 + l_2 &= 1, \\ I^* &= (1-\tau_L)(1-\alpha_1)A_1 k_1^{\alpha_1} \quad \text{e} \\ r &= (1-\tau_K)\alpha_1 A_1 k_1^{\alpha_1 - 1} - \delta. \end{aligned} \tag{49}$$

[28] Neste ponto tem-se que lembrar que não há progresso tecnológico neste setor e que ele não emprega capital.

Nas equações (49) os impostos distorcivos sobre os fatores de produção são devolvidos de forma *lump sum* às famílias.

O modelo pode ser resolvido numericamente para as variáveis k (ou r), T, q^* e l_1. Este modelo pode ser empregado para diversos exercícios. Por exemplo é possível encontrar qual é o efeito sobre o estímulo à acumulação de capital humano de uma redução do imposto sobre o trabalho.

Para o caso em que o modelo não admite trajetória de crescimento balanceado a solução obtém-se a partir das mesma equações com ligeiras alterações: a riqueza do indivíduo não tem o termo associado ao custo da escola (que assimptoticamente é nulo), o produto da escola é nulo (portanto todos o capital e trabalho está alocado no setor produtor de bens) e a escolha ótima da quantidade de estudo é dada por (31).

5 Conclusão

Este trabalho apresentou um modelo de acumulação que integra a decisão de acumular capital com a decisão de acumular capital humano, este último como tratado palo campo de economia do trabalho. Sabe-se que a dotação de capital humano é um elemento importante para descrever a diversidade abservada de renda *per capita* entre as economias.[29] Por outro lado, por motivos teóricos e conceituais, bem como por questões empíricas, a forma de faze-lo que parece mais conveniente é por meio de regressões de Mincer.[30] Faltava um modelo de crescimento que estudasse a decisão de estudar em um contexto de equilíbrio geral, com o capital físico determinado endogenamente. Este trabalho pretendeu preencher esta lacuna. Acredito que este modelo possa ser empregado para diversos exercícios, como por exemplo o estudo do impácto de políticas sobre a decisão de acumulação de capital humano.

References

[1] **Aghion, Philippe e Howitt, Peter 1992.** "A model of growth through creative destruction." *Econometrica 60* (March): 323-351.

[2] **Barro, Robert J., Mankiw, N. Gregory e Sala-i-Martin, Xavier 1995.** "Capital mobility in neoclassical models of growth." *American Economic Review* 85 (March): 103-115.

[29] Por exemplo Lucas (1990).

[30] Este assunto foi tratado na introdução do trabalho.

[3] **Benhabib, J. e Spiegel, M. M. 1994.** "The role of human capital in economic development: evidence from aggregate cross-countries data." *Journal of Monetary Economics*, 34 (2): 143-174.

[4] **Bils, Mark e Klenow, Peter J. 1998.** "Does schooling cause growth or the other way around?" NBER Working Paper n. 6393, February 1998.

[5] **Chari, V. V., Kehoe, Patrick J. e McGrattan, Ellen R. 1997.** "The poverty of nations: a quantitative investigation." *Research Department Staff Report 204*, Federal Reserve Bank of Minneapolis (Revised October 1997).

[6] **Easterly, William, Kremer, Michael, Pritchett, Lant e Summers, Lawrence 1993.** "Good policy or good luck? Country growth performance and temporary shocks." *Journal of Monetary Economics*, 32 (December): 459-483.

[7] **Ferreira, Pedro Cavalcanti, Issler, João Victor, Pessôa, Samuel de Abreu 2000.** "On the Nature of Income Inequality Across Nations," memo.

[8] **Hall, Robert E. e Jones, Charles I. 1998.** "Why do some countries produce so much more output per worker than others?" NBER Working Paper n. 6564, May 1998.

[9] **Jones, Charles I. 1995.** "Time series tests of endogenous growth models." *The Quarterly Journal of Economics* 110 (May): 495-525.

[10] **Klenow, Peter J. e Rodriguéz-Clare, Andrés 1997.** "The neoclassical revival in growth economics: has it gone too far?" em *NBER Macroeconomics Annual 1997* eds. Ben S. Bernanke e Julio J. Rotemberg Cambridge, MA: The MIT Press, 73-103.

[11] **Kongsamut, Piyabha, Rebelo, Sergio e Xie, Danyang 1997.** "Beyond balanced growth." NBER Working Paper n. 6159, September 1997.

[12] **Lucas, Robert E., Jr. 1988.** "On the mechanics of economic development." *Journal of Monetary Economics* 22 (July): 3-42.

[13] **Lucas, Robert E., Jr. 1990.** "Why doesn't capital flow from rich to poor countries?" *American Economic Review* 80 (May): 92-96.

[14] **Mankiw, N. Gregory 1995.** "The growth of Nations." *Brookings Papers on Economic Activity*, 1: 275-326.

[15] **Mankiw, N. Gregory, Romer, David e Weil, David N. 1992.** "A contribution to the empirics of economic growth." *The Quarterly Journal of Economics* 107 (May): 407-437.

[16] **Mincer, Jacob 1974.** *Schooling, Experience, and Earning,* National Bureau of Economic Research, distributed by Columbia U.P.

[17] **Parente, Stephen e Prescott, Edward C. 1994.** "Barriers to technological adoption adoption and development." *Journal of Political Economy*, 102 (2): 298-321.

[18] **Obstfeld, Maurice e Rogoff, Kenneth 1996.** *Foundations of International Macroeconomics*, Cambridge MA: The MIT Press.

[19] **Rebelo, Sergio 1991.** "Long-run policy analysis and long-run growth " *Journal of Political Economy* 99 (3): 500-521.

[20] **Romer, Paul 1990.** "Endogenous technological change." *Journal of Political Economy* 98 (5): S71-S102.

[21] **Willis, Robert J. 1986.** "Wage determinants: a survey and reinterpretation of human capital earnings functions." em *Handbook of Labor Economics*, volume 1, eds. Orley Ashenfelter and Richard Layard. North-Holland. Chapter 10: 525-602.

[22] **Yaari, Menahem E. 1965.** "Uncertain lifetime, life insurance and the theory of the consumer." *Review of Economics Studies* 32 (April): 137-150.